doi：10.13413/j.cnki.jdxblxb.2024225

一类 p-Monge-Ampère 系统径向解的存在性

马雅男，丁欢欢
（西北师范大学 数学与统计学院，兰州 730070）

摘要：考虑一类带多参数的 p-Monge-Ampère 系统 Dirichlet 问题径向解的存在性. 当参数充分大且非线性项满足适当的增长条件时，用锥上的不动点指数定理证明其径向解的存在性结果.

关键词：p-Monge-Ampère 方程；不动点指数定理；径向解；存在性
中图分类号：O175.8　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1671-5489(2025)03-0747-05

Existence of Radial Solutions for a Class of p-Monge-Ampère Systems

MA Yanan, DING Huanhuan
(*College of Mathematics and Statistics*, *Northwest Normal University*, *Lanzhou* 730070, *China*)

Abstract: We considered the existence of radial solutions to Dirichlet problems for a class of p-Monge-Ampère systems with multiparameter. By utilizing the fixed point index theorem on cones, we prove the existence results of radial solutions when the parameters are large enough and nonlinear terms satisfy appropriate growth conditions.

Keywords: p-Monge-Ampère equation; fixed point index theorem; radial solution; existence

0　引　言

假设：(H) f_i, g_i：$[0,\infty)\to[0,\infty)$ 连续.

考虑如下一类 p-Monge-Ampère 问题：

$$\begin{cases} \det(D(|Du_1|^{p-2}Du_1)) = \lambda_1 f_1(-u_1) + \mu_1 g_1(-u_2), & x \in B, \\ \det(D(|Du_2|^{p-2}Du_2)) = \lambda_2 f_2(-u_2) + \mu_2 g_2(-u_1), & x \in B, \\ u_1 = u_2 = 0, & x \in \partial B \end{cases} \tag{1}$$

径向解的存在性，其中 $B=\{x\in \mathbb{R}^n: |x|<1\}$，$p\geqslant 2$，$i=1,2$，$\lambda_i, \mu_i>0$ 是参数，f_i, g_i 满足假设条件(H).

式(1)中 $\det(D(|Du|^{p-2}Du))$ 表示 p-Monge-Ampère 算子[1]，是 Monge-Ampère 算子的推广. 当 $p=2$ 时，该算子即为 Monge-Ampère 算子. 目前，关于 Monge-Ampère 问题的研究已有很多结果[2-6]. Shen[7] 建立了 Monge-Ampère 问题

$$\begin{cases} \det(D^2u) = \lambda h(x)(-u)^n + F(x, -u, -u', \lambda), & x \in B, \\ u(x) = 0, & x \in \partial B \end{cases} \tag{2}$$

收稿日期：2024-06-05.

第一作者简介：马雅男(2001—)，女，回族，硕士研究生，从事常微分方程及动力系统的研究，E-mail：vixenmyn@163.com. **通信作者简介**：丁欢欢(1997—)，女，汉族，博士研究生，从事常微分方程及动力系统的研究，E-mail：hding_nwnu@163.com.

基金项目：国家自然科学基金(批准号：12461039).

从平凡解轴或无穷远处的全局分歧结果，其中 $\lambda>0$，权函数 $h(x)\in C(\bar{B})$ 是径向对称的，$F\in(\bar{B}\times(\mathbb{R})^3,\mathbb{R}^+)$. Feng[8]用 Krasnosel'skii 不动点定理讨论了 Monge-Ampère 问题：

$$\begin{cases} \det(D^2u_1)=\lambda h_1(|x|)f_1(-u_2), & x\in B, \\ \det(D^2u_2)=\lambda h_2(|x|)f_1(-u_1), & x\in B, \\ u_1=u_2=0, & x\in\partial B \end{cases} \tag{3}$$

非平凡凸解的存在性和多解性，其中 $\lambda>0$，权函数 $h_i\in C(B)$，f_i 是连续函数且在 ∞ 处满足 n-超线性增长条件.

p-Monge-Ampère 方程在 Riemann 几何、凸体理论等领域应用广泛，但由于 p-Monge-Ampère 问题的复杂性，对其研究结果目前报道较少. Feng[9]用特征值理论研究了奇异的 p-Monge-Ampère 问题

$$\begin{cases} \det(D(|Du|^{p-2}Du))=\mu h(|x|)f(-u), & x\in B, \\ u=0, & x\in\partial B \end{cases} \tag{4}$$

非平凡解对参数的依赖性，其中 $\mu>0$，$p\geqslant 2$，权函数 $h\in C[0,1)$ 在边界处奇异. 当 $\mu=0$ 时，Feng[10]用锥上的不动点指数理论研究了问题(4)的 n 维系统问题径向解的存在性和多解性.

受上述研究结果的启发，本文用锥上的不动点指数定理讨论含多参数的 p-Monge-Ampère 系统(1)非平凡径向解的存在性.

令

$$f_i^0(z)=\lim_{z\to 0}\frac{f_i(z)}{z^{(p-1)n}},\qquad f_i^\infty(z)=\lim_{z\to\infty}\frac{f_i(z)}{z^{(p-1)n}},$$

$$g_i^0(z)=\lim_{z\to 0}\frac{g_i(z)}{z^{(p-1)n}},\qquad g_i^\infty(z)=\lim_{z\to\infty}\frac{g_i(z)}{z^{(p-1)n}},$$

其中 $i=1,2$.

1 预备知识

令 $r=|x|=\sqrt{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_n^2}$. 设径向函数 $u_i(|x|)=u_i(r)(i=1,2)$，则问题(1)可转化为如下问题：

$$\begin{cases} r^{1-n}\left(\dfrac{1}{n}(u_1')^{(p-1)n}\right)'=\lambda_1 f_1(-u_1)+\mu_1 g_1(-u_2), & 0<r<1, \\ r^{1-n}\left(\dfrac{1}{n}(u_2')^{(p-1)n}\right)'=\lambda_2 f_2(-u_2)+\mu_2 g_2(-u_1), & 0<r<1, \\ u_1'(0)=u_2'(0)=0, \quad u_1(1)=u_2(1)=0. \end{cases} \tag{5}$$

令 $v_i=-u_i(i=1,2)$，则系统(5)等价于

$$\begin{cases} r^{1-n}\left(\dfrac{1}{n}(-v_1')^{(p-1)n}\right)'=\lambda_1 f_1(v_1)+\mu_1 g_1(v_2), & 0<r<1, \\ r^{1-n}\left(\dfrac{1}{n}(-v_2')^{(p-1)n}\right)'=\lambda_2 f_2(v_2)+\mu_2 g_2(v_1), & 0<r<1, \\ v_1'(0)=v_2'(0)=0, \quad v_1(1)=v_2(1)=0. \end{cases} \tag{6}$$

因此，求解问题(1)的径向解等价于求解问题(6)的径向解.

引理1[11] 令 E 是 Banach 空间，$K\subset E$ 是一个锥. 对 $r>0$，定义 $K_r=\{u\in K:\ \|x\|<r\}$. 设 $T:\ \bar{K}_r\to K$ 是全连续算子，使得对每个 $x\in\partial K_r=\{u\in K,\ \|x\|=r\}$，均有 $Tx\neq x$.

1) 若对每个 $x\in\partial K_r$ 均有 $\|Tx\|\geqslant\|x\|$，则 $i(T,K_r,K)=0$.

2) 若对每个 $x\in\partial K_r$ 均有 $\|Tx\|\leqslant\|x\|$，则 $i(T,K_r,K)=1$.

令 $X:=C[0,1]\times C[0,1]$，对任意的 $(v_1,v_2)\in X$，定义范数

$$\|(v_1,v_2)\|=\|v_1\|_\infty+\|v_2\|_\infty,$$

这里 $\|v_i\|_\infty=\max\limits_{t\in[0,1]}|v_i(t)|(i=1,2)$，则 X 在此范数下构成一个 Banach 空间.

引理2 假设(H)成立，则 (v_1,v_2) 是问题(6)的解当且仅当 $(v_1,v_2)\in X$ 满足

$$\begin{cases} v_1(r)=\displaystyle\int_r^1\left(\int_0^\tau ns^{n-1}(\lambda_1 f_1(v_1(s))+\mu_1 g_1(v_2(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau, \\ v_2(r)=\displaystyle\int_r^1\left(\int_0^\tau ns^{n-1}(\lambda_2 f_2(v_2(s))+\mu_2 g_2(v_1(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau. \end{cases} \tag{7}$$

证明：充分性．对问题(6)在 0 到 r 上积分，并由边界条件 $v_1'(0)=v_2'(0)=0$，可得

$$\begin{cases} (-v_1')^{(p-1)n}=\displaystyle\int_0^r ns^{n-1}(\lambda_1 f_1(v_1(s))+\mu_1 g_1(v_2(s)))\mathrm{d}s, \\ (-v_2')^{(p-1)n}=\displaystyle\int_0^r ns^{n-1}((\lambda_2 f_2(v_2(s))+\mu_2 g_2(v_1(s)))\mathrm{d}s. \end{cases} \tag{8}$$

再对式(8)在 r 到 1 上积分，并由边界条件 $v_1(1)=v_2(1)=0$ 可得式(7)成立．

必要性．当式(7)成立时，将式(7)代入问题(6)中通过计算可得等式成立，即必要性成立．证毕．

定义

$$K:=\left\{(v_1,v_2)\in X: v_i(t)\geqslant 0,\ t\in[0,1],\ \min_{1/4\geqslant t\geqslant 3/4} v_i(t)\geqslant\frac{1}{4}\|v_i\|_\infty,\ i=1,2\right\},$$

则 $K\subset X$ 是一个锥．对任意的 $r>0$，定义

$$\Omega_r=\{(v_1,v_2)\in K: \|(v_1,v_2)\|<r\}.$$

对 $(v_1,v_2)\in K$，定义 $T_i: K\to K(i=1,2)$，满足

$$T_1(v_1,v_2)(r)=\int_r^1\left(\int_0^\tau ns^{n-1}(\lambda_1 f_1(v_1(s))+\mu_1 g_1(v_2(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau,\qquad r\in[0,1],$$

$$T_2(v_1,v_2)(r)=\int_r^1\left(\int_0^\tau ns^{n-1}(\lambda_2 f_2(v_2(s))+\mu_2 g_2(v_1(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau,\qquad r\in[0,1].$$

令 $T=(T_1,T_2)$．显然 T 是全连续的且易验证问题(6)等价于不动点方程

$$T(v_1,v_2)=(v_1,v_2),\qquad (v_1,v_2)\in K.$$

因此，如果 $(v_1,v_2)\in K$ 是 T 的不动点，则 $(-v_1,-v_2)$ 是系统(5)的一个径向解．令

$$\Gamma=\frac{1}{4}\int_{1/4}^{3/4}\left(\int_{1/4}^\tau ns^{n-1}\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau>0.$$

引理 3 令 $(v_1,v_2)\in K$，存在 $M>0$，使得如果

$$f_i(v_i(t))\geqslant(Mv_i(t))^{(p-1)n},\quad t\in\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right],\quad i=1,2,$$

则

$$\|T(v_1,v_2)\|\geqslant\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma M\|v_1\|_\infty,$$

或者

$$\|T(v_1,v_2)\|\geqslant\lambda_2^{1/((p-1)n)}\Gamma M\|v_2\|_\infty.$$

证明：不失一般性，当 $f_1(v_1(t))\geqslant(Mv_1(t))^{(p-1)n}$ 时，根据 $T(v_1,v_2)$ 的定义，有

$$\begin{aligned}\|T(v_1,v_2)\|\geqslant\max_{t\in[0,1]}|T_1(v_1,v_2)(t)|\geqslant&\int_{1/4}^{3/4}\left(\int_{1/4}^\tau ns^{n-1}(\lambda_1 f_1(v_1(s))+\mu_1 g_1(v_2(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau\geqslant\\ &\int_{1/4}^{3/4}\left(\int_{1/4}^\tau ns^{n-1}\lambda_1 f_1(v_1(s))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau\geqslant\\ &\lambda_1^{1/((p-1)n)}\int_{1/4}^{3/4}\left(\int_{1/4}^\tau ns^{n-1}(Mv_1(s))^{(p-1)n}\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau\geqslant\\ &\lambda_1^{1/((p-1)n)}M\int_{1/4}^{3/4}\left(\int_{1/4}^\tau ns^{n-1}\left(\frac{1}{4}\|v_1\|_\infty\right)^{(p-1)n}\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau=\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma M\|v_1\|_\infty.\end{aligned}$$

同理可证当 $f_2(v_2(t))\geqslant(Mv_2(t))^{(p-1)n}$ 时，有

$$\|T(v_1,v_2)\|\geqslant\max_{t\in[0,1]}|T_2(v_1,v_2)(t)|\geqslant\lambda_2^{1/((p-1)n)}\Gamma M\|v_2\|_\infty.$$

证毕．

定义函数 $F_1=\max\{\hat{f}_1,\hat{g}_1\}$，$F_2=\max\{\hat{f}_2,\hat{g}_2\}$，其中

$$\hat{f}_1=\max\{f_1(z): 0\leqslant z\leqslant t\},\qquad \hat{g}_1=\max\{g_1(z): 0\leqslant z\leqslant t\},$$

$$\hat{f}_2=\max\{f_2(z):0\leqslant z\leqslant t\},\qquad \hat{g}_2=\max\{g_2(z):0\leqslant z\leqslant t\}.$$

令 $\hat{f}_1^0=\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\hat{f}_1(t)}{t^{(p-1)n}}$，$\hat{f}_1^\infty=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\hat{f}_1(t)}{t^{(p-1)n}}$，$\hat{f}_2^0,\hat{f}_2^\infty,\hat{g}_1^0,\hat{g}_1^\infty,\hat{g}_2^0,\hat{g}_2^\infty$ 类似定义.

引理4 假设条件(H)成立，令 $t>0$，如果对 $\eta_i=\dfrac{1}{\lambda_i+\mu_i}(i=1,2)$，有

$$\hat{f}_1(t)\leqslant(\eta_1 t)^{(p-1)n},\qquad \hat{g}_1(t)\leqslant(\eta_1 t)^{(p-1)n},$$
$$\hat{f}_2(t)\leqslant(\eta_2 t)^{(p-1)n},\qquad \hat{g}_2(t)\leqslant(\eta_2 t)^{(p-1)n}.$$

则对任意的 $(v_1,v_2)\in\partial\Omega_r$，$\eta=\max\{\eta_1,\eta_2\}$，有

$$\|T(v_1,v_2)\|\leqslant 2\eta\|(v_1,v_2)\|.$$

证明：由 T 的定义可知，对于 $(v_1,v_2)\in\partial\Omega_r$，有

$$\begin{aligned}\|T(v_1,v_2)\|&=\sum_{i=1}^{2}\max_{t\in[0,1]}|T_i(v_1,v_2)(t)|\leqslant\int_0^1\left(\int_0^1 ns^{n-1}(\lambda_1 f_1(v_1(s))+\mu_1 g_1(v_2(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau+\\&\int_0^1\left(\int_0^1 ns^{n-1}(\lambda_2 f_2(v_2(s))+\mu_2 g_2(v_1(s)))\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\mathrm{d}\tau\leqslant\\&\left(\int_0^1 ns^{n-1}(\lambda_1+\mu_1)F_1\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}+\left(\int_0^1 ns^{n-1}(\lambda_2+\mu_2)F_2\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\leqslant\\&\eta_1 r\left(\int_0^1 ns^{n-1}\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}+\eta_2 r\left(\int_0^1 ns^{n-1}\mathrm{d}s\right)^{1/((p-1)n)}\leqslant 2\eta\|(v_1,v_2)\|.\end{aligned}$$

2 主要结果

定理1 假设条件(H)成立，则：

1) 如果 $f_i^0=g_i^0=0$，$f_i^\infty=g_i^\infty=\infty$，$\lambda_1+\mu_1\gg 1$，$\lambda_2+\mu_2\gg 1$，则问题(1)存在一个径向解；

2) 如果 $f_i^0=g_i^0=\infty$，$f_i^\infty=g_i^\infty=0$，$\lambda_1+\mu_1\gg 1$，$\lambda_2+\mu_2\gg 1$，则问题(1)存在一个径向解.

证明：1) 因为 $\hat{f}_i^0=f_i^0=0$，$\hat{g}_i^0=g_i^0=0(i=1,2)$，所以存在 $r_1>0$，使得 $\hat{f}_1(r_1)\leqslant(\eta_1 r_1)^{(p-1)n}$，$\hat{g}_1(r_1)\leqslant(\eta_1 r_1)^{(p-1)n}$，$\hat{f}_2(r_1)\leqslant(\eta_2 r_1)^{(p-1)n}$，$\hat{g}_2(r_1)\leqslant(\eta_2 r_1)^{(p-1)n}$成立. 由引理4，有

$$\|T(v_1,v_2)\|\leqslant 2\eta\|(v_1,v_2)\|<\|(v_1,v_2)\|,\qquad (v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_1}.$$

由于 $f_i^\infty=\infty(i=1,2)$，故存在 $M>0$，$\hat{H}>0$，使得当 $v_1,v_2>\hat{H}$ 时，有

$$f_i(v_i)\geqslant(Mv_i)^{(p-1)n}\quad(i=1,2),\qquad \frac{1}{2}\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma M>1.$$

令 $r_2=\max\{2r_1,8\hat{H}\}$. 如果 $(v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_2}$，则至少存在一个 v_i 满足 $\max\limits_{t\in[0,1]}v_i\geqslant\dfrac{1}{2}r_2$，$i=1,2$. 不妨设 $\max\limits_{t\in[0,1]}v_1\geqslant\dfrac{1}{2}r_2$，则 $\min\limits_{1/4\leqslant t\leqslant 3/4}v_1(t)\geqslant\dfrac{1}{4}\|v_1\|_\infty\geqslant\dfrac{1}{8}r_2\geqslant\hat{H}$，故

$$f_1(v_1(t))\geqslant(Mv_1(t))^{(p-1)n},\qquad t\in\left[\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right].$$

由引理3，有

$$\|T(v_1,v_2)\|\geqslant\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma M\|v_1\|_\infty>\frac{1}{2}\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma Mr_2>r_2=\|(v_1,v_2)\|\text{。}(v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_2}.$$

由引理1知，$i(T,\Omega_{r_1},K)=1$，$i(T,\Omega_{r_2},K)=0$，则

$$i(T,\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1},K)=i(T,\Omega_{r_2},K)-i(T,\Omega_{r_1},K)=-1.$$

根据不动点指数定理，算子 T 存在不动点 $(v_1,v_2)\in\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1}$. 因此，$(-v_1,-v_2)\in\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1}$ 是问题(1)的一个径向解.

2) 因为 $f_1^0=\infty$，$f_2^0=\infty$，所以存在 $M'>0$，$H>0$，使得当 $0<v_1,v_2<H$ 时，有

$$f_i(v_i)\geqslant(M'v_i)^{(p-1)n},\quad \frac{1}{2}\lambda_i^{1/((p-1)n)}\Gamma M'>1,\quad i=1,2.$$

如果 $(v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_1}$，则

$$f_i(v_i(t))\geqslant(Mv_i(t))^{(p-1)n},\quad i=1,2,\quad t\in[0,1].$$

由引理 3，有

$$\| T(v_1,v_2)\| \geqslant \frac{1}{2}(\lambda_1^{1/((p-1)n)}\Gamma M'\|v_1\|_\infty+\lambda_2^{1/((p-1)n)}\Gamma M'\|v_2\|_\infty)>\|(v_1,v_2)\|,\quad (v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_1}.$$

取 $r_2>2r_1$，因为 $\hat{f}_i^\infty=f_i^\infty=0$，$\hat{g}_i^\infty=g_i^\infty=0$，$i=1,2$，所以

$$\hat{f}_1(r_2)\leqslant(\eta_1 r_2)^{(p-1)n},\quad \hat{g}_1(r_2)\leqslant(\eta_1 r_2)^{(p-1)n},\quad \hat{f}_2(r_2)\leqslant(\eta_2 r_2)^{(p-1)n},\quad \hat{g}_2(r_2)\leqslant(\eta_2 r_2)^{(p-1)n}.$$

由引理 4，有

$$\|T(v_1,v_2)\|\leqslant 2\eta\|(v_1,v_2)\|<\|(v_1,v_2)\|,\qquad (v_1,v_2)\in\partial\Omega_{r_2}.$$

由引理 1 知，$i(T,\Omega_{r_1},K)=0$，$i(T,\Omega_{r_2},K)=1$，则

$$i(T,\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1},K)=i(T,\Omega_{r_2},K)-i(T,\Omega_{r_1},K)=1.$$

根据不动点指数定理，算子 T 存在不动点$(v_1,v_2)\in\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1}$．因此，$(-v_1,-v_2)\in\Omega_{r_2}\backslash\bar{\Omega}_{r_1}$是问题(1)的一个径向解．证毕．

例 1　考虑问题

$$\begin{cases}\det(D(|Du_1|^{p-2}Du_1))=c_1(-u_1)^{q_1}+d_1(-u_2)^{q_2}, & x\in B,\\ \det(D(|Du_2|^{p-2}Du_2))=c_2(-u_2)^{q_1}+d_2(-u_1)^{q_2}, & x\in B,\\ u_1=u_2=0, & x\in\partial B,\end{cases}\tag{9}$$

其中：$B=\{x\in\mathbb{R}^n: |x|<1\}$，$n\geqslant 2$；$p\geqslant 2$；$c_i,d_i(i=1,2)$是正参数，满足 $c_i+d_i\gg 1$(表明 c_i+d_i 是一个充分大的正参数)；$0<q_1,q_2\leqslant p-1$．易验证

$$\lim_{u_i\to 0}\frac{(-u_i)^{q_1}}{u_i^{(p-1)n}}=\infty,\quad \lim_{u_i\to 0}\frac{(-u_i)^{q_2}}{u_i^{(p-1)n}}=\infty,\quad \lim_{u_i\to\infty}\frac{(-u_i)^{q_1}}{u_i^{(p-1)n}}=0,\quad \lim_{u_i\to\infty}\frac{(-u_i)^{q_2}}{u_i^{(p-1)n}}=0,$$

由定理 1 中条件 2)可知问题(9)存在径向解．

参　考　文　献

[1] TURINGER N S, WANG X J. Hessian Measures. Ⅱ. [J]. Annals of Mathematics, 1999, 150(2): 579-604.

[2] DAI G W, MA R Y. Eigenvalue, Bifurcation, Convex Solutions for Monge-Ampère Equations [J]. Topological Methods in Nonlinear Analysis, 2015, 46(1): 135-163.

[3] HU S C, WANG H Y. Convex Solutions of Boundary Value Problems Arising from Monge-Ampère Equations [J]. Discrete and Continuous Dynamical Systems, 2006, 16(3): 705-720.

[4] ZHANG Z J. Large Solutions to the Monge-Ampère Equations with Nonlinear Gradient Terms: Existence and Boundary Behavior [J]. Journal of Differential Equations, 2018, 264(1): 263-296.

[5] MA S S, JIA X B. The Growth of Solutions of Monge-Ampère Equations in Half Spaces and Its Application [J]. Bulletin of the Australian Mathematical Society, 2024, 109(1): 125-137.

[6] LIANG Z T, CHU J F. Radially Symmetric Convex Solutions for Dirichlet Problems of Monge-Ampère Equations [J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2016, 39(12): 3426-3433.

[7] SHEN W G. Global Bifurcation from Intervals for the Monge-Ampère Equations and Its Applications [J/OL]. Journal of Function Spaces, (2018-01-09)[2024-04-15]. https://doi.org/10.1155/2018/9269458.

[8] FENG M Q. A Class of Singular Coupled Systems of Superlinear Monge-Ampère Equations [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica (English Series), 2022, 38(4): 925-942.

[9] FENG M Q. Eigenvalue Problems for Singular p-Monge-Ampère Equations [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2023, 528(2): 127538-1-127538-17.

[10] FENG M Q. Nontrivial p-Convex Solutions to Singular p-Monge-Ampère Problems: Existence, Multiplicity and Nonexistence [J]. Communications in Analysis and Mechanics, 2024, 16(1): 71-93.

[11] DEIMLING K. Nonlinear Functional Analysis [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1985: 1-450.

(责任编辑：赵立芹)