

求解大规模图划分问题的混合遗传算法

曹欢欢, 刘红卫, 路文军

(西安电子科技大学 数学与统计学院, 西安 710126)

摘要: 针对大规模图划分问题中划分方案数量随顶点数指数级增长而导致的计算复杂性, 以及传统遗传算法在处理大规模问题时效率和精度不足的问题, 提出一种混合遗传算法. 首先, 该算法对经过二进制编码的个体进行最佳匹配, 通过识别并筛选出优良基因, 有效缩小搜索范围, 聚焦于更具潜力的搜索区域; 其次, 为避免传统交叉操作可能产生的非法解, 该算法摒弃了随机交叉策略, 仅生成一个潜在解; 最后, 在变异操作中引入禁忌搜索算子, 生成完整的个体, 从而增强算法的局部搜索能力, 实现全局搜索与局部搜索之间的动态平衡. 将该混合遗传算法应用于超大规模集成电路划分问题的实验结果表明, 该算法可有效改进大规模图二划分问题解的质量.

关键词: 图划分; 遗传算法; 最佳匹配; 优良基因; 禁忌搜索

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2025)03-0822-07

Hybrid Genetic Algorithm for Solving Large-Scale Graph Partitioning Problems

CAO Huanhuan, LIU Hongwei, LU Wenjun

(School of Mathematics and Statistics, Xidian University, Xi'an 710126, China)

Abstract: Aiming at the problem of the computational complexity caused by the exponential increase in the number of partitioning schemes with the number of vertices in large-scale graph partitioning problems, and the inefficiency and imprecision of traditional genetic algorithms when dealing with large-scale problems, we proposed a hybrid genetic algorithm. Firstly, the algorithm performed optimal matching on individuals encoded in binary, identified and screened out good genes, effectively narrowing down the search range and focusing on more promising search areas. Secondly, in order to avoid the illegal solutions that might arise from traditional crossover operations, the algorithm abandoned the random crossover strategy and only generated one potential solution. Finally, by introducing a tabu search operator in the mutation operation to generate complete individuals, thereby enhancing local search capability of the algorithm and achieving a dynamic balance between global and local searches. Experimental results of applying this hybrid genetic algorithm to the partitioning problem of ultra large-scale integrated circuits show that the algorithm can effectively improve the quality of solutions for large-scale graph partitioning problems.

Keywords: graph partitioning; genetic algorithm; optimal matching; good gene; tabu search

收稿日期: 2024-04-09.

第一作者简介: 曹欢欢(2000—), 女, 汉族, 硕士研究生, 从事图划分问题的研究, E-mail: 17836222609@163.com.

基金项目: 国家自然科学基金(批准号: 12261019).

图划分问题是将一个大图划分为若干个子图,使每个子图的规模尽可能相似,并保证子图之间的连接关系最小化.图划分问题广泛应用于各种实际应用中,如稀疏矩阵分解^[1]、并行计算^[2]和社交网络中的社区检测^[3]等,特别是超大规模集成电路设计^[4].随着大数据和人工智能等领域的兴起,数据规模不断增长,图的规模也不断扩大,求解大规模图划分问题成为一个亟待解决的问题.

图划分问题已经被证明是 NP(non-deterministic polynomial) 难的组合优化问题^[5],因此不太可能找到多项式时间算法解决.目前,已提出了许多启发式方法在可接受的时间内找到近似解.Fiduccia等^[6]提出的 F-M 算法是一种基于 K-L 算法^[7]的线性时间迭代最小切割启发式算法.K-L 算法是基于节点对移动的,而 F-M 算法基于单节点移动,采用桶列表数据结构加快流量.F-M 算法及其变体以其快速的收敛速度和可观的质量目前被广泛应用于图划分领域.有效的启发式方法通常融合局部搜索与多级划分策略.这种方法分为 3 个步骤:首先是粗化,它通过将强连通节点逐步聚类形成多级图的结构.例如,文献^[8]提出了一种自下而上的聚类算法,专门用于解决大规模布局问题.该算法利用了一种高效的数据结构迅速识别最佳的聚类对,并采用了一种“懒”更新技术加速聚类得分的更新过程.其次是初始划分,即将最粗的图一分为二作为起始解.最后是细化阶段,将当前结果映射到下一个更细分的级别,并用基于移动的策略不断提升解的质量.Benlic等^[9]提出了一种结合多级划分与禁忌搜索的混合算法,将禁忌搜索作为细化步骤嵌入到多级框架中,专门针对图的平衡划分问题进行优化.Areibi等^[10]设计了一种模因算法,该算法融合了遗传算法、局部搜索以及多级聚类技术,成功地对 VLSI(very large scale integration)设计中的硬组合优化问题进行了有效优化.

本文提出一种特殊类型的启发式算法解决大规模图二划分问题,即混合遗传算法.不同于先粗化后细化的多级划分方法,该算法用交叉算子在搜索空间中生成一系列潜在解,聚焦于希望较大的搜索区域.为提升解的质量,算法还引入了禁忌搜索算子,在变异操作过程中对当前迭代解执行一系列局部优化变换.

1 图二划分数学模型

给定一个赋权无向图 $G=(V,E)$,其顶点集 V 包含 n 个顶点,即 $V=\{1,2,\dots,n\}$,边集 E 表示连接图中的顶点的边.图 G 的邻接矩阵用 W 表示,其中元素 w_{ij} 表示连接顶点 i 与顶点 j 的边的权值. W 是一个对称矩阵,即对于所有的 i 和 j ,有 $w_{ij}=w_{ji}$.每个顶点 i 都有一个非负权重 b_i ,记为 $b=(b_1,b_2,\dots,b_n)$.图二划分问题旨在将顶点集 V 分割成两个子集 V_1 和 V_2 ,目标是 minimized 切边权重 w_{ij} ($i \in V_1, j \in V_2$) 的总和,同时要求每个子集内的顶点权重和不超过预设的容量上限 U .

图二划分问题的目标函数为

$$\min \sum_{i \in V_1, j \in V_2} w_{ij},$$

约束条件为

$$\sum_{i \in V_1} b_i \leq U, \quad \sum_{j \in V_2} b_j \leq U.$$

满足约束条件的划分 P 称为一个合法划分.注意这里仅涉及图的二划分问题模型.对于更复杂的图的多分问题,可考虑采用递归分割的二分问题策略解决^[11].本文主要研究如何优化图二划分问题的解.

2 混合遗传算法

图划分问题属于经典的组合优化范畴,在一个有 n 个顶点的图中,潜在的划分方案数量高达 2^n 种.随着顶点数 n 的增长,划分方案呈现出指数级的爆炸式增长.若尝试考虑所有情况,耗时巨大,且还要考虑划分是否合法.显然这种策略不适用于实际情况.

遗传算法(genetic algorithm, GA)是一种受自然选择和遗传学原理启发的自适应全局优化搜索算法^[12-13].与传统的优化算法相比,它通过直接对编码进行操作,不依赖复杂的推导和额外信息,即能有效探索优化搜索空间,并根据问题特性自适应地调整搜索方向^[14-15].但当面对大规模计算问题时,传统遗传算法可能会遇到效率和精度的挑战.针对该问题,本文在传统遗传算法的基础上,针对

图二划分问题提出一种新的混合遗传算法. 该算法通过筛选优良基因以缩小搜索范围, 聚焦于希望较大的搜索区域. 同时, 在变异操作中引入了禁忌搜索算子, 以增强算法对局部空间的探索能力.

2.1 编码

在遗传算法中, 编码是将问题的参数映射至具有特定结构的个体(或染色体). 本文选用二进制编码方式^[16], 用 n 维向量 \mathbf{x} 表示一个个体(或染色体), $x_i \in \{-1, 1\}$, $i=1, 2, \dots, n$. 若基因 $x_i=1$, 则表明第 i 个顶点被归入第一个划分集合 V_1 ; 反之, 若基因 $x_i=-1$, 则表明第 i 个顶点被归入第二个划分集合 V_2 . 染色体的长度, 即基因的数量, 固定为 n . 编码后的目标函数可表示为如下二次函数形式:

$$\min \frac{1}{4} \sum_{i,j \in V} w_{ij} (1 - x_i x_j).$$

2.2 适应度函数

适应度即生物群体中个体适应生存环境的能力. 在遗传算法中, 用来评价个体优劣的数学函数, 称为个体的适应度函数^[17]. 对遗传算法的收敛速度及找到最优解的概率起至关重要的作用. 对于图划分问题, 其目标函数值总是正数, 并且其值越小表示个体越优, 因此本文采取将目标函数值取倒数的策略计算适应度. 这样, 目标函数值小的个体将获得高适应度值, 而目标函数值大的个体则获得低适应度值. 适应度函数为

$$\text{fitness}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\text{obj}(\mathbf{x})},$$

其中 $\text{fitness}(\mathbf{x})$ 和 $\text{obj}(\mathbf{x})$ 分别表示个体 \mathbf{x} 的适应度函数和目标函数.

2.3 初始种群和选择操作

Rudolph^[18] 研究表明, 仅依赖交叉、变异和选择 3 种基本操作的传统遗传算法, 无法保证收敛至全局最优解. 基于此, 本文算法在初始化阶段中摒弃了随机生成种群的方法, 而是有针对性地挑选一些合法划分对应的个体(或染色体)作为初始种群. 通过本文算法迭代过程中的交叉和变异操作, 能生成数量与父代数量相同的子代, 并确保新生成的子代种群在质量上不低于父代种群. 因此, 本文使用每次迭代产生的新种群替换原种群, 以不断提升种群的整体质量.

2.4 交叉操作

对于图划分问题, 采用传统的交叉操作会产生非法解, 即划分结果不能满足约束条件. 为避免这种情况, 本文提出最佳匹配的定义. 设 $P_1 = \{V_1^1, V_2^1\}$ 和 $P_2 = \{V_1^2, V_2^2\}$ 是给定图 G 的两个初始合法划分, 考虑两个划分之间的匹配, 由一对一映射 σ 表示: $\{1, 2\} \rightarrow \{1, 2\}$, 匹配 σ 的性能称为 $P(\sigma)$, 表示为 P_1 的每个 V_i^1 与其对应的 P_2 的 $V_{\sigma(i)}^2$ 交集的大小, 因此有

$$P(\sigma) = \sum_{1 \leq i \leq 2} |V_i^1 \cap V_{\sigma(i)}^2|.$$

如果 σ^* 满足 $P(\sigma^*) = \max_{\sigma} P(\sigma)$, 则 σ^* 称为最佳匹配.

在最佳匹配情况下, 将两个个体中同一位置基因相同的基因称为优良基因. 记录下个体间的优良基因, 在后续操作中可避免优良基因被破坏, 加速收敛过程. 由于本文的初始种群中个体数量有限, 为尽可能产生适应度较高的后代, 本文在选择交叉的两个父代时, 采用全面的交叉策略, 即考虑所有可能的父代配对组合. 交叉操作本身并未直接生成完整的子代个体, 而形成了由优良基因构成的潜在个体, 这些个体后续将通过变异操作发展成为完整的后代个体.

2.5 变异操作

变异操作本质上是使算法在个体附近进行局部搜索. 与交叉操作相同, 使用传统的变异操作会产生非法解, 甚至可能会破坏优良基因. 因此, 本文在变异操作部分引入禁忌搜索算子^[19-21], 利用记忆引导算法的搜索过程.

在禁忌搜索算法开始时, 先传入父代个体(作为本文算法的初始解 \mathbf{x}^0 和当前最优解 \mathbf{x}^{best})及标记为非优良的基因, 禁忌搜索算法的性能会受每次生成的候选解数量 C_{num} 和禁忌表长度 L_{len} 的影响^[22]. 因此, 本文根据非优良基因的总数动态确定所需的候选解数量 C_{num} , 并生成相应数量的不重复候选解. 这些候选解通过 F-M 算法^[6]中的交换操作产生, 即把一个非优良基因 x_i 取反得到 $-x_i$, 从而使该

顶点从当前的划分集合转移到另一个划分集合. 然后算法会评估所有候选解的合法性, 并排除不合法的候选解, 最后形成合法的候选解集 C .

在每次迭代过程中, 当前迭代解 \mathbf{x}^i 先根据非优良基因生成一个候选解集 C , 然后从 C 中选取适应度最佳的候选解 \mathbf{x}^{can1} . 若 \mathbf{x}^{can1} 的适应度超过当前最优解 \mathbf{x}^{best} , 则更新当前最优解 $\mathbf{x}^{\text{best}} = \mathbf{x}^{\text{can1}}$, 并赋值给新的迭代解 $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^{\text{can1}}$, 将引发这一变化的邻域动作加入禁忌表. 否则, 从 C 中挑选一个未列入禁忌表的适应度最高的解 \mathbf{x}^{can2} 作为新的迭代解 $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^{\text{can2}}$, 并将其邻域动作加入禁忌表. 迭代持续进行, 直至达到预设的最大迭代次数 Iter 或所有候选解均进入禁忌状态时终止搜索.

算法 1 基于禁忌搜索的变异算子(TSM).

输入: 初始迭代解 \mathbf{x}^0 , 非优良基因 badgene;

初始化: 当前最优解 $\mathbf{x}^{\text{best}} = \mathbf{x}^0$, 禁忌表 $\text{Tabu} = []$;

步骤 1) while $i \leq \text{Iter}$

步骤 2) 计算所需的候选解数量 C_{num} , 通过 F-M 算法中的交换操作产生当前迭代解 \mathbf{x}^i 的 C_{num} 个候选解;

步骤 3) 评估所有候选解的合法性, 删除所有非法候选解, 得到候选解集 C ;

步骤 4) 计算候选解的适应度值, 选择适应度最高的候选解 \mathbf{x}^{can1} ;

步骤 5) if $\text{fitness}(\mathbf{x}^{\text{can1}}) > \text{fitness}(\mathbf{x}^{\text{best}})$

步骤 6) $\mathbf{x}^{\text{best}} = \mathbf{x}^{\text{can1}}$; $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^{\text{can1}}$; 更新禁忌表 Tabu ; $i = i + 1$;

步骤 7) else

步骤 8) 在 C 中挑选一个未列入禁忌表的适应度最高的解 \mathbf{x}^{can2} ;

步骤 9) $\mathbf{x}^{i+1} = \mathbf{x}^{\text{can2}}$; 更新禁忌表 Tabu ; $i = i + 1$;

步骤 10) 如果所有候选解都处于禁忌状态, 则跳出 while 循环;

步骤 11) end

步骤 12) end

输出: 当前最优解 \mathbf{x}^{best} .

2.6 混合遗传算法流程

通过重新设计适应度函数、交叉算子和变异算子, 并引入最佳匹配和优良基因的概念, 本文设计一种混合遗传算法. 该算法的基本流程如下.

算法 2 混合遗传算法(HGA).

输入: 合法初始种群 $\text{Pop} = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$;

步骤 1) 将初始种群中的个体 p_i 按 2.1 节中的编码规则进行编码转为 \mathbf{x}^i ;

步骤 2) 以其中一个 \mathbf{x}^i 为基准, 找到剩余其他 $\mathbf{x}^{\text{other}}$ 的最佳匹配, 并按最佳匹配结果调整编码;

步骤 3) for $g = 1, 2, \dots, \text{Gen}$

步骤 4) 列出所有可能的父代组合 cross;

步骤 5) for $t = 1, 2, \dots, \text{length}(\text{cross})$

步骤 6) 记第 t 组 cross 中两个父代个体分别为 parent1 和 parent2;

步骤 7) 找到 parent1 和 parent2 中同一位置基因相同的基因, 记为优良基因, 反之, 记为非优良基因 badgene;

步骤 8) 用基于禁忌搜索的变异算子对 parent1 和 parent2 进行改进;

步骤 9) 将改进后的 parent1 和 parent2 替换原来的 parent1 和 parent2, 更新种群;

步骤 10) end

步骤 11) end

输出: 最优个体, 最优个体对应的目标函数值.

最后, 根据 2.1 节中的编码规则, 解码后便可得到划分结果.

3 实 验

在解决超大规模集成电路设计方面,一种有效的策略是先将超图转换为图模型,然后用数学方法进行抽象处理.王晓瑜等^[11]对此问题进行了数学建模,将电路划分问题简化为无约束优化问题,并设计了一种用于解决图划分问题的启发式框架.此外,美国 IBM 公司的 Austin 实验室开发了 ISPD98 电路测试基准,该基准已被广泛认可为电路测试的标准样例^[23].将 ISPD98 电路测试基准中的 18 组电路转换为超图后,超图的顶点数量约为 $1.2 \times 10^5 \sim 2.1 \times 10^6$,超边数量约为 $1.4 \times 10^5 \sim 2.1 \times 10^6$.

本文选取文献[23]中提出的两组二划分数据(每组包含 18 个电路二划分问题)进行测试.所有实验均在一台配置为 Intel(R) Core(TM) i5-6500 CPU @ 3.20 GHz, 16 GB RAM 的电脑上完成,并使用 MATLAB R2022a 进行编码.实验中,种群迭代次数 $Gen = 10$,禁忌搜索的最大迭代次数 $Iter = 100$,禁忌表长度 $L_{len} = 20$.此外,为评估本文方法中最佳匹配的贡献度,设计了一组消融实验.对比算法与本文算法的主要区别在于:前者直接通过交叉处理生成潜在个体,然后通过变异生成完整个体;而后者则在交叉变异前进行了最佳匹配操作.其余实验设置均与本文算法一致.本文将前者称为不加最佳匹配方法,后者称为加最佳匹配方法.在文献[11]提出的图二分算法框架的指导下,本文获得了 3 组合法的划分结果,并将其作为初始种群.在文献[11]框架基础上两组数据下的实验结果分别列于表 1 和表 2.划分结果越小表示划分质量越高.

表 1 列出了针对文献[23]中平衡约束为 10% 的第一组数据的实验结果.其中,第 2~4 列分别呈现了 3 组合法的初始划分,第 5 列汇总了这 3 组划分中的最优结果,作为与本文算法对比的基准.第 6 列和第 7 列分别列出了不加最佳匹配方法和加最佳匹配方法(即本文算法)的实验结果.由表 1 可见,加最佳匹配方法在多数情况下都优于不加最佳匹配方法,尽管在个别问题中,不加最佳匹配方法的结果略好,但差距较小.表明最佳匹配模块对算法性能有贡献.此外,即使不加最佳匹配,算法仍对初始最优划分有改进,说明交叉变异操作本身也具有优化效果.为量化算法性能的提升,第 8 列和第 9 列分别列出了本文算法相对于初始最优划分的改进数值和百分数.在第一组数据实验中,本文算法的平均改进效率为 3.77%,其中第 2 个问题的改进效率最高,达到 7.78%,仅第 10 个问题的性能未得到改进.

表 1 在文献[11]框架基础上第一组数据下的实验结果

Table 1 Experimental results under the first set of data based on framework of reference [11]

问题 编号	划分 结果 1	划分 结果 2	划分 结果 3	组合最 优划分	不加最佳 匹配方法	加最佳匹 配方法	改进 数值	改进 百分数/%
ibm01	212	192	213	192	189	189	3	1.56
ibm02	438	461	347	347	347	320	27	7.78
ibm03	1 091	1 130	1 099	1 091	995	1 009	82	7.52
ibm04	618	634	680	618	618	588	30	4.85
ibm05	1 915	1 896	1 903	1 896	1 877	1 858	38	2.00
ibm06	1 021	1 006	1 117	1 006	935	928	78	7.75
ibm07	906	905	1 081	905	905	896	9	0.99
ibm08	1 328	1 405	1 645	1 328	1 264	1 233	95	7.15
ibm09	709	700	694	694	671	660	34	4.90
ibm10	1 513	1 558	1 551	1 513	1 512	1 513	0	0
ibm11	1 166	1 150	1 173	1 150	1 142	1 126	24	2.09
ibm12	2 524	2 108	2 315	2 108	2 080	2 033	75	3.56
ibm13	976	961	1 010	961	918	926	35	3.64
ibm14	2 419	2 553	3 194	2 419	2 418	2 334	85	3.51
ibm15	3 135	3 134	3 133	3 133	3 046	3 050	83	2.65
ibm16	2 078	2 291	2 115	2 078	2 006	2 009	69	3.32
ibm17	2 819	2 968	2 888	2 819	2 770	2 775	44	1.56
ibm18	2 168	2 162	2 187	2 162	2 086	2 096	66	3.05

表2列出了针对文献[23]中平衡约束为2%的第二组数据的实验结果。其中第6列和第7列分别呈现了不加最佳匹配方法和加最佳匹配方法(即本文算法)的实验结果。由表2可见,与第一组数据类似,加最佳匹配方法在多数情况下都表现更优,尽管在个别问题中,不加最佳匹配方法的结果略好,但差距较小。实验结果进一步验证了最佳匹配模块对算法性能的提升作用。此外,即使不加最佳匹配,算法仍对初始最优划分有改进,说明交叉变异操作本身也具有优化效果。第8列和第9列列出了本文算法相对于初始最优划分的改进数值和百分数。在第二组数据实验中,平均改进效率为2.94%,其中第3个问题的改进效率最高,可达6.40%。这些结果与第一组数据的分析一致,表明本文混合遗传算法在不同平衡约束条件下均能有效改进大规模图的二分问题。

表2 在文献[11]框架基础上第二组数据下的实验结果

Table 2 Experimental results under the second set of data based on framework of reference [11]

问题 编号	划分 结果 1	划分 结果 2	划分 结果 3	组合最 优划分	不加最佳 匹配方法	加最佳匹 配方法	改进 数值	改进 百分数/%
ibm01	191	191	246	191	191	188	3	1.57
ibm02	413	408	447	408	405	405	3	0.74
ibm03	1 087	1 063	1 081	1 063	1 020	995	68	6.40
ibm04	673	673	687	673	672	668	5	0.74
ibm05	1 897	1 915	1 913	1 897	1 880	1 882	15	0.79
ibm06	1 143	1 090	1 161	1 090	1 059	1 039	51	4.68
ibm07	1 073	1 065	1 089	1 065	1 038	1 013	52	4.88
ibm08	1 360	1 329	1 740	1 329	1 305	1 299	30	2.26
ibm09	722	708	672	672	658	653	19	2.83
ibm10	1 906	1 665	1 709	1 665	1 665	1 662	3	0.18
ibm11	1 364	1 224	1 289	1 224	1 224	1 202	22	1.80
ibm12	2 628	2 567	2 448	2 448	2 448	2 368	80	3.27
ibm13	981	946	1 073	946	912	911	35	3.70
ibm14	3 174	3 144	3 256	3 144	3 141	2 995	149	4.74
ibm15	3 145	3 384	3 229	3 145	3 086	3 013	132	4.20
ibm16	2 920	2 563	2 717	2 563	2 562	2 560	3	0.12
ibm17	3 010	2 992	3 387	2 992	2 825	2 801	191	6.38
ibm18	2 214	2 246	2 157	2 157	2 136	2 079	78	3.62

综上所述,针对大规模图划分问题中划分方案数量随顶点数指数级增长而导致的计算复杂性,以及传统遗传算法在处理大规模问题时效率和精度不足的问题,本文提出了一种混合遗传算法。首先,引入了一种新型的交叉算子,其能确保选择的个体之间存在最佳的匹配关系。其次,提出了优良基因的概念,用以标识那些在问题求解中表现出较高优越性的基因,这些基因在种群进化过程中将被优先保留和利用。最后,为进一步增强算法的局部搜索能力,在变异操作中融入了禁忌搜索算子,该算子能避免算法陷入局部最优解。为验证本文算法的实际应用效果,将其应用于电路划分问题的实验中。实验结果表明,本文算法对改进图二划分问题有效。本文算法能在种群迭代更新过程中不断地生成并选择出更优秀的个体,最终实现对大规模图二划分问题的有效改进。

参 考 文 献

- [1] WANG J, ZHU L, DAI T, et al. Low-Rank and Sparse Matrix Factorization with Prior Relations for Recommender Systems [J]. Applied Intelligence, 2021, 51(6): 3435-3449.
- [2] DHULIPALA L, BLELLOCH G E, SHUN J. Theoretically Efficient Parallel Graph Algorithms Can Be Fast and Scalable [J]. ACM Transactions on Parallel Computing (TOPC), 2021, 8(1): 1-70.
- [3] ZHAO X W, LIANG J Y, WANG J. A Community Detection Algorithm Based on Graph Compression for Large-Scale Social Networks [J]. Information Sciences, 2021, 551(1): 358-372.
- [4] DUNLOP A E, KERNIGHAN B W. A Procedure for Placement of Standard-Cell VLSI Circuits [J]. IEEE

- Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 1985, 4(1): 92-98.
- [5] BUI T N, JONES C. Finding Good Approximate Vertex and Edge Partitions Is NP-Hard [J]. Information Processing Letters, 1992, 42(3): 153-159.
- [6] FIDUCCIA C M, MATTHEYESSES R M. A Linear-Time Heuristic for Improving Network Partitions [C]// Proceedings of the 19th Design Automation Conference. Piscataway, NJ: IEEE, 1982: 175-181.
- [7] KERNIGHAN B W, LIN S. An Efficient Heuristic Procedure for Partitioning Graphs [J]. The Bell System Technical Journal, 1970, 49(2): 291-307.
- [8] ALPERT C, KAHNG A, NAM G J, et al. A Semi-persistent Clustering Technique for VLSI Circuit Placement [C]// Proceedings of the 2005 International Symposium on Physical Design. New York: ACM, 2005: 200-207.
- [9] BENLIC U, HAO J K. An Effective Multilevel Tabu Search Approach for Balanced Graph Partitioning [J]. Computers & Operations Research, 2011, 38(7): 1066-1075.
- [10] AREIBI S, YANG Z. Effective Memetic Algorithms for VLSI Design = Genetic Algorithms + Local Search + Multi-level Clustering [J]. Evolutionary Computation, 2004, 12(3): 327-353.
- [11] 王晓瑜, 刘红卫, 王婷, 等. 基于半定规划的多约束图划分问题 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2023, 61(3): 540-546. (WANG X Y, LIU H W, WANG T, et al. Multi-constraint Graph Partitioning Problem Based on Semidefinite Programming [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2023, 61(3): 540-546.)
- [12] 白祉旭, 王衡军. 基于改进遗传算法的对抗样本生成方法 [J]. 计算机工程, 2023, 49(5): 139-149. (BAI Z X, WANG H J. Adversarial Example Generation Method Based on Improved Genetic Algorithm [J]. Computer Engineering, 2023, 49(5): 139-149.)
- [13] 李杰, 贾长旺, 乔斌, 等. 汽车转向非线性平衡点遗传算法求解及其改进 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2023, 44(12): 1726-1733. (LI J, JIA C W, QIAO B, et al. Genetic Algorithm Solution for Nonlinear Equilibrium Point of Vehicle Steering and Its Improvement [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2023, 44(12): 1726-1733.)
- [14] KATOCH S, CHAUHAN S S, KUMAR V. A Review on Genetic Algorithm: Past, Present, and Future [J]. Multimedia Tools and Applications, 2021, 80: 8091-8126.
- [15] ZOJAJI Z, KAZEMI A. Adaptive Reinforcement-Based Genetic Algorithm for Combinatorial Optimization [J]. Journal of Computing and Security, 2022, 9(1): 71-84.
- [16] KIM J, HWANG I, KIM Y H, et al. Genetic Approaches for Graph Partitioning: A Survey [C]// Proceedings of the 13th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation. New York: ACM, 2011: 473-480.
- [17] 孙毅, 王会梅, 鲜明, 等. Kubeflow 异构算力调度策略研究 [J]. 计算机工程, 2024, 50(2): 25-32. (SUN Y, WANG H M, XIAN M, et al. Research on Kubeflow Heterogeneous Computing Power Scheduling Strategy [J]. Computer Engineering, 2024, 50(2): 25-32.)
- [18] RUDOLPH G. Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms [J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 1994, 5(1): 96-101.
- [19] GUPTA T K, RAZA K. Optimizing Deep Feedforward Neural Network Architecture: A Tabu Search Based Approach [J]. Neural Processing Letters, 2020, 51(3): 2855-2870.
- [20] GLOVER F. Tabu Search-Part I [J]. ORSA Journal on Computing, 1989, 1(3): 190-206.
- [21] GLOVER F. Tabu Search-Part II [J]. ORSA Journal on Computing, 1990, 2(1): 4-32.
- [22] HIGGINS A J. A Dynamic Tabu Search for Large-Scale Generalised Assignment Problems [J]. Computers & Operations Research, 2001, 28(10): 1039-1048.
- [23] ALPERT C J. The ISPD98 Circuit Benchmark Suite [C]// Proceedings of the 1998 International Symposium on Physical Design. New York: ACM, 1998: 80-85.

(责任编辑: 韩 啸)