

三阶三次幂非线性混沌电路的 自适应反馈控制和 H_∞ 控制

付景超, 杨 阳

(东北电力大学 理学院, 吉林 吉林 132012)

摘要: 针对三阶三次幂非线性混沌电路, 研究其控制问题. 首先, 给出系统的 Lyapunov 指数和混沌吸引子, 验证系统存在复杂的混沌现象; 其次, 用自适应反馈控制方法和 H_∞ 状态反馈控制方法, 设计参数已知和参数未知的自适应反馈控制器以及 H_∞ 状态反馈控制器, 将混沌系统状态稳定到平衡点上; 最后, 通过 MATLAB 软件进行数值仿真验证控制器的有效性, 并对两种控制器的控制效果进行比较.

关键词: 三次幂非线性混沌电路; 自适应反馈控制; H_∞ 状态反馈控制; Lyapunov 指数

中图分类号: O415.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2024)03-0713-08

Adaptive Feedback Control and H_∞ Control of Third-Order Third-Power Nonlinear Chaotic Circuits

FU Jingchao, YANG Yang

(College of Science, Northeast Electric Power University, Jilin 132012, Jilin Province, China)

Abstract: We studied the control problem of third-order third-power nonlinear chaotic circuits. Firstly, we gave the Lyapunov exponent and chaotic attractor of the system to verify the existence of complex chaos in the system. Secondly, using adaptive feedback control method and H_∞ state feedback control method, we designed the adaptive feedback controller with known and unknown parameters and H_∞ state feedback controller to stabilize the chaotic system state to the equilibrium point. Finally, the effectiveness of the controller was verified through numerical simulation by using MATLAB software, and the control effect of the two controllers was compared.

Keywords: third-power nonlinear chaotic circuit; adaptive feedback control; H_∞ state feedback control; Lyapunov exponent

自蔡氏电路提出以来, 其丰富的动力学行为已引起混沌科学研究人员的广泛关注^[1-2]. 为深化研究并扩展其应用, 研究人员在蔡氏电路的基础上进行了改进, 通过改变电路结构、增添控制元件或调整非线性元件的特性, 成功设计了一系列改良型的蔡氏电路^[3-6]. 文献[7]通过引入三次方模块替代原有的分段线性二极管, 虽然未显著改变系统的动力学特性, 但为后续研究提供了新思路; 文献[8]设

收稿日期: 2023-06-16.

第一作者简介: 付景超(1977—), 男, 汉族, 博士, 副教授, 从事非线性动力系统分析和控制的研究, E-mail: neufujingchao@126.com.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 12101112).

计了一个全新的三次多项式蔡氏电路方程,并分析了该方程所展现的混沌动力学特性;文献[9]提出了三类三次幂型函数,并设计了三类更易于实际电路搭建的蔡氏电路;文献[10]通过用三次幂型电路替换蔡氏电路中的三折线非线性拓扑关系,成功构建了一种三阶三次幂非线性混沌电路,为混沌电路的研究和应用开辟了新方向.

由于非线性电路系统中的混沌现象存在在某些情况下可导致系统不稳定,并降低电压转化效率等问题,因此,需抑制和消除电路中的混沌现象.自 OGY(Ott-Grelogi-Yorke)方法^[11]提出以来,混沌控制领域的研究取得了显著进展,提出了较多控制方法^[12-13].为有效抑制和消除电路中的混沌现象,文献[14]采用时滞反馈控制器实现了超混沌电路的混沌镇定控制;文献[15]设计了鲁棒自适应滑模控制器,将不确定忆阻蔡氏电路系统稳定至平衡点;文献[16]利用脉冲控制技术实现了忆阻混沌电路的镇定与同步;文献[17]基于滑模控制理论,采用基于滑模的高频鲁棒控制方法和高增益鲁棒控制方法设计控制器,并对三维 Coulet 系统进行控制;文献[18]设计了 4 种滑模面和控制器,实现了分数阶大气混沌系统的滑模同步控制.混沌电路的控制方法较多,在保密通信、生物医学、电动力学和信号处理等领域应用广泛^[19-21].

本文针对文献[10]提出的三阶三次幂非线性混沌电路,应用自适应反馈控制方法和 H_∞ 状态反馈控制方法设计控制器,将系统的混沌状态稳定至平衡点.通过仿真实验,验证设计控制器的有效性,为混沌电路的控制提供了新的解决方案.

1 三阶三次幂非线性混沌电路

三阶三次幂非线性混沌电路数学模型^[10]为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_2 + bx_1 - cx_1^3, \\ \dot{x}_2 = 8.2x_1 - x_2 + dx_3, \\ \dot{x}_3 = -ex_2, \end{cases} \quad (1)$$

其中 x_1, x_2, x_3 为状态变量.

当参数

$$a=1.57, \quad b=1.8, \quad c=0.74, \quad d=9.1, \quad e=2.33$$

时,系统的 3 个平衡点分别为

$$o(0,0,0), \quad P_1(1.559,0,-1.405), \quad P_2(-1.559,0,1.405).$$

经计算,系统(1)的 3 个 Lyapunov 指数分别为

$$LE_1=0.799\ 09, \quad LE_2=-0.114\ 19, \quad LE_3=-0.114\ 90,$$

其 Lyapunov 指数随时间变化曲线如图 1 所示.由图 1 可见,系统有混沌现象产生.系统(1)的混沌吸引子如图 2 所示.

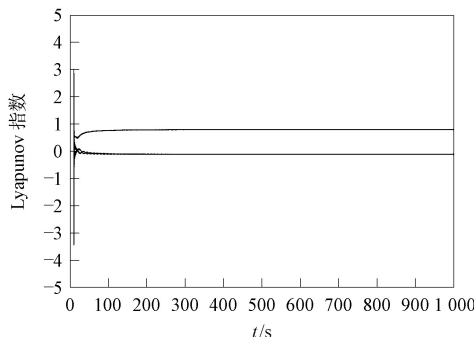


图 1 三阶三次幂非线性混沌系统 Lyapunov 指数

Fig. 1 Lyapunov exponent of third-order third-power nonlinear chaotic system

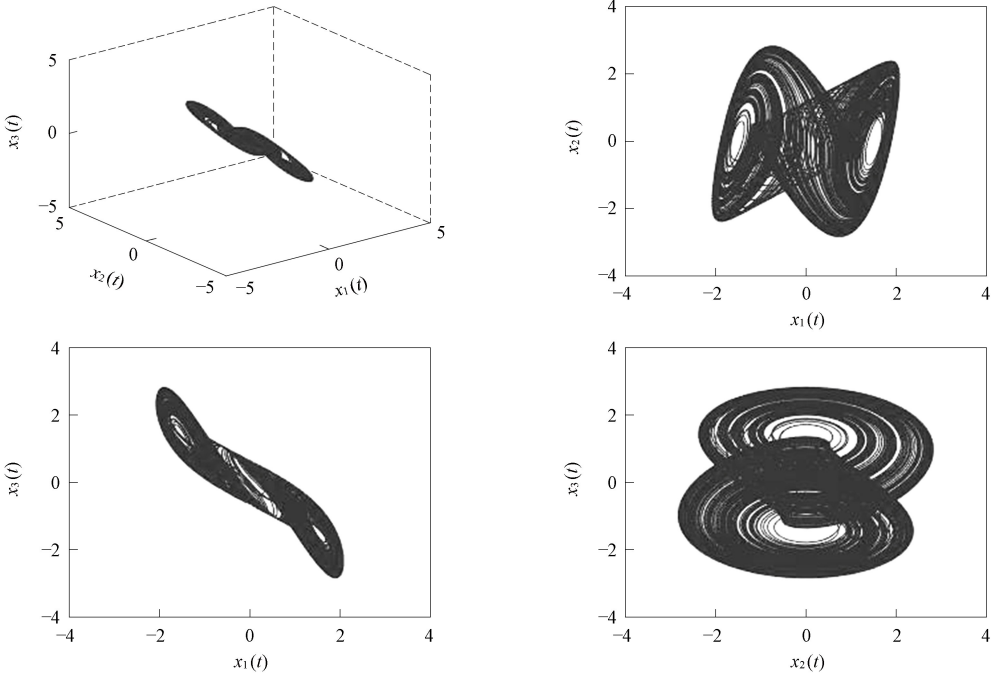


图 2 三阶三次幂非线性混沌系统混沌吸引子

Fig. 2 Chaotic attractor of third-order third-power nonlinear chaotic system

2 三阶三次幂非线性混沌系统的自适应反馈控制

2.1 参数已知的自适应反馈控制器设计

当参数 a, b, c, d, e 固定时, 在三阶三次幂非线性混沌系统(1)上添加控制器 $U = (u_1, u_2, u_3)^T$, 得到受控系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_2 + bx_1 - cx_1^3 + u_1, \\ \dot{x}_2 = 8.2x_1 - x_2 + dx_3 + u_2, \\ \dot{x}_3 = -ex_2 + u_3. \end{cases} \quad (2)$$

设系统控制目标为 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$, 其中 $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = c_1e_1, \alpha_3 = c_2e_2$, 定义误差信号 $e_1 = x_1 - \alpha_1, e_2 = x_2 - \alpha_2, e_3 = x_3 - \alpha_3$, 将误差信号代入受控系统(2)中, 可得误差控制系统

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a(e_2 + c_1e_1) + be_1 - ce_1^3 + u_1, \\ \dot{e}_2 = 8.2e_1 - (e_2 + c_1e_1) + d(e_3 + c_2e_2) - c_1\dot{e}_1 + u_2, \\ \dot{e}_3 = -e(e_2 + c_1e_1) - c_2\dot{e}_2 + u_3. \end{cases} \quad (3)$$

若 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2)^2,$$

则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = e_1 \cdot \dot{e}_1 + e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3 = & e_1[a(e_2 + c_1e_1) + be_1 - ce_1^3 + u_1] + \\ & e_2[8.2e_1 - (e_2 + c_1e_1) + d(e_3 + c_2e_2) - c_1\dot{e}_1 + u_2] + \\ & e_3[-e(e_2 + c_1e_1) - c_2\dot{e}_2 + u_3]. \end{aligned}$$

令

$$u_1 = -k_1e_1 - a(e_2 + c_1e_1) - be_1 + ce_1^3 = -k_1x_1 - ax_2 - bx_1 + cx_1^3, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} u_2 = & -k_2e_2 - d(e_3 + c_2e_2) + (e_2 + c_1e_1) - 8.2e_1 + c_1\dot{e}_1 = \\ & -k_2(x_2 - c_1x_1) - dx_3 + x_2 - 8.2x_1, \end{aligned} \quad (5)$$

$$u_3 = -k_3e_3 + e(e_2 + c_1e_1) + c_2\dot{e}_2 = -k_3(x_3 - c_2x_2 + c_1c_2x_1) + ex_2, \quad (6)$$

则有 $\dot{V} = -k_1e_1^2 - k_2e_2^2 - k_3e_3^2 < 0$, 其中 $k_1, k_2, k_3 > 0$ 是为保证 $\dot{V} < 0$ 引入的参数. 此时, 误差系统(3)是

渐近稳定的,所以受控系统(2)也是渐近稳定的.

定理 1^[22] 对于受控系统(2),当施加控制器(4)~(6)时,受控系统稳定到平衡点 $o(0,0,0)$.

2.2 参数已知的自适应反馈控制器的数值仿真

当参数取值 $a=1.57, b=1.8, c=0.74, d=9.1, e=2.33$ 时,对式(2)施加自适应反馈控制器(4)~(6),不妨取 $c_1=c_2=1, k_1=k_2=k_3=1$,受控系统时域波形如图 3 所示.由图 3 可见,受控系统(2)渐近稳定到原点 $o(0,0,0)$.

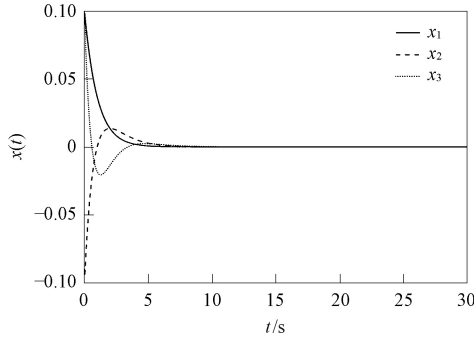


图 3 参数已知受控系统(2)的时域波形

Fig. 3 Time domain waveform of controlled system (2) with known parameters

2.3 参数未知的自适应反馈控制器设计

当参数 a, b, c, d, e 未知时,在三阶三次幂非线性混沌系统(1)上添加控制器 $U=(u_1, u_2, u_3)^T$,得到受控系统(2).设系统控制目标为 $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$,其中 $\alpha_1=0, \alpha_2=c_1 e_1, \alpha_3=c_2 e_2$,定义误差信号 $e_1=x_1-\alpha_1, e_2=x_2-\alpha_2, e_3=x_2-\alpha_3$,将误差信号代入受控系统(7)中,可得误差控制系统(3).

若 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2) + \frac{1}{2\gamma_1}(a - a_1)^2 + \frac{1}{2\gamma_2}(b - b_1)^2 + \frac{1}{2\gamma_3}(c - p_1)^2 + \frac{1}{2\gamma_4}(d - q_1)^2 + \frac{1}{2\gamma_5}(e - m_1)^2,$$

其中 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5 > 0$ 为自适应增益系数, a_1, b_1, p_1, q_1, m_1 分别为 a, b, c, d, e 的参数估计,则有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & e_1 \cdot \dot{e}_1 + e_2 \cdot \dot{e}_2 + e_3 \cdot \dot{e}_3 - \frac{1}{\gamma_1}(a - a_1) \cdot \dot{a}_1 - \frac{1}{\gamma_2}(b - b_1) \cdot \dot{b}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_3}(c - p_1) \cdot \dot{p}_1 - \frac{1}{\gamma_4}(d - q_1) \cdot \dot{q}_1 - \frac{1}{\gamma_5}(e - m_1) \cdot \dot{m}_1 = \\ & e_1 [(a - a_1)(e_2 + c_1 e_1) + (b - b_1)e_1 - (c - p_1)e_1^3 - k_1 e_1 + \\ & k_1 e_1 + a_1(e_2 + c_1 e_1) + b_1 e_1 - p_1 e_1^3 + u_1] + \\ & e_2 [8.2e_1 - (e_2 + c_1 e_1) + (d - q_1)(e_3 + c_2 e_2) - \\ & k_2 e_2 + k_2 e_2 + q_1(e_3 + c_2 e_2) - c_1 \dot{e}_1 + u_2] + \\ & e_3 [- (e - m_1)(e_2 + c_1 e_1) - k_3 e_3 + k_3 e_3 - m_1(e_2 + c_1 e_1) - c_2 \dot{e}_2 + u_3] - \\ & \frac{1}{\gamma_1}(a - a_1) \cdot \dot{a}_1 - \frac{1}{\gamma_2}(b - b_1) \cdot \dot{b}_1 - \\ & \frac{1}{\gamma_3}(c - p_1) \cdot \dot{p}_1 - \frac{1}{\gamma_4}(d - q_1) \cdot \dot{q}_1 - \frac{1}{\gamma_5}(e - m_1) \cdot \dot{m}_1. \end{aligned}$$

令

$$u_1 = -k_1 e_1 - a_1(e_2 + c_1 e_1) - b_1 e_1 + p_1 e_1^3 = -k_1 x_1 - a_1 x_2 - b_1 x_1 + p_1 x_1^3, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} u_2 = & -k_2 e_2 - q_1(e_3 + c_2 e_2) + (e_2 + c_1 e_1) - 8.2e_1 + c_1 \dot{e}_1 = \\ & -k_2(x_2 - c_1 x_1) - q_1 x_3 + x_2 - 8.2x_1, \end{aligned} \quad (8)$$

$$u_3 = -k_3 e_3 + m_1(e_2 + c_1 e_1) + c_2 \dot{e}_2 = -k_3(x_3 - c_2 x_2 + c_1 c_2 x_1) + m_1 x_2. \quad (9)$$

当满足如下参数自适应控制律时:

$$\begin{aligned}
\dot{a}_1 &= \gamma_1 e_1 (e_2 + c_1 e_1) = \gamma_1 x_1 x_2, \\
\dot{b}_1 &= \gamma_1 e_1 \cdot e_1 = \gamma_1 x_1^2, \\
\dot{p}_1 &= -\gamma_3 e_1 \cdot e_1^3 = -\gamma_3 x_1^4, \\
\dot{q}_1 &= \gamma_4 e_2 (e_3 + c_2 e_2) = \gamma_4 x_3 (x_2 - c_1 x_1), \\
\dot{m}_1 &= -\gamma_5 e_3 (e_2 + c_1 e_1) = -\gamma_5 x_2 (x_3 - c_2 x_2 + c_1 c_2 x_1),
\end{aligned} \tag{10}$$

则有 $\dot{V} = -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 < 0$, 其中 $k_1, k_2, k_3 > 0$ 是为保证 $\dot{V} < 0$ 引入的参数. 此时, 误差系统(3)是渐近稳定的, 所以受控系统(2)也是渐近稳定的.

定理 2^[23] 对于受控系统(2), 当施加控制器(7)~(10)时, 受控系统稳定到平衡点 $o(0, 0, 0)$.

2.4 参数未知的自适应反馈控制器的数值仿真

设未知参数 a, b, c, d, e 的估计值为 a_1, b_1, p_1, q_1, m_1 , 对式(2)施加控制(7)~(10), 取 $c_1 = c_2 = 1$, $k_1 = 0.2, k_2 = 1, k_3 = 0.2, \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = \gamma_5 = 0.2$, 受控系统时域波形如图 4 所示. 由图 4 可见, 受控系统(2)渐近稳定到原点 $o(0, 0, 0)$. 参数 a, b, c, d, e 的估计值 a_1, b_1, p_1, q_1, m_1 随时间变化如图 5 所示. 由图 5 可见, 自适应反馈控制能很好地辨识系统参数.

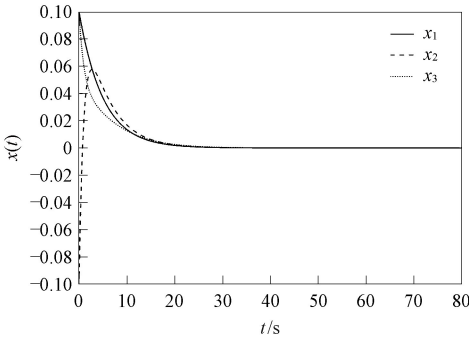


图 4 参数未知受控系统(2)的时域波形
Fig. 4 Time domain waveform of controlled system (2) with unknown parameters

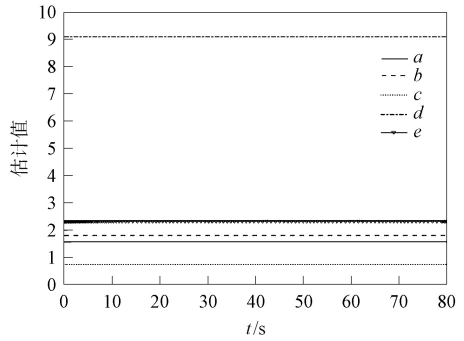


图 5 参数未知受控系统(2)的参数估计
Fig. 5 Parameter estimation of controlled system (2) with unknown parameters

3 三阶三次幂非线性混沌电路的 H_∞ 状态反馈控制

3.1 H_∞ 状态反馈控制器设计

在三阶三次幂非线性混沌系统(1)上添加控制器, 得到受控系统

$$\begin{cases}
\dot{x}_1 = ax_2 + bx_1 - cx_1^3 + \omega_1 + u, \\
\dot{x}_2 = 8.2x_1 - x_2 + dx_3 + \omega_2, \\
\dot{x}_3 = -ex_2 + \omega_3, \\
y = h(x) = x_3,
\end{cases} \tag{11}$$

其中 $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 为外部扰动变量, a, b, c, d, e 为实参数, u 为控制器. 不失一般性, 设计一个 H_∞ 状态反馈控制器

$$\begin{cases}
\dot{y} = \dot{h}(x) = \dot{x}_3 = -ex_2 + \omega_3, \\
\ddot{y} = -e\dot{x}_2 = -e(8.2x_1 - x_2 + dx_3 + \omega_2), \\
\ddot{\ddot{y}} = -e(8.2\dot{x}_1 - \dot{x}_2 + \dot{d}\dot{x}_3) = -e[-8.2cx_1^3 + 8.2(b-1)x_1 + \\
(8.2 + 1 - de)x_2 - dx_3 + 8.2\omega_1 - \omega_2 + d\omega_3 + 8.2u],
\end{cases} \tag{12}$$

将系统(1)控制到系统原点 $o(0, 0, 0)$ 上, 将式(12)转化为

$$\begin{cases}
\dot{x} = f(x) + g_1(x)\omega + g_2(x)u, \\
y = h(x),
\end{cases}$$

则

$$\mathbf{f}(x) = \begin{pmatrix} ax_2 + bx_1 - cx_1^3 \\ 8.2x_1 - x_2 + dx_3 \\ -ex_2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_1(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}_2(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

经计算可得:

$$L_f h(x) = -ex_2, \quad L_f^2 h(x) = L_f(L_f h(x)) = -e(8.2x_1 - x_2 + dx_3),$$

$$L_f^3 h(x) = L_f(L_f^2 h(x)) = -8.2cx_1^3 + 8.2(b-1)x_1 + (8.2+1-de)x_2 - dx_3,$$

$$L_{g_2} h(x) = 0, \quad L_{g_2} L_f h(x) = L_{g_2}(L_f h(x)) = 0, \quad L_{g_2} L_f^2 h(x) = L_{g_2}(L_f^2 h(x)) = -8.2e \neq 0.$$

由此可知系统的相对阶为 3, 可用非线性状态反馈控制器

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v$$

表示, 其中

$$\alpha(x) = -\frac{L_f^3 h(x)}{L_{g_2} L_f^2 h(x)} = -\frac{-8.2cx_1^3 + 8.2(b-1)x_1 + (8.2+1-de)x_2 - dx_3}{-8.2e} =$$

$$x_1^3 - (b-1)x_1 - \frac{(8.2+1-de)x_2 - dx_3}{8.2},$$

$$\beta(x) = \frac{1}{L_{g_2} L_f^2 h(x)} = -\frac{1}{8.2e},$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{T}(x) = (z_1 \quad z_2 \quad z_3)^T = (h(x) \quad L_f h(x) \quad L_f^2 h(x))^T = \begin{pmatrix} x_3 \\ -ex_2 \\ -e(8.2x_1 - x_2 + dx_3) \end{pmatrix},$$

$$\bar{\boldsymbol{\omega}} = \frac{\partial \mathbf{T}(x)}{\partial x} \mathbf{g}_1(x) \boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -e & 0 \\ -8.2e & e & -de \end{pmatrix} \boldsymbol{\omega}.$$

设系统的 L_2 增益 $\eta=2$, 代入 Riccati 矩阵方程

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \eta^{-2} \mathbf{P} \mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B}_2 \mathbf{B}_2^T \mathbf{P} + \mathbf{C}^T \mathbf{C} = 0,$$

其中

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = (1 \quad 0 \quad 0).$$

利用 MATLAB 软件求解, 可得

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 58.653 & 94.309 & 64.132 \\ 94.309 & 153.749 & 105.337 \\ 64.132 & 105.337 & 73.147 \end{pmatrix},$$

其中

$$p_{31} = 64.132, \quad p_{32} = 105.337, \quad p_{33} = 73.147,$$

$$\mathbf{v} = -\mathbf{B}_2^T \mathbf{P} \mathbf{z} = -(0 \quad 0 \quad 1) \begin{pmatrix} 58.653 & 94.309 & 64.132 \\ 94.309 & 153.749 & 105.337 \\ 64.132 & 105.337 & 73.147 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ -ex_2 \\ -e(8.2x_1 - x_2 + dx_3) \end{pmatrix} =$$

$$-64.132x_3 + 105.337ex_2 + 73.147e(8.2x_1 - x_2 + dx_3).$$

受控系统(11)的 H_∞ 状态反馈控制器为

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v = x_1^3 - (b-1)x_1 - \frac{(8.2+1-de)x_2 - dx_3}{8.2} - \frac{-64.132x_3 + 105.337ex_2 + 73.147e(8.2x_1 - x_2 + dx_3)}{8.2e}. \quad (13)$$

定理 3^[22] 对于受控系统(11), 在控制器(13)作用下, 受控系统稳定到平衡点 $o(0,0,0)$.

3.2 H_∞ 状态反馈控制器的数值仿真

取 $a=1.57$, $b=1.8$, $c=0.74$, $d=9.1$, $e=2.33$, 代入式(7)可得

$$u = x_1^3 - 73.946x_1 + 3.884x_2 + 77.818x_3. \quad (14)$$

对受控系统(11)施加控制器(14), 受控系统时域波形如图6所示. 由图6可见, 受控系统渐近稳定到原点 $o(0,0,0)$.

综上, 本文对三阶三次幂非线性混沌电路系统的混沌控制问题进行了研究. 为有效将系统控制到期望的平衡点处, 用自适应反馈控制方法和 H_∞ 状态反馈控制方法, 分别设计了参数已知和参数未知的自适应反馈控制器以及 H_∞ 状态反馈控制器. 经数值仿真, 验证了所设计控制器的有效性. 两种方法相比较, 其中 H_∞ 状态反馈控制方法对系统的相对阶有要求, 而自适应反馈控制由于其自适应的特性, 在参数未知的情况下可将系统稳定到原点处, 并可显示出系统的参数估计值, 具有较广泛的适用范围.

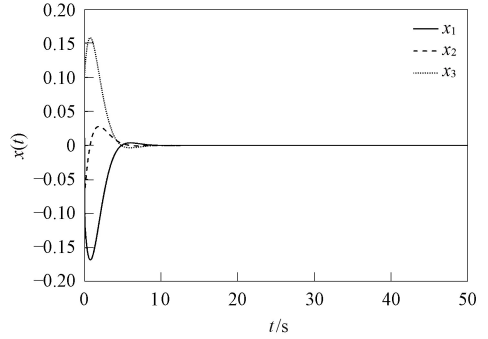


图6 受控系统(8)的时域波形

Fig. 6 Time domain waveform of controlled system (8)

参 考 文 献

- [1] CHUA L O, KOMYRO M, MATSUMOTO T. The Double Scroll Family [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1986, 33(11): 1072-1118.
- [2] CHUA L O, LIN G N. Canonical Realization of Chua's Circuit Family [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1990, 37(7): 885-902.
- [3] KOLIOPANOS C L, KYPRIANIDIS I M, STOUBOULOS I N, et al. Chaotic Behaviors of a Fourth-Order Autonomous Electric Circuit [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 16(2): 173-182.
- [4] 王发强, 刘崇新. 新的变形蔡氏电路及实验 [J]. 通信学报, 2006, 27(9): 102-105. (WANG F Q, LIU C X. New Deformed Chua's Circuit and Experiment [J]. Journal on Communications, 2006, 27(9): 102-105.)
- [5] WIESLAW M, ZDZISLAW T. Mixed-Mode Oscillations in a Modified Chua's Circuit [J]. Circuits, Systems and Signal Processing, 2010, 29(6): 1075-1087.
- [6] 张晓芳, 陈章耀, 毕勤胜. 非线性电路系统动力学研究进展及展望 [J]. 电路与系统学报, 2012, 17(5): 124-129. (ZHANG X F, CHEN Z Y, BI Q S. Development and Prospect of Nonlinear Dynamics in Electrical System [J]. Journal of Circuits and Systems, 2012, 17(5): 124-129.)
- [7] HARTLEY T T, MOSSAYEBI F. The Duffing Double Scroll [C]//Proceedings of the American Control Conference. Pittsburgh: IEEE, 1989: 419-423.
- [8] 吕恩胜. 基于三次多项式的蔡氏电路设计与硬件实现 [J]. 焦作大学学报, 2019, 33(1): 53-55. (LÜ E S. Chua's Circuit Design and Hardware Implementation Based on Cubic Polynomial [J]. Journal of Jiaozuo University, 2019, 33(1): 53-55.)
- [9] 吕恩胜. 三次型蔡氏电路的设计及应用 [J]. 电子器件, 2022, 45(4): 826-830. (LÜ E S. Design and Application of Cubic Chua's Circuit [J]. Electronic Devices, 2022, 45(4): 826-830.)
- [10] 张新国, 刘冀利, 熊丽, 等. 混沌电路工程 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2021: 38-39. (ZHANG X G, LIU J Z, XIONG L, et al. Chaotic Circuit Engineering [M]. Beijing: China Machine Press, 2021: 38-39.)
- [11] OTT E, YORKE J A. Controlling Chaos [J]. Physical Review Letters, 1990, 64(11): 1196-1199.
- [12] 任海鹏. 混沌控制方法及其应用研究 [D]. 西安: 西安理工大学, 2003. (REN H P. Chaos Control Method and Its Application [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2003.)
- [13] 李晓颖, 陈至坤, 宋雪梅. 混沌控制方法综述 [J]. 中国科技信息, 2009(7): 41-42. (LI X Y, CHEN Z K, SONG X M. Review on Chaos Control [J]. China Science and Technology Information, 2009(7): 41-42.)

- [14] 潘赛虎, 马正华, 包伯成, 等. 文氏桥超混沌电路时滞反馈混沌控制 [J]. 电路与系统学报, 2013, 18(1): 182-186. (PAN S H, MA Z H, BAO B C, et al. Time-Delay Feedback Chaotic Control of Wien Bridge Superchaotic Circuit [J]. Journal of Circuits and Systems, 2013, 18(1): 182-186.)
- [15] XUE Y M, ZHENG B C, LI T, et al. Robust Adaptive State Feedback Sliding-Mode Control of Memristor-Based Chua's Systems with Input Nonlinearity [J]. Applied Mathematics and Computation, 2017, 314: 142-153.
- [16] ZOU L M, PENG Y, FENG Y M, et al. Stabilization and Synchronization of Memristive Chaotic Circuits by Impulsive Control [J]. Complexity, 2017, 2017: 5186714-1-5186714-10.
- [17] 付景超, 韩泽昱. 基于滑模的三维 Coulet 系统鲁棒控制 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2023, 61(4): 943-949. (FU J C, HAN Z Y. Robust Control of Three-Dimensional Coulet System Based on Sliding Mode [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2023, 61(4): 943-949.)
- [18] 毛北行, 王东晓. 分数阶大气混沌系统滑模同步的 4 个充分条件 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2023, 61(6): 1448-1456. (MAO B X, WANG D X. Four Sufficient Conditions for Sliding Mode Synchronization of Fractional-Order Atmospheric Chaotic Systems [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2023, 61(6): 1448-1456.)
- [19] 闵富红, 王珠林, 王恩荣, 等. 新型忆阻器混沌电路及其在图像加密中的应用 [J]. 电子与信息学报, 2016, 38(10): 2681-2688. (MIN F H, WANG Z L, WANG E R, et al. New Memristor Chaotic Circuit and Its Application to Image Encryption [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(10): 2681-2688.)
- [20] LUO H L, DING D W, YANG Z L, et al. Coexisting Behaviors of Chaotic System with Tri-stable Locally Active Memristor and Its Application in Color Image Encryption [J]. The European Physical Journal Plus, 2022, 137(5): 607-618.
- [21] ZHANG J, GUO Y, GUO J H. Design of Memristor Hyperchaotic Circuit with Burst Oscillation and Infinite Attractor Coexistence and Its Application [J]. Microelectronic Engineering, 2023, 282: 112099-1-112099-10.
- [22] 付景超, 周健博, 孙敬. 一类 Sprott-O 混沌系统的 H_∞ 状态控制和自适应控制研究 [J]. 数学的实践与认识, 2019, 49(3): 228-236. (FU J C, ZHOU J B, SUN J. Research on H_∞ State Control and Adaptive Control for a Class of Sprott-O Chaotic Systems [J]. Mathematical Practice and Understanding, 2019, 49(3): 228-236.)
- [23] EL-DESSOKY M M, YASSEN M T. Adaptive Feedback Control for Chaos Control and Synchronization for New Chaotic Dynamical System [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2012, 2012: 347210-1-347210-12.

(责任编辑: 王 健)