

文章编号:1671-4229(2023)03-0053-10

# 摆式悬吊调谐质量阻尼器基于慢变参数法的非线性优化研究

陈倩敏<sup>a,b</sup>, 谭平<sup>a,b\*</sup>, 向越<sup>a,b</sup>

(广州大学 a. 土木工程学院; b. 工程抗震减震与结构安全教育部重点实验室, 广东 广州 510006)

**摘要:** 大幅响应下, 摆式悬吊调谐质量阻尼器 (PTMD) 表现出非线性, 以往研究 PTMD 时, 将摆角等效线性化高估了其振动控制性能。文章运用拉格朗日方程推导了非线性模型的运动方程, 采用 Krylov-Bogoliubov 慢变参数法推导了考虑摆角高次非线性的频响函数, 并对比不同激励幅值下非线性模型与等效线性模型的结构响应, 对 PTMD 非线性模型基于  $H_2$  准则进行了参数优化, 得到了不同激励幅值下 PTMD 的最优设计参数, 最后采用最优设计参数对某超高层结构模型进行时程分析验证。结果表明, 激励幅值越大, 非线性对结构响应的影响越大, 等效线性模型越失真; 在大幅值激励下, 与线性模型优化的结果相比, 考虑非线性进行参数优化后 PTMD 的减震率可以提高约 10%。因此, 考虑非线性优化设计可以有效提高 PTMD 振动控制性能。

**关键词:** 结构振动控制; PTMD; 非线性效应; 慢变参数法;  $H_2$  优化

中图分类号: TH 212; TH 213.3 文献标志码: A

## Nonlinear optimization of pendulum tuned mass damper based on slowly varying parameter method

CHEN Qian-min<sup>a,b</sup>, TAN Ping<sup>a,b\*</sup>, XIANG Yue<sup>a,b</sup>

(a. School of Civil Engineering; b. Key Laboratory of Earthquake Resistance, Earthquake Mitigation and Structural Safety, Ministry of Education, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** The pendulum tuned mass damper (PTMD) shows nonlinearity under large amplitude response, and the vibration control performance of PTMD was overestimated by equivalent linearization of rotation angle in previous studies. In this paper, the motion equation of nonlinear model is derived by the Lagrange equation and the Krylov-Bogoliubov slow-variation parameter method was adopted to derive the frequency response function of the nonlinear model considering the high order nonlinearity of the pendulum angle. The structural responses of nonlinear model and equivalent linear model under different excitation amplitudes are then compared. The parameters of the PTMD nonlinear model are optimized based on  $H_2$  criteria, and the optimal design parameters of PTMD under different excitation amplitudes were obtained. Further, the time-history analysis method was adopted to verify the optimal design parameters of a super high-rise structure model. The results show that the larger the excitation amplitude is, the greater the influence of nonlinearity on the structural response is, and the equivalent

收稿日期: 2022-02-22; 修回日期: 2022-05-08

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2021YFC3100701); 国家自然科学基金资助项目(51978185); 教育部创新团队资助项目(IRT13057)

作者简介: 陈倩敏(1997—), 女, 硕士研究生. E-mail: 321311295@qq.com

\*通信作者. E-mail: ptan@gzhu.edu.cn

引文格式: 陈倩敏, 谭平, 向越. 摆式悬吊调谐质量阻尼器基于慢变参数法的非线性优化研究[J]. 广州大学学报(自然科学版), 2023, 22(3): 53-62.

linear model is gradually distorted. Under a large excitation amplitude, compared with the results of linear model optimization, the damping rate of PTMD can be increased by 10% after parameter optimization considering nonlinearity. Considering nonlinear optimization design can effectively improve the vibration control performance of PTMD.

**Key words:** structural vibration control; PTMD; nonlinear effect; slowly varying parameter method;  $H_2$  optimization

外界激励作用下(风、地震等)会给结构带来过大的动力响应,甚至给结构带来不可逆转的损伤。目前,已有的消能减振方式,包括被动控制方式、主动控制方式、半主动控制方式及主、被动混合控制方式。调谐质量阻尼器(Tuned Mass Damper, TMD)是一种基于吸能减振机理在实际工程中应用较为广泛的减振系统。调谐质量阻尼器的形式多样,其中摆式悬吊调谐质量阻尼器(Pendulum Tuned Mass Damper, PTMD)是 TMD 的一种特殊形式,由质量体、摆绳及阻尼部件等组成,其作用机理是在外界激励作用下,惯性质量产生摆动,从而对主结构产生反方向的惯性作用,以此来减小主结构的动力响应。近些年,有许多学者对 PTMD 展开了研究。Sun 等<sup>[1]</sup>提出了三维自适应摆式调谐质量阻尼器,及一种自适应实时调谐算法。吕江等<sup>[2]</sup>提出了一种新型摆式调谐质量阻尼器。Wang 等<sup>[3]</sup>提出了摆锤式调谐质量阻尼器(Pendulum Pounding Tuned Mass Damper, PPTMD),并对参数进行了优化。Christie 等<sup>[4]</sup>提出了一种可变共振磁流变液摆式调谐质量阻尼器,能利用可控差动变速器中的旋转磁流变阻尼器来增加摆锤的刚度。Qiu 等<sup>[5]</sup>研究了轴向磁摆调谐质量阻尼器,提出了一种磁摆 TMD 动态参数的辨识方法。Xiang 等<sup>[6]</sup>提出了一种自复位摆式调谐质量阻尼器。

PTMD 存在明显的非线性特征,许多研究是基于小摆角的前提下将其等效线性化的。Gerges 等<sup>[7]</sup>推导了无主结构阻尼的单自由度结构-PTMD 体系的频响函数,以主结构的位移均方差为优化目标对 PTMD 进行参数优化。如果 PTMD 的振幅较小,可以将 PTMD-结构体系看作是线性的,但当 PTMD 的摆角超过一定限值时,PTMD 摆角非线性的影响则不可忽略,这种非线性会造成结构的失谐,甚至加大结构的动力响应。激励强度的增大也会增加 PTMD-结构体系的非线性,等效线性化的模型高估了 PTMD 的减振性能。Roffel 等<sup>[8]</sup>研究了多自由度结构与非线性摆式调谐质量阻尼器

耦合的三维运动动力响应。Zhang<sup>[9]</sup>对非线性振动系统提出了一种参数为  $x$  的局部精确修正中点规则。Sharif-Bakhtiar 等<sup>[10]</sup>和 Brzeski 等<sup>[11]</sup>采用谐波平衡法和 Floquet 理论分析了具有阻尼的离心摆式减振器在主系统和摆系统中的非线性动力响应,并对强非线性吸振器进行了数值优化。Xu 等<sup>[12]</sup>和 Viet 等<sup>[13]</sup>研究了在谐波激励下 PTMD 非线性对单自由度系统减振控制的影响,并利用谐波平衡法对不同激励幅值下考虑 PTMD 摆角非线性与等效线性化系统得到的结果进行了对比分析。Colherinhas 等<sup>[14]</sup>和 García 等<sup>[15]</sup>对摆式调谐质量阻尼器进行了优化设计研究。

进行 PTMD 设计时,考虑非线性因素带来的影响是十分必要的。在非线性模型中,由于非线性项的存在,频率响应函数很难得到解析表达式。孙毅等<sup>[16]</sup>和 Li 等<sup>[17]</sup>研究了 TMD 刚度高次非线性对 TMD 振动控制性能的影响,他们首先考虑非线性因素建立了单自由度结构-PTMD 体系模型,同时采用 Krylov-Bogoliubov 慢变参数法,推导了谐波激励下被动单自由度结构-PTMD 非线性系统的频响函数,并用数值法对频响函数进行验证,将其与等效线性模型在不同激励幅值下的频率响应进行对比;接着,分别基于  $H_2$ 、 $H_\infty$  准则对非线性模型下的 PTMD 进行参数优化设计,得到了不同激励幅值下的最优参数,并与等效线性模型下的优化参数进行对比;最后,分别采用 3 种最优参数对比分析了某超高结构在简谐激励下的时程响应。

## 1 单自由度结构-PTMD 体系的运动方程

本文讨论的 PTMD 理论模型包括刚性摆杆、悬吊质量块和阻尼元件。为了便于分析,不设置线性弹簧,仅考虑结构自定心刚度,即悬吊质量块的重力提供恢复力,摆杆一端与主结构铰接,一端与摆球质量固接,仅考虑单自由度结构-PTMD 在

二维平面内运动。本文假定主结构为单自由度模型,理论模型如图1所示。

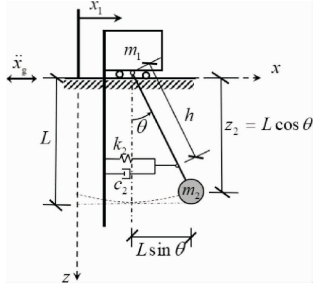


图1 单自由度结构-PTMD 体系模型

Fig.1 Single-DOF model of a primary structure coupled with a PTMD

以摆杆在简单自由度主结构连接点初始位置为原点建立如图1所示的坐标系。图中,  $m_1$ 、 $k_1$ 、 $c_1$  分别为主结构质量、刚度及阻尼系数,  $m_2$ 、 $k_2$ 、 $c_2$  分别表示 PTMD 质量、附加刚度和阻尼系数,该模型中不考虑附加刚度,即  $k_2 = 0$ ,  $L$  表示 PTMD 的有效摆长, PTMD 质量块摆动的角度(摆角)用  $\theta$  表示。 $x_1$  为主结构相对于地面沿水平向( $x$  轴)的位移,  $x_2$  为 PTMD 质量块相对于主结构的水平位移,  $z_2$  为 PTMD 质量块在坐标  $z$  轴上的坐标。

结合线性悬吊结构体系运动方程推导以及 PTMD 阻尼元件的力学模型,采用拉格朗日方程推导单自由度结构-PTMD 体系运动方程。

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} - \frac{\partial L}{\partial q_k} = Q_k, \\ \delta W = \sum_{k=1}^n Q_k \delta q_k. \end{cases} \quad (1)$$

$T$ 、 $V$  分别表示单自由度结构-PTMD 体系的动能和势能,表示非保守力做的功,广义坐标  $q_k$  分别为  $x_1$ 、 $\theta$ 。

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \dot{x}_g)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_g + \dot{x}_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2 = \\ &= \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1 + \dot{x}_g)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 + \dot{x}_g + L\dot{\theta}\cos\theta)^2 + \\ &= \frac{1}{2} m_2 L^2 \dot{\theta}^2 \sin^2\theta = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) (\dot{x}_1 + \dot{x}_g)^2 + \\ &= m_2 L \dot{\theta} \cos\theta (\dot{x}_1 + \dot{x}_g) + \frac{1}{2} m_2 L^2 \dot{\theta}^2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$V = \frac{1}{2} k_1 x_1^2 - m_2 g L \cos\theta, \quad (3)$$

$$L = T - V, \quad (4)$$

$$\delta W = -c_1 \dot{x}_1 \delta x_1 - c_2 L^2 \dot{\theta} \cos^2\theta \delta\theta. \quad (5)$$

将式(2)~式(5)代入式(1),得到单自由度

结构-PTMD 体系的运动方程为

$$\left. \begin{aligned} (m_1 + m_2) \ddot{x}_1 - m_2 L \dot{\theta}^2 \sin\theta + m_2 L \ddot{\theta} \cos\theta + \\ k_1 x_1 + c_1 \dot{x}_1 = -(m_1 + m_2) \ddot{x}_g, \\ m_2 \ddot{x}_1 L \cos\theta + m_2 L^2 \ddot{\theta} + m_2 g L \sin\theta + \\ c_2 L^2 \dot{\theta} \cos^2\theta = -m_2 \ddot{x}_g L \cos\theta. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

## 2 单自由度结构-PTMD 体系考虑非线性项的频响函数

在单自由度结构-PTMD 体系的非线性模型中,由于摆角的存在,无法通过运动方程直接得到频响函数的解析解。已有研究将摆角等效线性化对运动方程进行简化,推导出频响函数,高估了 PTMD 的振动控制性能。在大幅响应下,非线性对结构的影响不可忽略,因此,对摆角部分项进行泰勒展开,忽略高次谐波项,利用慢变参数法<sup>[18-19]</sup>求频响函数的近似解析解。

$\mu, f, \xi_1, \xi_2, \sigma, \tau, \bar{P}_0$  分别表示质量比、频率比、主结构阻尼比、PTMD 阻尼比、激励频率比、无量纲时间以及无量纲激励幅值,  $g$  为重力加速度,取  $9.8 \text{ m/s}^2$ 。

设输入地震简谐激励为  $\ddot{x}_g = P_0 \sin \omega t$ , 并对原方程作如下无量纲化变换,参数定义如表1。

表1 单自由度结构-PTMD 体系的参数定义

Table 1 Parameter definition of single-freedom structure-PTMD system

参数	定义
$\mu = m_2/m_1$	PTMD 质量比
$f = \omega_2/\omega_1$	频率比
$\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$	主结构振动频率
$\omega_2 = \sqrt{g/L}$	PTMD 振动频率
$\xi_1 = c_1/(2m_1\omega_1)$	主结构阻尼比
$\xi_2 = c_2/(2m_2\omega_2)$	PTMD 阻尼比
$\sigma = \omega/\omega_1$	激励频率比
$\tau = \omega_1 t$	无量纲时间
$y = x_1/L$	无量纲响应幅值
$\bar{P}_0 = P_0 f^2/g$	无量纲激励幅值

经变换,运动方程化为以下形式:

$$\left. \begin{aligned} (1 + \mu) \ddot{y} - \mu \dot{\theta}^2 \sin\theta + \mu \ddot{\theta} \cos\theta + y + 2\xi_1 \dot{y} = \\ - (1 + \mu) \bar{P}_0 \sin\sigma \tau, \\ \ddot{y} \cos\theta + \ddot{\theta} + f^2 \sin\theta + 2\xi_2 f \dot{\theta} \cos^2\theta = \\ - \bar{P}_0 \cos\theta \sin\sigma \tau. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

根据泰勒展开式,忽略高次谐波项:  $\sin\theta \approx \theta -$

$\theta^3/6, \cos\theta \approx 1 - \theta^2/2$ , 设解为

$$\left. \begin{aligned} y &= A(\tau) \sin(\sigma\tau - \varphi_1(\tau)), \\ \theta &= B(\tau) \sin(\sigma\tau - \varphi_2(\tau)), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

其中,  $A(\tau)$ 、 $B(\tau)$ 、 $\varphi_1(\tau)$  和  $\varphi_2(\tau)$  均连续, 分别代表主结构的位移稳态响应幅值、PTMD 的摆角稳态响应幅值、主结构的稳态响应相位及 PTMD 的摆角稳态响应相位。基于慢变参数法进行求解时, 假定  $A(\tau)$ 、 $B(\tau)$ 、 $\varphi_1(\tau)$ 、 $\varphi_2(\tau)$  不是关于时间连续的, 而是在一个振动周期内缓慢变化的, 为近似一个周期内的积分均值。

定义  $\varphi_1 = \sigma\tau - \varphi_1$ 、 $\varphi_2 = \sigma\tau - \varphi_2$ , 将其代入计算简化, 推得非线性悬吊结构调谐体系稳态响应的频响方程组为

$$\left. \begin{aligned} 32(1+\mu)\sigma^2 A - (B^4 + 4B^2 - 32)\mu\sigma^2 B \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - 32A &= 32(1+\mu)\bar{P}_0 \cos\varphi_1, \\ (32 - 4B^2 - B^4)\mu\sigma^2 B \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + 64\xi_1 \sigma A - 32(1+\mu)\bar{P}_0 \sin\varphi_1, \\ (8 - 3B^2)\sigma^2 A \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + 8B(\sigma^2 - f^2) + f^2 B^3 &= (8 - 3B^2)\bar{P}_0 \cos\varphi_2, \\ (-32 + 4B^2)\sigma^2 A \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + 64\xi_2 f \sigma B - 16\xi_2 f \sigma B^3 + 3\xi_2 f \sigma B^5 &= (4B^2 - 32)\bar{P}_0 \sin\varphi_2, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

其中,  $A$ 、 $B$ 、 $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$  均为一个振动周期内的积分均值。

由于非线性系统无法得到频响函数的解析解, 结构位移频响函数  $H_1(\omega)$  可由稳态时响应幅值  $X_1$  与激励幅值  $\ddot{X}_g$  来确定<sup>[20]</sup>。

$$H_1(\omega) = \frac{X_1}{\ddot{X}_g}(\omega). \quad (10)$$

利用 Matlab 对不同激励频率下的频响方程组进行求解, 主结构位移的稳态响应幅值为  $A$ , 主结构位移的频响函数为

$$H_1(\sigma) = \frac{A(\sigma)}{\bar{P}_0} = \frac{A(\sigma)P_0 f^2}{g}. \quad (11)$$

对式(6)作变换  $\sin\theta \approx \theta$ 、 $\cos\theta \approx 1$ , 忽略高次项  $\theta^2$ , 推得等效线性模型的频响函数为

$$\left. \begin{aligned} (1+\mu)\sigma^2 A + \mu\sigma^2 B \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - A &= (1+\mu)\bar{P}_0 \cos\varphi_1, \\ \mu\sigma^2 B \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + 2\xi_1 \sigma A &= -(1+\mu)\bar{P}_0 \sin\varphi_1, \\ \sigma^2 A \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + B(\sigma^2 - f^2) &= \bar{P}_0 \cos\varphi_2, \\ -\sigma^2 A \sin(\varphi_2 - \varphi_1) + 2\xi_2 f \sigma B &= -\bar{P}_0 \sin\varphi_2. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

为了验证基于慢变参数法理论推导的频响方程组的正确性, 在同样的初始条件下, 将其所得到

的频响函数与采用数值法所得到的频响函数进行对比, 数值法利用 Newmark- $\beta$  法求解运动方程组, 取主结构不再随时间变化的位移响应幅值与外激励幅值之比作为频响函数, 假定结构自振周期  $T_1$  为 1s, 主结构阻尼比  $\xi_1 = 0.02$ , PTMD 的质量比  $\mu = 0.01$ 。简谐激励幅值  $P_0 = 0.035 \text{ m/s}^2$ , PTMD 的频率比与阻尼比采用 Gerges 等<sup>[7]</sup> 基于  $H_2$  准则推导的地震作用下 PTMD 最优频率比  $f_{opt}$  和阻尼比  $\xi_{opt}$ , 理论公式满足以下关系式:

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1 - \frac{\mu}{2}}}{1 + \mu}, \quad \xi_{opt} = \sqrt{\frac{\mu - \frac{\mu^2}{4}}{4 + 2\mu - 2\mu^2}}. \quad (13)$$

对于线性结构, 时间步长的选取对其频响函数没有影响, 但非线性结构频响函数的结果与时间步长的选取有关, 数值法求解频响函数时, 时间步长分别取  $dt=0.02 \text{ s}$ 、 $0.01 \text{ s}$ 、 $0.005 \text{ s}$ 、 $0.002 \text{ s}$ 、 $0.001 \text{ s}$  和  $0.0005 \text{ s}$ , 对采用数值法得到的频响函数与利用慢变参数法推导得到的频响函数误差  $\gamma$  进行分析。

$$\gamma = \frac{H_{1N}(\sigma) - H_{1T}(\sigma)}{H_{1T}(\sigma)}, \quad (14)$$

其中,  $H_{1N}(\sigma)$ 、 $H_{1T}(\sigma)$  分别表示由数值法和理论得到的频响函数。

以慢变参数法推导的理论频响函数为标准, 对数值法采用不同时间步长所得到的频响函数进行误差分析, 见图 2。

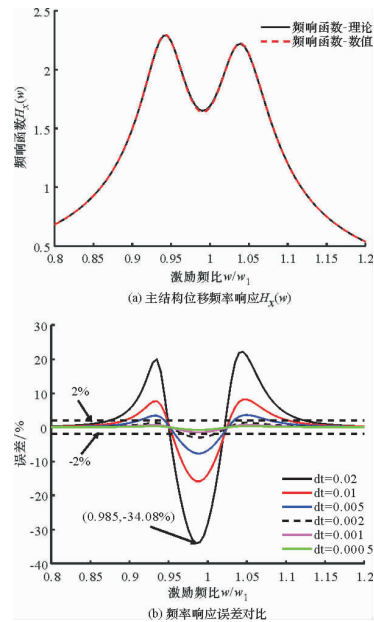


图 2 数值法与理论推导的频响函数对比

Fig. 2 Comparison of frequency response function between numerical method and theoretical derivation

由图2显示,时间步长越小,数值法求解的结果越精确,理论法与数值法求解结果的误差越小。当时间步长  $dt = 0.0005\text{ s}$ ,两种方法得到的频响函数最大误差为  $0.76\%$ ,可见两种方法解得的频响函数拟合度很高,验证了采用 K-B 慢变参数法推导非线性模型频响函数的可行性。

### 3 PTMD 非线性影响规律

为分析在简谐激励下,PTMD 摆角非线性的影响规律,对3种工况下 PTMD 非线性模型与线性模型在相同激励幅值下的结构进行响应分析,工况如表2所示。简谐激励幅值  $P_0$  分别取  $0.01\text{ m/s}^2$ 、 $0.03\text{ m/s}^2$ 、 $0.08\text{ m/s}^2$  和  $0.13\text{ m/s}^2$ 。

表2 不同工况下单自由度结构-PTMD 体系的参数

Table 2 Parameters of PTMD-single degree of freedom structural system under different working conditions

参数	工况1	工况2	工况3
质量比 $\mu$	0.01	0.05	0.10
主结构阻尼比 $\xi_1$	0.02	0.02	0.02
主结构周期 $T_1/\text{s}$	6	6	6
PTMD 参数	Gerges	Gerges	Gerges
	优化参数	优化参数	优化参数
激励幅值	0.01	0.01	0.01
$P_0/(\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$	0.03	0.03	0.03
	0.08	0.08	0.08
	0.13	0.13	0.13

在不同激励幅值下,工况1、2、3分别采用等效线性模型和非线性模型进行频域对比分析,结构频响函数响应如图3所示。

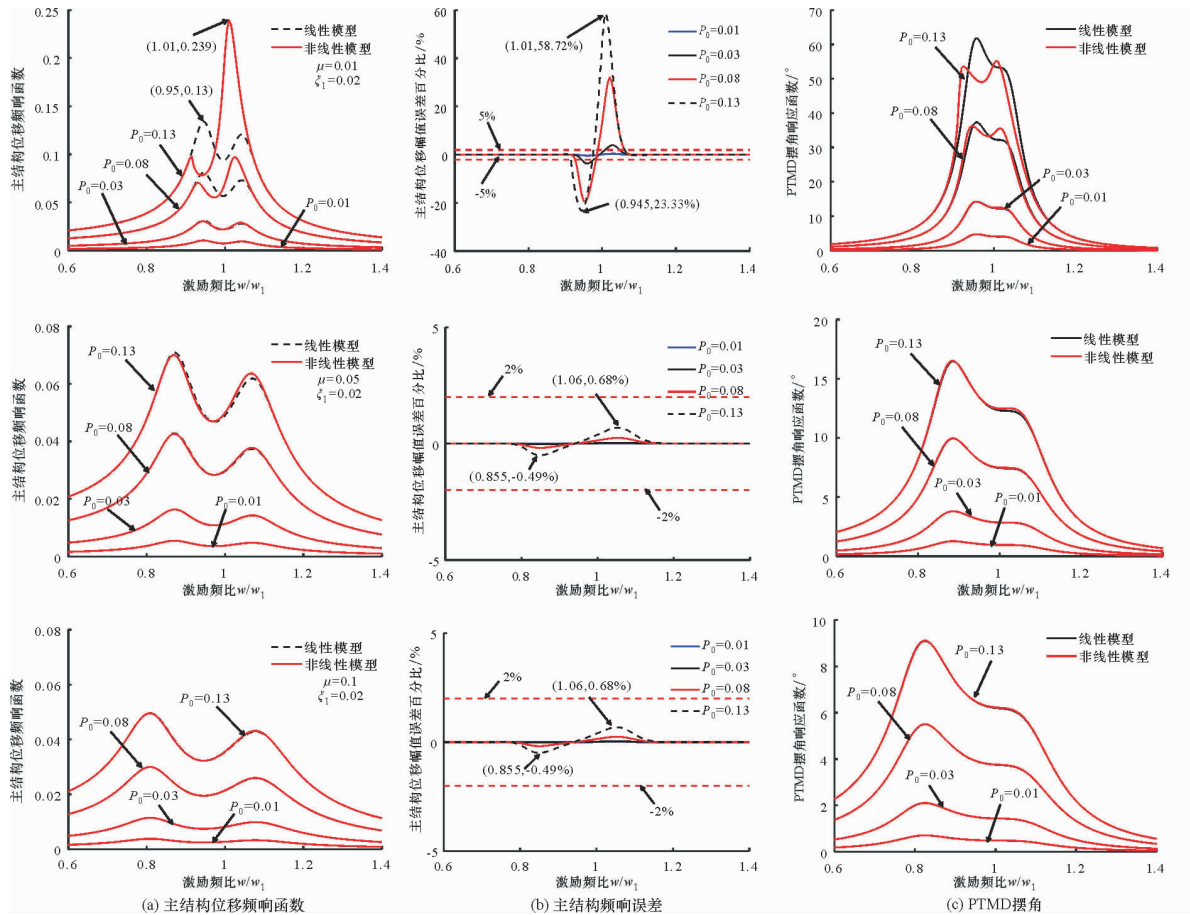


图3 3种工况在不同激励幅值下的响应对比

Fig. 3 Response comparison of three cases under different excitation amplitudes

由图3可知,在激励幅值  $P_0 \leq 0.03$  时,两种模型下的频率响应误差较小,此时可以忽略非线性的影响。随着激励幅值  $P_0$  的增大,PTMD 的摆

角响应峰值增大,非线性效应增大,等效线性模型与非线性模型之间的误差随之增大。工况1随着激励幅值的增大,非线性模型的主结构位移频响

函数的第二个峰值大于第一个峰值。大幅值激励下,非线性模型的响应远大于线性模型,线性模型高估了 PTMD 的减振性能。当激励幅值  $P_0 = 0.13 \text{ m/s}^2$  时,等效线性模型与非线性模型频响函数之间的最大误差达到了 58.72%,远远超过了所能接受的误差范围,认为误差在 5% 以内可以不考虑非线性带来的影响<sup>[12]</sup>。

随着质量比的增大,主结构的位移峰值减小,峰值对应的频率比左移,PTMD 摆角响应峰值减小,两种模型的频响函数误差大幅降低,质量比  $\mu = 0.1$ ,在激励幅值  $P_0 = 0.13 \text{ m/s}^2$  下,两种模型频响函数的最大误差为 0.5%,表明增大质量比可以有效提高 PTMD 的振动控制性能,同时 PTMD 非线性也会减弱。工况 2 与工况 3 在两种模型下频响函数的最大误差分别为 3.04%、0.5%,此时可以不考虑非线性带来的影响。因此,对于小质量比的 PTMD-结构体系研究 PTMD 摆角非线性效应的影响十分必要。

### 4 PTMD 参数 $H_2$ 优化

随着激励幅值的增大,PTMD 摆角非线性增强,在进行 PTMD 设计时需要考虑摆角非线性,以此对工况 1 进行参数优化设计,采用数值搜索法对 PTMD 非线性模型基于  $H_2$  准则对 PTMD 的设计参数进行优化。不同激励幅值下 PTMD 的最优参数如表 3 所示。

表 3 工况 1 不同激励幅值下的优化参数

Table 3 Optimization parameters under different excitation amplitudes in working condition 1

优化方法	激励幅值 $P_0$ $/(m \cdot s^{-2})$	最优频率比 $f_{opt}$	最优阻尼比 $\xi_{opt}$
Gerges 优化	0.010 0	0.987 6	0.049 8
	0.030 0	0.987 6	0.049 8
	0.078 6	0.987 6	0.049 8
	0.130 0	0.987 6	0.049 8
$H_2$ 优化	0.010 0	0.982 4	0.049 8
	0.030 0	0.986 4	0.050 2
	0.078 6	1.000 0	0.059 6
	0.130 0	1.000 0	0.101 4

表 3 中,Gerges 优化采用 PTMD 等效线性模型,不考虑主结构阻尼,基于  $H_2$  准则对 PTMD 进行优化设计,推得最优参数理论公式(13)。该优

化方法与本文的  $H_2$  优化的目标函数一致。

$H_2$  优化具体流程如图 4 所示。

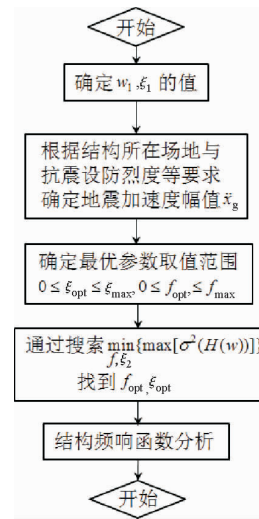
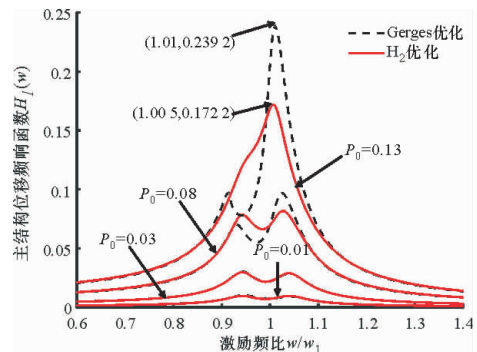


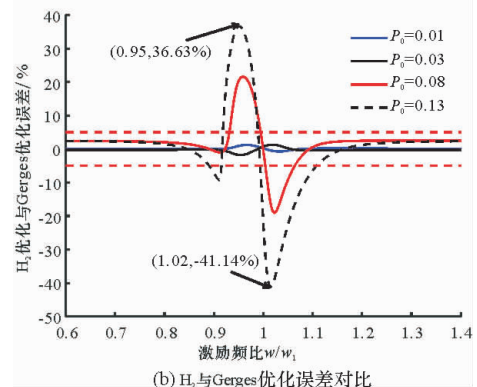
图 4  $H_2$  优化流程方法图

Fig. 4  $H_2$  Optimization process method diagram

工况 1 分别采用  $H_2$  优化参数与 Gerges 优化参数在不同激励幅值下的频率响应对比,如图 5 所示。



(a) 不同优化参数下的主结构位移振幅



(b)  $H_2$  与 Gerges 优化误差对比

图 5 工况 1 在不同激励幅值下两种优化方法的频响函数对比

Fig. 5 Comparison of frequency response functions of two optimization methods under different excitation amplitudes in working condition 1

从频响对比图 5 中可以看出,随着外激励幅值的增大,两种优化方法下的结构位移响应的差别越来越大。在主结构位移频响图中, $P_0 = 0.13 \text{ m/s}^2$  时, $H_2$  优化的位移峰值比 Gerges 优化减小了 41.14%。值得注意的是,在小激励幅值下,两种优化方法的位移频响函数差别也较大。原因是 Gerges 优化假设主结构阻尼为 0,没有考虑结构本身的抗震性能,得到的 PTMD 的最优参数偏高,而  $H_2$  优化考虑了结构自身的阻尼,在小激励幅值下,非线性的影响很小,因此,得到的最优参数比 Gerges 最优参数小。为了验证这一点,在小激励幅值作用下,将  $\mu = 0.02, \xi_1 = 0$  采用  $H_2$  优化方法对 PTMD 参数进行优化,并与 Gerges 优化进行对比。图 6 表明,在小激励幅值下,均不考虑主结构阻尼时,非线性的影响很小, $H_2$  优化与 Gerges 优化的频响函数误差小于 5%。

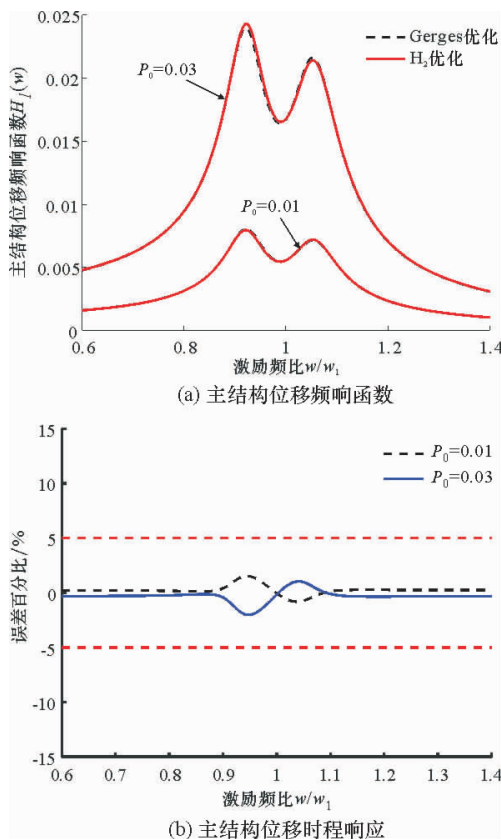


图 6 小激励幅值下 Gerges 优化与  $H_2$  优化主结构频响函数对比

Fig. 6 Difference of frequency response function of main structure between Gerges optimization and  $H_2$  optimization under small excitation amplitude

## 5 数值算例

为验证非线性模型下 PTMD 优化设计参数的有效性,以某超高层结构作为工程算例,进行时程仿真分析,结构总高度为 394.8 m,考虑结构第一阶振型用于 PTMD 参数优化及减振效果分析。结构第一阶模态质量为 198 176.3 t,第一阶自振周期为 5.66 s,结构阻尼比为 1.5%,受到结构空间限制,PTMD 的质量比为 2%。结构所在地区抗震设防烈度为 8(0.2 g)度。本文在简谐激励作用下,基于  $H_2$  与  $H_\infty$  准则对该超高层结构考虑非线性因素时结构体系中的 PTMD 进行了参数优化,将优化结果与 Gerges 优化分别在简谐激励与 El Centro 经典地震记录下进行时程响应对比分析。

### 5.1 简谐激励下的时程响应分析

选正弦激励作为输入激励,激励幅值  $P_0 = 0.2 \text{ m/s}^2$ ,两种优化方法的最优参数如表 4。

表 4 超高层结构 PTMD 的优化参数

Table 4 Optimization parameters of PTMD of super tall structure

优化方法	$H_2$ 优化	Gerges 优化
最优频率比 $f_{opt}$	1.00	0.975 5
最优阻尼比 $\xi_{opt}$	0.13	0.070 2

在应用 Matlab 进行数值仿真时,选用实际结构考虑非线性因素的单自由度结构-PTMD 体系运动方程式(6),PTMD 参数分别选用  $H_2$  优化与 Gerges 优化得到的最优参数,对结构体系进行时程响应计算时采用 Newmark- $\beta$  法。从时程响应图 7 中发现,Gerges 优化的主结构位移峰值、主结构加速度峰值分别比无控结构减小了 26.76% 和 30.23%。 $H_2$  优化的主结构位移峰值、主结构加速度峰值分别比无控结构减小了 61.61% 及 60.71%。与 Gerges 优化相比,考虑非线性  $H_2$  优化的主结构位移峰值、主结构加速度峰值分别减小了 47.59% 和 43.69%,PTMD 摆角峰值减小了 23.4%。考虑非线性的  $H_2$  优化比 Gerges 优化有更好的振动控制性能,并且能在更小的摆角范围内提供更好的位移控制效果。表明在大幅响应下考虑非线性因素对 PTMD 进行参数优化设计能有效降低结构位移响应,从而提高 PTMD 的振动控制性能。

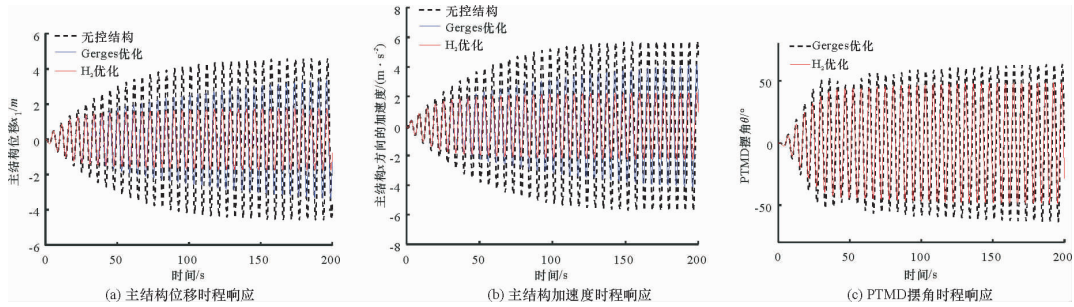


图 7 简谐激励下结构-PTMD 时程响应

Fig. 7 Time history response of PTMD-structure under harmonic excitation

## 5.2 实际地震激励下的时程响应分析

为了验证非线性模型下优化方法在实际地震作用下对提高 PTMD 振动控制性能的有效性,将 El Centro (EW, 1940) 经典地震记录作为地震输入, El Centro (EW, 1940) 经典地震记录持续时间 53 s, 地震记录幅值为  $1.1 \text{ m/s}^2$  和  $3 \text{ m/s}^2$ , 分别表示多遇地震与设防地震。选用实际结构考虑非线性因素的单自由度结构-PTMD 体系的运动方程式 (1), PTMD 参数分别选用  $H_2$  优化得到的最优参数与 Gerges 优化得到的最优参数, 对结构体系进行时程响应对比分析。

$$\text{减震率} = 1 - \frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2}, i = 1, 2, \quad (15)$$

其中,  $\sigma_0^2, \sigma_1^2, \sigma_2^2$ , 分别表示无控结构、Gerges 优化

结构及  $H_2$  优化结构位移时程响应的方差。

从时程响应图 8 及图 9 中可以看出, 3 种优化参数的 PTMD 在多遇地震、设防地震下均有较好的减震性能。多遇地震下, Gerges 优化的减震率为 63.19%, 而  $H_2$  优化的减震率为 68.76%,  $H_2$  优化的摆角峰值比 Gerges 优化的减小了 11.13%。设防地震下, Gerges 优化的减震率为 59.14%,  $H_2$  优化的减震率为 67.07%,  $H_2$  优化的摆角峰值比 Gerges 优化的减小了 10.10%。 $H_2$  优化在地震激励下表现出比 Gerges 优化更好的减震效果, 地震激励幅值越大, 这种优势表现得更加明显。从滞回曲线中可以看出,  $H_2$  优化参数下的 PTMD 以更小的水平位移提供更大的阻尼力。 $H_2$  优化下主结构阻尼耗能更小, 为结构提供了更高的安全冗余度。

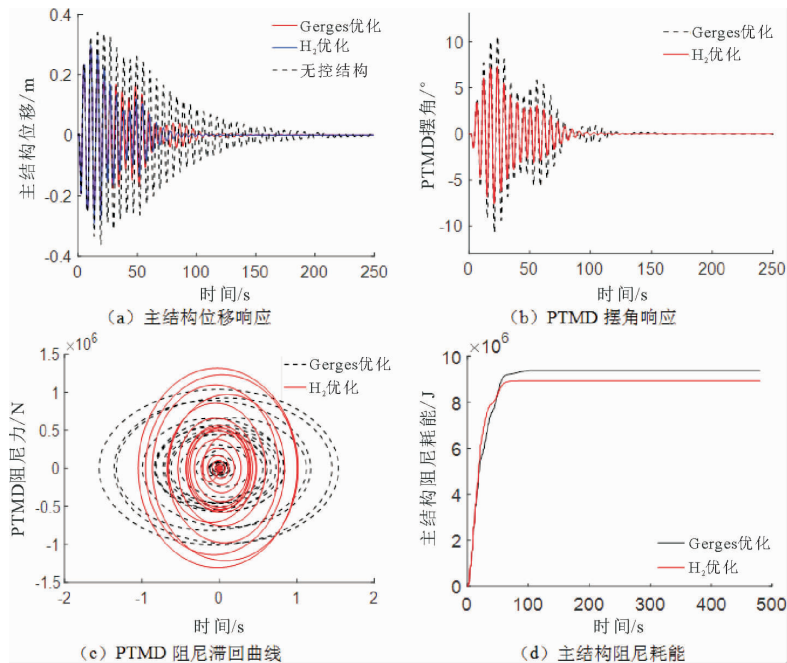


图 8 多遇地震下 PTMD-结构体系时程响应

Fig. 8 Time history response of PTMD-structure in frequent earthquake

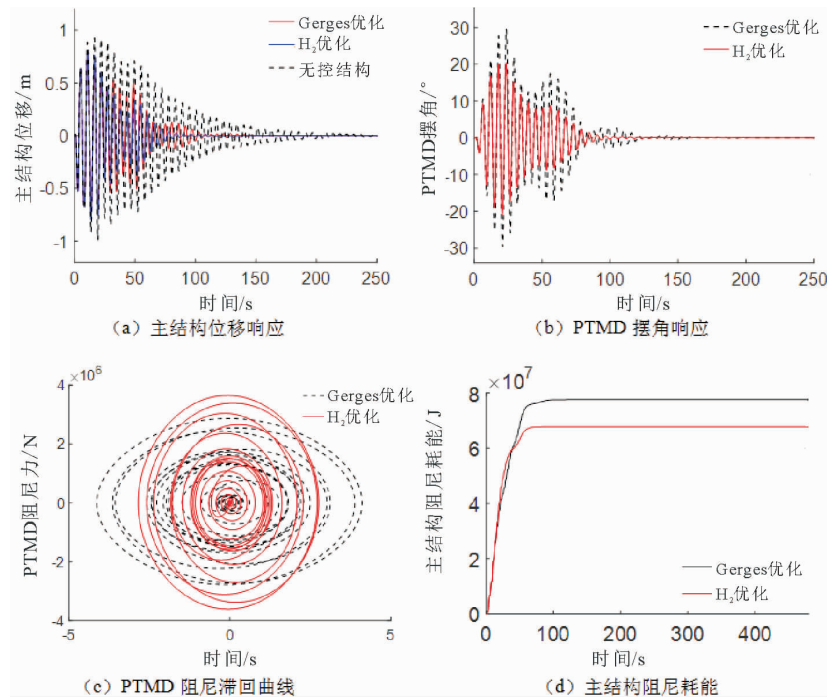


图9 设防地震下 PTMD-结构体系时程响应

Fig. 9 Time history response of PTMD-structure in seismic fortification

## 6 结论

(1)在大幅响应下,PTMD表现出非线性,因此,考虑非线性因素建立单自由度结构-PTMD体系理论模型,采用慢变参数法推导了考虑摆角高次非线性的频响函数,用数值法对其进行验证,结果表明,两种方法计算得出的频响函数的误差范围小于0.76%。

(2)对比PTMD非线性模型与等效线性模型在不同激励幅值下的结构响应,发现激励幅值越大,PTMD摆角非线性效应越强,两种模型频率响应差别越大。工况1在激励幅值为0.13时,误差高达58%。因此,在大幅响应下,PTMD摆角非线性

对PTMD振动控制性能的影响不可忽略。增大质量比,可以减小非线性效应。

(3)H<sub>2</sub>优化下PTMD振动控制性能高于Gerges优化,激励幅值越大,优势越明显。质量比 $\mu = 0.01$ ,  $P_0 = 0.13 \text{ m/s}^2$ 时,H<sub>2</sub>优化的位移峰值比Gerges优化的减小了41.14%。在大幅值响应下,考虑PTMD摆角非线性对PTMD进行参数优化能有效减小主结构位移峰值,并提高PTMD的减震性能。对在不同优化参数下的某超高层办公楼进行了数值模拟,结果表明,简谐激励下,H<sub>2</sub>优化下主结构位移峰值比Gerges优化的减小了47.59%,两条地震波下H<sub>2</sub>优化的减震率比Gerges优化的高出5%~8%,位移能够更快地减小并稳定下来。

## 参考文献:

- [1] Sun C, Jahangiri V, Sun H. Adaptive bidirectional dynamic response control of offshore wind turbines with time-varying structural properties[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2021, doi:10.1002/stc.2817.
- [2] 吕江,汪正兴,李东超,等. 新型摆式调谐质量阻尼器在桥梁工程上的应用[J]. 交通科技, 2017(1):67-69.
- [3] Wang W X, Yang Z L, Hua X G, et al. Evaluation of a pendulum pounding tuned mass damper for seismic control of structures[J]. Engineering Structures, 2021, 228:111554.
- [4] Christie M D, Sun S S, Deng L, et al. The variable resonance magnetorheological pendulum tuned mass damper: Mathematical modelling and seismic experimental studies[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2020, 31(2):263-276.

- [5] Qiu Y J, Jiang S. Suppression of low-frequency vibration for rotor-bearing system of flywheel energy storage system[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 121:496-508.
- [6] Xiang P, Nishitani A. Structural vibration control with the implementation of a pendulum-type nontraditional tuned mass damper system[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23(19):3128-3146.
- [7] Gerges R R, Vickery B J. Optimum design of pendulum-type tuned mass dampers[J]. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, 2005, 14(4):353-368.
- [8] Roffel A J, Narasimhan S, Haskett T. Performance of pendulum tuned mass dampers in reducing the responses of flexible structures[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2013, 139(12):04013019.
- [9] Zhang J J. Locally exact discretization method for nonlinear oscillation systems[J]. *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, 2019, 38(3/4):1567-1575.
- [10] Sharif-Bakhtiar M, Shaw S W. Effects of nonlinearities and damping on the dynamic response of a centrifugal pendulum vibration absorber[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1992, 114(3):305-311.
- [11] Brzeski P, Perlikowski P, Kapitaniak T. Numerical optimization of tuned mass absorbers attached to strongly nonlinear duffing oscillator[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, 19(1):298-310.
- [12] Xu K, Hua X, Lacarbonara W, et al. Exploration of the nonlinear effect of pendulum tuned mass dampers on vibration control[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2021, 147(8):04021047.
- [13] Viet L D, Nghi N B. On a nonlinear single-mass two-frequency pendulum tuned mass damper to reduce horizontal vibration[J]. *Engineering Structures*, 2014, 81:175-180.
- [14] Colherinhas G B, de Morais M G, Shzu M A M, et al. Optimal pendulum tuned mass damper design applied to high towers using genetic algorithms: Two DOF modelling[J]. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 2019, 19(10):1950125.
- [15] García V J, Duque E P, Inaudi J A, et al. Pendulum tuned mass damper: Optimization and performance assessment in structures with elastoplastic behavior[J]. *Heliyon*, 2021, 7(6):e07221.
- [16] 孙毅, 李芦钰. 高阶非线性刚度的调谐质量阻尼器控制性能分析[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(6):1215-1222.
- [17] Li L, Du Y. An innovative design method for nonlinear tuned mass damper[J]. *Structural Monitoring and Maintenance*, 2018, 5(2):261-272.
- [18] 白鸿柏, 张培林, 黄协清. 干摩擦振动系统随机激励响应的 Krylov-Bogoliubov 计算方法[J]. *振动与冲击*, 2000, 19(2):83-85.
- [19] 白鸿柏, 黄协清. 干摩擦振动系统响应计算方法研究[J]. *振动工程学报*, 1998, 11(4):472-476.
- [20] Lai Y A, Yang C, Lien K H, et al. Suspension-type tuned mass dampers with varying pendulum length to dissipate energy[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2016, 23(10):1218-1236.

【责任编辑:孙向荣】