

基于自适应加权共识自表示的 多视图子空间聚类

李永, 张维强

(深圳大学 数学科学学院, 广东 深圳 518060)

摘要: 针对如何充分融合多视图数据的互补性和多样性信息以提高聚类性能的问题, 提出一种基于自适应加权共识自表示的多视图子空间聚类模型。首先, 引入稀疏互斥性学习视图特定的稀疏自表示矩阵, 再利用自适应加权学习多视图共识自表示矩阵以融合各视图所学到的自表示; 其次, 将多视图共识矩阵与聚类指示矩阵的学习整合到一个统一的优化模型, 使自表示学习与聚类达到相互促进的效果; 最后, 在6个常用的多视图数据集上进行实验, 并与9种相关方法进行对比。实验结果表明, 该方法的信息融合效果明显, 聚类效果有提升。

关键词: 多视图子空间聚类; 稀疏表示; 自表示; 自适应加权学习

中图分类号: TP391.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2025)02-0513-15

Multi-view Subspace Clustering Based on Adaptive Weighted Consensus Self-representation

LI Yong, ZHANG Weiqiang

(School of Mathematical Sciences, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong Province, China)

Abstract: Aiming at the problem of how to fully integrate the complementary and diverse information of multi-view data to improve the clustering performance, we proposed a multi-view subspace clustering based on adaptive weighted consensus self-representation. Firstly, we introduced sparse mutual exclusion to learn view-specific sparse self-representation matrix, and then used adaptive weighted learning of multi-view consensus self-representation matrix to fuse the self-representation learned from various views. Secondly, we integrated the learning of multi-view consensus matrix and clustering indicator matrix into a unified optimization model, so that self-representation learning and clustering could promote each other. Finally, we conducted experiments on six commonly used multi-view datasets, and compared them with nine related methods. The experimental results show that the proposed method has obvious information fusion effect and improves clustering effect.

Keywords: multi-view subspace clustering; sparse representation; self-representation; adaptive weighted learning

在机器学习和数据挖掘领域, 聚类是探索和分析数据间关系最常用的方法之一, 其基本思想是

收稿日期: 2024-11-29.

第一作者简介: 李永(1999—), 男, 汉族, 硕士研究生, 从事多视图聚类的研究, E-mail: 2100201001@email.szu.edu.cn. 通信

作者简介: 张维强(1977—), 男, 汉族, 博士, 副教授, 从事机器学习和图像处理的研究, E-mail: wqzhang@szu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 61972264)、广东省自然科学基金(批准号: 2019A1515010894)和深圳市高校稳定支持计划项目(批准号: 20200807165235002).

根据特定标准对数据点进行划分,使相似数据分到同一类,不相似数据分到不同类^[1].随着数据采集技术和传感技术的快速发展,数据可通过多个领域的多个来源获取或通过多个特征进行表示,从而得到多源或多模态数据,在聚类中统称为多视图数据.例如,在计算机领域,一个图像的特征可通过不同的特征提取算法获得,如局部二值模式(local binary patterns, LBP)^[2]、尺度不变特征转换(scale-invariant feature transform, SIFT)^[3]和方向梯度直方图(histogram of oriented gradient, HOG)^[4]等;在网页分析中,一个网页可以由网页文本、图片和指向它的超链接表示;在文本分析中,一篇新闻可以被多种语言报道.相比于单视图数据,多视图数据能从多角度、全面地描述一个对象,对探索和分析数据间关系有很大帮助.多视图数据聚类基于两个基本假设:1)一致性,所有视图对描述的同一个对象有共同的类别属性;2)多样性,每个视图除共同信息外,还包含特定的属性.如何充分利用多视图数据的一致性和多样性,对多视图聚类(multi-view clustering, MVC)至关重要.

近年来,已涌现大量的 MVC 方法,主要分为两类:一类是基于神经网络的 MVC^[5-8],将图学习、注意力机制、自监督机制和自编码框架加入神经网络的设计中,学习用于聚类的表示矩阵或建立表示学习与聚类的统一模型;另一类是基于谱聚类的 MVC,可细分为基于协同训练的多视图聚类^[9-12]、多视图多核聚类^[13-15]、多视图非负矩阵分解聚类^[16-19]、多视图图聚类^[20-23]和多视图子空间聚类^[24-50](multi-view subspace clustering, MSC).由于 MSC 具有良好的数据表征能力,因此备受关注.

MSC 假设高维数据点位于多个低维子空间的并,先利用子空间自表示矩阵构建相似度矩阵,然后对相似度矩阵的 Laplace 矩阵应用 Ncut 谱聚类算法^[24]得到聚类结果.多视图子空间聚类的研究重点是如何设计自表示的正则项,使自表示矩阵能有效刻画数据的子空间结构.传统方法包括稀疏子空间聚类(sparse subspace clustering, SSC)^[25]、低秩表示(low rank representation, LRR)^[26]和块对角表示(block diagonal representation, BDR)^[27].Brbić等^[28]对自表示矩阵施加低秩和稀疏约束,对各视图自表示之间施加一致性约束以及各视图自表示与共识矩阵的一致性约束.Chen 等^[30]对自表示矩阵、聚类指示矩阵及其转置的乘积同时施加块对角约束.Zhang 等^[31]将每个视图的自表示矩阵分解成低维的正交基矩阵和潜在表示矩阵,对这些潜在表示矩阵施加低秩约束.为处理原始数据的噪声干扰和非线性结构,Zhang 等^[32]提出了学习一个多视图共享的潜在表示,在潜在表示上进行子空间聚类.进一步,文献[33]将潜在表示的学习由线性扩展到非线性,使用全连接神经网络学习更复杂的潜在表示.Lu 等^[34]对所有视图学习共享的一致潜在表示以及每个视图的特定潜在表示,然后将每个视图特有的潜在表示和所有视图共享的一致潜在表示进行拼接集成,最后学习集成表示的自表达,或者分别对这些潜在表示进行自表达.Wang 等^[35]将图学习引入到子空间聚类中,利用自表示矩阵学习每个视图的图矩阵,然后加权融合所有图矩阵到统一的图中进行谱聚类.一些方法提出应考虑视图间自表示的一致性约束和多样性约束.Cao 等^[37]利用 Hilbert-Schmidt 独立性准则(Hilbert-Schmidt independence criterion, HSIC)作为多样性正则项,但未考虑多视图的一致性.Wang 等^[38]在自表示之间引入稀疏互斥性作为多样性正则项,并约束每个视图具有共同的聚类指示矩阵.在此基础上,Chen 等^[39]在同一类中不同视图间施加 HSIC 作为多样性约束,并约束所有视图共享聚类结果.文献[40-41]则将自表示拆分成多视图共享的一致表示及每个视图特定的自表示,在一致表示和特定表示上分别施加不同的约束.Wang 等^[44]学习一个共享的潜在完备空间,引入完备感知相似性约束潜在表示和相似矩阵之间的关系.

尽管上述方法在一定程度上提高了多视图聚类性能,但如何充分融合多视图的信息、进一步提高聚类性能仍是目前多视图聚类研究的焦点.本文对多视图数据先学习每个视图特定的稀疏自表示矩阵,然后通过自适应加权学习一个多视图共识自表示矩阵,并由共识自表示矩阵和聚类指示矩阵相互引导得到聚类结果,称为基于自适应加权共识自表示的多视图子空间聚类(adaptive weighted consensus self-representation for multi-view subspace clustering, AWCR-MS).本文模型将多视图自表示学习、自适应加权共识融合以及谱聚类整合到一个统一的模型,三者相辅相成,自表示通过自适应学习分配不同的权重进行信息融合,信息融合得到的共识矩阵通过聚类指示矩阵反馈促进自表示的学习,从而更好地提升聚类性能.

1 预备知识

1.1 符号定义

对任意矩阵 \mathbf{A} , 用 $A_{ij}, \mathbf{A}^i, \mathbf{A}_j$ 分别表示 \mathbf{A} 的第 ij 元素、第 i 行向量、第 j 列向量, \mathbf{A}^T 表示 \mathbf{A} 的转置, $|\mathbf{A}|$ 表示对 \mathbf{A} 的所有元素取绝对值. 若 \mathbf{A} 为方阵, 则 $\text{tr}(\mathbf{A})$ 表示 \mathbf{A} 的迹, $\text{diag}(\mathbf{A})$ 表示对角线上第 i 个元素为 A_{ii} 的对角矩阵. 矩阵 \mathbf{A} 的 L_1 -范数为

$$\|\mathbf{A}\|_1 = \sum_{i,j} |A_{ij}|,$$

Frobenius 范数为

$$\|\mathbf{A}\|_F = \sqrt{\sum_{i,j} A_{ij}^2},$$

向量 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 的 1-范数为

$$\|\mathbf{x}\|_1 = \sum_j |x_j|,$$

2-范数为

$$\|\mathbf{x}\|_2 = \sqrt{\sum_j x_j^2}.$$

$\mathbf{1} \in \mathbb{R}^n$ 表示元素全是 1 的向量, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 表示单位矩阵. 对于与 \mathbf{A} 同形状的矩阵 \mathbf{B} , \mathbf{A} 与 \mathbf{B} 的 Hadamard 积为 $\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \sum_{i,j} A_{ij} B_{ij}$. $\mathbf{A} \geq 0$ 表示 \mathbf{A} 的所有元素非负.

给定一组包含 V 个视图的多视图数据 $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_V\}$, 其中第 v 个视图的数据 $\mathbf{X}_v \in \mathbb{R}^{d_v \times n}$, n 为样本个数, d_v 为 \mathbf{X}_v 的特征维数, \mathbf{X}_{vi} 表示第 v 个视图的第 i 个样本数据. $\{\mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_V\}$ 为各视图的自表示矩阵, 其中 $\mathbf{Z}_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $v=1, 2, \dots, V$. $\mathbf{Q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n)^T \in \{0, 1\}^{n \times c}$ 为所有视图共同的聚类指示矩阵, c 为聚类个数, $\mathbf{q}_j \in \{0, 1\}^c$ 为第 j 个样本的聚类标签. 假设每个样本属于且仅属于一个类, 则 \mathbf{q}_j 的分量有且只有一个分量为 1, 值为 1 的分量的指标即为该样本的类别. 根据 \mathbf{Q} 得到的数据连接矩阵 Θ 的 ij -元为 $\Theta_{ij} = \frac{1}{2} \|\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j\|_2^2$, 若第 i, j 个样本为同一类, 则 $\Theta_{ij} = 0$, 否则 $\Theta_{ij} = 1$.

1.2 多视图子空间聚类

数据的自表示是指子空间中每个数据点都可以由该空间其他数据点的线性组合表示. 对于视图 \mathbf{X}_v , 其自表示形式为

$$\mathbf{X}_v = \mathbf{X}_v \mathbf{Z}_v + \mathbf{E}_v, \quad (1)$$

其中 $\mathbf{Z}_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为自表示矩阵, $\mathbf{E}_v \in \mathbb{R}^{d_v \times n}$ 为自表示误差或噪声. 基于自表示多视图子空间聚类的目标函数基本形式为

$$\begin{aligned} \min \sum_{v=1}^V (\Phi(\mathbf{E}_v) + \lambda \Omega(\mathbf{Z}_v)), \\ \text{s. t. } \text{diag}(\mathbf{Z}_v) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\Phi(\cdot)$ 度量表示误差或噪声, $\Omega(\cdot)$ 为正则项, $\lambda > 0$ 为平衡参数. 利用自表示矩阵得到相似度矩阵 \mathbf{S} 的一般公式为

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^V (|\mathbf{Z}_v| + |\mathbf{Z}_v^T|). \quad (3)$$

最后对亲和度矩阵进行谱聚类得到聚类结果.

1.3 互斥性/一致性正则化多视图子空间聚类

为挖掘多视图数据的互补信息, 互斥性/一致性正则化多视图子空间聚类 (exclusivity-consistency regularized multi-view subspace clustering, ECMSC)^[38] 对多视图自表示矩阵引入了一个稀疏互斥性正则项, 并为所有视图学习一个共同的聚类指示矩阵, 建立了如下联合优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Q}, \mathbf{Z}_1, \dots, \mathbf{Z}_V} \left\{ \sum_{v=1}^V (\|\mathbf{E}_v\|_1 + \lambda_1 \|\mathbf{Z}_v\|_1) + \lambda_2 \sum_{w \neq v} (\|\mathbf{Z}_v \odot \mathbf{Z}_w\|_1 + \lambda_3 \|\mathbf{Z}_v \odot \Theta\|_1) \right\}, \\ \text{s. t. } \mathbf{X}_v = \mathbf{X}_v \mathbf{Z}_v + \mathbf{E}_v, \quad \text{diag}(\mathbf{Z}_v) = 0, \quad \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{I}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 分别为多视图自表示稀疏正则项、稀疏互斥正则项和聚类指示矩阵一致正则项的权重。

2 模型及其优化

2.1 本文模型

ECMSC^[38] 学习各视图特定的稀疏自表示矩阵, 并利用互斥正则项有效刻画了多视图的互补性, 目标函数(4)的最后一个正则项利用多视图自表示学习一致的聚类指示矩阵. 但该模型未充分融合多视图的自表示. 为在自表示中全局地融合各视图的信息, 本文提出对所有样本用多视图的自表示通过自适应加权平均学习一个多视图共识自表示矩阵 Z . 若已知每个视图的自表示矩阵 $Z_v \in \mathbb{R}^{n \times n} (v=1, 2, \dots, V)$, 则本文的自适应加权多视图共识自表示矩阵优化模型为

$$\min_{Z, A_i} \sum_{i=1}^n \|Z_i - \tilde{Z}_i A_i\|_2^2, \tag{5}$$

s. t. $\text{diag}(Z) = 0, A_i \geq 0, A_i^T \mathbf{1} = 1,$

其中: $Z_i \in \mathbb{R}^n$ 为多视图共识自表示矩阵 Z 的第 i 列; $Z_{i,v} \in \mathbb{R}^n$ 为第 v 个视图自表示矩阵 Z_v 的第 i 列, $v=1, 2, \dots, V$; $\tilde{Z}_i = [Z_{i,1}, \dots, Z_{i,V}] \in \mathbb{R}^{n \times V}$ 为第 i 个样本所有视图自表示的拼接; $\|Z_i - \tilde{Z}_i A_i\|_2^2$ 表示用第 i 个样本的所有视图自表示通过 $A_i \in \mathbb{R}^n$ 中的元素进行加权组合表示的平方误差; $A = (A_1, A_2, \dots, A_n) \in \mathbb{R}^{V \times n}$ 为所有权重构成的矩阵. 通过这种方式对多视图自表示进行融合可有效保留多视图的重要信息.

受 ECMSC^[38] 启发, 本文也学习各视图特定的稀疏自表示矩阵, 并利用互斥正则项刻画多视图的互补性, 但本文利用式(5)学习自适应加权的多视图共识自表示矩阵, 利用共识自表示学习聚类指示矩阵, 得到联合优化模型如下:

$$\min_{Z_v, Z, A, Q} \left\{ \sum_{v=1}^V (\|X_v - X_v Z_v\|_F^2 + \alpha \|Z_v\|_1) + \beta \sum_{\substack{v,w=1 \\ v \neq w}}^V \|Z_v \odot Z_w\|_1 + \gamma \sum_{i=1}^n \|Z_i - \tilde{Z}_i A_i\|_2^2 + \eta \|Z \odot Q\|_1 \right\}, \tag{6}$$

s. t. $\text{diag}(Z_v) = 0, \text{diag}(Z) = 0, A \geq 0, A_i^T \mathbf{1} = 1, Q^T Q = I,$

称为基于自适应加权共识自表示的多视图子空间聚类(adaptive weighted consensus self-representation for multi-view subspace clustering, AWCR-MS C).

本文方法的基本思想是: 为多视图数据学习各视图特定的稀疏自表示矩阵及刻画多视图的互补性, 先对各视图特定的稀疏自表示矩阵引入互斥正则项; 然后利用式(5)学习自适应加权的多视图共识自表示矩阵, 并利用共识自表示学习所有视图共同的聚类指示矩阵. 基本框架如图 1 所示.

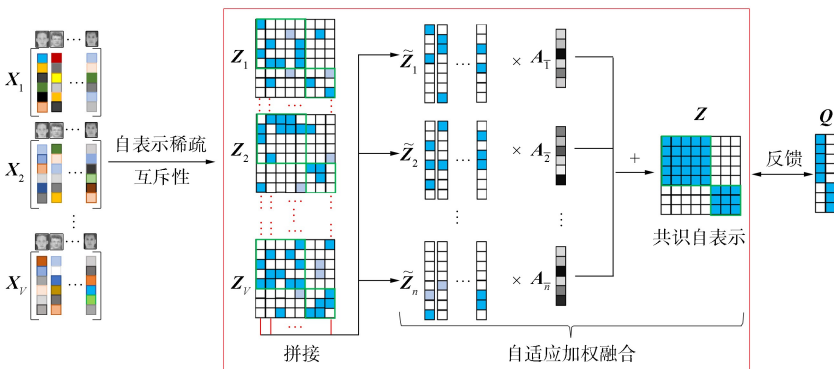


图 1 本文模型基本框架

Fig. 1 Basic framework of proposed model

2.2 模型优化

本文采用交替最小化方法对问题(6)进行迭代求解, 迭代的每一步, 固定其他变量, 更新其中一个变量. 每步迭代需要求解下面 4 个子问题.

2.2.1 更新 \mathbf{Z}_v

固定 $\mathbf{Z}, \mathbf{A}, \mathbf{Q}$, 关于 \mathbf{Z}_v 的子问题为

$$\min_{\mathbf{Z}_v} \left\{ \sum_{v=1}^V (\|\mathbf{X}_v - \mathbf{X}_v \mathbf{Z}_v\|_{\text{F}}^2 + \alpha \|\mathbf{Z}_v\|_1) + \beta \sum_{\substack{v,w=1 \\ v \neq w}}^V \|\mathbf{Z}_v \odot \mathbf{Z}_w\|_1 + \gamma \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{A}_i\|_{\frac{2}{2}} \right\}, \quad (7)$$

$$\text{s. t. } \text{diag}(\mathbf{Z}_v) = 0.$$

本文使用 ADMM 算法^[51]对问题(7)进行求解, 引入辅助变量 \mathbf{C}_v 和 \mathbf{J}_v 将问题分为

$$\min_{\mathbf{Z}_v, \mathbf{C}_v, \mathbf{J}_v} \left\{ \sum_{v=1}^V (\|\mathbf{X}_v - \mathbf{X}_v \mathbf{C}_v\|_{\text{F}}^2 + \alpha \|\mathbf{Z}_v\|_1) + \beta \sum_{\substack{v,w=1 \\ v \neq w}}^V \|\mathbf{Z}_v \odot \mathbf{Z}_w\|_1 + \gamma \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{J}}_i \mathbf{A}_i\|_{\frac{2}{2}} \right\}, \quad (8)$$

$$\text{s. t. } \mathbf{C}_v = \mathbf{Z}_v - \text{diag}(\mathbf{Z}_v), \quad \mathbf{C}_v = \mathbf{J}_v,$$

其中 $\tilde{\mathbf{J}}_i = (\mathbf{J}_{i1}, \dots, \mathbf{J}_{iV}) \in \mathbb{R}^{n \times V}$ 为第 i 个样本所有视图自表示的拼接. 问题(8)的增广 Lagrange 函数为

$$\begin{aligned} L(\mathbf{Z}_v, \mathbf{C}_v, \mathbf{J}_v, \mathbf{Y}_{1v}, \mathbf{Y}_{2v}) = & \sum_{v=1}^V (\|\mathbf{X}_v - \mathbf{X}_v \mathbf{C}_v\|_{\text{F}}^2 + \alpha \|\mathbf{Z}_v\|_1) + \beta \sum_{\substack{v,w=1 \\ v \neq w}}^V \|\mathbf{Z}_v \odot \mathbf{Z}_w\|_1 + \gamma \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{J}}_i \mathbf{A}_i\|_{\frac{2}{2}} + \\ & \frac{\mu}{2} \sum_{v=1}^V \left(\left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{Z}_v + \text{diag}(\mathbf{Z}_v) + \frac{\mathbf{Y}_{1v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 + \left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{J}_v + \frac{\mathbf{Y}_{2v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 \right), \end{aligned} \quad (9)$$

其中 \mathbf{Y}_{1v} 和 \mathbf{Y}_{2v} 为 Lagrange 乘子, $\mu > 0$ 为惩罚参数. 下面将问题(9)分解为几个子问题进行交替更新.

1) \mathbf{Z}_v 的子问题.

固定其他变量, 去掉问题(9)中与 \mathbf{Z}_v 无关的项, 因为问题(9)在视图间是独立优化的, 所以对于单个视图:

$$\min_{\mathbf{Z}_v} \left\{ \alpha \|\mathbf{Z}_v\|_1 + \beta \sum_{w \neq v} \|\mathbf{Z}_v \odot \mathbf{Z}_w\|_1 + \frac{\mu}{2} \left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{Z}_v + \text{diag}(\mathbf{Z}_v) + \frac{\mathbf{Y}_{1v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 \right\}, \quad (10)$$

问题(10)的解为

$$\hat{\mathbf{Z}}_v = S_{\left(\alpha + \beta \sum_{w \neq v} \|\mathbf{Z}_w\|_1\right) / \mu} \left(\mathbf{C}_v + \frac{\mathbf{Y}_{1v}}{\mu} \right), \quad \mathbf{Z}_v = \hat{\mathbf{Z}}_v - \text{diag}(\hat{\mathbf{Z}}_v), \quad (11)$$

其中 $S_{\tau}[\cdot]$ 为收缩阈值算子.

2) \mathbf{C}_v 的子问题.

固定其他变量, 去掉问题(9)中与 \mathbf{C}_v 无关的项, 对于单个视图, 有

$$\min_{\mathbf{C}_v} \left\{ \|\mathbf{X}_v - \mathbf{X}_v \mathbf{C}_v\|_{\text{F}}^2 + \frac{\mu}{2} \left(\left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{Z}_v + \text{diag}(\mathbf{Z}_v) + \frac{\mathbf{Y}_{1v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 + \left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{J}_v + \frac{\mathbf{Y}_{2v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 \right) \right\}. \quad (12)$$

问题(12)有闭式解:

$$\mathbf{C}_v = (\mathbf{X}_v^T \mathbf{X}_v + \mu \mathbf{I})^{-1} \left[\mathbf{X}_v^T \mathbf{X}_v + \frac{\mu}{2} (\mathbf{Z}_v + \mathbf{J}_v - \text{diag}(\mathbf{Z}_v)) - \frac{1}{2} (\mathbf{Y}_{1v} + \mathbf{Y}_{2v}) \right]. \quad (13)$$

3) \mathbf{J}_v 的子问题.

固定其他变量, 去除问题(9)中与 \mathbf{J}_v 无关的项:

$$\min_{\mathbf{J}_v} \left\{ \gamma \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{J}}_i \mathbf{A}_i\|_{\frac{2}{2}}^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{v=1}^V \left\| \mathbf{C}_v - \mathbf{J}_v + \frac{\mathbf{Y}_{2v}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 \right\}, \quad (14)$$

将问题(14)简化为

$$\min_{\tilde{\mathbf{J}}_i} \left\{ \gamma \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{J}}_i \mathbf{A}_i\|_{\frac{2}{2}}^2 + \frac{\mu}{2} \left\| \tilde{\mathbf{C}}_i - \tilde{\mathbf{J}}_i + \frac{\tilde{\mathbf{Y}}_{2i}}{\mu} \right\|_{\text{F}}^2 \right\}, \quad (15)$$

其中 $\tilde{\mathbf{C}}_i, \tilde{\mathbf{J}}_i, \tilde{\mathbf{Y}}_{2i}$ 与 $\tilde{\mathbf{Z}}_i$ 的构造相同, 分别为第 i 个样本的所有 $\mathbf{C}_{i\cdot}, \mathbf{J}_{i\cdot}, \mathbf{Y}_{2i\cdot}$ 的拼接. 令问题(15)的目标函数关于 $\tilde{\mathbf{J}}_i$ 的导数等于 0, 可得问题(15)的解析解为

$$\tilde{\mathbf{J}}_i = (2\gamma \mathbf{Z}_i \mathbf{A}_i^T + \mu \tilde{\mathbf{C}}_i + \tilde{\mathbf{Y}}_{2i}) (2\gamma \mathbf{A}_i \mathbf{A}_i^T + \mu \mathbf{I})^{-1}, \quad (16)$$

更新完 $\tilde{\mathbf{J}}_i (i=1, 2, \dots, n)$ 后, 取 $\tilde{\mathbf{J}}_1, \dots, \tilde{\mathbf{J}}_n$ 的第 v 列拼接得到 \mathbf{J}_v .

4) $\mathbf{Y}_{1v}, \mathbf{Y}_{2v}$ 和 μ 的子问题.

Lagrange 算子 \mathbf{Y}_{1v} 和 \mathbf{Y}_{2v} 可通过标准梯度上升法更新:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{1v} &= \mathbf{Y}_{1v} + \mu(\mathbf{C}_v - \mathbf{Z}_v + \text{diag}(\mathbf{Z}_v)), \\ \mathbf{Y}_{2v} &= \mathbf{Y}_{2v} + \mu(\mathbf{C}_v - \mathbf{J}_v), \\ \mu &= \min\{\rho\mu, \mu_{\max}\}, \end{aligned} \quad (17)$$

其中 ρ 为步长, μ_{\max} 为 μ 可取到的最大值.

算法 1 问题(7)的 ADMM 求解算法.

输入: 多视图数据 $\{\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_V\}$, 聚类数 c , 参数 α, β, γ ;

初始化: $\mathbf{Z}_v = \mathbf{Z}_0$, $\mathbf{C}_v = \mathbf{J}_v = \mathbf{Z}_v$, $\mathbf{Z} = \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V \mathbf{Z}_v$, $\mathbf{Y}_{1v} = \mathbf{Y}_{2v} = \mathbf{0}$, $\mathbf{A} = \frac{1}{V} \mathbf{1}_{V \times n}$, $\mu = 0.25$, $\mu_{\max} = 10^6$,

$\rho = 1.1$, $\epsilon = 10^{-3}$, $t_1 = 0$, $t_{1\max} = 30$;

输出: \mathbf{Z}_v ;

while 收敛条件未满足时 do

1) 利用式(11)更新 \mathbf{Z}_v ;

2) 利用式(13)更新 \mathbf{C}_v ;

3) 利用式(16)更新 \mathbf{J}_v ;

4) 利用式(17)更新 \mathbf{Y}_{1v} , \mathbf{Y}_{2v} , μ ;

5) 检查收敛条件: $\|\mathbf{C}_v - \mathbf{Z}_v + \text{diag}(\mathbf{Z}_v)\|_{\infty} < \epsilon$, $\|\mathbf{C}_v - \mathbf{J}_v\|_{\infty} < \epsilon$;

6) $t_1 = t_1 + 1$;

7) if $t_1 \geq t_{1\max}$

break

end if

end while.

2.2.2 更新 \mathbf{Z}

固定 $\mathbf{Z}_v, \mathbf{A}, \mathbf{Q}$, 关于 \mathbf{Z} 的子问题为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}} \{ & \gamma \sum_{i=1}^n \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{A}_i\|_2^2 + \eta \|\mathbf{Z} \odot \boldsymbol{\Theta}\|_1 \}, \\ \text{s. t. } & \text{diag}(\mathbf{Z}) = \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (18)$$

将问题(18)转化, 对 \mathbf{Z} 的第 i 列, 有

$$\min_{\mathbf{Z}_i} \{ \gamma \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{A}_i\|_2^2 + \eta \|\mathbf{Z}_i \odot \boldsymbol{\Theta}_i\|_1 \}, \quad (19)$$

问题(19)的解为

$$\hat{\mathbf{Z}}_i = S_{\eta/(2\gamma)}(\tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{A}_i), \quad (20)$$

利用 $\hat{\mathbf{Z}}_i (i=1, 2, \dots, n)$ 得到 \mathbf{Z} :

$$\mathbf{Z} = \hat{\mathbf{Z}} - \text{diag}(\hat{\mathbf{Z}}). \quad (21)$$

2.2.3 更新 \mathbf{A}

固定 $\mathbf{Z}_v, \mathbf{Z}, \mathbf{Q}$, 得到关于 \mathbf{A} 的子问题, 对于 \mathbf{A} 的第 i 列, 有

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}_i} & \|\mathbf{Z}_i - \tilde{\mathbf{Z}}_i \mathbf{A}_i\|_2^2, \\ \text{s. t. } & \mathbf{A}_i \geq 0, \quad \mathbf{A}_i^T \mathbf{1} = 1. \end{aligned} \quad (22)$$

记 $\mathbf{G}_i = \mathbf{Z}_i \mathbf{1}^T - \tilde{\mathbf{Z}}_i$, 将问题(22)转化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}_i} & \|\mathbf{G}_i \mathbf{A}_i\|_2^2, \\ \text{s. t. } & \mathbf{A}_i \geq 0, \quad \mathbf{A}_i^T \mathbf{1} = 1. \end{aligned} \quad (23)$$

问题(23)的解为

$$\mathbf{A}_i = \frac{(\mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{1}}{\mathbf{1}^T (\mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i)^{-1} \mathbf{1}}, \quad (24)$$

其中若 $A_{ij} < 0$, 则令 $A_{ij} = 0$.

2.2.4 更新 Q

固定 Z_v, Z, A , 关于 Q 的子问题为

$$\begin{aligned} \min_Q & \|Z \odot Q\|_1, \\ \text{s. t. } & Q^T Q = I, \end{aligned} \tag{25}$$

利用等式

$$\|Z \odot Q\|_1 = \sum_{i,j} |Z_{ij}| \left(\frac{1}{2} \|q_i - q_j\|_2^2 \right) = \langle QQ^T, L \rangle, \tag{26}$$

其中 $L = \text{diag}(Z1) - Z$, 问题(27)转化为

$$\begin{aligned} \min_Q & \langle QQ^T, L \rangle, \\ \text{s. t. } & Q^T Q = I. \end{aligned} \tag{27}$$

问题(27)的解可通过谱聚类得到, 其最优解 Q 由 L 的前 c 个最小特征值对应的特征向量组成, 其中 c 为聚类数. 最后将 Q 作为 K -Means 算法的输入, 输出聚类结果.

综上, 本文模型的优化算法如下.

算法 2 模型 AWCR-MSc 的算法.

输入: 多视图数据 $\{X_1, \dots, X_V\}$, 聚类数 c , 参数 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$;

初始化: $Z_v = Z_0, Q = (\mathbf{1}_n \ \mathbf{0} \ \dots \ \mathbf{0})_{n \times c}, C_v = J_v = Z_v, Z = \frac{1}{V} \sum_{v=1}^V Z_v, Y_{1v} = Y_{2v} = 0, A = \frac{1}{V} \mathbf{1}_{V \times n},$

$\mu = 0.25, \mu_{\max} = 10^6, \rho = 1.1, \epsilon = 10^{-3}, t_1 = 0, t_{1\max} = 30, T = 0, T_{\max} = 20;$

输出: 聚类结果 Q ;

- 1) 利用算法 1 更新 Z_v ;
- 2) 利用式(20),(21)更新 Z ;
- 3) 利用式(24)更新 A ;
- 4) 通过求解(27)更新 Q ;
- 5) 检查收敛条件: $\|Q^{T+1} - Q^T\|_\infty < \epsilon$;
- 6) $T = T + 1$;
- 7) if $T \geq T_{\max}$
 break
 end if
 end while.

3 实验及结果分析

3.1 实验设置

3.1.1 数据集

为评价 AWCR-MSc 算法的聚类有效性, 实验采用 6 个常用的多视图数据集: BBC, BBCSport, ORL, MSRC-v1, 3Sources 和 20newsgroups. 各数据集的统计信息列于表 1.

表 1 多视图数据集信息

Table 1 Multi-view dataset information

数据集	样本数	类别数	视图数	视图维度
BBC	685	5	4	(4 659, 4 633, 4 665, 4 684)
BBCSport	544	5	2	(3 183, 3 203)
ORL	400	40	3	(4 096, 3 304, 6 750)
MSRC-v1	210	7	5	(24.576, 512, 256, 254)
3Sources	169	6	3	(3 560, 3 631, 3 068)
20newsgroups	500	5	3	(2 000, 2 000, 2 000)

BBC: 该数据集是从 BBC 网站上获得的一组新闻报道, 共有 2 225 个文档, 涉及 5 个主题, 本文使用该数据集的子集, 由 685 个文档和 4 个不同视图组成. BBCSport: 是一个体育新闻数据集, 包含 5 个主题领域, 包括从 2004 年—2005 年在 BBC 体育网站收集的 544 份文件. ORL: 该数据集包含 40 个人的 400 张人脸图像, 每个人都有 10 张不同的面部图像, 这些图像是在不同时间拍摄的, 随光线、面部表情和面部细节的变化而变化. MSRC-v1: 该数据集由 7 个物体的 210 张图像组成, 这 7 个物体分别是树、建筑物、飞机、奶牛、人脸、汽车和自行车. 3Sources: 是一个新闻数据集, 包含 6 个主题: 商业、政治、健康、娱乐、体育和科技, 有 169 篇文章, 均由 BBC、《卫报》和路透社三家媒体同时报道. 20newsgroups: 是一个新闻组文档数据集, 由 5 个主题组成, 共 500 个文档, 用 3 种预处理方法生成 3 个不同的特征集.

3.1.2 对比方法和评价指标

为验证 AWCR-MSc 算法的优势, 本文将其与如下有代表性的 9 种相关方法进行比较: DiMSC^[37], ECMSC^[38], MVGL^[20], MLRSSC^[28], MSC_IAS^[44], CDD^[41], FGL-MSc^[35], FLMSc^[31], JSMC^[43], 并使用 6 个如下常用的聚类评价指标比较不同算法的性能: F -score、Precision、Recall、归一化互信息(NMI)、正确率(ACC)和调整兰德系数(ARI). 这些评价指标的取值范围为 0~1, 模型在所有评价指标上的值越接近 1, 其聚类效果越好.

3.1.3 参数设置

本文模型需要调整 4 个参数 α, β, γ 和 η . 使用网格搜索策略寻找最优参数, α 的搜索范围为 $\{0.001, 0.01, 0.1, 1\}$, β, γ 和 η 的搜索范围为 $\{0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100, 1\ 000\}$, 得到参数 $(\alpha, \beta, \gamma, \eta)$ 在数据集 BBC, BBCSport, ORL, MSRC-v1, 3Sources, 20newsgroups 的最优设置分别为 $(1, 100, 100, 0.001)$, $(1, 100, 1\ 000, 0.01)$, $(0.1, 10, 10, 0.1)$, $(0.1, 0.1, 10, 0.1)$, $(0.1, 10, 10, 0.1)$, $(1, 10, 10, 0.01)$. 对于对比方法, 使用对应文献的结果或根据经验调整参数以获得最佳结果. 调整好最优参数后, 将本文方法和对比方法重复运行 10 次, 然后记录平均值和标准差. 实验统一在 MATLAB 2018a 中使用 Inter(R) Core(TM) i5-8250U CPU @ 1.60 GHz 和 8 GB RAM 的处理器实现.

3.2 实验结果

3.2.1 聚类结果对比

本文方法与对比方法在 6 个数据集上的聚类结果分别列于表 2~表 7. 由表 2~表 7 可见, 在所有数据集上, 本文方法的大部分指标都优于对比方法. 本文方法和 ECMSC 都对视图特定的自表示采用了稀疏正则项和稀疏互斥正则项, 但本文方法与 ECMSC 的不同点是: ECMSC 未有效融合多视图自表示, 而本文通过自适应加权学习多视图共识的自表示, 有效融合了多视图的自表示, 从而本文方法的聚类性能与 ECMSC 相比有显著提高.

表 2 不同方法在数据集 BBC 上的聚类结果

Table 2 Clustering results of different methods on BBC dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F -score	Precision	Recall
DiMSC	0.820±0.000	0.937±0.000	0.853±0.000	0.887±0.000	0.891±0.000	0.884±0.000
ECMSC	0.047±0.009	0.308±0.028	0.008±0.018	0.322±0.017	0.239±0.009	0.497±0.064
MVGL	0.126±0.000	0.364±0.000	0.006±0.000	0.375±0.000	0.237±0.000	0.899±0.000
MLRSSC	0.761±0.036	0.888±0.074	0.788±0.073	0.837±0.056	0.845±0.053	0.830±0.061
MSC_IAS	0.632±0.001	0.820±0.001	0.647±0.002	0.728±0.001	0.741±0.001	0.715±0.002
CDD	0.563±0.037	0.689±0.024	0.381±0.049	0.573±0.030	0.434±0.030	0.844±0.014
FGL-MSc	0.565±0.000	0.796±0.000	0.562±0.000	0.670±0.000	0.636±0.000	0.708±0.000
FLMSc	0.758±0.000	0.912±0.000	0.792±0.000	0.841±0.000	0.836±0.000	0.847±0.000
JSMC	0.750±0.000	0.673±0.000	0.560±0.000	0.589±0.000	0.546±0.000	0.640±0.000
AWCR-MSc	0.837±0.002	0.947±0.000	0.872±0.002	0.902±0.001	0.904±0.001	0.900±0.002

表 3 不同方法在数据集 BBCSport 上的聚类结果

Table 3 Clustering results of different methods on BBCSport dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
DiMSC	0.762±0.000	0.879±0.000	0.794±0.000	0.844±0.000	0.832±0.000	0.856±0.000
ECMSC	0.577±0.008	0.707±0.014	0.479±0.000	0.617±0.004	0.556±0.014	0.696±0.032
MVGL	0.196±0.000	0.401±0.000	0.042±0.000	0.402±0.000	0.255±0.000	0.942±0.000
MLRSSC	0.727±0.008	0.833±0.027	0.727±0.016	0.792±0.011	0.791±0.023	0.794±0.007
MSC_IAS	0.601±0.034	0.767±0.029	0.575±0.057	0.682±0.042	0.646±0.053	0.725±0.052
CDD	0.587±0.118	0.557±0.089	0.321±0.131	0.553±0.072	0.393±0.069	0.952±0.006
FGL-MSC	0.564±0.005	0.738±0.004	0.514±0.009	0.649±0.006	0.559±0.009	0.773±0.000
FLMSC	0.541±0.011	0.690±0.006	0.407±0.010	0.564±0.006	0.507±0.008	0.636±0.003
JSMC	0.679±0.000	0.779±0.000	0.661±0.000	0.747±0.000	0.700±0.000	0.801±0.000
AWCR-MSC	0.801±0.000	0.928±0.000	0.826±0.000	0.867±0.000	0.885±0.000	0.850±0.000

表 4 不同方法在数据集 ORL 上的聚类结果

Table 4 Clustering results of different methods on ORL dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
DiMSC	0.940±0.003	0.838±0.001	0.802±0.000	0.807±0.003	0.764±0.012	0.856±0.004
ECMSC	0.947±0.009	0.854±0.011	0.810±0.012	0.821±0.015	0.783±0.008	0.859±0.012
MVGL	0.888±0.000	0.740±0.000	0.451±0.000	0.468±0.000	0.329±0.000	0.814±0.000
MLRSSC	0.901±0.017	0.775±0.037	0.713±0.046	0.720±0.037	0.674±0.052	0.772±0.038
MSC_IAS	0.939±0.007	0.845±0.005	0.806±0.009	0.802±0.010	0.772±0.011	0.851±0.013
CDD	0.846±0.003	0.627±0.014	0.311±0.037	0.335±0.035	0.215±0.032	0.781±0.016
FGL-MSC	0.897±0.000	0.827±0.000	0.744±0.000	0.750±0.000	0.739±0.000	0.761±0.000
FLMSC	0.879±0.013	0.746±0.025	0.656±0.030	0.664±0.029	0.617±0.032	0.719±0.029
JSMC	0.912±0.000	0.825±0.000	0.755±0.000	0.761±0.000	0.708±0.000	0.822±0.000
AWCR-MSC	0.934±0.010	0.873±0.019	0.820±0.026	0.824±0.025	0.802±0.030	0.848±0.021

表 5 不同方法在数据集 MSRC-v1 上的聚类结果

Table 5 Clustering results of different methods on MSRC-v1 dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
DiMSC	0.609±0.000	0.671±0.000	0.510±0.000	0.578±0.000	0.575±0.000	0.582±0.000
ECMSC	0.749±0.000	0.819±0.000	0.691±0.000	0.735±0.000	0.724±0.000	0.747±0.000
MVGL	0.761±0.000	0.852±0.000	0.686±0.000	0.731±0.000	0.708±0.000	0.755±0.000
MLRSSC	0.685±0.029	0.796±0.049	0.615±0.044	0.669±0.037	0.663±0.042	0.676±0.033
MSC_IAS	0.757±0.007	0.791±0.021	0.668±0.014	0.717±0.011	0.672±0.019	0.769±0.019
CDD	0.770±0.010	0.828±0.061	0.700±0.042	0.744±0.034	0.704±0.061	0.765±0.018
FGL-MSC	0.751±0.020	0.741±0.024	0.633±0.030	0.689±0.024	0.624±0.030	0.769±0.015
FLMSC	0.602±0.000	0.724±0.000	0.519±0.000	0.588±0.000	0.572±0.000	0.604±0.000
JSMC	0.600±0.000	0.681±0.000	0.498±0.000	0.569±0.000	0.557±0.000	0.582±0.000
AWCR-MSC	0.775±0.000	0.857±0.000	0.727±0.000	0.765±0.000	0.760±0.000	0.770±0.000

表 6 不同方法在数据集 3Sources 上的聚类结果

Table 6 Clustering results of different methods on 3Sources dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
DiMSC	0.702±0.021	0.789±0.011	0.660±0.009	0.741±0.009	0.711±0.007	0.778±0.007
ECMSC	0.533±0.012	0.644±0.018	0.368±0.019	0.558±0.015	0.430±0.008	0.796±0.036
MVGL	0.231±0.025	0.421±0.018	0.018±0.012	0.344±0.015	0.242±0.007	0.617±0.106
MLRSSC	0.589±0.025	0.672±0.051	0.537±0.060	0.635±0.050	0.693±0.050	0.589±0.061
MSC_IAS	0.626±0.036	0.576±0.039	0.451±0.047	0.558±0.038	0.664±0.048	0.481±0.031
CDD	0.551±0.003	0.658±0.002	0.339±0.004	0.535±0.002	0.420±0.003	0.737±0.000
FGL-MSC	0.608±0.000	0.722±0.000	0.508±0.000	0.646±0.000	0.533±0.000	0.822±0.000
FLMSC	0.694±0.000	0.745±0.002	0.592±0.002	0.680±0.002	0.736±0.002	0.632±0.002
JSMC	0.700±0.000	0.775±0.000	0.640±0.000	0.717±0.000	0.776±0.000	0.667±0.000
AWCR-MSC	0.703±0.000	0.828±0.000	0.670±0.000	0.742±0.000	0.788±0.000	0.701±0.000

表 7 不同方法在数据集 20newsgroups 上的聚类结果

Table 7 Clustering results of different methods on 20 newsgroups dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
DiMSC	0.800±0.000	0.797±0.002	0.732±0.000	0.786±0.000	0.765±0.000	0.809±0.001
ECMSC	0.770±0.000	0.914±0.000	0.799±0.000	0.839±0.000	0.838±0.000	0.840±0.000
MVGL	0.184±0.000	0.262±0.000	0.014±0.000	0.329±0.000	0.204±0.000	0.848±0.000
MLRSSC	0.923±0.065	0.890±0.129	0.875±0.133	0.903±0.103	0.865±0.149	0.951±0.042
MSC_IAS	0.898±0.012	0.966±0.004	0.917±0.010	0.933±0.008	0.933±0.008	0.934±0.008
CDD	0.917±0.007	0.974±0.003	0.935±0.007	0.948±0.006	0.947±0.006	0.949±0.005
FGL-MSC	0.701±0.000	0.880±0.000	0.728±0.000	0.782±0.000	0.779±0.000	0.785±0.000
FLMSC	0.780±0.000	0.912±0.000	0.797±0.000	0.837±0.000	0.836±0.000	0.838±0.000
JSMC	0.601±0.000	0.592±0.000	0.378±0.000	0.541±0.000	0.410±0.000	0.792±0.000
AWCR-MSC	0.986±0.000	0.996±0.000	0.990±0.000	0.992±0.000	0.992±0.000	0.992±0.000

3.2.2 参数敏感度分析

在本文模型 AWCR-MSC 中, α 用于平衡每个视图特定自表示矩阵的稀疏性, β 用于平衡各视图特定自表示矩阵的稀疏互斥性, γ 用于平衡多视图自表示融合为共识自表示的误差, η 用于平衡共识自表示矩阵与聚类指示矩阵的联系. 为分析参数对聚类结果(使用 ACC 作为评估指标)的影响, 图 2~图 4 分别给出了 ACC 随参数 $\alpha, (\beta, \gamma)$ 和 η 的变化情况. 注意, 在考察聚类结果对某个或某对参数的敏感性时, 其他参数固定.

首先, 固定 β, γ 和 η , 分析在所有数据集上本文方法聚类结果对参数 α 的敏感度. 由图 2 可见, 数据集 BBC, ORL 和 20newsgroups 对 α 的变化不敏感, 而数据集 BBCSport, 3Sources 和 20newsgroups 的聚类结果受 α 的变化影响较大. 当 $\alpha=1$ 时, 数据集 BBC, BBCSport, 20newsgroups 的 ACC 较高, 当 $\alpha=0.1$ 时, 数据集 ORL, MSRC-v1, 3Sources 的 ACC 较高, 故对数据集 BBC, BBCSport, 20newsgroups 设定 $\alpha=1$, 对数据集 ORL, MSRC-v1, 3Sources 设定 $\alpha=0.1$.

其次, 固定 α, η , 记录 β 和 γ 的联合变化对聚类结果的影响. 由图 3 可见, 在数据集 BBC, BBCSport, MSRC-v1, 3Sources 上, β 和 γ 的取值对聚类结果有重大影响, 说明这两个正则项在模型中具有关键作用.

最后, 固定 α, β, γ 为对应的最优参数, 记录 η 的变化对聚类结果的影响. 由图 4 可见, 数据集 BBC 和 BBCSport 在较小的 η 上性能更好, 数据集 MSRC-v1 和 3Sources 在较大的 η 上性能更好, 而数据集 ORL 和 20newsgroups 对 η 的变化不敏感. 在 3.1.3 节参数设置中, 各数据集上参数 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ 的取值分别来自于图 2~图 4 中各数据集较好的结果对应的参数值.

3.2.3 视图数的影响分析

本文研究多视图聚类, 为说明多视图融合的有效性, 在数据集 ORL 上考虑视图数目对聚类效果的影响, 结果列于表 8. 由表 8 可见, 随着视图数的增加, 最终的聚类效果越来越好, 表明每个视图都提供了不同程度的重要信息, 并对聚类都有促进效果; 特别地, 在融合 View2 和 View3 两个视图信息的实验中, 本文方法的效果接近 3 个视图的效果, 可见其融合效果较好.

表 8 不同视图对数据集 ORL 聚类的影响

Table 8 Clustering effect of different views on ORL dataset

视图	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
View1	0.283±0.000	0.035±0.000	0.005±0.000	0.049±0.000	0.025±0.000	0.900±0.000
View2	0.283±0.000	0.035±0.000	0.005±0.000	0.049±0.000	0.025±0.000	0.900±0.000
View3	0.283±0.000	0.035±0.000	0.005±0.000	0.049±0.000	0.025±0.000	0.900±0.000
View1+View2	0.922±0.007	0.830±0.020	0.769±0.020	0.775±0.020	0.736±0.026	0.818±0.015
View2+View3	0.930±0.006	0.852±0.015	0.799±0.017	0.804±0.017	0.764±0.021	0.840±0.014
View1+View3	0.834±0.009	0.709±0.024	0.593±0.024	0.603±0.023	0.571±0.027	0.638±0.019
View1+View2+View3	0.934±0.010	0.873±0.019	0.820±0.026	0.824±0.025	0.802±0.030	0.848±0.021

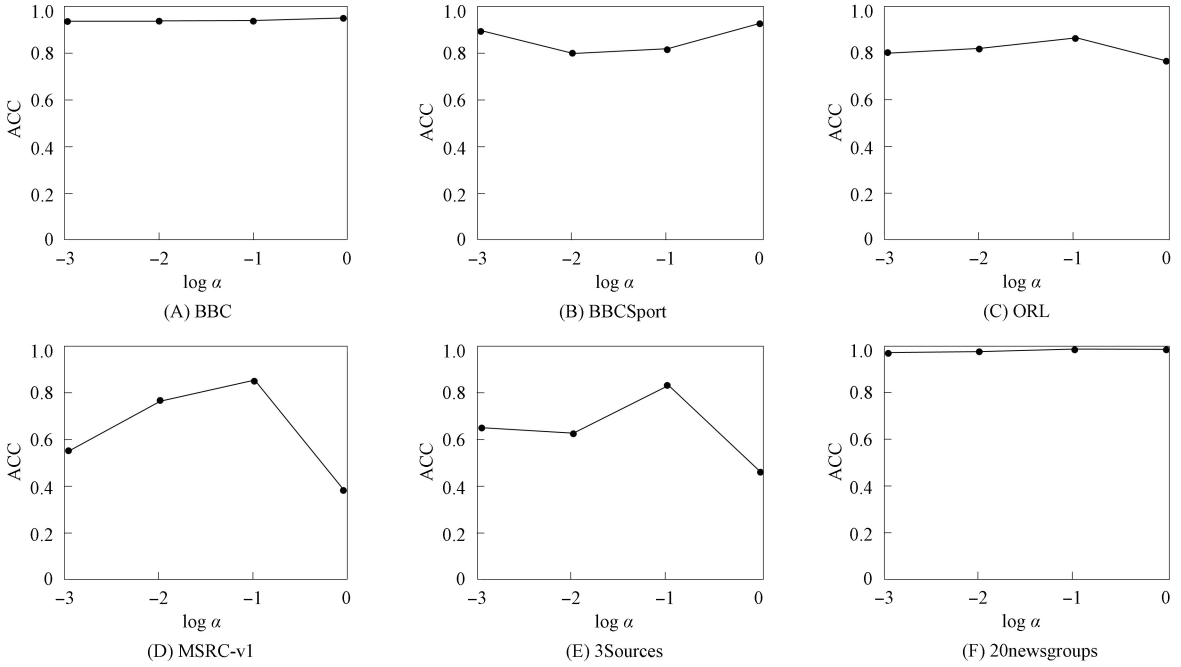


图 2 参数 α 变化对聚类结果的影响

Fig. 2 Effect of parameter α variation on clustering results

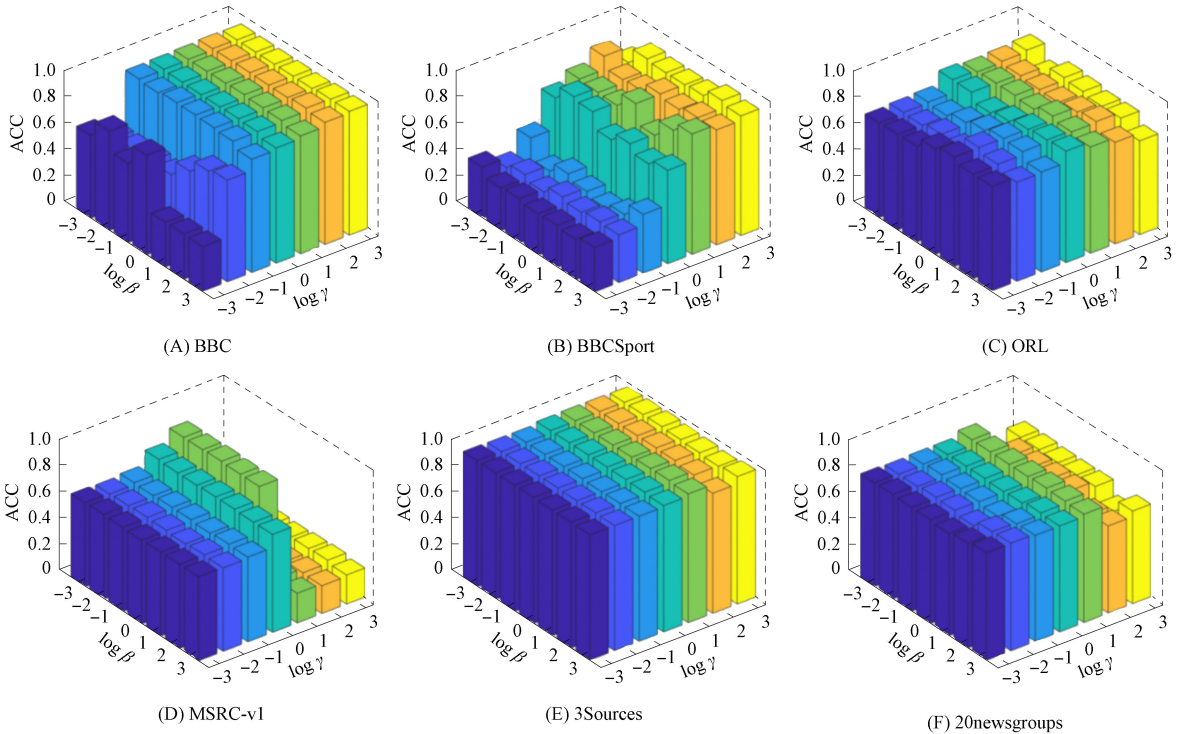


图 3 参数 β 和 γ 变化对聚类结果的影响

Fig. 3 Effect of parameters β and γ variation on clustering results

3.2.4 消融实验

考虑本文模型 AWCR-MS-C, 对于参数 $\alpha, \beta, \gamma, \eta$, 为进一步验证模型中各部分的有效性, 在两个数据集 BBC, ORL 上对本文模型进行消融实验, 结果分别列于表 9 和表 10. 由表 9 和表 10 可见:

1) $\alpha=0$ 对应于去掉稀疏正则项, 聚类性能严重下降, 说明本文模型中稀疏性正则项对多视图子空间聚类有重要作用;

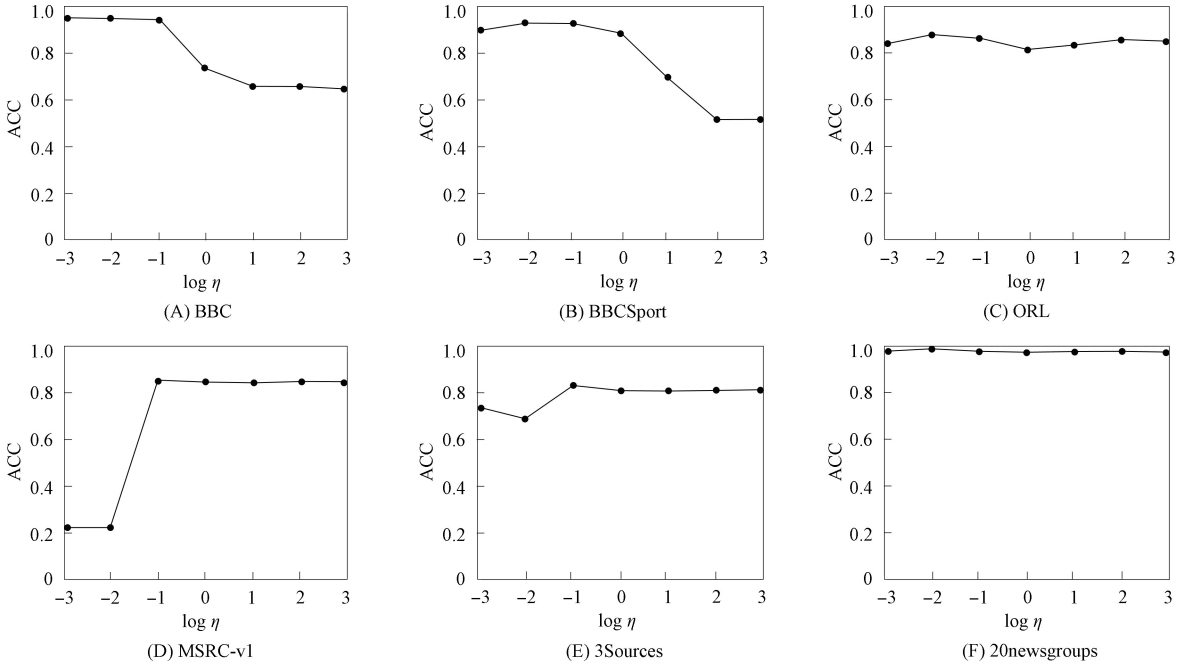


图 4 参数 η 变化对聚类结果的影响

Fig. 4 Effect of parameter η variation on clustering results

2) $\gamma=0$ 相当于去掉多视图自适应融合共识自表示项, 聚类性能也严重下降, 说明本文模型中该项对多视图子空间聚类也有重要作用;

3) $\beta=0$ 相当于去掉各视图特定自表示矩阵的稀疏互斥性, 聚类性能有轻微下降, 说明该项在本文模型中有一定的辅助作用;

4) $\eta=0$ 相当于去掉共识自表示矩阵与聚类指示矩阵的互相引导, 而仅用本文模型计算共识自表示矩阵 \mathbf{Z} , 然后利用 $\mathbf{S}=\frac{1}{2}(|\mathbf{Z}|+|\mathbf{Z}^T|)$ 计算相似度矩阵, 再用谱聚类得到聚类结果, 此时聚类性能略有下降, 表明共识自表示矩阵与聚类指示矩阵互相引导对聚类性能有一定的提升作用.

表 9 数据集 BBC 上的消融实验结果

Table 9 Ablation experiment results on BBC dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
$\alpha=0$	0.031±0.000	0.331±0.000	0.000±0.000	0.379±0.000	0.234±0.000	0.988±0.000
$\beta=0$	0.820±0.002	0.938±0.000	0.857±0.002	0.890±0.001	0.893±0.002	0.888±0.001
$\gamma=0$	0.031±0.000	0.331±0.000	0.000±0.000	0.379±0.000	0.234±0.000	0.988±0.000
$\eta=0$	0.829±0.001	0.943±0.000	0.867±0.002	0.898±0.001	0.902±0.000	0.894±0.002
AWC-MSc	0.837±0.002	0.947±0.000	0.872±0.002	0.902±0.001	0.904±0.001	0.900±0.002

表 10 数据集 ORL 上的消融实验结果

Table 10 Ablation experiment results on ORL dataset

方法	NMI	ACC	ARI	F-score	Precision	Recall
$\alpha=0$	0.860±0.010	0.760±0.023	0.653±0.024	0.661±0.024	0.635±0.025	0.690±0.022
$\beta=0$	0.928±0.006	0.810±0.021	0.773±0.019	0.778±0.019	0.732±0.006	0.831±0.011
$\gamma=0$	0.283±0.000	0.035±0.000	0.005±0.000	0.049±0.000	0.025±0.000	0.900±0.000
$\eta=0$	0.922±0.011	0.824±0.021	0.767±0.027	0.773±0.027	0.729±0.031	0.823±0.024
AWC-MSc	0.934±0.010	0.873±0.019	0.820±0.026	0.824±0.025	0.802±0.030	0.848±0.021

3.2.5 数值收敛性分析

图 5 为本文算法在 6 个数据集上的数值收敛情况. 由图 5 可见, 本文的迭代算法在开始时收敛非常快, 随着迭代次数的增加, 误差逐渐接近于 0 且保持稳定. 在所有数据集上, 本文方法在 20 次迭代

即可达到数值收敛。

综上所述,针对如何充分融合多视图数据的互补性和多样性信息以提高聚类性能的问题,本文首先提出了一个新的多视图子空间聚类模型,称为基于自适应加权共识自表示的多视图子空间聚类。该模型为多视图数据学习各视图特定的稀疏自表示矩阵,对各视图特定的稀疏自表示矩阵引入互斥正则项以刻画多视图的互补性,利用自适应加权学习多视图共识自表示矩阵,并利用共识自表示学习聚类指示矩阵。其次,对本文模型给出了一个交替最小化算法。最后,在6个常用的多视图数据集上进行实验,并与9种相关方法进行对比,结果表明,本文方法聚类性能更优。

参 考 文 献

- [1] YANG Y, WANG H. Multi-view Clustering: A Survey [J]. *Big Data Mining and Analytics*, 2018, 1(2): 83-107.
- [2] OJALA T, PIETIKAINEN M, MAENPAA T. Multiresolution Gray Scale and Rotation Invariant Texture Classification with Local Binary Patterns [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2002, 24(7): 971-987.
- [3] LOWE D G. Distinctive Image Features from Scale-Invariant Keypoints [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2004, 60: 91-110.
- [4] DALAL N, TRIGGS B. Histograms of Oriented Gradients for Human Detection [C]//2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05). Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 886-893.
- [5] ZHU P F, HUI B Y, ZHANG C Q, et al. Multi-view Deep Subspace Clustering Networks [EB/OL]. (2019-08-06)[2023-05-01]. <https://arxiv.org/abs/1901.08978>.
- [6] LIU J W, XIE H J, LU R K, et al. Multi-view Subspace Adaptive Learning via Autoencoder and Attention [EB/OL]. (2022-01-01)[2023-06-10]. <https://arxiv.org/abs/2201.00171>.
- [7] FAN S H, WANG X, SHI C, et al. One2multi Graph Autoencoder for Multi-view Graph Clustering [C]//Proceedings of the Web Conference 2020. New York: ACM, 2020: 3070-3076.
- [8] XIA W, WANG S, YANG M, et al. Multi-view Graph Embedding Clustering Network: Joint Self-supervision and Block Diagonal Representation [J]. *Neural Networks*, 2022, 145: 1-9.
- [9] KUMAR A, DAUME H. A Co-training Approach for Multi-view Spectral Clustering [C]//Proceedings of the 28th International Conference on Machine Learning (ICML-11). New York: ACM, 2011: 393-400.
- [10] KUMAR A, RAI P, DAUME H. Co-regularized Multi-view Spectral Clustering [C]//Proceedings of the 24th International Conference on Neural Information Processing Systems. [S.l.]: NIPS, 2011: 1-9.
- [11] YE Y K, LIU X W, YIN J P, et al. Co-regularized Kernel K-Means for Multi-view Clustering [C]//2016 23rd International Conference on Pattern Recognition (ICPR). Piscataway, NJ: IEEE, 2016: 1583-1588.
- [12] APPICE A, MALERBA D. A Co-training Strategy for Multiple View Clustering in Process Mining [J]. *IEEE Transactions on Services Computing*, 2015, 9(6): 832-845.
- [13] LIU J Y, LIU X W, XIONG J, et al. Optimal Neighborhood Multiple Kernel Clustering with Adaptive Local Kernels [J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2020, 34(6): 2872-2885.
- [14] ZHANG P R, YANG Y, PENG B, et al. Multi-view Clustering Algorithm Based on Variable Weight and MKL [C]//International Joint Conference on Rough Sets. Berlin: Springer International Publishing, 2017: 599-610.
- [15] LIU X W, DOU Y, YIN J P, et al. Multiple Kernel K-Means Clustering with Matrix-Induced Regularization [C]//Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. New York: ACM, 2016: 1888-1894.

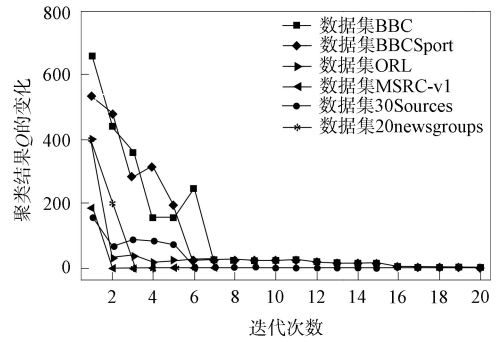


图5 本文算法在6个数据集上的数值收敛情况

Fig. 5 Numerical convergence of proposed algorithm on six datasets

- [16] TAN J P, YANG Z J, CHENG Y Q, et al. SRAGL-AWCL: A Two-Step Multi-view Clustering via Sparse Representation and Adaptive Weighted Cooperative Learning [J]. *Pattern Recognition*, 2021, 117: 107987-1-107987-12.
- [17] LIU J L, WANG C, GAO J, et al. Multi-view Clustering via Joint Nonnegative Matrix Factorization [C]// *Proceedings of the 2013 SIAM International Conference on Data Mining*. Society for Industrial and Applied Mathematics. [S. l.]: SIAM, 2013: 252-260.
- [18] HE M J, YANG Y, WANG H J. Learning Latent Features for Multi-view Clustering based on NMF [C]// *International Joint Conference on Rough Sets*. Berlin: Springer International Publishing, 2016: 459-469.
- [19] OU W H, YU S J, LI G, et al. Multi-view Non-negative Matrix Factorization by Patch Alignment Framework with View Consistency [J]. *Neurocomputing*, 2016, 204: 116-124.
- [20] ZHAN K, ZHANG C Q, GUAN J P, et al. Graph Learning for Multiview Clustering [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 48(10): 2887-2895.
- [21] LI Y Q, NIE F P, HUANG H, et al. Large-Scale Multi-view Spectral Clustering via Bipartite Graph [C]// *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. Palo Alto: AAAI, 2015: 2750-2756.
- [22] LI Z L, TANG C, LIU X W, et al. Consensus Graph Learning for Multi-view Clustering [J]. *IEEE Transactions on Multimedia*, 2021, 24: 2461-2472.
- [23] ZOU X, TANG C, ZHENG X, et al. Inclusivity Induced Adaptive Graph Learning for Multi-view Clustering [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2023, 267: 110424-1-110424-11.
- [24] SHI J B, MALIK J. Normalized Cuts and Image Segmentation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2000, 22(8): 888-905.
- [25] EIHAMIFAR E, VIDAL R. Sparse Subspace Clustering: Algorithm, Theory, and Applications [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(11): 2765-2781.
- [26] LIU G C, LIN Z C, YAN S C, et al. Robust Recovery of Subspace Structures by Low-Rank Representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2012, 35(1): 171-184.
- [27] LU C Y, FENG J S, LIN Z C, et al. Subspace Clustering by Block Diagonal Representation [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 41(2): 487-501.
- [28] BRBIĆ M, KOPRIVA I. Multi-view Low-Rank Sparse Subspace Clustering [J]. *Pattern Recognition*, 2018, 73: 247-258.
- [29] LIN S X, ZHONG G, SHU T. Simultaneously Learning Feature-Wise Weights and Local Structures for Multi-view Subspace Clustering [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2020, 205: 106280-1-106280-13.
- [30] CHEN H Z, WANG W W, LUO S S. Coupled Block Diagonal Regularization for Multi-view Subspace Clustering [J]. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2022, 36(5): 1787-1814.
- [31] ZHANG G Y, HUANG D, WANG C D. Facilitated Low-Rank Multi-view Subspace Clustering [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2023, 260: 110141-1-110141-12.
- [32] ZHANG C Q, HU Q H, FU H Z, et al. Latent Multi-view Subspace Clustering [C]// *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway, NJ: IEEE, 2017: 4279-4287.
- [33] ZHANG C Q, FU H Z, HU Q H, et al. Generalized Latent Multi-view Subspace Clustering [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2018, 42(1): 86-99.
- [34] LU R K, LIU J W, LIU Z Y, et al. Partially Latent Factors Based Multi-view Subspace Learning [J]. *Computational Intelligence*, 2022, 38(5): 1772-1801.
- [35] WANG Y D, PEI X B, ZHAN H X. Fine-Grained Graph Learning for Multi-view Subspace Clustering [J]. *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computational Intelligence*, 2023, 8(4): 2804-2815.
- [36] QIN Y L, FENG G R, REN Y L, et al. Consistency-Induced Multiview Subspace Clustering [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2022, 53(2): 832-844.
- [37] CAO X C, ZHANG C Q, FU H Z, et al. Diversity-Induced Multi-view Subspace Clustering [C]// *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway, NJ: IEEE, 2015: 586-594.
- [38] WANG X B, GUO X J, LEI Z, et al. Exclusivity-Consistency Regularized Multi-view Subspace Clustering [C]// *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*. Piscataway, NJ: IEEE, 2017:

923-931.

- [39] CHEN H Z, TAI X C, WANG W W. Multi-view Subspace Clustering with Inter-Cluster Consistency and Intra-Cluster Diversity among Views [J]. *Applied Intelligence*, 2022, 52: 9239-9255.
- [40] LUO S R, ZHANG C Q, ZHANG W, et al. Consistent and Specific Multi-view Subspace Clustering [C]// *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. New York: ACM, 2018: 3730-3737.
- [41] HUANG S D, TSANG I W, XU Z L, et al. CDD: Multi-view Subspace Clustering via Cross-view Diversity Detection [C]// *Proceedings of the 29th ACM International Conference on Multimedia*. New York: ACM, 2021: 2308-2316.
- [42] SI X M, YIN Q Y, ZHAO X J, et al. Consistent and Diverse Multi-view Subspace Clustering with Structure Constraint [J]. *Pattern Recognition*, 2022, 121: 108196-1-108196-15.
- [43] CAI X S, HUANG D, ZHANG G Y, et al. Seeking Commonness and Inconsistencies: A Jointly Smoothed Approach to Multi-view Subspace Clustering [J]. *Information Fusion*, 2023, 91: 364-375.
- [44] WANG X B, LEI Z, GUO X J, et al. Multi-view Subspace Clustering with Intactness-Aware Similarity [J]. *Pattern Recognition*, 2019, 88: 50-63.
- [45] WANG S H, WANG Y, LU G F, et al. Mixed Structure Low-Rank Representation for Multi-view Subspace Clustering [J]. *Applied Intelligence*, 2023, 53: 18470-18487.
- [46] 张兴鹏, 何东, 杨模, 等. 基于多尺度注意力和数据增强的细胞核分割 [J]. *计算机工程*, 2025, 51(2): 387-396. (ZHANG X P, HE D, YANG M, et al. Nucleus Segmentation Based on Multiscale Attention and Data Augmentation [J]. *Computer Engineering*, 2025, 51(2): 387-396.)
- [47] 周宇, 谢威, 邝得互, 等. 基于三元自注意力的视频快照压缩成像重建 [J]. *计算机工程*, 2025, 51(1): 20-30. (ZHOU Y, XIE W, KWONG T W, et al. Reconstruction of Video Snapshot Compressive Imaging Based on Triple Self-Attention [J]. *Computer Engineering*, 2025, 51(1): 20-30.)
- [48] 顾兆军, 叶经纬, 刘春波, 等. 基于核主成分分析的半监督日志异常检测模型 [J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2025, 46(1): 64-72. (GU Z J, YE J W, LIU C B, et al. Anomaly Detection Model of Semi-supervised Log Based on Kernel Principal Component Analysis [J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2025, 46(1): 64-72.)
- [49] 徐杨杨, 商耀达, 孙建国. 基于预条件广义逐次超松弛迭代法的数值格林函数计算方法 [J]. *吉林大学学报(地学版)*, 2024, 54(5): 1696-1710. (XU Y Y, SHANG Y D, SUN J G. A Preconditioned Generalized Successive Over-Relaxation Iterative Method for the Numerical Green's Function Method [J]. *Journal of Jilin University (Earth Science Edition)*, 2024, 54(5): 1696-1710.)
- [50] 任芳国, 和嘉琪. 关于矩阵的 Schatten p -范数的注记 [J]. *东北师大学报(自然科学版)*, 2023, 55(4): 1-8. (REN F G, HE J Q. Remarks on the Schatten p -Norm of Matrices [J]. *Journal of Northeast Normal University (Natural Science Edition)*, 2023, 55(4): 1-8.)
- [51] BOYD S, PARIKH N, CHU E, et al. Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternating Direction Method of Multipliers [J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2011, 3(1): 1-122.

(责任编辑: 韩 啸)