

# 基于变分模态分解的地面磁共振谐波消噪方法

王琦<sup>1</sup>, 刘钊闻<sup>2</sup>, 杜海龙<sup>1</sup>, 玄玉波<sup>1</sup>, 刁庶<sup>3</sup>

(1. 吉林大学 通信工程学院, 长春 130012; 2. 吉林大学 仪器科学与电气工程学院, 长春 130061;  
3. 无锡职业技术学院 控制工程学院, 江苏 无锡 214121)

**摘要:** 针对地面磁共振信号非常弱, 极易受电磁噪声干扰的问题, 提出一种基于变分模态分解的地面磁共振谐波消噪方法. 该方法采用基于改进变分模态分解的工频谐波消除方式, 并根据频谱分析设定模态分量数与初始中心频率, 解决了常规谐波建模消噪方法仅能处理单次采集数据而导致的运算效率慢等问题. 实验结果表明, 该方法在多基频或基频随时间变化等复杂噪声场景中, 得到了良好的谐波分量估计效果, 并可快速、有效地消除工频谐波干扰, 大幅度提升了地面磁共振探测数据信噪比.

**关键词:** 变分模态分解; 地面磁共振; 谐波干扰; 基频变化

**中图分类号:** TP631.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2025)02-0559-08

## Harmonic Noise Reduction Method for Surface Magnetic Resonance Based on Variational Mode Decomposition

WANG Qi<sup>1</sup>, LIU Zhaowen<sup>2</sup>, DU Hailong<sup>1</sup>, XUAN Yubo<sup>1</sup>, DIAO Shu<sup>3</sup>

(1. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130012, China;  
2. College of Instrumentation and Electrical Engineering, Jilin University, Changchun 130061, China;  
3. School of Control Engineering, Wuxi Institute of Technology, Wuxi 214121, Jiangsu Province, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of very weak surface magnetic resonance signals and susceptibility to electromagnetic noise interference, we proposed a harmonic noise reduction method for surface magnetic resonance based on variational mode decomposition. This method adopted an improved variational mode decomposition-based method for power frequency harmonic elimination, and set the mode number and initial center frequency according to spectral analysis, solving the problem of slow computational efficiency caused by conventional harmonic modeling denoising methods, which could only handle single-acquisition data. The experimental results show that the method achieves good effect of harmonic component estimation in complex noise scenarios such as multiple fundamental frequencies or fundamental frequency variations over time, and can quickly and effectively eliminate power frequency harmonic interference, significantly improving the signal-to-noise ratio of surface magnetic resonance detection data.

**Keywords:** variational mode decomposition; surface magnetic resonance; harmonic interference; fundamental frequency variation

收稿日期: 2024-03-22. 网络首发日期: 2024-11-25.

第一作者简介: 王琦(1988—), 女, 蒙古族, 博士, 高级工程师, 从事信号与信息处理的研究, E-mail: wangqi0115@jlu.edu.cn.

通信作者简介: 刁庶(1986—), 女, 汉族, 博士, 讲师, 从事磁共振探测技术应用的研究, E-mail: diaoshu@jlu.edu.cn.

基金项目: 吉林省教育厅科学技术研究项目(批准号: JJKH20221006KJ).

网络首发地址: <https://link.cnki.net/urlid/22.1340.O.20241122.1534.001>.

地面磁共振是一种直接探测地下水的地球物理探测方法,具有直接高效、定量准确和解释唯一等优点,目前广泛应用于水资源调查、海水入侵监测和地质灾害预警等领域<sup>[1-2]</sup>.但磁共振信号非常弱,通常仅为纳伏级,极易受噪声干扰,导致仪器采集的数据信噪比低,从而严重影响了磁共振数据解释的准确度.环境噪声根据其特征和来源的不同,可分为随机噪声、尖峰噪声和谐波噪声 3 种<sup>[3]</sup>.随机噪声是一种高斯白噪声,通常可用叠加方法或时频峰值滤波的方法有效抑制.尖峰噪声是由云层放电、汽车打火等现象引起的大幅度瞬时干扰,可用压缩小波变换和非线性能量算子等方法去除.谐波噪声由 50 Hz 频率为基频的多个谐波组成,目前最常用的方法是利用谐波建模法消除稳定的单基频谐波噪声<sup>[4]</sup>.针对基频随时间变化以及多基频的谐波噪声,目前主要使用分段谐波建模和多维谐波建模等消噪方法<sup>[5-6]</sup>.这些方法可有效消除谐波噪声,但缺陷是计算效率低,对野外实验测得的大量地面磁共振数据很难实现实时处理.

经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)是一种自适应信号处理方法,可将原始信号迭代分解为多个中心频率的模式,并提取出有用信号的特征<sup>[7-8]</sup>.该方法已被使用在地面磁共振数据的噪声消除领域中,但其模态混叠的现象会导致工频谐波的频域分离欠佳<sup>[9-11]</sup>.文献[12]提出了一种变分模态分解(variational mode decomposition, VMD)方法,该方法通过搜寻变分模型最优解确定每个分量的频率中心及带宽,有效分离非平稳信号的各模态分量.本文将该方法首次应用到磁共振数据中工频谐波强噪声的去除,以大幅度提升数据处理的计算效率.不同于 EMD 直接对时域信号的滤波处理,变分模态分解将信号分解成具有一定带宽的频域分量<sup>[13]</sup>.因此,当磁共振数据中含有多基频谐波或谐波基频随时间变化时,该方法仍有良好的谐波分量估计效果.

进一步, VMD 可自适应地将信号分解为一系列模态信号,但需人为调整先验参数<sup>[14]</sup>.其中,模态数对信号的分解效果影响较大.模态数偏小会导致欠分解,即信号中部分模态不能被完全提取;而模态数偏大又会导致过分解,即分解产生信号中并不包含的虚假模态.同时这些模态分量的初始中心频率也会影响 VMD 方法的收敛速度和分解准确性<sup>[15]</sup>,先验参数的合理设定对 VMD 分解效果至关重要.但对地面磁共振数据中的谐波噪声,其频率均为基频的整数倍,在将磁共振数据经过低通滤波后,其谐波分量的个数与中心频率是完全已知的.基于此,本文提出一种基于改进变分模态分解的地面磁共振工频谐波噪声消除方法.通过频谱分析设立先验模态参数,优化谐波噪声分量的分解效果并快速实现磁共振的信噪比提升.

## 1 原理与方法

### 1.1 地面磁共振信号和数据噪声类型

地下水中的氢质子受到激发后会由低能态跃迁至高能态,在停止激发后会向外辐射能量,产生自由感应衰减(free induction decay, FID)信号<sup>[16]</sup>,用公式表示为

$$V_{\text{FID}} = V_0 e^{-t/T_2^*} \cos(2\pi f_L t + \varphi), \quad (1)$$

其中:  $V_0$  表示初始振幅,反映含水量大小;  $T_2^*$  表示弛豫时间,反映含水孔隙度大小;  $f_L$  表示 Larmor 频率,与地磁场强度相关;  $\varphi$  表示初始相位,与地下电阻率、发射接收线圈电动势相位差相关.地面磁共振 FID 信号通常会淹没在复杂环境噪声中.采集的磁共振数据  $V_{\text{MRS}}$  用公式表示为

$$V_{\text{MRS}} = V_{\text{FID}} + V_{\text{Harmonic}} + V_{\text{Spike}} + V_{\text{Random}}, \quad (2)$$

其中  $V_{\text{Harmonic}}$  为工频谐波噪声,  $V_{\text{Spike}}$  为尖峰噪声,  $V_{\text{Random}}$  为随机环境噪声.谐波噪声由  $(50 \pm 0.1)$  Hz 为基频  $f_0$  的多个谐波累加组成,表示为

$$V_{\text{Harmonic}} = \sum_{n=1}^N A_n \cos(2\pi f_0 t + \varphi_n), \quad (3)$$

其中  $A_n$  和  $\varphi_n$  分别是第  $n$  个谐波的幅值与相位.

### 1.2 工频谐波消除

利用地面磁共振地下水探测仪器采集实测含噪数据  $V_{\text{MRS}}$ ,以激发频率  $f_T$  作为频谱搬移频率,将采集的全波数据转换为复包络信号  $V^* = V_{\text{real}}^* + V_{\text{imag}}^*$ .将复包络信号通过低通滤波器限制其带宽,滤除

通带外的谐波分量. 为避免模态分解的端点效应导致信号失真, 本文对复包络信号的实部  $V_{\text{real}}^*$  和虚部  $V_{\text{imag}}^*$  分别进行时域延拓, 并对延拓后的数据进行变分模态分解.

对于磁共振数据工频谐波消噪过程, 变分模态分解涉及的模态数和初始频率等先验参数可根据低通滤波器的频域特征确定. 谐波噪声分为单基频、多基频和时变基频, 假设谐波基频在  $(f_0 \pm 0.1)$  Hz 内, 则全波数据的各谐波频率可粗略表示为  $f_i = n f_0$ , 其中  $n$  为正整数, 复包络信号谐波频率为  $f_i^* = f_0 - f_T$ . 当低通滤波截止频率为  $f_{\text{LP}}$  时, 复包络信号中只保留了  $f_i^* < |f_{\text{LP}}|$  的谐波分量. 因此, 可精准设定残留谐波的中心频率和模态分量数, 优化后续 VMD 分解的去噪效果与计算效率.

将复包络信号的实部  $V_{\text{real}}^*$  和虚部  $V_{\text{imag}}^*$  分别变分模态分解成多个谐波模态与磁共振信号模态. 分解目标是各模态分量  $u_k$  的和等于输入信号, 且各模态分量中心频率  $\omega_k$  的带宽和最小, 用公式表示为

$$\min_{\{u_k, \omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \times u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\}, \quad (4)$$

$$\text{s. t. } \sum_k u_k = V_{\text{VMD}}, \quad (5)$$

其中  $V_{\text{VMD}}$  为用于 VMD 分解的输入信号, 即复包络信号的实部  $V_{\text{real}}^*$  或虚部  $V_{\text{imag}}^*$ .

引入 Lagrange 乘子  $\lambda(t)$  和二阶惩罚因子  $\alpha$ , 将上述约束变分问题转化为无约束变分问题:

$$L(\{u_k\}, \{\omega_k\}, \lambda) = \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) \times u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 + \left\| V_{\text{VMD}}(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 + \langle \lambda(t), V_{\text{VMD}}(t) - \sum_k u_k(t) \rangle. \quad (6)$$

利用交替方向乘子法迭代更新得到各分量  $u_k$  及其中心频率  $\omega_k$ , 最终求解到无约束模型的解, 迭代过程如下:

$$u_k^{n+1}(\omega) \leftarrow \frac{V_{\text{VMD}}(\omega) - \sum_{i \neq k} u_i(\omega) + \lambda(\omega)/2}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k)^2}, \quad (7)$$

$$\omega_k^{n+1} \leftarrow \int_0^\infty \omega |u_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega / \left( \int_0^\infty |u_k^{n+1}(\omega)|^2 d\omega \right), \quad (8)$$

其中中心频率不在 0 附近的模态函数均为谐波噪声, 将原始含噪数据减去上述模态函数即可得到去除工频噪声后的磁共振信号.

## 2 仿真结果

### 2.1 VMD 消噪过程

生成一组仿真磁共振数据用于展示本文方法的消噪过程. FID 信号参数如下:  $V_0 = 100$  nV,  $T_2^* = 0.3$  s,  $f_L = 2\ 330$  Hz,  $\varphi = 2.62$  rad. 为模拟环境强噪声, 本文在该数据中添加了工频谐波和随机噪声. 谐波基频为 50 Hz, 起始阶数为 40 阶, 共 15 次谐波. 幅值随机分布在 500~1 000 nV 内, 相位分布在  $-\pi \sim \pi$  内. 随机高斯白噪声水平为 500 nV. 假设仪器采样率为 50 kHz, 采样时间为 1 s, 发射频率为 2 331 Hz, 重复采集 64 次并叠加数据. 通过 Hilbert 变换、频谱搬移和低通滤波, 将该叠加数据转换为复包络信号. 含噪数据与仿真信号的实部和虚部如图 1 所示. 由图 1 可见, 仿真 FID 信号被淹没在含噪数据中.

使用变分模态分解方法处理复包络数据的实部和虚部. 根据低通滤波截止频率特性, 确定分解模态数和初始中心频率. 其中, 实部和虚部分别可被分解成 16 个模态分量, 包括 15 次谐波噪声和磁共振信号. 磁共振信号分量的初始中心频率设为 0, 谐波分量初始频率为谐波频率减去 2 331 Hz(频谱搬移频率). 图 2(A) 为实部分解后的磁共振信号实部分量, 图 2(B)~(H) 为多个谐波模态分量.

由于每个模态均为具有一定带宽的频域分量, 这些谐波分量包括了 64 次叠加数据中相近频率的谐波. 因此本文方法可直接处理多次采集的叠加数据, 而不需耗时地分别单独处理每次采集的数据. 得到的磁共振信号与拟合曲线的实部和虚部如图 3 所示, 拟合结果为  $V_0 = 98.5$  nV,  $T_2^* = 0.3$  s,  $f_L = 2\ 330$  Hz,  $\varphi = 2.65$  rad.

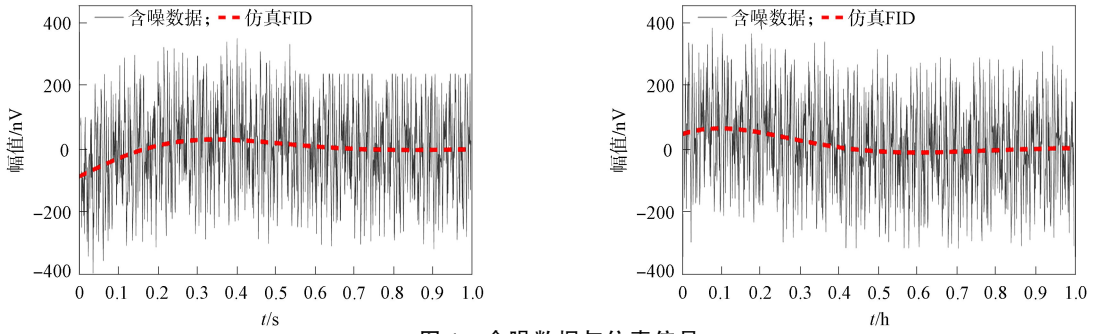


图 1 含噪数据与仿真信号

Fig. 1 Noisy data and simulated signals

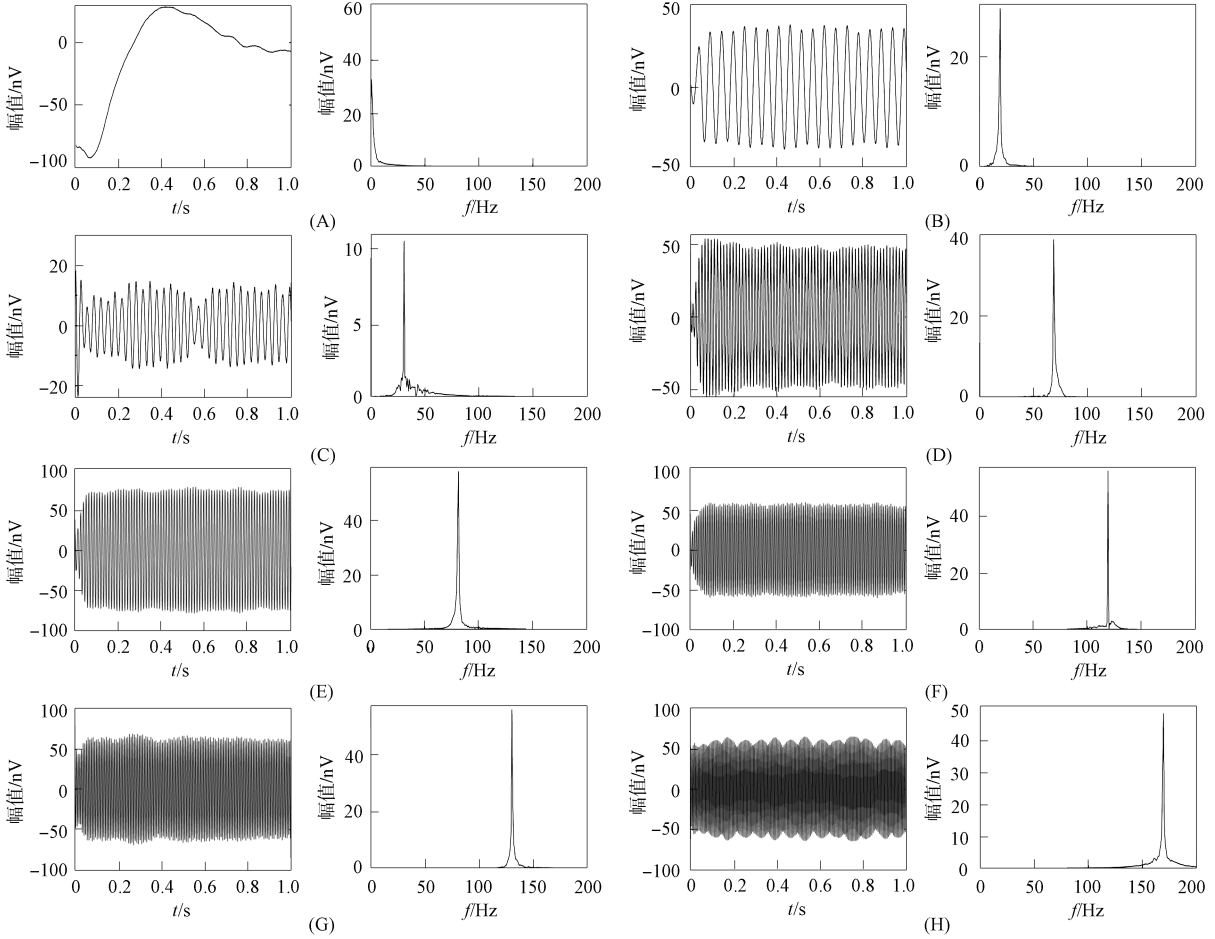


图 2 模态分解结果

Fig. 2 Mode decomposition results

去噪前后的数据频谱对比如图 4 所示. 由图 4 可见, 本文方法可有效滤除谐波噪声和大部分随机噪声, 并且不会导致磁共振信号失真.

### 2.2 与谐波建模消噪结果对比

为展示本文方法在工频谐波消噪效果上的优势, 本文在两种噪声情形下对比该方法与谐波建模消噪方法的处理结果. 第一种情形: 谐波基频随时间缓慢变化,

$$f_0(t) = 50 + N(0, 0.02) + 0.05t^2 N(0, 0.02);$$

第二种情形: 每次采集数据的谐波基频不同,

$$f_0(t) = 50 + N(0, 0.02).$$

本文将叠加 64 次的数据用于去噪.

图 5(A)和(B)分别为当谐波基频随时间变化时, 实部和虚部的含噪数据与消噪结果. 由图 5(A)

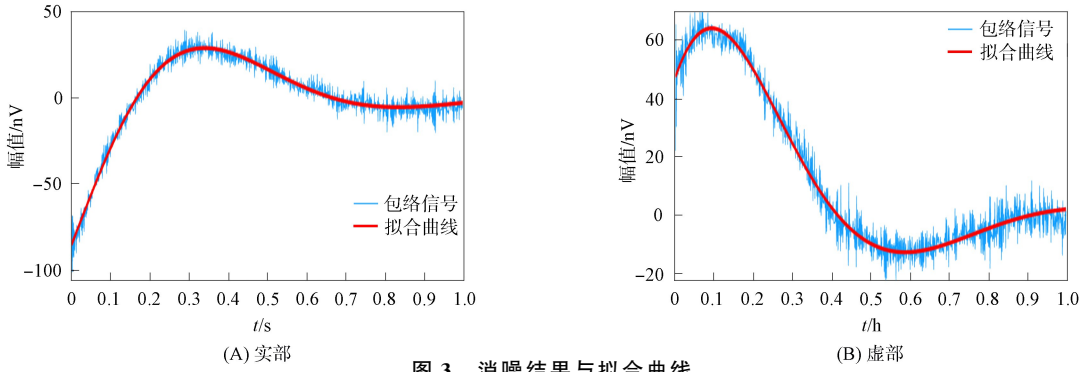


图 3 消噪结果与拟合曲线

Fig. 3 Noise reduction results and fitting curves

和(B)可见, 谐波建模不能准确估计谐波干扰, 导致去噪结果仍含较多噪声. 而 VMD 方法可去除所有谐波分量, 并有效压制随机噪声, 分解得到的磁共振信号的实部和虚部均与仿真 FID 基本重合. 这是因为谐波建模消噪方法只针对数据中只含有单一基频的噪声情形. 图 5(C)和(D)分别为当数据含有多个基频时, 实部和虚部的含噪数据与消噪结果. 由图 5(C)和(D)可见, 谐波建模对多次谐波的估计是错误的. 而变分模态分解是将信号分解成具有一定带宽的频域分量, 当磁共振数据中谐波基频随时间变化时, 该方法可将相近频率分量分解成一个模态, 因此能准确估计谐波噪声. 进一步, 当每次采集数据的谐波基频不同时, VMD 去噪效果仍明显优于谐波建模方法, 且不会使磁共振信号失真. 假设单次采集数据中谐波基频固定, 使用谐波建模对每次采集数据分别单独处理也能有良好的去噪效果, 但会需要更多的计算时间.

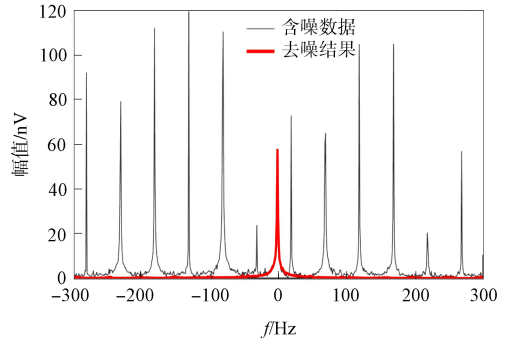


图 4 仿真数据消噪前后频谱对比

Fig. 4 Comparison of spectra before and after noise reduction of simulated data

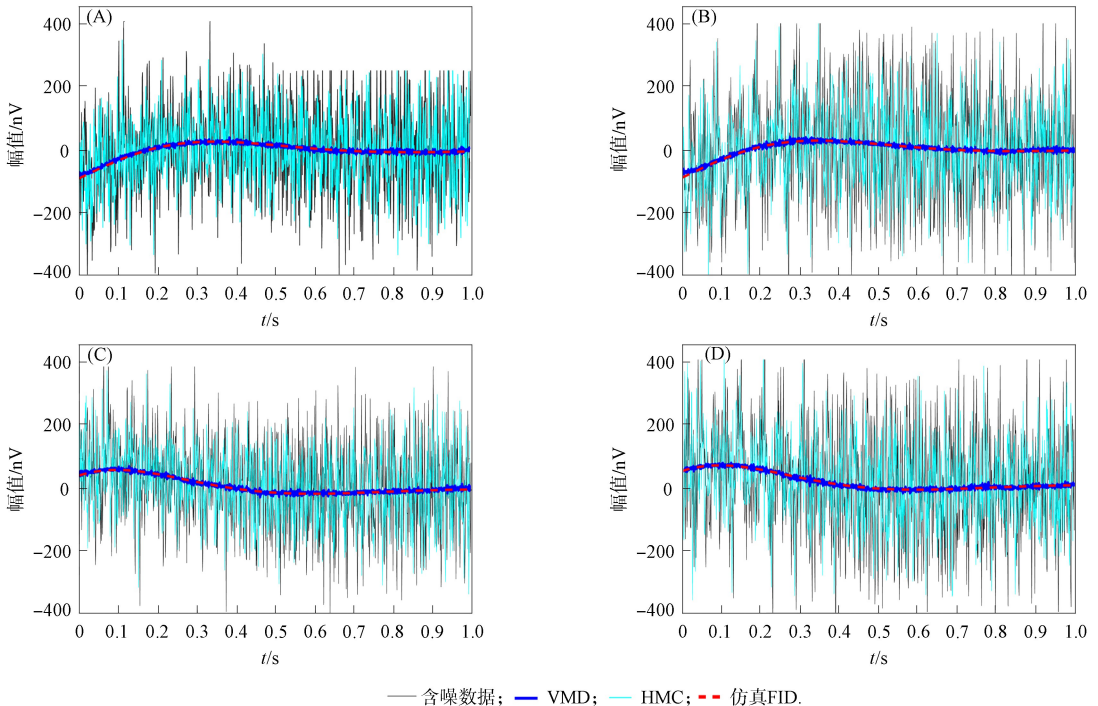


图 5 不同谐波基频消噪前后频谱对比

Fig. 5 Comparison of spectra before and after noise reduction of different harmonic fundamental frequencies

### 2.3 不同噪声水平的测试

为进一步验证 VMD 方法的去噪能力, 本文对比了多组不同强度噪声的处理结果. 仿真 FID 信号参数设为  $V_0=100\text{ nV}$ ,  $T_2^*=0.3\text{ s}$ . 图 6(A)和(B)给出了当单次采集谐波噪声分别为 500, 1 000, 1 500, 2 000 nV, 随机噪声固定为 500 nV 时, 100 组数据去噪后磁共振信号参数的非线性拟合统计结果. 初始振幅和弛豫时间误差均集中在 2% 以下, 少量分布在 5% 以下. 即便谐波噪声水平达到 2 000 nV, 本文方法仍有较理想的去噪效果, 磁共振参数拟合误差基本不变. 注意到, 随着噪声水平提升, 误差离群点反而逐渐减少, 这是因为谐波模态的能量集中会使 VMD 分解方法更清晰地识别诸多模态. 图 6(C)和(D)给出了随机噪声为 500, 1 000, 1 500, 2 000 nV, 谐波噪声固定为 500 nV 时的拟合统计结果. 由图 6(C)和(D)可见, 当随机噪声超过 1 000 nV 时, 部分初始振幅拟合误差超过 10%, 弛豫时间也有较大偏差. 表明 VMD 方法主要对信号的频率差异敏感, 而随机噪声水平会影响多个模态分量的频域带宽寻优, 导致谐波估计存在误差.

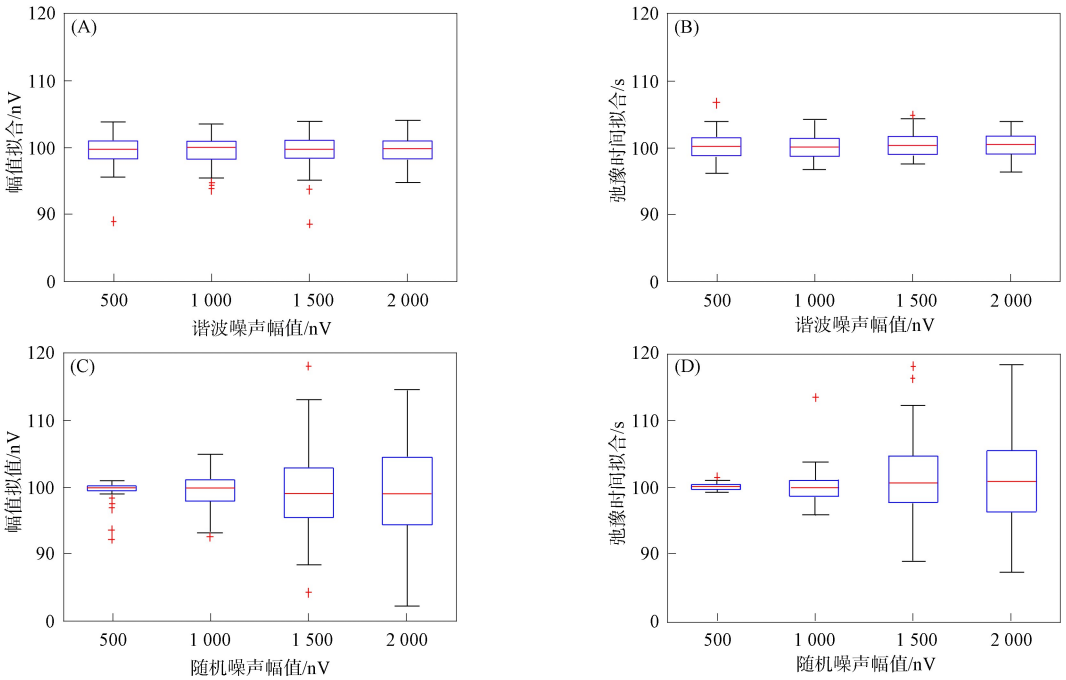


图 6 不同噪声水平测试结果

Fig. 6 Test results of different noise levels

### 3 实测结果

为验证本文提出的 VMD 去噪方法对实际采集磁共振信号进行随机噪声压制的有效性, 在吉林省长春市烧锅镇进行探测实验, 探测点附近噪声较小, 且有丰富的地下水资源. 野外实验数据使用 JLMRS 型磁共振地下水探测仪获得, 如图 7 所示. 测量地点的地磁场强度为 54 908 nT, Larmor 频率为 2 330 Hz, 地磁倾角为 60°, 收发一体线圈尺寸为 50 m × 50 m, 使用 20 组不同的脉冲矩激发<sup>[17-18]</sup>.

图 8 为其中一组测量信号的噪声压制结果. 图 8(A)为去噪前后的频谱对比. 由图 8(A)可见, 其他频点谐波分量被有效消除, Larmon 频率处幅值突出. 由式(1)可知, 理想包络信号应为平滑曲线. 图 8(B)和(C)分别为实测数据与去噪结果的实



图 7 探测现场

Fig. 7 Field site of detection

部与虚部对比. 由图 8(B)和(C)可见, 消噪后的曲线平滑, 谐波噪声大幅度衰减. 该去噪结果表明, 本文方法在反演获得地下水分布信息的过程中有重要优势.

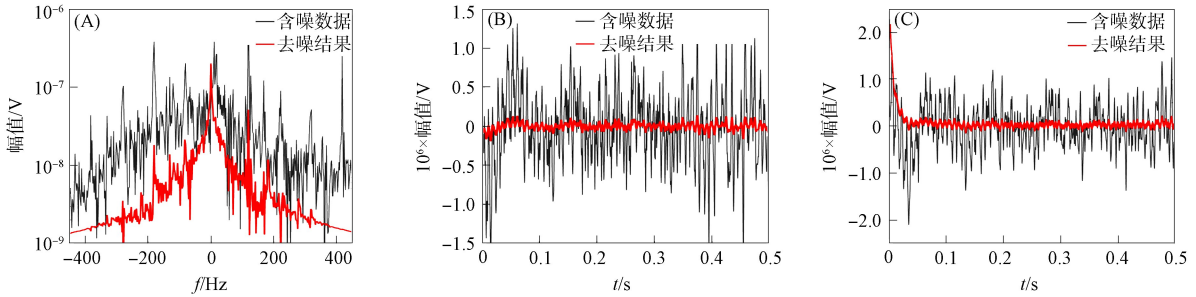


图 8 实测数据结果

Fig. 8 Actual measurement data results

综上所述, 针对地面磁共振数据中强噪声干扰的问题, 本文提出了一种基于改进变分模态分解的工频谐波消除方法, 大幅度提升了去噪效果与计算效率. 当磁共振数据中含有多基频谐波或谐波基频随时间变化时, 该方法仍有良好的谐波分量估计效果, 显著优于常规谐波建模. 针对先验分解参数影响去噪效果的问题, 本文提出了根据频谱分析设定模态分量数与初始中心频率的改进方式. 大量仿真测试与实测数据验证了本文去噪算法的有效性和实用性.

### 参 考 文 献

- [1] 林君. 核磁共振找水技术的研究现状与发展趋势 [J]. 地球物理学进展, 2010, 25(2): 681-691. (LIN J. Situation and Progress of Nuclear Magnetic Resonance Technique for Groundwater Investigations [J]. Progress in Geophysics, 2010, 25(2): 681-691.)
- [2] 张荣, 胡祥云, 杨迪琨, 等. 地面核磁共振技术发展述评 [J]. 地球物理学进展, 2006, 21(1): 284-289. (ZHANG R, HU X Y, YANG D K, et al. Review of Development of Surface Nuclear Magnetic Resonance [J]. Progress in Geophysics, 2006, 21(1): 284-289.)
- [3] BEHROOZMAND A, KEATING K, AUKEN E. A Review of the Principles and Applications of the NMR Technique for Near-Surface Characterization [J]. Surveys in Geophysics, 2015, 36(1): 27-85.
- [4] 田宝凤, 朱慧, 易晓峰, 等. 基于谐波建模和自相关的磁共振信号消噪与提取方法研究 [J]. 地球物理学报, 2018, 61(2): 767-780. (TIAN B F, ZHU H, YI X F, et al. Denoising and Extraction Method of Magnetic Resonance Sounding Signal Based on Adaptive Harmonic Modeling and Autocorrelation [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2018, 61(2): 767-780.)
- [5] YI X F, ZHANG J, TIAN B F, et al. Design of Magnetic Resonance Sounding Antenna and Matching Circuit for the Risk Detection of Tunnel Water-Induced Disasters [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2019, 68(12): 4945-4953.
- [6] LARSEN J J, DALGAARD E, AUKEN E, et al. Noise Cancelling of Magnetic Resonance Sounding Signals Combining Model-Based Removal of Powerline Harmonics and Multichannel Wiener Filtering [J]. Geophysical Journal International, 2014, 196(2): 828-836.
- [7] 黄建, 胡晓光, 巩玉楠. 基于经验模态分解的高压断路器机械故障诊断方法 [J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(12): 108-113. (HUANG J, HU X G, GONG Y N. Mechanical Fault Diagnosis Method for High-Voltage Circuit Breakers Based on Empirical Mode Decomposition [J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(12): 108-113.)
- [8] BOUDRAA A O, CEXUS J C. EMD-Based Signal Filtering [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(6): 2196-2202.
- [9] YU D J, CHENG J S, YANG Y, et al. Application of EMD Method and Hilbert Spectrum to the Fault Diagnosis of Roller Bearings [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2005, 19(2): 259-270.

- [10] LIN L, JI H B. Signal Feature Extraction Based on an Improved EMD Method [J]. *Measurement*, 2009, 42(5): 796-803.
- [11] CHENG J S, YU D J, YANG Y, et al. Research on the Intrinsic Mode Function (IMF) Criterion in EMD Method [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2006, 20(4): 817-824.
- [12] DRAGOMIRETSKIY K, ZOSSO D. Variational Mode Decomposition [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 62(3): 531-544.
- [13] NAZARI M, SAKHAEI S M. Successive Variational Mode Decomposition [J]. *Signal Processing*, 2020, 174: 107610-1-107610-10.
- [14] GUO Y F, ZHANG Z S. Generalized Variational Mode Decomposition: A Multiscale and Fixed-Frequency Decomposition Algorithm [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 1-13.
- [15] CHEN X J, YANG Y M, CUI Z X, et al. Vibration Fault Diagnosis of Wind Turbines Based on Variational Mode Decomposition and Energy Entropy [J]. *Energy*, 2019, 174: 1100-1109.
- [16] JIANG C D, MIKE M P, WANG Q, et al. Two-Dimensional QT Inversion of Complex Magnetic Resonance Tomography Data [J]. *Geophysics*, 2018, 83(6): 65-75.
- [17] 林婷婷, 史文龙, 齐鑫, 等. 核磁共振地下水探测全波收录系统 [J]. *吉林大学学报(工学版)*, 2014, 44(4): 1024-1030. (LIN T T, SHI W L, QI X, et al. Full-Wave Recording of MRS Ground Water Exploration System [J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2014, 44(4): 1024-1030.)
- [18] 林君, 张洋. 地面磁共振探水技术的研究现状与展望 [J]. *仪器仪表学报*, 2016, 37(12): 2657-2670. (LIN J, ZHANG Y. Research Status and Expectation of Surface Nuclear Magnetic Resonance Technique for Groundwater Detection [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2016, 37(12): 2657-2670.)

(责任编辑: 韩 啸)