

DOI: 10.3969/j.issn.1671-024x.2024.06.009

基于施密特正交化的单帧彩色条纹相位解调方法

段晓杰^{1,2}, 胡铁娜^{1,2}

(1. 天津工业大学 天津市光电检测技术与系统重点实验室, 天津 300387; 2. 天津工业大学 电子与信息工程学院, 天津 300387)

摘要: 为了加快三维测量的速度并减少噪声影响, 提高相位解调精度, 设计了单帧彩色条纹相位解调算法。把三步相移彩色编码方法改进为施密特正交化法彩色编码, 将每个通道的相移差 δ 由 $2\pi/3$ 改为 $(0, 2\pi)$ 区间的任意值, 利用加权四向横向剪切最小二乘法进行相位展开, 最后完成对三维形貌的测量。仿真实验结果表明: 本方法可以有效改进彩色编码算法对相位信息解调的影响, 并避免包裹相位的叠加干扰, 在三维测量结果方面, 高度均方根误差平均降低 4.4%, 相较于三步相移彩色编码方法节约了 14.5% 的运行时间。

关键词: 施密特正交化; 彩色编码法; 相位解调; 三维测量

中图分类号: TP751.2

文献标志码: A

文章编号: 1671-024X(2024)06-0061-05

Single-frame color fringe phase demodulation method based on Gram-Schmidt orthogonalization

DUAN Xiaojie^{1,2}, HU Tiena^{1,2}

(1. Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Detection Technology and Systems, Tiangong University, Tianjin 300387, China; 2. School of Electronics and Information Engineering, Tiangong University, Tianjin 300387, China)

Abstract: In order to increase the speed of three-dimensional measurement and reduce the influence of noise and improve the accuracy of phase demodulation, a single-frame color fringe phase demodulation algorithm is designed. The three-step phase-shift color encoding method is improved to the Schmidt orthogonalization method for color encoding, where the phase shift difference δ for each channel is changed from $2\pi/3$ to any value within the interval $(0, 2\pi)$. Phase unfolding is performed using the weighted four-way lateral shear least squares method, ultimately completing the three-dimensional measurement. The simulation experiment results show that the proposed method can effectively improve the impact of the color encoding algorithm on phase information demodulation and avoid the superimposed interference of wrapped phases. In terms of three-dimensional measurement results, the average root mean square error of height is reduced by 4.4%, and the runtime is saved by 14.5% compared to the three-step phase-shift color encoding method.

Key words: Schmidt orthogonalization; color encoding method; phase demodulation; three-dimensional measurement

目前通过二维图像中的像素等特征信息恢复对应三维立体结构的方法往往具有一定的局限性, 准确理解待测目标物体的三维信息, 需要获取多张不同角度的照片。近年来, 光学三维形貌测量技术取得了一定进展^[1]。例如, 主动彩色条纹投影三维测量方法中, 利用 RGB 颜色模型改进彩色条纹图像的编码方式^[2-3], 投影彩色条纹结构光图像, 采集受调制的变形条纹图像, 然后解调出彩色条纹的相位信息, 实现对待测物

体的三维恢复^[4-5], 有效提高测量速度和精度。其中, 快速、准确解调出彩色条纹的相位信息是关键。Zhou 等^[6]提出的复合通道颜色编码方法中, 将彩色图像的红、蓝、绿 3 通道分别编码为正弦条纹图像、相位信息码和灰度图像, 实验表明该方法优于传统相位编码, 提高了准确度和测量速度, 适用于测量复杂形状不连续的物体。吴明雄^[7]提出对彩色相位编码结构光结合传统相移法和多频外差法进行三维测量, 并针对彩色结

收稿日期: 2023-02-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62072335, 61872269); 天津市科技计划资助项目(19PTZWHZ00020, 19JCYBJC16200)

通信作者: 段晓杰(1980—), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为光电检测技术及数字图像处理。E-mail: duanxiaojie@tiangong.edu.cn

构光的三维测量误差进行理论分析和补偿算法研究,从相位展开方面进行了改进,并分析了颜色串扰问题。彩色投影三维测量也存在一些不足之处。现有的彩色投影测量方法需要投影多幅条纹、采集多幅图片^[8],对深色或者颜色比较复杂的物体的恢复效果较差^[9];同时,对硬件设备要求比较高,彩色投影仪会使 RGB 三原色光的光谱叠加,进而导致投射彩色条纹的时候出现颜色串扰现象^[10-11]。

针对主动三维测量方法中相移法投射多幅条纹图像造成的帧间误差和噪声干扰,以及三步相移彩色编码方法在相位解调过程中引入无理数的计算而导致最终三维测量存在误差等问题,本文在单帧彩色条纹图像的编码上进行改进,并与基于施密特正交化的单帧彩色条纹相位解调方法相结合,对相位信息进行提取,深入研究相位解调方法。为了提高测量速度,通过单帧彩色条纹图像携带更多的图像信息,避免采集多幅黑白条纹图像引入噪声,同时对相位信息进行准确提取和展开,为三维测量奠定基础。

1 彩色条纹相位解调原理

本文设计了一种基于改进单帧施密特正交化法的相位解调算法,算法原理框图如图 1 所示。

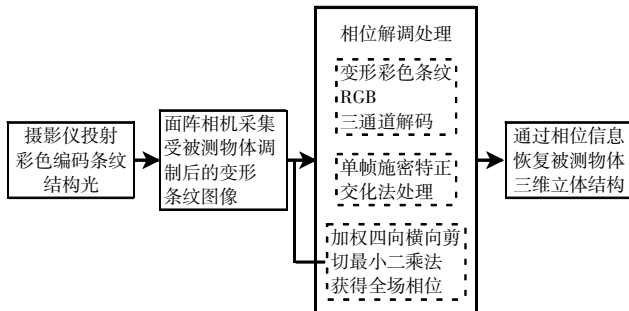


图 1 单帧彩色条纹三维测量结构

Fig.1 Structure diagram of 3D measurement algorithm of single-frame color fringe

通过投影仪投射由计算机编码的彩色结构光,同时由相机采集变形条纹图像,利用相位解调处理^[12]:将预处理好的变形条纹图像解调为 RGB 3 个通道的图像信息,利用施密特正交化法对相位进行解调处理;将得到的相位信息进行加权四向横向剪切最小二乘解包裹处理,通过测量数学模型可以得到被测物体的三维立体结构^[13]。

1.1 单帧复合彩色条纹编码

传统彩色条纹编码将三步相移法的 3 幅黑白条纹图像编码进 RGB(Red 红、Green 绿、Blue 蓝)颜色模

型的 R、G、B 通道中,每幅条纹图像的相移差为 $2\pi/3$ 。改进后的单帧复合彩色颜色编码方法将具有相同的频率和振幅的余弦条纹图分别编码进 R、G 通道中,改进后将 R 和 G 两通道的相移差 δ 设为 $(0, 2\pi)$ 区间中的任意值,将均匀灰度图像编码进 B 通道^[14-15],3 个通道的光强可以表示为:

$$I_R(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y)) \quad (1)$$

$$I_G(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_0 x + \varphi(x, y) + \delta) \quad (2)$$

$$I_B(x, y) = a(x, y) \quad (3)$$

式中: I_R, I_G, I_B 分别表示彩色条纹图像中 3 个通道的光强分布数据; $a(x, y)$ 为背景光强度值; $b(x, y)$ 为调制强度值; f_0 为条纹的空间频率; $\varphi(x, y)$ 为待求的经物体表面高度调制过的相位值。图 2 为彩色条纹余弦相位分布图, R、G 通道各自包含一个振幅和频率相同的余弦条纹, B 通道是一个均匀的灰度值图像,均匀的灰度平面图像可以用于纹理映射^[16]。

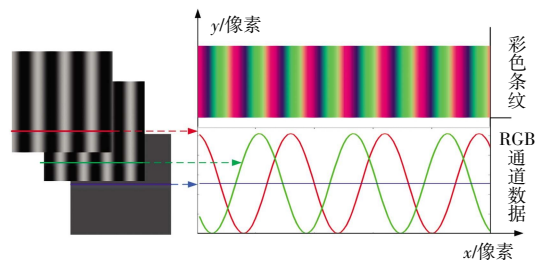


图 2 彩色条纹余弦相位分布

Fig.2 Distribution of cosine phase of color fringe

1.2 相位提取

施密特正交化法可以将线性无关向量组转化为单位正交向量组^[17],相移差 δ 可以是 $(0, 2\pi)$ 区间中的任意值。对采集到的彩色条纹图像进行解码,经过图像预处理得到每个通道滤波后的图像。图 3 所示为施密特正交化提取相位的流程图,其中 $\phi = 2\pi f_0 x + \varphi(x, y)$ 。

改进的施密特正交化彩色条纹编码方法操作简便,只需投射单独一帧彩色条纹图像,对其中 R 和 G 两通道的条纹图像进行施密特正交化法可得到^[18]:

$$\tilde{I}_R = \frac{b(x, y)\cos \phi}{\sqrt{\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} (b(x, y)\cos \phi)^2}} = b\cos \phi/k_1 \quad (4)$$

$$\tilde{I}_G = -\frac{b(x, y)\sin \phi}{\sqrt{\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} (b(x, y)\sin \phi)^2}} = -b\sin \phi/k_2 \quad (5)$$

再根据近似条件,当条纹数量大于 1 时:

$$\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} (\cos \phi)^2 \approx \sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} (\sin \phi)^2 \quad (6)$$

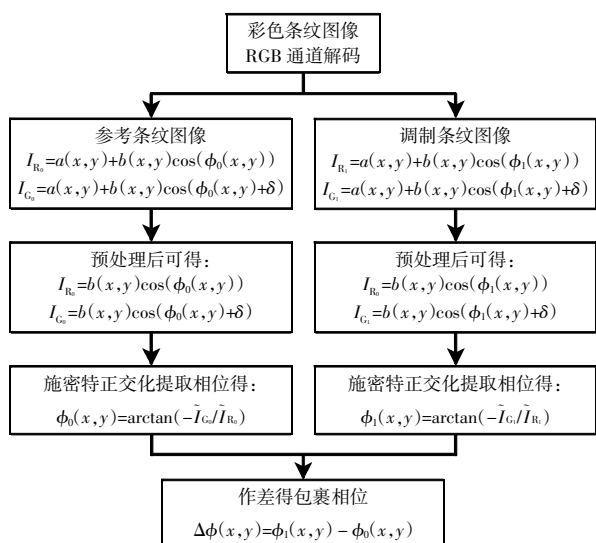


图3 相位提取流程图

Fig.3 Flowchart of phase extraction algorithm

即 $k_1 \approx k_2$, 再将式(4)和式(5)进行除法运算, 最终得到的表达式为:

$$\phi = \arctan(-\tilde{I}_C/\tilde{I}_R) \quad (7)$$

1.3 相位展开

通过施密特正交化方法得到的相位包裹在 $[-\pi, \pi]$ 内周期性出现^[19], 利用相位展开方法才可以将包裹相位展开为连续相位。基于加权的四向横向剪切最小二乘解包裹算法^[20], 可以有效提高算法的稳定性。本文在四向最小二乘法的基础上, 在 x, y 两个方向的基础上增加了逆时针 45° 的对角梯度方向 p, q , 建立一个二维包裹相位 $\varphi_{i,j}$ 等效的二维复数光场^[21]:

$$U_{i,j} = \exp(j\varphi_{i,j}) \quad (8)$$

在建立的等效光场中, 通过在 x 方向上平移单位像素获得对应的剪切光场, 可以表示为:

$$U'_{i,j} = \exp(j\varphi_{i+1,j}) \quad (9)$$

将2个光场相除, 得到新的光场为:

$$\Delta U'_{i,j} = \frac{U'_{i,j}}{U_{i,j}} = \frac{\exp(j\varphi_{i+1,j})}{\exp(j\varphi_{i,j})} = \exp(j\varphi_{i+1,j} - j\varphi_{i,j}) \quad (10)$$

对新光场利用反正切函数进行相位提取计算, 即可得 x 方向的梯度为:

$$\Delta\varphi_{i,j}^x = \arctan\left[\frac{\text{Im}(\Delta U'_{i,j})}{\text{Re}(\Delta U'_{i,j})}\right] = \varphi_{i+1,j} - \varphi_{i,j} \quad (11)$$

同理可得到在 y, p 和 q 方向上的梯度。利用四向最小二乘法求解相位展开问题, 求解方程最终整理为:

$$\rho_{i,j} = [\Delta\varphi_{i,j}^x - \Delta\varphi_{i-1,j}^x] + [\Delta\varphi_{i,j}^y - \Delta\varphi_{i,j-1}^y] +$$

$$[\Delta\varphi_{i,j}^p - \Delta\varphi_{i-1,j-1}^p] + [\Delta\varphi_{i,j}^q - \Delta\varphi_{i+1,j-1}^q] \quad (12)$$

使用离散余弦变换 (discrete cosine transform, DCT) 求解式(12), 展开相位。在实际应用中, 受外部环境和实验条件等因素的影响, 得到的估计相位值与实际相位值会有偏差。本文引入基于二阶差分的相位导数偏差对四向最小二乘法进行加权补偿和平滑处理。其中, 权重 $w_{i,j}$ 计算公式为:

$$W_{i,j} = k_{i,j} \cdot w_{i,j} \quad (13)$$

式中: $w_{i,j}$ 为权重 $W_{i,j}$ 的基值, 其中坡度不变的区域加权为零。利用 $w_{i,j}$ 对原相位中坡度变化的区域进行加权修正, 可以在一定程度上补偿由于误差传递导致的过度平滑。 $w_{i,j}$ 可以通过式(14)计算得到:

$$w_{i,j} = \sqrt{(\nabla\varphi_{i,j}^x)^2 + (\nabla\varphi_{i,j}^y)^2 + (\nabla\varphi_{i,j}^p)^2 + (\nabla\varphi_{i,j}^q)^2} \quad (14)$$

采用 $k_{i,j}$ 作为权重基值 $w_{i,j}$ 的控制加权强度系数, 来避免过度补偿, $k_{i,j}$ 可由式(15)计算得到:

$$k_{i,j} = K \cdot \delta k_{i,j} \quad (15)$$

式中: 调节度系数 K 的值为一个常数; 根据统计分布规律, $\delta k_{i,j}$ 为定义的相位导数偏差, 通过式(16)得到:

$$\delta k_{i,j} = \frac{\sqrt{I_{i,j}^x} + \sqrt{I_{i,j}^y} + \sqrt{I_{i,j}^p} + \sqrt{I_{i,j}^q}}{h \cdot h} \quad (16)$$

其中:

$$r_{i,j}^x = \sum_{i=n-h/2}^{i+h/2} \sum_{j=n-h/2}^{j+h/2} (\Delta\varphi_{i,j}^x - \overline{\Delta\varphi_{i,j}^x})^2 \quad (17)$$

式中: $\overline{\Delta\varphi_{i,j}^x}$ 为点 (i,j) 以 $h \times h$ 窗口为中心, 在 x 方向的一阶梯度矩阵的均值。使用 $k_{i,j}$ 加权 $\rho_{i,j}$ 得到修改后的四向最小二乘求解值 $\rho'_{i,j}$, 再利用 DCT 变换计算求解可得到修正的解包裹相位, 最终解调出的 $\rho'_{i,j}$ 表示为:

$$\rho'_{i,j} = (1 + k_{i,j}) \cdot \rho_{i,j} \quad (18)$$

2 实验结果及分析

通过计算机模拟对彩色条纹编码方法的相位解调算法进行仿真。以半球模型为被测物体进行三步相移法与施密特正交化法的对比实验, 投射编码生成的彩色条纹图像并进行相位解调对比, 如图4所示。

由图4(b)和图4(c)可知, 三步相移法对于帧间的相移差有严格的要求, 在出现相位偏移的条件下无法准确地提取物体的相位信息; 而本文施密特正交法可以很好地适应帧间相位差偏移, 可以较好地提取到相位信息。由图4(d)和图4(e)可知, 三步相移法在图像边缘和中心部分会有误差, 本文方法得到的图像也能很好地保留边缘细节, 三步相移法运行时间为

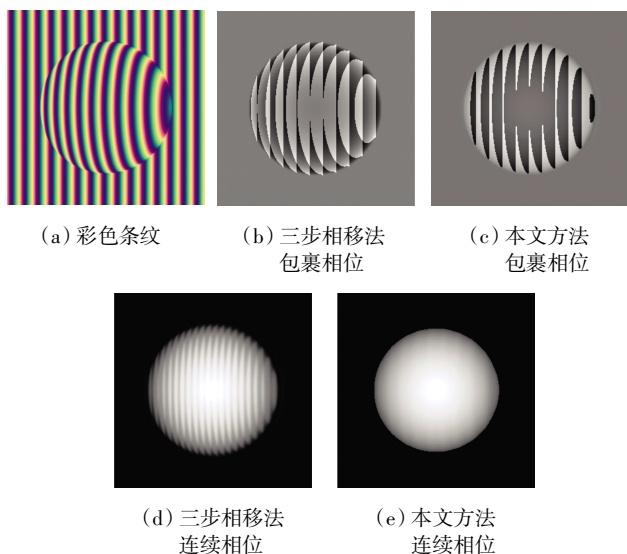


图 4 相位解调结果

Fig.4 Result of phase demodulation

0.844 7 s, 本文方法运行时间为 0.722 2 s, 相较传统三步相移法运行时间节约了 14.5%。

为了验证本文所设计方法的有效性, 还对圆环立体结构模型进行了三维恢复对比实验, 结果如图 5 所示。

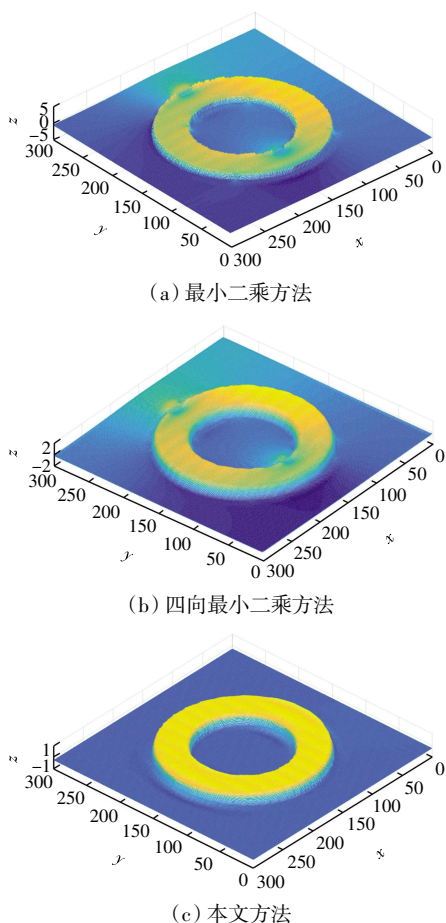


图 5 三维恢复结果对比

Fig.5 Comparison of 3D morphology restoration

分别对凸起和圆环模型的三维轮廓进行测量, 并对比测量结果的高度均方根误差 (root mean square error, RMSE), 如表 1 所示。本文方法要比传统的最小二乘法 and 四向最小二乘法的效果好, 精度也有所提高。

表 1 三维测量结果的高度 RMSE 值

Tab.1 RMSE of height for 3D measurement results

算法	圆环	凸起
最小二乘法	0.608 5	0.214 0
四向最小二乘法	0.608 0	0.212 7
本文设计方法	0.598 5	0.197 7

3 结 论

本文设计了基于施密特正交化法的单帧彩色条纹相位解调方法, 研究结果表明:

(1) 彩色条纹图像 RGB 颜色模型的编码方式可以将投射条纹图像减少至单帧, 相较于黑白条纹图像而言, 携带的信息更丰富。

(2) 利用施密特正交化相位解调方法, 对单帧图像 2 个通道间任意相移差的条纹图, 在有效提取相位信息的基础上, 相比于三步相移法降低了 14.5% 的运行时间。

(3) 与最小二乘法 and 四向最小二乘法相比, 本文基于加权的四向横向剪切最小二乘法能抑制误差传递, 最终在三维测量结果中, 高度最小均方误差平均降低了约 4.4%, 有效地提高了测量精度。

参考文献:

[1] 李秀艳, 尉蕾, 王琦, 等. 基于张量分解的电阻抗三维成像方法[J]. 天津工业大学学报, 2022, 41(1): 73-80.
LI X Y, YU L, WANG Q, et al. Three-dimensional imaging method based on tensor decomposition for electrical impedance tomography[J]. Journal of Tiangong University, 2022, 41(1): 73-80(in Chinese).

[2] XU J, ZHANG S. Status, challenges, and future perspectives of fringe projection profilometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 135: 106193.

[3] 易军高. 基于激光干涉条纹的三维轮廓测量算法研究[D]. 成都: 电子科技大学, 2019.
YI J G. Research on 3D contour measurement algorithm based on laser interference fringe[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2019 (in Chinese).

[4] 杨建柏. 基于数字光栅投影的三维测量关键技术研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2020.
YANG J B. Research on key technologies of 3D measurement based on digital grating projection[D]. Beijing: University of

- Chinese Academy of Sciences, 2020 (in Chinese).
- [5] WANG Y P, CAO Y P, FU G K, et al. Single-shot phase measuring profilometry based on color binary grating with intervals[J]. *Optics Communications*, 2019, 451: 268-275.
- [6] ZHOU H Y, GAO J, HU H H, et al. Fast phase-measuring profilometry through composite color-coding method[J]. *Optics Communications*, 2019, 440: 220-228.
- [7] 吴明雄. 基于彩色结构光的三维重建方法研究及其误差分析[D]. 重庆: 重庆大学, 2020.
WU M X. Research on 3D reconstruction method based on color structured light and its error analysis[D]. Chongqing: Chongqing University, 2020 (in Chinese).
- [8] QIAN J M, FENG S J, LI Y X, et al. Single-shot absolute 3D shape measurement with deep-learning-based color fringe projection profilometry[J]. *Optics Letters*, 2020, 45(7): 1842-1845.
- [9] 葛旭文. 彩色光栅投影的动态三维形貌测量技术研究[D]. 桂林: 桂林电子科技大学, 2021.
GE X W. Research on dynamic three-dimensional topography measurement technology of color grating projection[D]. Guilin: Guilin University of Electronic Technology, 2021 (in Chinese).
- [10] HU Y, CHEN Q, ZHANG Y Z, et al. Dynamic microscopic 3D shape measurement based on marker-embedded Fourier transform profilometry[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(4): 772-780.
- [11] WANG Z Y, ZHANG Z H, GAO N, et al. Single-shot 3D shape measurement of discontinuous objects based on a coaxial fringe projection system[J]. *Applied Optics*, 2019, 58(5): A169-A178.
- [12] 蔡柏林. 基于条纹投影的三维测量关键技术研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2020.
CAI B L. Research on key technologies of 3D measurement based on fringe projection[D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2020 (in Chinese).
- [13] ZHANG H Y, ZHAO H, ZHAO Z X, et al. Two-frame fringe pattern phase demodulation using Gram-Schmidt orthonormalization with least squares method[J]. *Optics Express*, 2019, 27(8): 10495-10508.
- [14] ZHANG Y, TIAN X B, LIANG R G. Two-step random phase retrieval approach based on Gram-Schmidt orthonormalization and Lissajous ellipse fitting method[J]. *Optics Express*, 2019, 27(3): 2575-2588.
- [15] FU G K, CAO Y P, WANG Y P, et al. Real-time three-dimensional shape measurement based on color binary fringe projection[J]. *Optical Engineering*, 2019, 58: 044102.
- [16] DUAN X J, LIU G L, WANG J M. Three-dimensional measurement method of color fringe projection based on an improved three-step phase-shifting method[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(23): 7007-7016.
- [17] OMIDI P, NAJIMINAINI M, DIOP M, et al. Single-shot 4-step phase-shifting multispectral fringe projection profilometry[J]. *Optics Express*, 2021, 29(18): 27975-27988.
- [18] LEI H B, YAO Y, LIU H P, et al. Accurate phase extraction algorithm based on Gram-Schmidt orthonormalization and least square ellipse fitting method[J]. *Journal of Modern Optics*, 2018, 65(10): 1199-1209.
- [19] 牛文虎, 钟丽云, 孙鹏, 等. 一种改进的施密特正交化两步相移算法[J]. *中国激光*, 2015, 42(6): 0608002.
NIU W H, ZHONG L Y, SUN P, et al. An improved two-step phase-shifting algorithm based on Gram-Schmidt orthonormalization[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2015, 42(6): 0608002 (in Chinese).
- [20] 张宇. 基于快速最小二乘法的两步随机相移算法研究[J]. *光学学报*, 2021, 41(3): 0312003.
ZHANG Y. Two-step random phase shifting algorithms based on fast least-squares method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2021, 41(3): 0312003 (in Chinese).
- [21] ZHONG H P, TANG J S, ZHANG S. Phase quality map based on local multi-unwrapped results for two-dimensional phase unwrapping[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(4): 739-745.

本文引文格式:

段晓杰, 胡铁娜. 基于施密特正交化的单帧彩色条纹相位解调方法[J]. *天津工业大学学报*, 2024, 43(6): 61-65.
DUAN X J, HU T N. Single-frame color fringe phase demodulation method based on Gram-Schmidt orthogonalization[J]. *Journal of Tiangong University*, 2024, 43(6): 61-65 (in Chinese).