

基于路径贡献度评判的双种群蚁群 算法 TSP 问题求解分析方法

蒋成¹, 郭向坤²

(1. 湖北工程学院 计算机与信息科学学院, 湖北 孝感 432000;

2. 沈阳理工大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110159)

摘要: 针对旅行商问题(traveling salesman problem, TSP)的搜索空间随城市数量的增加而呈指数级增长, 使算法在有限时间内难以遍历所有可能的路径, 且在搜索过程中易受信息素累积的影响, 导致算法过早收敛到局部最优解的问题, 为在求解 TSP 时可以快速收敛到高质量的解, 提出一种基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法 TSP 问题求解分析方法. 首先, 以赋权图的形式建立 TSP 数学模型. 其次, 引入两个独立的种群进行并行搜索: 一个种群采用精英蚂蚁系统更新信息素, 利用已有信息快速收敛, 得到 TSP 的最短路径; 另一个种群采用强化子路径评判机制更新信息素, 通过探索新的解空间的方式跳出局部最优解, 得到 TSP 的最短路径. 再次, 以对比分析两个种群最短路径的方式, 得到较小值的最短路径, 作为全局最优路径. 最后, 引入路径贡献度评判机制再次更新两个种群的信息素, 得到最终的 TSP 解. 实验结果表明, 该方法可有效求解分析不同规模的 TSP, 不仅可缩短路径长度, 得到一条遍历全部城市并返回起点的最短路径, 且数据分布效果较佳.

关键词: 路径贡献度; 双种群; 蚁群算法; 旅行商问题; 精英蚂蚁系统; 强化子路径

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5489(2025)06-1694-07

Analysis Method for Solving TSP Problem of Dual Population Ant Colony Algorithm Based on Path Contribution Evaluation

JIANG Cheng¹, GUO Xiangkun²

(1. School of Computer and Information Science, Hubei Engineering University,

Xiaogan 432000, Hubei Province, China;

(2. School of Information Science and Engineering, Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China)

Abstract: Aiming at the problem that the search space of the traveling salesman problem (TSP) grew exponentially with the increase of the number of cities, making it difficult for the algorithm to traverse all possible paths in a limited time, and was susceptible to the accumulation of pheromones during the search process, leading to premature convergence to local optimal solutions. In order to quickly converge to high-quality solutions when solving TSP, we proposed an analysis method for solving TSP problem of dual population ant colony algorithm based on path contribution evaluation. Firstly, we established a TSP mathematical model in the form of a weighted graph. Secondly, two

收稿日期: 2024-07-12.

第一作者简介: 蒋成(1982—), 男, 汉族, 硕士, 高级实验师, 从事智能算法和计算机网络的研究, E-mail: hbeutejiangcheng@163.com.

基金项目: 湖北省教育厅科学研究项目(批准号: B2022507).

independent populations were introduced for parallel search: One population used an elite ant system to update pheromones, quickly converged using existing information, and obtained the shortest path of TSP; the other population used a strengthening sub path evaluation mechanism to update pheromones, jumped out of the local optimal solution by searching for new solution spaces, and obtained the shortest path of TSP. Thirdly, by comparing and analyzing the shortest paths of the two populations, the shortest path with the smaller value was obtained as the global optimal path. Finally, introducing a path contribution evaluation mechanism to update the pheromones of the two populations again, we obtained the final TSP solution. Experimental results show that this method can effectively solve and analyze TSPs of different scales. It can not only shorten the length of the path, but also obtain the shortest path that traverses all cities and returns to the starting point, and the data distribution effect is better.

Keywords: path contribution; dual population; ant colony algorithm; traveling salesman problem; elite ant system; strengthening sub path

旅行商问题(traveling salesman problem, TSP)是指一个用户访问多个城市,并返回出发点的最短路径问题,且各城市仅可以访问一次^[1-2]. TSP 复杂性较高,因此,如何高效求解 TSP 备受关注^[3-4]. 如:柯琳等^[5]通过动态图卷积网络编码方式捕获节点间的局部关系,然后采用空间注意力机制解码方式提取关键特征,捕捉节点之间的全局关系,通过结合局部与全局关系优化路径选择,完成 TSP 求解,但在训练动态图卷积网络编码过程中其收敛稳定性较差. 徐伟华等^[6]根据帝国竞争算法中帝国的适应度值和竞争状态,动态调整继承者的选择和继承过程,得到 TSP 求解结果. 当帝国之间的竞争加剧时,自适应继承策略会倾向于选择适应度值更高、更有竞争力的个体作为继承者,以提高整个帝国的竞争力. 尽管帝国竞争算法自适应继承策略可在一定程度上提高整个帝国的竞争力,但如果初始种群中的个体质量不高,或者搜索空间中存在多个局部最优解,算法则难以找到全局最优解. Gharehchopogh 等^[7]在 Harris 鹰优化算法的基础上,引入一系列改进策略,包括自适应步长调整、多样性保持机制和局部搜索策略,以找到更精确的 TSP 解. 尽管局部搜索策略在算法后期阶段对优质解进行更精细的搜索,但也会导致算法陷入某个局部最优区域而无法逃脱. 此外,局部搜索策略的效果很大程度上取决于前期搜索阶段找到的优质解质量,如果前期搜索阶段未能找到接近全局最优的解,则局部搜索策略可能无法发挥其优势. 徐文强等^[8]通过建立数学模型,明确 TSP 的目标和约束条件,利用图着色算法对冲突图进行预处理,将城市分组到不同的颜色(或访问周期)中,以减少 TSP 求解过程中的冲突,通过自适应邻域搜索算子,设计模因算法找到每个颜色(或周期)内的最优路径. 虽然图着色算法能减少 TSP 求解过程中的冲突,但也会限制算法的全局搜索能力. 通过将城市分组到不同的颜色(或周期)中,算法易陷入局部极值,而忽视全局极值.

双种群蚁群算法通过引入两个独立搜索的种群,可避免早熟现象,提升算法的全局搜索能力^[9]. 通过路径贡献度评判,算法能更有针对性地更新信息素,使搜索过程更高效,从而加速收敛到高质量的解. 双种群机制和路径贡献度评判的引入使算法在求解过程中具有更强的适应性和鲁棒性,即使面对不同规模和复杂度的 TSP,该算法也能保持稳定的性能,并快速收敛到高质量的解. 因此,为能在求解 TSP 时可以快速收敛到高质量的解,本文设计一种基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法 TSP 求解分析方法,以推动 TSP 求解技术的进一步发展和应用.

1 TSP 求解分析

1.1 TSP 数学模型

构建一个包含城市集合 $V = \{1, 2, \dots, n\}$ 的有向加权图 $G(V, D)$, 为城市 i 与城市 j 之间的距离赋予权重,并作为有向边 $D = \{d_{ij} \mid i, j \in n\}$ 存于图中. 若

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & i \text{ 与 } j \text{ 相连,} \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

则 TSP 的数学模型为

$$\begin{aligned} \min F &= \sum_{i,j=1}^n d_{ij} r_{ij}, \\ \text{s. t. } &\begin{cases} \sum_{i=1}^n r_{ij} = 1 = \sum_{j=1}^n r_{ij} = 1, \\ \sum_{i,j \in S} r_{ij} = |S|, \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中 S 表示 G 的子图, $|S|$ 表示 S 的城市数量.

1.2 基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法

利用蚁群算法求解式(1)的 TSP 数学模型, 搜索一条可以访问所有城市且最终返回出发点的最短路径. 假设在 t 时刻, 蚂蚁 a 由位置 i 行进至位置 j 的状态转移概率为 $q_{ij}^a(t)$, 则其计算公式为

$$q_{ij}^a(t) = \begin{cases} \frac{[\alpha h_{ij}(t)][\beta l_{ij}(t)]}{\sum_{k \in V_a} [\alpha h_{ik}(t)][\beta l_{ik}(t)]}, & j \in V_a, \\ 0, & j \notin V_a, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $a \in m$, V_a 为蚂蚁 a 在后续行动中可以选择的位置群组, $h_{ij}(t)$ 为信息素的浓度, $l_{ij}(t)$ 为路径的可见性, α 和 β 分别为 $h_{ij}(t)$ 和 $l_{ij}(t)$ 的启发权重, k 为蚂蚁编号. $h_{ij}(t)$ 的更新公式为

$$h_{ij}(t+1) = (1-\lambda)h_{ij}(t) + \sum_{a=1}^m \Delta h_{ij}^a, \quad (3)$$

其中 Δh_{ij}^a 为路径 $i \rightarrow j$ 上蚂蚁 a 所释放的信息素浓度, λ 为信息素在路径上的衰减程度.

然而, 在城市数量增加的同时, TSP 的搜索空间也会呈指数级扩张, 使蚁群算法在有限时间内难以遍历所有可能的路径^[10-13]. 此外, 蚁群算法在搜索过程中易受信息素累积的影响, 导致算法存在过早收敛^[14].

针对上述问题, 在求解 TSP 数学模型时, 本文引入两个独立的种群进行并行搜索, 一个种群采用精英蚂蚁系统侧重于利用已有信息快速收敛, 另一个种群采用强化子路径评判机制侧重于探索新的解空间. 两种群策略可提升搜索过程的广度, 有利于避免陷入局部最优的陷阱, 从而能更迅速地识别出一条能访问所有城市并返回原点的最短路径, 加速发现 TSP 最优解.

双种群蚁群算法共包含 A 和 B 两个种群.

1) 种群 A 采用精英蚂蚁系统, 改进 $h_{ij}(t)$ 的更新方式为

$$h_{ij}(t+1) = \lambda h_{ij}(t) + \Delta h_{ij}^* + \sum_{a=1}^m \Delta h_{ij}^a, \quad (4)$$

其中 Δh_{ij}^* 为路径 $i \rightarrow j$ 上信息素浓度的提升量. Δh_{ij}^a 和 Δh_{ij}^* 的计算公式分别为

$$\Delta h_{ij}^a = \begin{cases} \frac{\eta}{d_a}, & a \text{ 在当下循环内经过路径 } i \rightarrow j, \\ 0, & a \text{ 在当下循环内不经过路径 } i \rightarrow j, \end{cases} \quad (5)$$

$$\Delta h_{ij}^* = \begin{cases} \gamma \times \frac{\eta}{d^*}, & \text{路径 } i \rightarrow j \text{ 属于最佳解,} \\ 0, & \text{路径 } i \rightarrow j \text{ 不属于最佳解,} \end{cases} \quad (6)$$

其中 γ 为精英蚂蚁数量, η 为信息素浓度水平系数, d_a 为蚂蚁 a 行进的距离, d^* 为 TSP 最佳解的路径长度.

2) 种群 B 采用强化子路径评判机制, 更新 $h_{ij}(t+1)$, 以确保在求解 TSP 时可充分利用隐藏信息, 精准划分不同子路径的贡献度, 提升 TSP 解的质量^[15].

引入带强化负反馈机制后, 种群 B 的状态转移概率计算公式为

$$q_{ij}^a(t) = \frac{[\alpha h_{ij}(t)][\beta l_{ij}(t)][\bar{\omega}(Y - \delta_{ij}(t))]}{\sum_{k \in V_a} [\alpha h_{ik}(t)][\beta l_{ik}(t)][\bar{\omega}(Y - \delta_{ij}(t))]}, \tag{7}$$

其中: $\delta_{ij}(t)$ 为负反馈信息素; $\bar{\omega}$ 为 $\delta_{ij}(t)$ 的启发因子; Y 为常量; $h_{ij}(t)$ 和 $\delta_{ij}(t)$ 分别为正、负反馈信息素, 二者的更新公式为

$$h_{ij}(t+1) = (1 - \lambda)h_{ij}(t) + \Delta h_{ij}(t), \tag{8}$$

$$\delta_{ij}(t+1) = (1 - \lambda)\delta_{ij}(t) + \Delta \delta_{ij}(t), \tag{9}$$

$\Delta h_{ij}(t)$ 为 $h_{ij}(t)$ 的增量, $\Delta \delta_{ij}(t)$ 为 $\delta_{ij}(t)$ 的增量.

在此基础上, 在带强化负反馈机制内引入子路径长度信息素增量, 得到强化子路径评判机制, 改进 $\Delta h_{ij}(t)$ 和 $\Delta \delta_{ij}(t)$. 令路径放大 μ 倍, 则 $\Delta h_{ij}(t)$ 和 $\Delta \delta_{ij}(t)$ 的改进公式分别为

$$\Delta h'_{ij}(t) = \frac{\eta}{d^*} \times \left(1 - \mu \times \frac{d_{ij}}{d^*}\right)^\kappa, \tag{10}$$

$$\Delta \delta'_{ij}(t) = \frac{\eta}{d_w} \times \left(1 + \mu \times \frac{d_{ij}}{d_w}\right)^\kappa, \tag{11}$$

其中 κ 为路径因子放大倍数, d_w 为当下循环内最差路径. 则此时正、负反馈信息素的更新公式变为

$$h_{ij}(t+1)' = (1 - \lambda)h_{ij}(t) + \Delta h'_{ij}(t), \tag{12}$$

$$\delta_{ij}(t+1)' = (1 - \lambda)\delta_{ij}(t) + \Delta \delta'_{ij}(t). \tag{13}$$

为使种群 A 和 B 能发现更多潜在的优质解, 并最终找到更高质量的 TSP 解, 在种群 A 内引入路径贡献度 C 评判机制, 通过对子路径的评估更新信息素, 使算法能更注重路径的局部质量, 并再次更新 $h_{ij}(t+1)$. 令种群对不同路径给予不同权重, 有助于种群在搜索过程中更好地平衡探索和利用, 即在搜索新的潜在解和利用已知的高质量解之间找到平衡.

路径贡献度 C 的计算公式为

$$C_{ij} = \frac{d_a}{d^*}. \tag{14}$$

引入 C 后, 再次更新 $h_{ij}(t+1)$ 的公式为

$$\begin{aligned} \hat{h}_{ij}(t+1) &= h_{ij}(t+1) + \Delta \hat{h}_{ij}, \\ \Delta \hat{h}_{ij} &= \begin{cases} \eta/d_a, & C_{ij} > \epsilon, \\ 0, & C_{ij} \leq \epsilon, \end{cases} \end{aligned} \tag{15}$$

其中 ϵ 为路径贡献度阈值.

1.3 TSP 求解分析的实现

利用基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法求解 TSP 的数学模型, 步骤如下.

步骤 1) 参数初始化;

步骤 2) 在 $G(V, E)$ 内, 任意选择两个位置, 作为种群 A 和 B 的起点;

步骤 3) 按式(2)计算种群 A 内蚂蚁 a 选取下一位置的 $q_{ij}^a(t)$, 按式(7)计算种群 B 内蚂蚁 a 选取下一位置的 $q_{ij}^b(t)$, 同时在待选位置集合内存储未选取的位置;

步骤 4) 通过精英蚂蚁系统改进种群 A, 通过强化子路径评判机制改进种群 B, 分别存储当下循环内 A 和 B 的最佳解, 以及对应的路径长度 d_A 和 d_B ;

步骤 5) 针对种群 A, 利用式(4)更新 $h_{ij}(t+1)$, 利用式(8)和式(9)更新 $h_{ij}(t+1)$ 和 $\delta_{ij}(t+1)$;

步骤 6) 对比分析 d_A 和 d_B , 以值较小的路径作为全局最佳路径长度 d^* , 同时以此为路径贡献度的评判标准, 利用式(12)和式(13)再次更新种群 A 和 B 的信息素;

步骤 7) 分析 d^* 是否不再更新, 如果不再更新, 则输出 TSP 的最优解, 即连接 $G(V, E)$ 内全部位置的最短路径, 且起点与终点相同; 反之, 跳转至步骤 2).

2 实验与结果分析

为验证基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法 TSP 问题求解分析方法的可行性, 设计如下实验.

以 TSPLIB 标准库内 Eil51 和 KroB150 两种规模的 TSP 为研究对象, 利用本文方法对这两种规模的 TSP 进行求解分析, 验证本文方法 TSP 求解分析的有效性.

实验前, 分别针对种群 A, B 进行如下设计:

1) 种群 A 采用精英蚂蚁系统进行信息素更新. 这种方法通过给予全局最优路径额外的信息素增量, 以加速算法收敛到最优解. 精英蚂蚁系统利用当前找到的最优路径(全局最优路径)增强信息素, 从而引导蚂蚁更多选择这些路径.

种群 A 中共包含 50 个位置和 75 只蚂蚁, 信息素的重要性因子设为 2, 启发式函数的权重为 3.5, 信息素的初始常数及其挥发速度参数分别设为 100 和 0.3, 精英蚂蚁比例为 0.1.

2) 种群 B 采用强化子路径评判机制, 通过评估子路径的质量更新信息素. 这种方法侧重于对部分路径进行优化, 而不是整个路径. 种群 B 大部分参数与种群 A 相同, 额外定义子路径长度阈值为 3, 子路径贡献度权重为 0.5.

利用本文方法对 TSP 中小规模的 Eil51 进行求解分析, 求解路径分析结果如图 1 所示. 由图 1 可见, 采用种群 A、种群 B 和双种群蚁群算法都可以完成 Eil51 的求解.

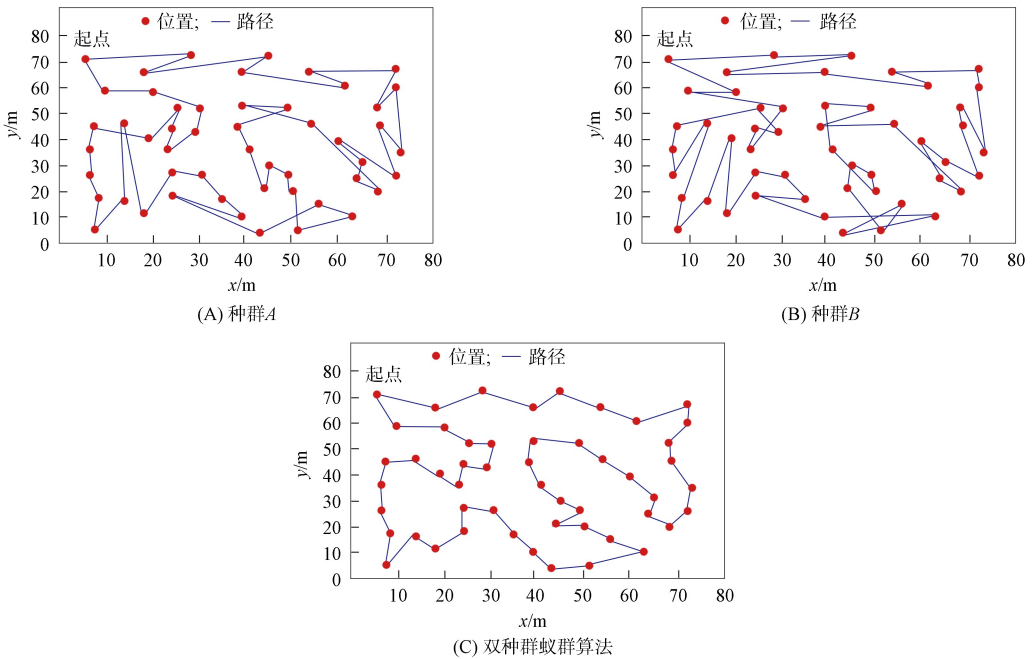


图 1 TSP 中小规模 Eil51 的求解分析结果

Fig. 1 Solution analysis results of small-scale Eil51 in TSP

本文方法针对 Eil51 的求解路径长度分别为种群 A: 440 m, 种群 B: 450 m; 双种群蚁群算法: 410 m. 结果表明, 仅采用种群 A 或种群 B 求解 Eil51 得到的路径长度相对较长, 采用双种群蚁群算法求解 Eil51 得到的路径长度明显短于种群 A 或种群 B 求解 Eil51 得到的路径长度.

利用本文方法对 TSP 中大规模的 KroB150 进行求解分析, 求解分析结果如图 2 所示. 由图 2 可见, 对于大规模 TSP, 本文方法仍可有效完成 TSP 求解分析, 得到一条遍历全部位置并返回起点的 shortest 路径.

下面利用箱形图分析本文方法在求解 TSP 中大规模 KroB150 时的求解效果, 其中红线表示其所

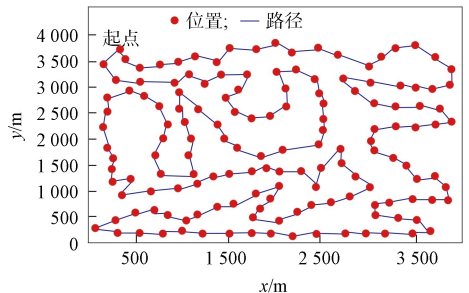


图 2 TSP 中大规模 KroB150 的求解分析结果

Fig. 2 Solution analysis results of large-scale KroB150 in TSP

在数据组的中位数, 红线指示的数值越小, 箱体越短, 说明数据分布效果越佳, TSP 求解效果越优. 分析本文方法引入路径贡献度评判机制前后, TSP 的求解效果如图 3 所示, 共进行 8 次实验.

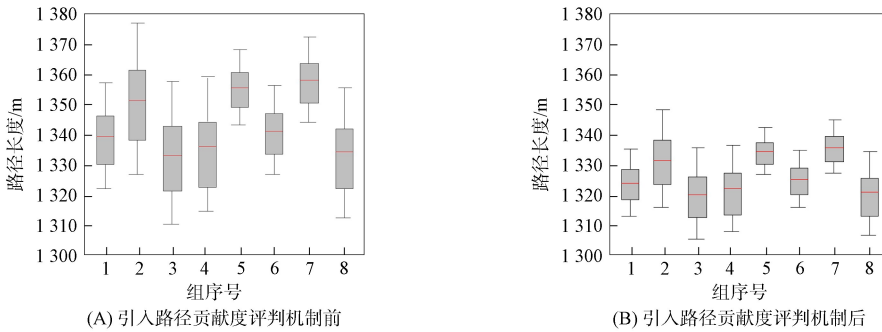


图 3 引入路径贡献度评判机制前后的求解效果

Fig. 3 Solution effect before and after introducing path contribution evaluation mechanism

由图 3(A)可见, 引入路径贡献度评判机制前, 求解大规模 KroB150 时, 不同实验次数时的中位数均较高, 且箱体较长, 说明引入路径贡献度评判机制前, 数据分布效果较差, 即大规模 KroB150 的求解效果较差. 由图 3(B)可见, 引入路径贡献度评判机制后, 求解大规模 KroB150 时, 不同实验次数时的中位数均明显下降, 且箱体较短, 说明引入路径贡献度评判机制后, 数据分布效果较优, 即 TSP 中大规模 KroB150 的求解效果较优. 实验结果表明, 本文方法引入路径贡献度评判机制后, 可明显改善 TSP 的求解效果, 提升 TSP 解的质量.

综上所述, 针对旅行商问题的搜索空间随城市数量的增加而呈指数级增长, 使算法在有限时间内难以遍历所有可能的路径, 且在搜索过程中易受信息素累积的影响, 导致算法过早收敛到局部最优解的问题, 为在求解 TSP 时可以快速收敛到高质量的解, 提出一种基于路径贡献度评判的双种群蚁群算法 TSP 问题求解分析方法. 通过引入双种群机制和路径贡献度评判, 提升了解的质量, 为 TSP 的求解提供了新思路.

参 考 文 献

- [1] 赵鑫, 杨雄飞, 钱育蓉. 改进的蚁群优化算法求解旅行商问题 [J]. 计算机工程与设计, 2022, 43(4): 962-968. (ZHAO X, YANG X F, QIAN Y R. Improved Ant Colony Optimization Algorithm for TSP [J]. Computer Engineering and Design, 2022, 43(4): 962-968.)
- [2] 王原, 陈名, 邢立宁, 等. 用于求解旅行商问题的深度智慧型蚁群优化算法 [J]. 计算机研究与发展, 2021, 58(8): 1586-1598. (WANG Y, CHEN M, XING L N, et al. Deep Intelligent Ant Colony Optimization for Solving Travelling Salesman Problem [J]. Journal of Computer Research and Development, 2021, 58(8): 1586-1598.)
- [3] 高哲成, 余炜, 刘朝晖. 树上的最小-最大 k 旅行商问题若干变种的精确算法 [J]. 华东理工大学学报(自然科学版), 2021, 47(6): 769-778. (GAO Z C, YU W, LIU Z H. Exact Algorithms for Some Variants of the Min-Max k -Traveling Salesmen Problem on a Tree [J]. Journal of East China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021, 47(6): 769-778.)
- [4] 陈浩杰, 范江亭, 刘勇. 深度强化学习解决动态旅行商问题 [J]. 计算机应用, 2022, 42(4): 1194-1200. (CHEN H J, FAN J T, LIU Y. Solving Dynamic Traveling Salesman Problem by Deep Reinforcement Learning [J]. Journal of Computer Applications, 2022, 42(4): 1194-1200.)
- [5] 柯琳, 杨笑笑, 陈智斌. 一种带泛化性能的动态混合模型求解大范围 TSP 问题 [J]. 系统科学与数学, 2024, 44(1): 31-44. (KE L, YANG X X, CHEN Z B. A Dynamic Hybrid Model with Generalization Performance to Solve Large-Scale TSP [J]. Journal of Systems Science and Mathematical Sciences, 2024, 44(1): 31-44.)
- [6] 徐伟华, 张根瑞, 魏传祥, 等. 基于自适应继承策略的帝国竞争算法求解旅行商问题 [J]. 计算机应用研究, 2021, 38(11): 3349-3353. (XU W H, ZHANG G R, WEI C X, et al. Imperialist Competitive Algorithm Based

- on Adaptive Inheritance Strategy to Solve Traveling Salesman Problem [J]. *Application Research of Computers*, 2021, 38(11): 3349-3353.)
- [7] GHAREHCHOPOGH F S, ABDOLLAHZADEH B. An Efficient Harris Hawk Optimization Algorithm for Solving the Travelling Salesman Problem [J]. *Cluster Computing*, 2021, 25(3): 1981-2005.
- [8] 徐文强, 周扬名, 王喆. 带冲突图的着色旅行商问题模型与算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2024, 60(1): 135-144. (XU W Q, ZHOU Y M, WANG Z. Colored Traveling Salesman Problem with Conflict Graph: Model and Algorithms [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2024, 60(1): 135-144.)
- [9] 陈达, 游晓明, 刘升. 引入特征迁移和匹配学习的双蚁型蚁群算法 [J]. *计算机科学与探索*, 2022, 16(12): 2797-2808. (CHEN D, YOU X M, LIU S. Dual Ant Colony Algorithm Based on Backtracking Migration and Matching Learning [J]. *Journal of Frontiers of Computer Science & Technology*, 2022, 16(12): 2797-2808.)
- [10] 马世轩, 游晓明, 刘升. 动态信息素更新和路径奖惩的蚁群算法 [J]. *计算机工程与应用*, 2023, 59(4): 64-76. (MA S X, YOU X M, LIU S. Ant Colony Algorithm Based on Dynamic Pheromone Update and Path Rewards and Punish-Ments [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2023, 59(4): 64-76.)
- [11] 冯振辉, 肖人彬. 基于混合反馈机制的扩展蚁群算法 [J]. *控制与决策*, 2022, 37(12): 3160-3170. (FENG Z H, XIAO R B. Extended Ant Colony Algorithm Based on Mixed Feedback Mechanism [J]. *Control and Decision*, 2022, 37(12): 3160-3170.)
- [12] 申晓宁, 潘红丽, 陈庆洲, 等. 引入启发信息的粒子群算法在低碳 TSP 中的应用 [J]. *计算机工程与科学*, 2022, 44(6): 1114-1125. (SHEN X N, PAN H L, CHEN Q Z, et al. Application of Particle Swarm Optimization with Heuristic Information in Low-Carbon TSP [J]. *Computer Engineering and Science*, 2022, 44(6): 1114-1125.)
- [13] 孙冰, 王川, 杨强, 等. 面向多起点均衡多旅行商问题的进化算法 [J]. *计算机工程与设计*, 2023, 44(7): 2030-2038. (SUN B, WANG C, YANG Q, et al. Improved Evolutionary Algorithm for Balanced Multiple Traveling Salesmen Problem with Multiple Starting Points [J]. *Computer Engineering and Design*, 2023, 44(7): 2030-2038.)
- [14] 冯晨, 游晓明, 刘升. 结合竞争交互策略和淘汰重组机制的异构多蚁群算法 [J]. *系统仿真学报*, 2024, 36(1): 232-248. (FENG C, YOU X M, LIU S. Heterogeneous Multi-ant Colony Algorithm Combining Competitive Interaction Strategy and Eliminating-Reconstructing Mechanism [J]. *Journal of System Simulation*, 2024, 36(1): 232-248.)
- [15] 李忠伟, 刘旭阳, 罗偲, 等. 旅行商和覆盖路径规划问题的自适应遗传算法 [J]. *计算机仿真*, 2024, 41(2): 435-440. (LI Z W, LIU X Y, LUO C, et al. Adaptive Genetic Algorithm for Traveling Salesman and Coverage Path Planning Problem [J]. *Computer Simulation*, 2024, 41(2): 435-440.)

(责任编辑: 韩 啸)