

# 弹性车轮对大跨斜拉桥车桥耦合振动的抑制特性

陈兆玮, 蒲前华

(重庆交通大学 机电与车辆工程学院, 重庆 400074)

**摘要:**为了从动力学角度探明地铁车辆-桥梁(特别是大跨斜拉桥)系统对弹性车轮的适应性,本文开展了大跨斜拉桥上弹性车轮对地铁车桥系统振动的影响及抑制特性研究。基于车辆-轨道耦合动力学理论,建立了考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥系统耦合动力学模型;借助该模型,研究了长-短波不平顺联合激励下弹性车轮对地铁车辆和大跨斜拉桥的振动特性的影响,并从时-频域角度探明了弹性车轮对地铁车辆-大跨斜拉桥系统的减振效果。研究表明:当地铁车辆通过大跨斜拉桥时,弹性车轮能有效降低轮轨作用力以及车轮和轴箱的振动;与传统刚性车轮相比,弹性车轮轮箍振动最剧烈,传统刚性车轮振动其次,而弹性车轮轮芯振动最小;基于本文所采用的弹性车轮动力学参数,弹性车轮的振动卓越频率集中在 10~50 Hz,且在 25 Hz 左右存在峰值;桥梁垂向和横向振动主频均在 1 Hz 左右,且弹性车轮能有效降低大跨斜拉桥的中、低频振动。

**关键词:**车辆工程;弹性车轮;大跨斜拉桥;时-频分析;减振

**中图分类号:**U24 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2023)09-2519-14

**DOI:**10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20211258

## Suppression characteristics of vehicle-bridge coupling vibration of long-span cable-stayed bridge with resilient wheels

CHEN Zhao-wei, PU Qian-hua

(Mechatronics and Vehicle Engineering, Chongqing Jiaotong University, Chongqing 400074, China)

**Abstract:** In order to prove the adaptability of the metro train-bridge (especially long-span bridge) system to resilient wheels from the perspective of dynamics, the influence of resilient wheels on the long-span cable-stayed bridge (LSCSB) on the vibration of the metro train-bridge system and its suppression characteristics was studied. Based on the vehicle-track coupling dynamics theory, a coupled dynamic model of metro train-LSCSB system considering resilient wheel was established. Adopting the model, the effect of resilient wheels on the vibration characteristics of metro train and LSCSB under the combined disturbance of long-short wave irregularities was studied, the damping effect of resilient wheel on metro train-LSCSB system is proved from time-frequency domain. The results show that when metro train

收稿日期:2021-11-23.

基金项目:国家自然科学基金项目(52008067);重庆市自然科学基金项目(CSTB2022NSCQ-MSX1193);重庆市教育委员会科学技术研究项目(KJZD-M202300701).

作者简介:陈兆玮(1988-),男,副教授,博士.研究方向:车桥耦合振动.E-mail:chenzhaowei\_cq@163.com

running through, the resilient wheel can effectively reduce the wheel/rail force, vibration of the wheel and axle box. Compared with the traditional rigid wheel, the vibration of rim is the most intense, followed by the vibration of traditional rigid wheel, and the vibration of web is the smallest. Based on the proposed dynamic parameters of the resilient wheel, the excellent frequency of the resilient wheel vibration is concentrated in 10 Hz to 50 Hz, and there is a peak around 25 Hz. The main frequency of the bridge vertical and lateral vibration is about 1 Hz. The resilient wheels can effectively reduce the mid-low frequency vibrations of LSCSB.

**Key words:** vehicle engineering; resilient wheel; long-span cable-stayed bridge; time-frequency analysis; vibration reduction

## 0 引言

随着中国城市轨道交通的发展,列车行驶趋于快速化、桥梁设计趋于大跨化,其带来的地铁车辆-大跨斜拉桥系统的动力相互作用问题越来越显著。地铁车辆通过桥梁时会引起桥梁结构振动,而桥梁振动又反过来加剧地铁车辆的振动,同时大跨斜拉桥的低刚度特征又进一步加剧了车桥系统的动力相互作用。地铁车辆和大跨斜拉桥动态耦合所产生的振动和噪声问题对周边环境产生了极大影响<sup>[1]</sup>。作为轨道车辆减振降噪的重要措施之一,弹性车轮通过内部镶嵌橡胶阻尼元件达到减振、隔振的目的,在中小运量城轨系统中得到了应用<sup>[2]</sup>,但由于地铁车辆的轴重、运行速度以及运载质量较大,致使结构较复杂的弹性车轮动力学问题更突出<sup>[3]</sup>,且大跨斜拉桥自振频率较普通桥梁小,弹性车轮对车辆-大跨斜拉桥系统的减振效果尚不明晰,从而制约了弹性车轮在地铁中的运用。因此亟需从动力学角度开展弹性车轮对地铁车桥系统的影响及适用性研究。

近年来,已有部分学者针对弹性车轮开展了相关研究,根据研究方法及内容的不同将既有研究主要分为 3 大类:①采用有限元法研究弹性车轮的结构形式、疲劳强度。比如,黄彪等<sup>[4]</sup>、戚援等<sup>[5]</sup>对弹性车轮在运营过程中各工况下的应力情况和疲劳强度进行了分析和校核;Cigada 等<sup>[6]</sup>、Lopez 等<sup>[7]</sup>研究了弹性车轮及橡胶层几何形状对车轮动力学的的影响,结果表明轮宽对踏面动力学有显著影响,通过增加车轮上的环形橡胶层质量,可以提高弹性车轮的阻尼效率;张乐<sup>[8]</sup>通过有限元计算,指出橡胶层的结构和材料性能对弹性车轮的刚度特性影响较大。②采用有限元-多刚体动力学联合仿真的方法研究了弹性车轮的动力

学问题。比如,邢璐璐等<sup>[9]</sup>建立了弹性轮对车辆-轨道耦合系统的动力学模型,对弹性车轮的临界速度及曲线通过性能进行了动力学仿真,结果表明弹性车轮临界速度和曲线通过性能均符合要求;孙明昌等<sup>[10]</sup>建立了弹性车轮车辆与轨道垂向耦合动力学模型,分别计算了弹性车轮与刚性车轮的轮轨力及轮轨接触应力,发现弹性车轮在该方面与刚性车轮相比有较大优势;文娟<sup>[11]</sup>建立了弹性车轮复合模型和弹性车轮传统模型,研究了其运行稳定性、直线运行平稳性及曲线通过性能等动力学问题;杨阳等<sup>[12]</sup>研究了弹性车轮等效刚度对车辆动力学性能的影响;郭文浩等<sup>[13]</sup>研究了不同线路激扰及运行速度下,弹性车轮对轨道车辆动力学性能的影响。③采用有限元-边界元法预测弹性车轮应用于地铁车辆时的噪声辐射水平。比如,刘玉霞等<sup>[14]</sup>、周信<sup>[15]</sup>和 Han 等<sup>[16]</sup>利用有限元-边界元法建立了弹性车轮滚动噪声预测模型,研究了弹性车轮橡胶参数对振动声辐射的影响,并对弹性车轮和嵌入式轨道控制曲线噪声的有效性进行了评估;张小强等<sup>[17]</sup>通过弹性车轮和刚性车轮的动力学对比分析,证实了弹性车轮在地铁车辆上应用的可行性和降低轮轨振动噪声方面的优越性。既有研究对弹性车轮理论及应用的发展提供了大量支撑,但鲜有学者将考虑弹性车轮的地铁车辆应用在大跨斜拉桥上,研究弹性车轮对地铁车辆-大跨斜拉桥系统的动力学特性的影响。较之普通桥梁,大跨斜拉桥柔性更大,且自振频率更低,弹性车轮对大跨斜拉桥车桥系统的抑制效果尚不明确。为了拓展弹性车轮的适用范围、降低车-桥耦合振动,有必要开展弹性车轮对地铁车辆-大跨斜拉桥动力特性的影响研究。

在既有弹性车轮研究和车-桥耦合系统动力学研究的基础上,本文首先探讨了弹性车轮轮芯

和轮箍的连接机制及力学特性,并建立了考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥耦合动力学模型。然后,研究了长-短波不平顺共同激励下弹性车轮对地铁车辆-大跨斜拉桥动态特性的影响。最后,从时-频域角度探明弹性车轮对地铁车辆-大跨斜拉桥的减振效果。

### 1 考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥系统耦合动力学模型

基于车辆-轨道耦合动力学理论,建立考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥耦合系统动力学模型,如图 1 所示。以车辆和桥梁的接触点为界,分别采用弹性车轮、地铁车辆、大跨斜拉桥 3 个子模型进行搭建。

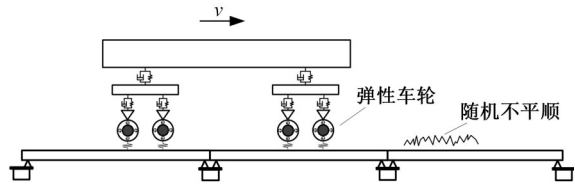


图 1 考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥动力学模型  
Fig. 1 Dynamics model of the metro train-LSCSB considering resilient wheels

#### 1.1 弹性车轮子模型

由于弹性车轮通过橡胶元件将轮箍与轮芯进行解耦,使得弹性车轮与传统刚性车轮有显著区别<sup>[18]</sup>,所以在弹性车轮子模型中,将轮芯(含车轴)视为一个刚体、左右轮箍分别视为一个刚体,因此弹性轮对一共有 3 个刚体。

将轮箍与轮芯解耦之后,轮芯相对于轮箍具有 6 个自由度,即轮箍相对于轮芯有纵向、横向和垂向移动以及绕着轮芯 3 个方向的偏转。由于弹性车轮中轮箍相对于轮芯绕着纵向、横向和垂向 3 个方向的偏转刚度,只在车辆启动和制动时防止轮箍脱落时发生,对动力学没有影响<sup>[11]</sup>,所以本文的弹性车轮子模型仅考虑轮箍相对于轮芯纵向  $x$ 、横向  $y$  和垂向  $z$  三个方向的移动。因此,轮芯与轮箍之间的橡胶元件通过纵向、横向和垂向 3 个方向移动的刚度和阻尼实现<sup>[19]</sup>。图 2 为弹性车轮的受力分析图;表 1 为弹性车轮各力的符号;表 2 为地铁车辆各项参数符号。

根据图 2 弹性车轮受力分析图,得出弹性车轮橡胶纵向、横向以及垂向作用力分别如下:

$$F_{zh(L,R)} = K_{gz}(\pm d_0\phi_w \mp d_0\phi_g) +$$

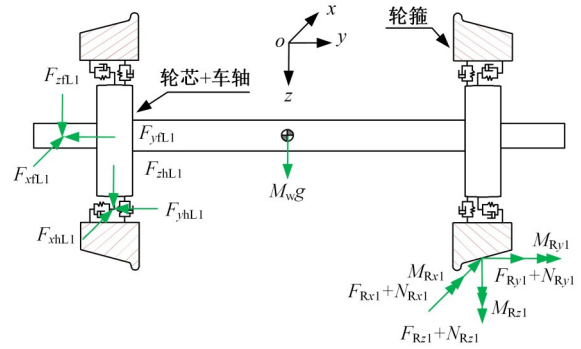


图 2 弹性车轮受力分析图

Fig. 2 Force analysis diagram of resilient wheel

表 1 弹性车轮各力符号

Table 1 Symbols of each force of the resilient wheel

符号	物理意义
$F_L, F_R$	左、右轮箍所受蠕滑力
$N_L, N_R$	左、右轮箍所受法向力
$F_{hl}, F_{hr}$	左、右弹性车轮橡胶悬挂作用力
$F_{fl}, F_{fr}$	左、右一系悬挂作用力
$M_w g$	轮对重力

表 2 地铁车辆各项参数符号

Table 2 Symbols of various parameters of metro vehicles

符号	物理意义
$X, Y, Z$	纵向、横向以及垂向位移
$\phi, \varphi, \psi$	纵向、横向以及垂向角位移
$g, w, b, c$	轮箍、轮芯、构架以及车体的下标
$M_g, M_w, M_b, M_c$	轮箍、轮对、构架以及车体的质量
$I_g, I_w, I_b, I_c$	轮箍、轮对、构架以及车体的转动惯量
$K_g, K_p, K_s$	轮箍、一系以及二系悬挂刚度
$C_g, C_p, C_s$	弹性车轮、一系以及二系悬挂阻尼
$d_w$	一系悬挂横向距离的二分之一
$d_0$	弹性车轮橡胶悬挂横向距离的二分之一
$a_0$	左右轮轨接触点距离的二分之一
$r_0, r_L, r_R$	车轮名义滚动、左/右轮半径的二分之一
$r_w$	轮芯半径

$$C_{pz}(\pm d_0\dot{\phi}_w \mp d_0\dot{\phi}_g) \quad (1)$$

$$F_{yh(L,R)} = K_{gy}[y - y_w + r_{w(L,R)}(\varphi_g - \varphi_w) + r_{w(L,R)}(\varphi_w - \varphi_g)] \quad (2)$$

$$F_{zh(L,R)} = K_{gz}[z_g - z_w \pm d_0\phi_g \mp d_0\phi_w] + C_{gz}[\dot{z}_g - \dot{z}_w \pm d_0\dot{\phi}_g \mp d_0\dot{\phi}_w] \quad (3)$$

根据车辆各部件的受力分析,运用牛顿第二定律,得出轮箍、轮芯的振动微分方程如下所示。

(1) 轮箍振动方程

$$M_g \ddot{Y}_g = -F_{yh(L,R)} + F_{(L,R)y} + N_{(L,R)y} \quad (4)$$

$$M_g \ddot{Z}_g = F_{zh(L,R)} - F_{(L,R)z} - N_{(L,R)z} \quad (5)$$

$$I_{g,x} \ddot{\phi}_g = \alpha_0(F_{Lx} + N_{Lx}) - r_L(F_{Ly} + N_{Ly}) - r_R(F_{Ry} + N_{Ry}) + d_0(F_{zhR} - F_{zhL}) \quad (6)$$

$$I_{g,y} \ddot{\phi}_g = r_{(L,R)}(F_{Lx} + N_{Lx}) + r_{(L,R)} \cdot \varphi_w(F_{Lx} + N_{Lx}) + M_{(L,R)y} \quad (7)$$

$$I_{g,z} \ddot{\psi}_g = M_{(L,R)z} + \alpha_0(F_{Lx} - F_{Rx}) + \alpha_0 \psi_w(F_{Ly} + N_{Ly} + F_{Ry} + N_{Ry}) + d_0(F_{xhL} - F_{xhR}) + \alpha_0(N_{Lx} - N_{Rx}) \quad (8)$$

(2) 轮芯振动方程

$$M_w \ddot{Y}_w = -F_{yfL} - F_{yfR} + F_{yhL} + F_{yhR} \quad (9)$$

$$M_w \ddot{Z}_w = F_{zfL} + F_{zfR} - F_{zhL} - F_{zhR} + M_{wg} \quad (10)$$

$$I_{w,x} \ddot{\phi}_w = (F_{zfR} - F_{zfL})d_w + (F_{zhL} - F_{zhR})d_0 \quad (11)$$

$$I_{w,y} \ddot{\phi}_w = 0 \quad (12)$$

$$I_{w,z} \ddot{\psi}_w = (d_w - d_0)(F_{xfl} - F_{xfr}) \quad (13)$$

### 1.2 地铁车辆-大跨斜拉桥系统耦合动力学模型

本文地铁车辆-大跨斜拉桥系统耦合动力学模型中的车辆子模型是在李小珍等<sup>[20]</sup>建立的车辆模型基础上,将传统刚性车轮考虑为上述弹性车轮的地铁车辆子模型。考虑弹性车轮的地铁车辆子模型包括1个车体、2个构架、4个轮芯以及4对轮箍,共有11个刚体,各刚体考虑横移、沉浮、侧滚、点头以及摇头5个自由度,故地铁车辆子模型共有55个自由度。

构架和轮芯通过一系悬挂连接,且一系悬挂的钢弹簧和减振器通过刚度和阻尼实现。构架和车体通过二系悬挂连接,且二系悬挂的空气弹簧等通过刚度和阻尼实现。图3~图5分别为地铁的端视图、俯视图及侧视图。因此,其动力方程可以表示为:

$$M_v \ddot{X}_v + C_v \dot{X}_v + K_v X_v = F_v \quad (14)$$

式中: $\ddot{X}_v$ 、 $\dot{X}_v$ 、 $X_v$ 分别为车辆加速度矢量、速度矢量以及位移矢量; $M_v$ 、 $C_v$ 、 $K_v$ 分别为车辆系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵。

采用有限元法模拟桥梁子结构模型,其振动微分方程为:

$$M_b \ddot{X}_b + C_b \dot{X}_b + K_b X_b = F_b \quad (15)$$

式中: $M_b$ 、 $C_b$ 、 $K_b$ 分别为桥梁系统质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; $\ddot{X}_b$ 、 $\dot{X}_b$ 、 $X_b$ 分别为加速度矢量、速度矢量和位移矢量; $F_b$ 桥梁的载荷矢量。

### 1.3 动力学方程求解方法

在本文建立的考虑弹性车轮的地铁车辆-大

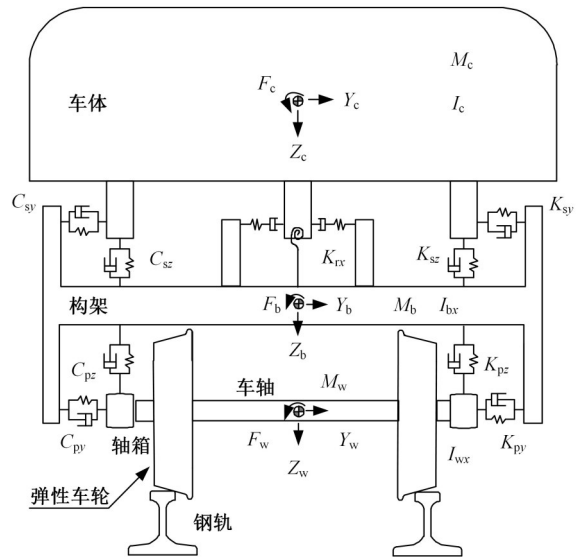


图3 地铁车辆端视图

Fig. 3 End view of metro vehicles

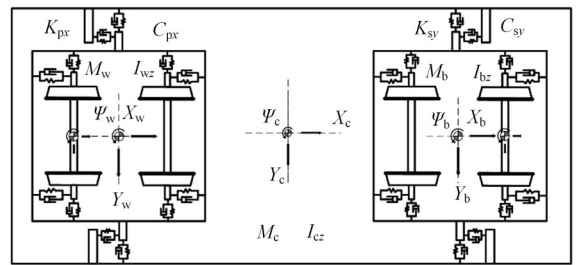


图4 地铁车辆俯视图

Fig. 4 Top view of metro vehicles

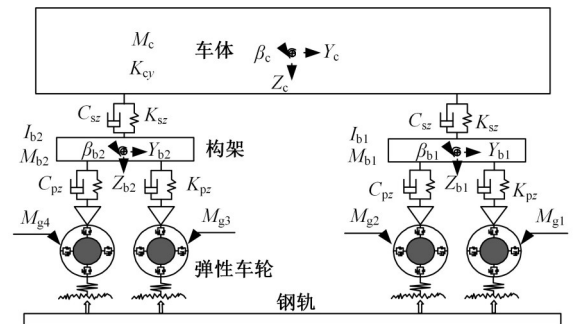


图5 地铁车辆侧视图

Fig. 5 Side view of metro vehicles

跨斜拉桥系统耦合动力学模型中,弹性车轮及地铁车辆子模型均是基于多体动力学理论而建立,大跨斜拉桥则采用有限元法建立。因此,本文采用显隐式混合积分法对该系统进行计算。为了提高计算速度,采用由翟婉明院士所提出的新型快速显式积分法(Zhai方法<sup>[21]</sup>)对车辆模型进行求解。为提高有限元模型的计算稳定性,采用Newmark- $\beta$ 隐式积分法对桥梁模型进行求解,详细迭代过程参见文献[22]。

Zhai方法的积分格式为:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \Delta t + (1/2 + \Psi) \ddot{\mathbf{u}}_n \Delta t^2 - \Psi \ddot{\mathbf{u}}_{n-1} \Delta t^2 \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + (1 + \xi) \ddot{\mathbf{u}}_n \Delta t - \xi \ddot{\mathbf{u}}_{n-1} \Delta t \end{cases} \quad (16)$$

式中： $\mathbf{u}$ 、 $\dot{\mathbf{u}}$ 、 $\ddot{\mathbf{u}}$ 分别为车辆方程中的广义位移向量、速度向量及加速度向量； $\Psi$ 、 $\xi$ 为积分参数； $\Delta t$ 为积分步长；下标  $n - 1$ 、 $n$ 、 $n + 1$  分别表示  $t = (n - 1)\Delta t$ 、 $t = n\Delta t$  以及  $t = (n + 1)\Delta t$  的积分步。

根据该系统的初始条件,采用该积分格式可逐步计算得出任意时刻车辆系统的振动状态。

Newmark- $\beta$ 式积分法的积分格式为:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \dot{\mathbf{u}}_n \Delta t + [(1/2 - \alpha) \ddot{\mathbf{u}}_n + \alpha \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \Delta t^2 \\ \dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + [(1 - \lambda) \ddot{\mathbf{u}}_n + \lambda \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}] \Delta t \end{cases} \quad (17)$$

式中： $\alpha$ 、 $\lambda$ 均为积分参数,根据积分稳定性要求确定。

采用该方法得到大跨斜拉桥模型的振动响应。另外,为保证计算的收敛性和同步性,该两种积分方法的时间步长均取  $5 \times 10^{-5}$  s。

## 2 研究参数

本文以重庆轨道交通 6 号线地铁车辆为研究对象,探讨弹性车轮对地铁车辆动力特性的影响,表 3 为 B 型地铁车辆(动车、定员)动力学参数。在弹性车轮动力学模型中,弹性车轮轮箍与轮芯之间的橡胶层简化为纵向、横向以及垂向弹簧和阻尼,其刚度和阻尼数值如表 3 所示。

表 4~表 6 分别为车体、构架以及车轮模态的

表 3 B 型地铁车辆动力学参数

参 数	数值
定距/m	15.7
轴距/m	2.5
滚动圆直径/m	0.42
轮对质量、轴箱质量/t	1.86
构架质量/t	4.28
车体质量/t	41.61
轮对惯量/( $t \cdot m^2$ )	1.036
构架惯量/( $t \cdot m^2$ )	2.486
车体惯量/( $t \cdot m^2$ )	1708.23
一系刚度/( $MN \cdot m^{-1}$ )	1.07
二系刚度/( $MN \cdot m^{-1}$ )	0.155
橡胶层径向和轴向刚度/( $MN \cdot m^{-1}$ )	30
橡胶层径向与轴向阻尼/( $kN \cdot s \cdot m^{-1}$ )	300

频率和振型,可以看出弹性车轮对地铁车辆车体和构架模态的影响不显著,而弹性车轮与刚性车轮的模态有较大差异,这是由于弹性车轮橡胶层将车轮解耦成轮箍和轮芯,轮箍和轮芯的质量相对于刚性车轮小,且轮箍和轮芯的橡胶层相当于增设一个悬挂系统,使弹性车轮结构较刚性车轮更复杂。

表 4 车体模态

Table 4 Modal of car body

阶数	弹性车轮		刚性车轮	
	频率	振型	频率	振型
1	0.39	侧滚	0.20	侧滚
2	0.59	纵向	0.64	纵向
3	0.73	摇头	0.67	横移
4	0.97	沉浮	0.8	摇头
5	0.99	横移	0.92	沉浮
6	1.20	点头	1.24	点头

表 5 构架模态

Table 5 Modal of frame

阶数	弹性车轮		刚性车轮	
	频率	振型	频率	振型
1	6.32	沉浮	2.68	侧滚
2	8.32	侧滚	4.40	沉浮
3	12.07	点头	8.20	点头
4	13.24	纵向	9.05	摇头
5	19.20	摇头	10.86	横移
6	23.48	横移	22.59	纵向

表 6 车轮模态

Table 6 Modal of wheel

阶数	弹性车轮				刚性车轮	
	轮箍		轮芯		频率	振型
	频率	振型	频率	振型		
1	61.25	侧滚	61.76	侧滚	37.39	侧滚
2	87.79	沉浮	87.82	沉浮	135.43	横移
3	104.07	横移	116.76	横移	159.38	沉浮
4	139.97	纵向	136.14	纵向	161.26	纵向
5	989.15	摇头	989.20	摇头	525.90	摇头
6	3145.40	点头	3145.40	点头	1594.20	点头

以重庆东水门长江大桥为研究对象,东水门长江大桥为双塔单索面钢桁梁斜拉梁桥,主塔采用空间曲面构造形式,外轮廓(塔柱)为圆润的天梭造型。该桥正桥钢梁为 222.5 m + 450 m + 190.5 m,如图 6 所示。图 7 为东水门长江大桥的力学模型。

桥梁的自振特性既表征了桥梁刚度指标,又是车-桥耦合系统动力响应的重要因素。通过脉

动试验测试桥跨结构自振频率及振型等,测试断面布置在次边跨、中跨跨中截面(见图6中A、B、C三点)上,分上、中、下游3条测线布置测点,主要采用拾振传感器、放大器及信号采集系统等设备拾取并记录桥梁结构的振动响应。表7为主桥桥

跨结构自振特性测试<sup>[23]</sup>与理论计算结果对比,可以看出实测与理论计算结果吻合较好;另外据资料显示<sup>[24-26]</sup>,大跨斜拉桥的一阶自振频率约为0.2~0.5 Hz,上述数据均表明本文建立的东水门长江大桥动力学模型具有较高的可靠性。

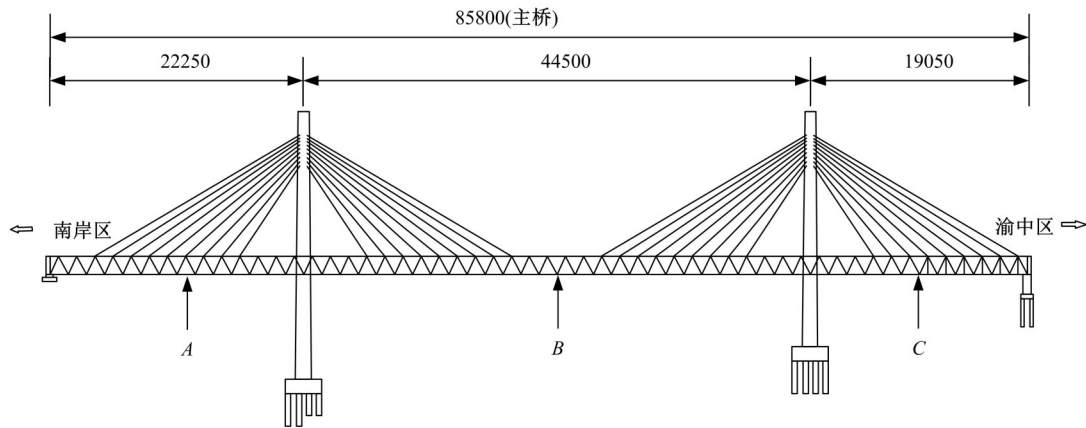


图6 东水门长江大桥布局图

Fig. 6 Layout of Dongshuimen Yangtze river bridge

表7 桥梁自振特性测试结果与理论计算结果的对比

Table 7 Comparison of test results and theoretical calculation results of the natural vibration characteristics of bridge

序号	实测频率/Hz	计算频率/Hz	实测振型	计算振型	描述
1	0.350	0.317			主梁正对称横弯
2	0.412	0.451			主梁反对称竖弯
3	0.651	0.665			主梁正对称竖弯
4	0.824	0.743			主梁反对称横弯

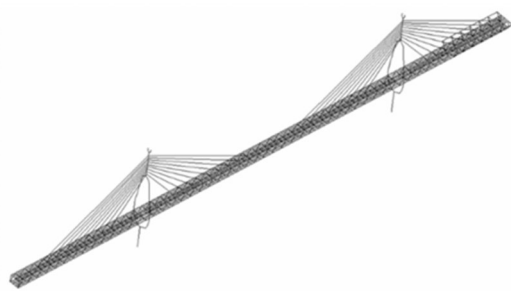


图7 东水门长江大桥动力学模型

Fig. 7 Mechanical model of dongshuimen Yangtze river bridge

选取美国五级谱作为轨道随机不平顺<sup>[27]</sup>,其时域不平顺样本如图8所示。另外,为了研究轮轨高频振动行为及弹性车轮的高频振动抑制效果,在长波不平顺中叠加了Sato短波谱<sup>[28]</sup> $S(\Omega)$ 。图9为Sato谱的时域和频域样本。

$$S(\Omega) = \frac{A}{\Omega^3} \quad (18)$$

式中:A为粗糙度波数; $\Omega$ 为轮轨表面粗糙度系数,取值为 $4.15 \times 10^{-8} \sim 5.0 \times 10^{-7}$ 。

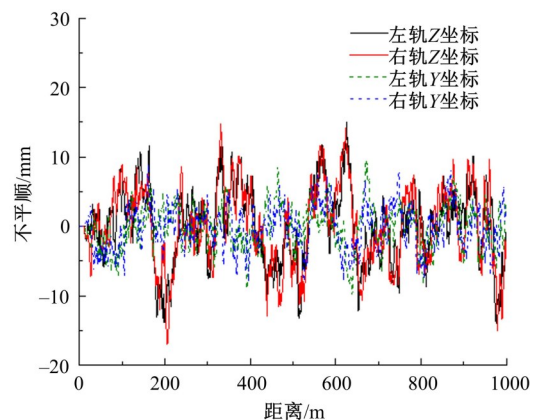


图8 美国五级谱不平顺样本

Fig. 8 Samples of American fifth grade track irregularity

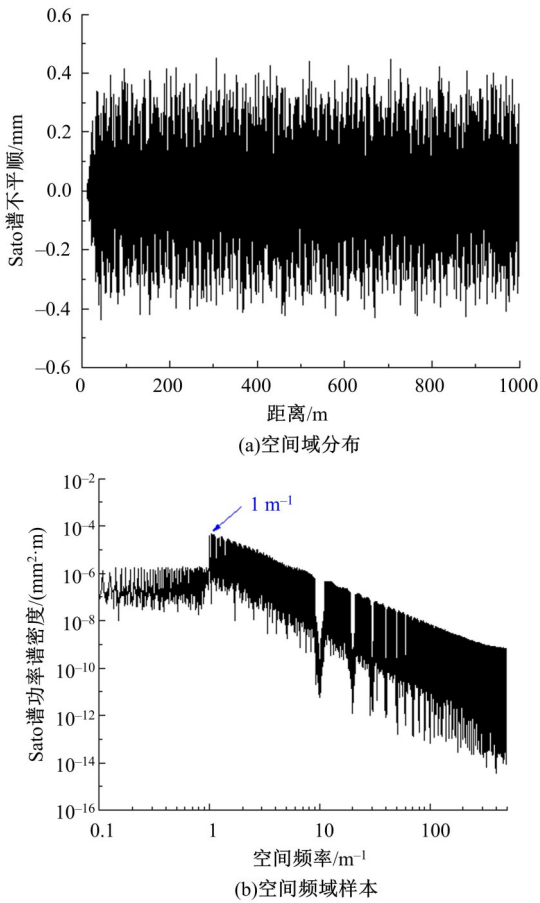


图 9 Sato 谱不平顺样本

Fig. 9 Sato spectrum irregularity samples

### 3 弹性车轮对地铁车辆振动的影响

借助地铁车辆-大跨斜拉桥耦合动力学模型,研究弹性车轮对地铁车辆振动的影响。由于弹性车轮对构架和车体的动力特性影响不显著<sup>[11]</sup>,所以本文着重研究了弹性车轮对车轮和轴箱动态特性的影响。另外,轮轨力包含的频率信息较为复杂<sup>[15]</sup>,因此需要从频域角度对轮轨力进行分析,但是传统傅里叶分析不能反映信号在时间域上的任何信息,因此,为了同时反映数据的时域和频域信息,本文采用短时傅里叶算法从时-频域角度对结果展开深入分析。

首先,以车辆行驶速度为 70 km/h 时的计算结果为例进行详细阐述。图 10(a)为刚性车轮和弹性车轮时域轮轨垂向力,图 10(b)为刚性车轮和弹性车轮频域轮轨垂向力。由图 10(a)可以看出:在时域上,弹性车轮的轮轨垂向力较刚性车轮略低,弹性车轮的最大轮轨垂向力相对于刚性车轮降低了 2.0%。由图 10(b)可以看出:刚性车轮和弹性车轮轮轨垂向力峰值主要在 0~30 Hz,在

3~6 Hz、10~13 Hz 和 125~180 Hz 内,弹性车轮的轮轨垂向力较刚性车轮略低,这是由于弹性车轮的簧下质量较低所导致。

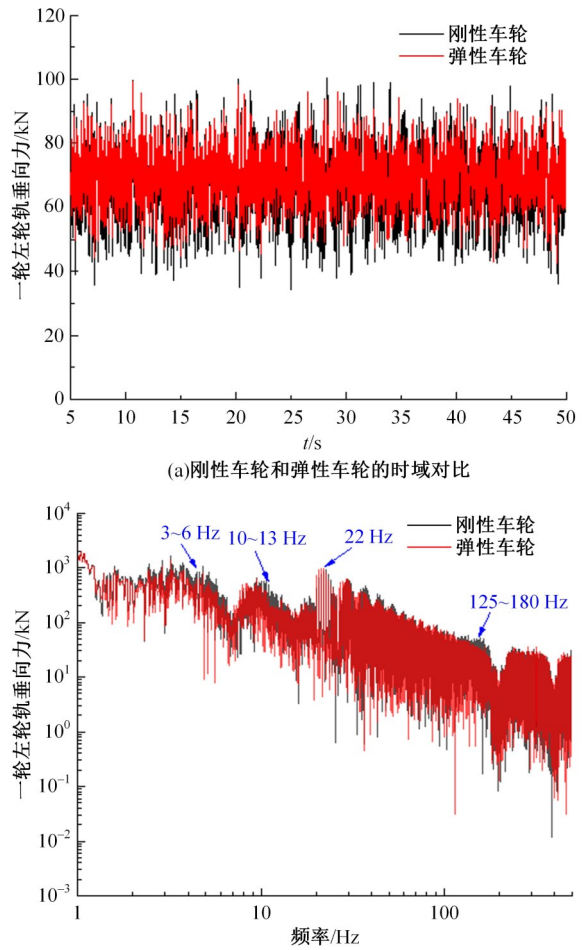


图 10 轮轨垂向力

Fig. 10 Wheel/rail vertical force

图 11 为刚性车轮和弹性车轮分别在时域和频域上的轮轨横向力。从图 11(a)可以看出:弹性车轮的横向轮轨力较刚性车轮略低,弹性车轮的最大轮轨横向力相对于刚性车轮降低了 20%。由图 11(b)可以看出:轮轨横向力主频在 0~20 Hz,且在该频域内弹性车轮和刚性车轮轮轨横向力相差不大;在 50~100 Hz 时,弹性车轮轮轨横向力略小于刚性车轮;在大于 220 Hz 时,弹性车轮轮轨横向力略大于刚性车轮。

图 12(a)为刚性车轮和弹性车轮时域垂向加速度,图 12(b)~(d)分别为刚性车轮、弹性车轮轮芯以及轮箍垂向加速度的时-频结果图。由图 12(a)可知,轮箍最大垂向加速度为 51.4 m/s<sup>2</sup>,轮芯最大垂向加速度为 15.4 m/s<sup>2</sup>,刚性车轮最大垂向加速度为 32.6 m/s<sup>2</sup>,轮箍最大垂向加速度约

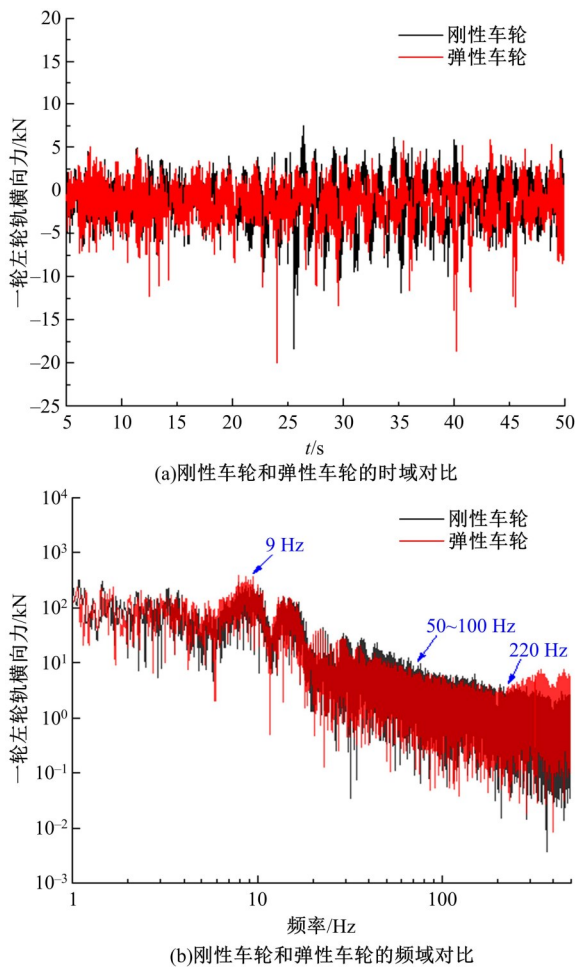


图 11 轮轨横向力

Fig. 11 Wheel/rail lateral force

是刚性车轮的 1.6 倍,刚性车轮最大垂向加速度约是轮芯的 2.1 倍。由图 12(b)(c)(d)可以看出:刚性车轮、轮芯和轮箍垂向加速度主频分别在 20~75 Hz、25~30 Hz、25~50 Hz,三者 在 25 Hz 左右有峰值,在 0~25 Hz 三者无明显差别,在大于 25 Hz 时,轮箍垂向加速度最大,其次是刚性车轮,最小是轮芯,这是由于弹性车轮的轮箍和轮芯振动解耦,体现了橡胶元件的减振作用<sup>[29,30]</sup>。

图 13(a)为刚性车轮和弹性车轮时域横向振动加速度,图 13(b)~(d)分别为刚性车轮、弹性车轮轮芯以及弹性车轮轮箍横向加速度的时-频结果图。由图 13(a)可以看出:轮箍最大横向力为 11.5 m/s<sup>2</sup>,轮芯最大横向加速度为 2.1 m/s<sup>2</sup>,刚性车轮横向加速度为 3.1 m/s<sup>2</sup>,弹性车轮轮箍横向加速度约是刚性车轮的 3.7 倍,刚性车轮横向加速度约是轮芯的 1.5 倍。由图 13(b)~(d)可以看出:车轮横向加速度主频均在 0~25 Hz 内。在 25~500 Hz 内,轮箍横向加速度最大,其次是

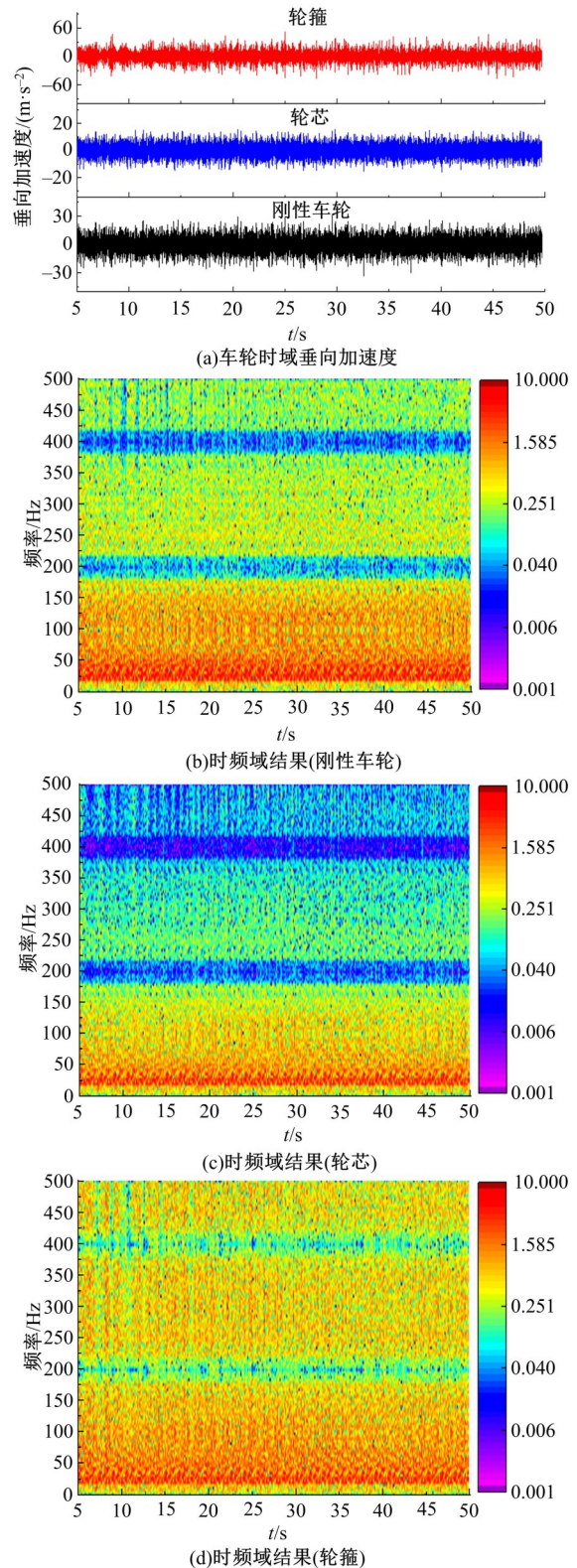
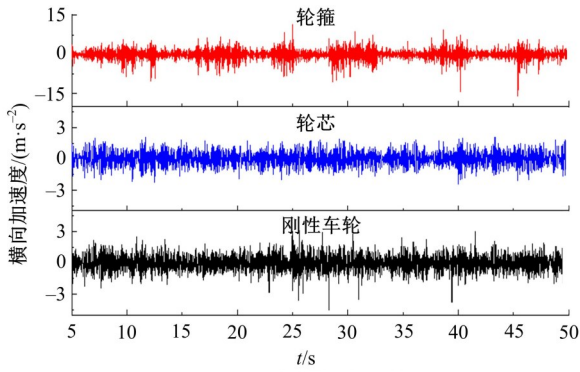


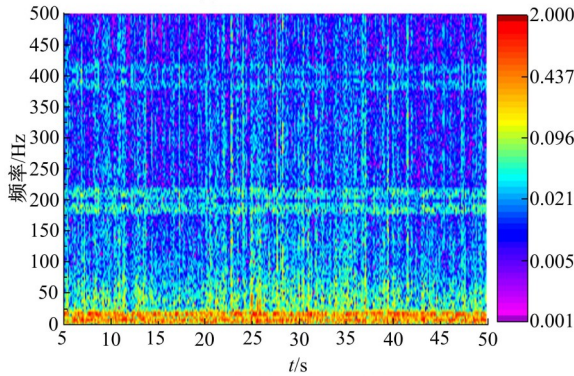
图 12 车轮垂向加速度

Fig. 12 Wheel vertical acceleration

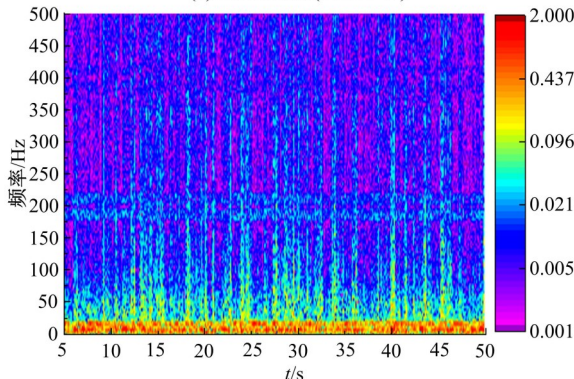
刚性车轮,最小是轮芯,这是由于弹性车轮的轮箍和轮芯振动解耦,体现了橡胶元件的减振作用,车辆行驶在桥梁边跨 1/2、中跨 1/4、中跨 1/2 三个位置时,车轮横向加速度比其他位置大。



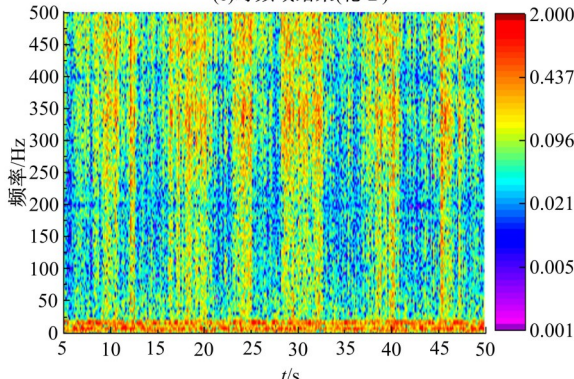
(a)车轮时域横向加速度



(b)时频域结果(刚性车轮)



(c)时频域结果(轮芯)

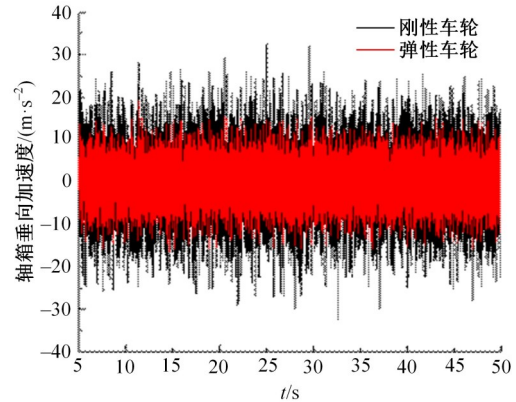


(d)时频域结果(轮箍)

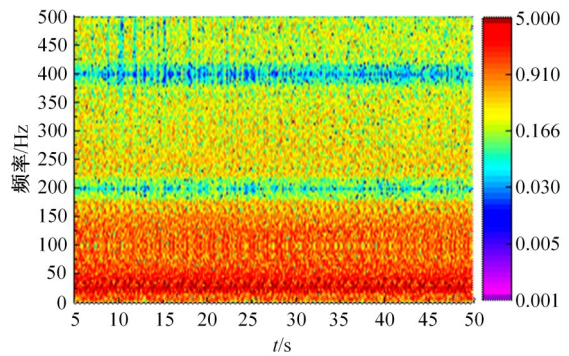
图 13 车轮横向加速度

Fig. 13 Lateral acceleration of wheels

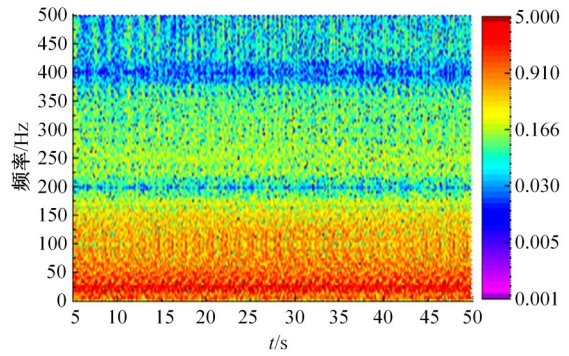
图 14(a)为刚性车轮和弹性车轮作用下轴箱的时域垂向加速度;图 14(b)为刚性车轮与弹性车轮作用下轴箱的垂向加速度时-频域结果。由



(a)轴箱时域垂向加速度



(b)时频域结果(刚性车轮)



(c)时频域结果(弹性车轮)

图 14 轴箱垂向加速度

Fig. 14 Vertical acceleration of axle box

图 14(a)可知:弹性车轮和刚性车轮作用下轴箱的最大垂向加速度分别为  $19.3 \text{ m/s}^2$  和  $32.6 \text{ m/s}^2$ ,降低了 39.6%。由图 14(b)可以看出:刚性车轮作用下的轴箱垂向加速度主频在  $0\sim 150 \text{ Hz}$ ,且  $25\sim 50 \text{ Hz}$  有峰值。由图 14(c)可以看出:弹性车轮作用下的轴箱垂向加速度主频在  $25\sim 50 \text{ Hz}$  内,且在  $25 \text{ Hz}$  有峰值;在  $0\sim 500 \text{ Hz}$  内,刚性车轮作用下的轴箱垂向加速度显著大于弹性车轮。

图 15(a)为刚性车轮和弹性车轮作用下轴箱的时域横向加速度,图 15(b)为刚性车轮和弹性车轮作用下轴箱的垂向加速度时-频域结果。由图 15(a)可以看出:弹性车轮和刚性车轮作用下轴

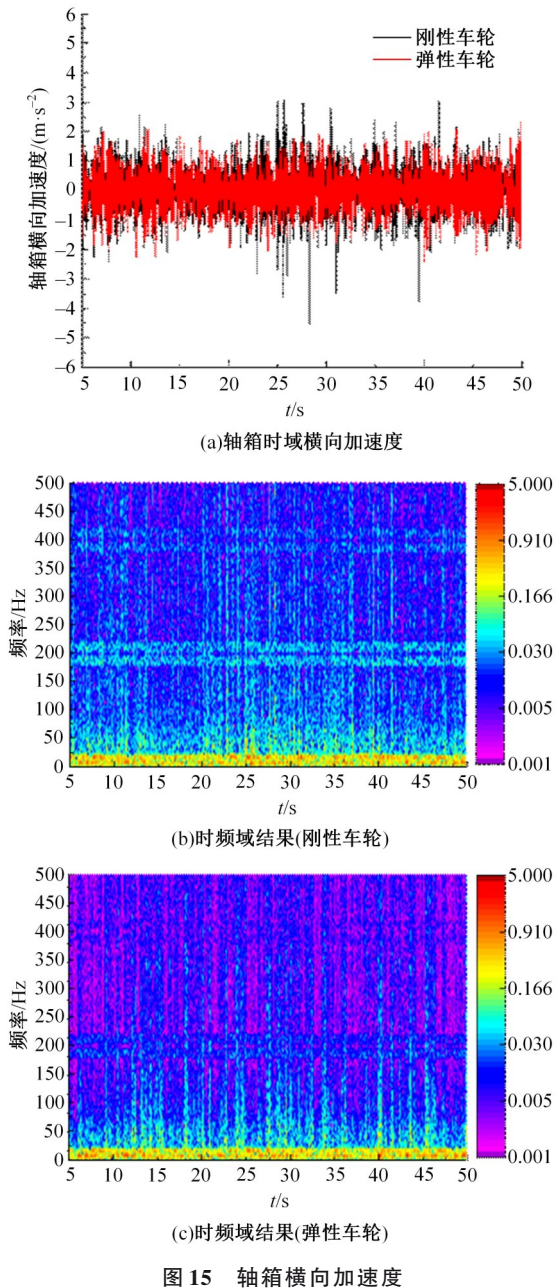


图 15 轴箱横向加速度

Fig. 15 Lateral acceleration of axle box

箱的最大横向加速度分别为  $2.3 \text{ m/s}^2$  和  $3.1 \text{ m/s}^2$ , 弹性车轮作用下轴箱的最大横向加速度相对于刚性车轮降低了  $25.8\%$ 。由图 15(b)(c)可以看出: 刚性车轮和弹性车轮作用下轴箱的横向加速度主频为  $0\sim 25 \text{ Hz}$ , 且在  $0\sim 25 \text{ Hz}$  内刚性车轮和弹性车轮作用下轴箱的横向加速度无明显区别, 在大于  $25 \text{ Hz}$  时, 刚性车轮作用下轴箱的横向加速度显著大于弹性车轮作用下轴箱的横向加速度。

为了研究弹性车轮在不同速度等级下对动力学指标的影响规律, 计算速度由  $20\sim 100 \text{ km/h}$  变化时, 弹性车轮对动力学指标的影响规律。由

图 16~图 18 可以看出: 随着速度的增大, 垂向和横向轮轨力、车轮垂向加速度、脱轨系数以及轮重减载率均增大, 除脱轨系数以外, 弹性车轮低于刚性车轮<sup>[22]</sup>。由图 16 可以看出: 当运行速度低于  $60 \text{ km/h}$  时, 弹性车轮垂向轮轨力略小于刚性车轮, 高于  $60 \text{ km/h}$  时, 弹性车轮的优势更为明显, 而弹性车轮的轮轨横向力都明显小于刚性车轮。

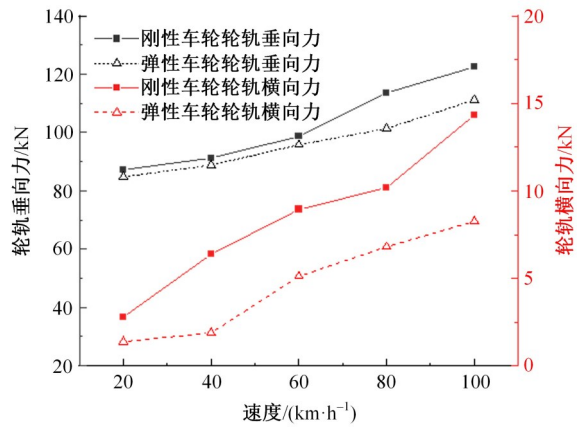


图 16 轮轨力

Fig. 16 Wheel/rail force

由图 17 可以看出, 弹性车轮轮箍加速度最大, 刚性车轮其次, 弹性车轮轮芯最小, 当运行速度低于  $60 \text{ km/h}$  时, 刚性车轮、轮箍和轮芯加速度相差不大, 当高于  $60 \text{ km/h}$  时, 弹性车轮轮箍和轮芯与刚性车轮逐渐变大, 轮箍最高是刚性车轮的  $2.5$  倍, 刚性车轮最高是轮芯的  $1.5$  倍。

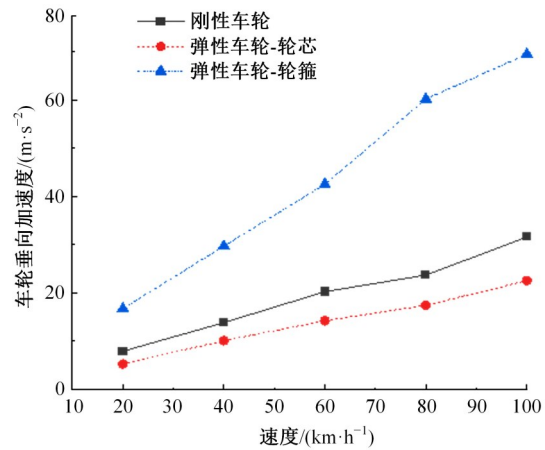


图 17 车轮垂向加速度

Fig. 17 Wheel vertical acceleration

由图 18 可以看出: 当速度低于  $60 \text{ km/h}$  时, 刚性车轮轮重减载率和脱轨系数略高于弹性车轮, 当速度高于  $60 \text{ km/h}$  时, 对于轮重减载率和脱轨系数而言, 随着速度的逐渐增大, 弹性车轮相对于刚性车轮的优势逐渐明显。

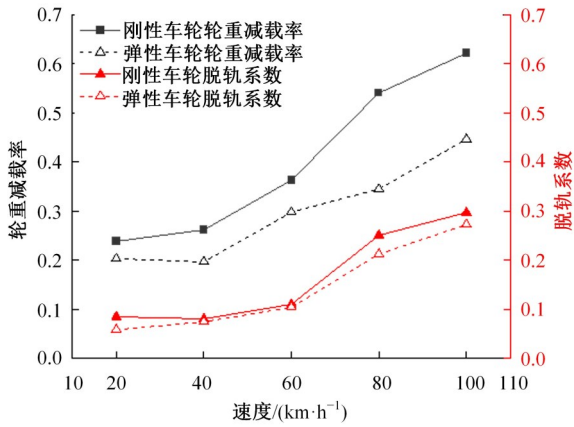


图 18 轮重减载率和脱轨系数

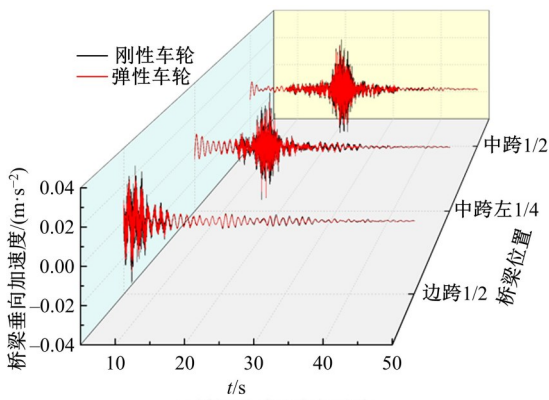
Fig. 18 Wheel load reduction rate and derailment coefficient

### 4 弹性车轮对大跨斜拉桥振动的影响

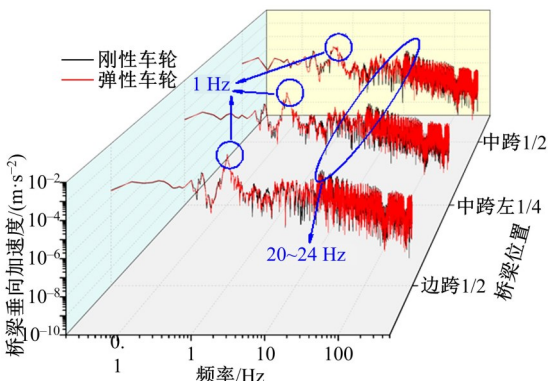
借助考虑弹性车轮的地铁车辆-大跨斜拉桥耦合动力学模型,研究弹性车轮对大跨斜拉桥振动的影响。图 19 为桥梁边跨的 1/2、中跨左 1/4 和中跨 1/2 垂向时域和频域的速度;图 20 为桥梁横向时域和频域的速度。由图 19(a)可以看

出:弹性车轮和刚性车轮作用下桥梁的最大垂向加速度均在左边跨 1/2 处,其弹性车轮作用下桥梁的最大垂向加速度为 0.026 m/s<sup>2</sup>,刚性车轮作用下桥梁的最大垂向加速度为 0.030 m/s<sup>2</sup>,弹性车轮作用下桥梁的垂向加速度较刚性车轮低。由图 19(b)可以看出:主频在 1 Hz 和 20~24 Hz,且弹性车轮和刚性车轮作用下桥梁的垂向加速度无明显差别,因此,弹性车轮对大跨斜拉桥垂向振动的抑制作用效果不明显。

由图 20(a)可以看出:弹性车轮和刚性车轮作用下桥梁的最大横向加速度均在左边跨 1/2 处,其弹性车轮作用下桥梁的最大横向加速度为 0.01 m/s<sup>2</sup>,刚性车轮作用下桥梁的最大横向加速度为 0.015 m/s<sup>2</sup>,弹性车轮作用下桥梁的横向加速度较刚性车轮低。由图 20(b)可以看出:主频在 1 Hz 和 7~10 Hz,且在 3~11 Hz 弹性车轮作用下桥梁的横向加速度较刚性车轮作用下桥梁的横向加速度低,所以弹性车轮能在一定程度上抑制大跨斜拉桥的中低频振动。由图 19(b)和



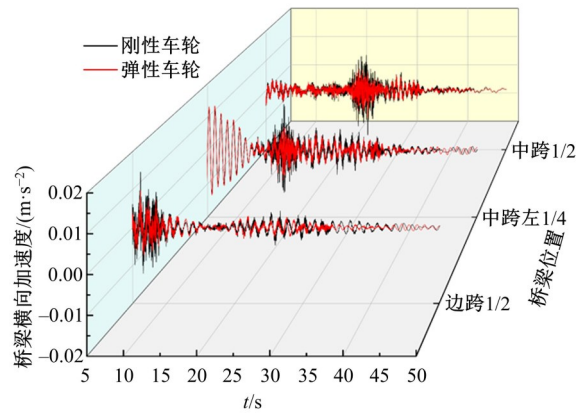
(a)桥梁时域垂向加速度



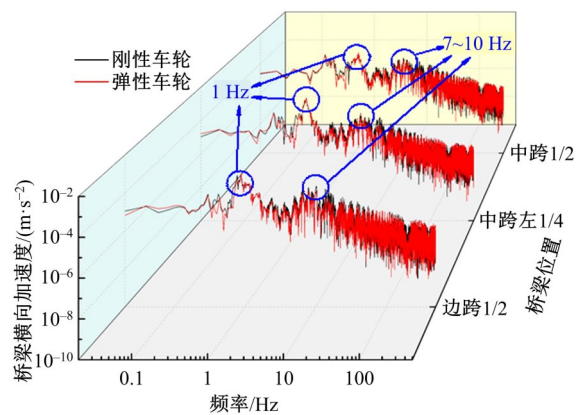
(b)桥梁频域垂向加速度

图 19 桥梁垂向振动

Fig. 19 Vertical vibration of bridge



(a)桥梁时域横向加速度



(b)桥梁频域横向加速度

图 20 桥梁横向振动

Fig. 20 Bridge lateral vibration

图 20(b)可以看出:桥梁垂向和横向主频均在 1 Hz 左右,这是由于 Sato 谱频域不平顺样本空间主频率在  $1\text{ m}^{-1}$  左右出现峰值所致。

为探明弹性车轮能降低大跨斜拉桥中低频振动的原因,根据弹性车轮中橡胶的刚度和阻尼(见表 3),建立除轮箍以外簧上质量(图 21 中的质量块  $M$ )的单自由度系统动力学模型,并计算激振力频率  $f$  与动力放大系数  $\beta$  之间的关系。

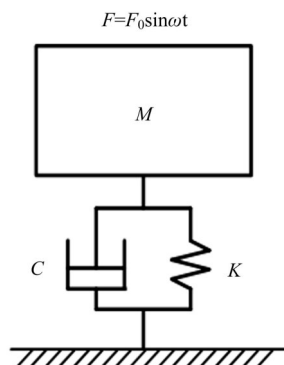


图 21 简谐激励下的单自由度系统

Fig. 21 Single-degree of freedom system under simple harmonic excitation

单自由度系统的固有频率  $f_n$  计算公式为:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (19)$$

谐激励下振动系统动力放大系数  $\beta$  的计算公式为:

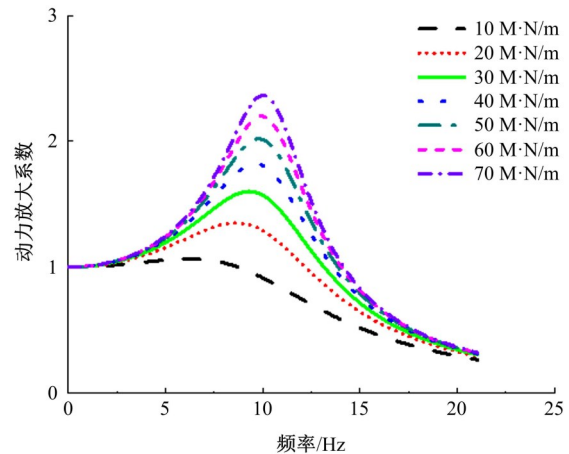
$$\beta = \frac{1}{\sqrt{(1 - \lambda^2)^2 + (2\zeta\lambda)^2}} \quad (20)$$

式中:  $\beta$  为动力放大系数;  $\lambda = \omega/\omega_n$  为频率比;  $\zeta = C/C_c$  为阻尼比,  $C_c = 2\sqrt{MK}$  为临界阻尼。

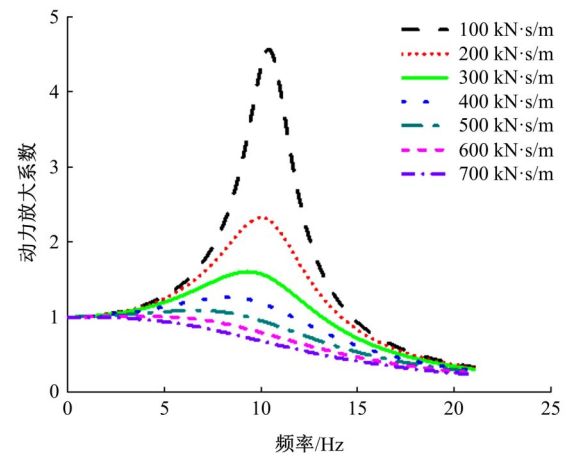
根据式(19)可知该系统的固有频率  $f_n$  为 10.524 Hz,刚度取 10~70 MN/m,阻尼取 100~700 kN·s/m,计算激振力频率  $f$  与动力放大系数  $\beta$  之间的关系,如图 22 所示。

由图 22 可以看出:单自由度系统在刚度为 30 MN/m、阻尼为 300 kN·s/m 时,降低了中低频段(约 5~15 Hz 频段)的动力放大系数,所以弹性车轮刚度和阻尼在该计算数值下,对桥梁系统在 10 Hz 附近的中低频振动有抑制作用。

更进一步研究弹性车轮在不同速度下对大跨斜拉桥动力响应的规律,计算速度为 20~100 km/h 时桥梁的动力响应。图 23 为地铁车辆不同行驶速度下桥梁时域垂向和横向加速度,可以看出,随着速度的增大,桥梁边跨和中跨的垂向



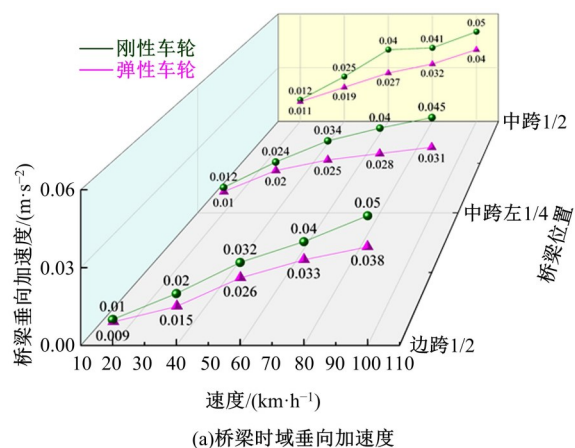
(a)不同刚度下动力放大系数  $\beta$  与频率  $f$  的关系



(b)不同阻尼下动力放大系数  $\beta$  与频率  $f$  的关系

图 22 动力放大系数  $\beta$  与频率  $f$  的关系

Fig. 22 Relationship between power amplification factor  $\beta$  and frequency  $f$



(a)桥梁时域垂向加速度

加速度和横向加速度均逐渐增大,且弹性车轮作用下桥梁的垂向和横向加速度均小于刚性车轮,边跨垂向和横向加速度分别降低了 41.4% 和 49.4%,中跨垂向和横向加速度分别降低了 35.9% 和 53.9%。

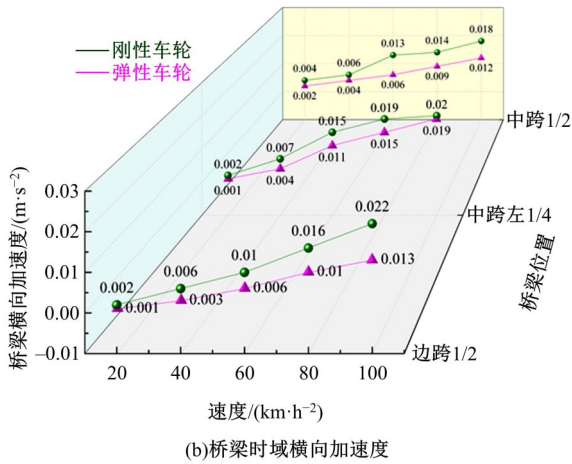


图 23 不同速度下桥梁振动

Fig. 23 Bridge vibration at different speeds

## 5 结 论

(1) 弹性车轮能有效减小轮轨力、轮重减载率、轴箱以及桥梁的加速度。

(2) 从时域上看,弹性车轮最大可降低 2.0% 的轮轨垂向力、20% 的轮轨横向力、39.6% 的轴箱垂向加速度以及 25.8% 的轴箱横向加速度。从时-频域结果看,车轮在垂向和横向加速度主频分别在 20~75 Hz、0~20 Hz,且在 0~500 Hz 内弹性车轮轮箍加速度最大,其次是刚性车轮,最小是弹性车轮轮芯。弹性车轮和刚性车轮轴箱在垂向和横向的主频分别为 25~150 Hz、0~25 Hz,且大于 25 Hz 时,弹性车轮轴箱加速度显著小于刚性车轮。

(3) 从频域上看,弹性车轮能降低大跨斜拉桥的中低频振动。从时域上看,弹性车轮分别能降低 41.1% 和 49.4% 的大跨斜拉桥梁垂向和横向振动。

### 参考文献:

[1] Bouvet P, V'meent N, Coblentz A, et al. Optimization of resilient wheels for rolling noise control[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(1): 253-260.

[2] Makoto I I. 弹性车轮对轨道动态性能的作用[J]. 国外铁道车辆, 1998(6): 34-40.

Makoto I I. The effect of elastic wheels on track dynamic performance[J]. Foreign Railway Vehicles, 1998(6): 34-40.

[3] Remington P J. Wheel/rail rolling noise, I: theoretical analysis[J]. Acoust Soc Am, 1987, 81(6): 1805-1823.

[4] 黄彪, 戚援, 杜利清. 弹性车轮非线性有限元分析及疲劳强度校核[J]. 轨道交通装备与技术, 2014(2):

44-47.

Huang Biao, Qi Yuan, Du Li-qing. Nonlinear finite element analysis and fatigue strength check of elastic wheels[J]. Rail Transportation Equipment and Technology, 2014(2): 44-47.

[5] 戚援, 侯传伦, 杜利清, 等. 低地板车辆用块式橡胶弹性车轮的研制[C]//第十七届中国科协年会, 广州, 2015: No. 6.

[6] Cigada A, Manzoni S, Vanali M. Geometry effects on the vibro-acoustic behavior of railway resilient wheels[J]. Vibration Control, 2011, 17(12): No. 1761.

[7] Lopez I, Vera E, Busturia J M, et al. Theoretical and experimental analysis of ring damped railway wheels[C]//In Proceedings of the ISMA21 Conference, Leuven, Belgium, 1996: 787-794.

[8] 张乐. 弹性车轮结构刚度和强度研究[D]. 成都:西南交通大学机械工程学院, 2014.

Zhang Le. Research on stiffness and strength of elastic wheel structure[D]. Chengdu: College of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, 2014.

[9] 邢璐璐, 李芾, 付政波. 弹性车轮车辆临界速度及曲线通过性能分析[J]. 电力机车与城轨车辆, 2012, 35(1): 25-28.

Xing Lu-lu, Li Fu, Fu Zheng-bo. Analysis of the critical speed and curve passing performance of flexible wheel vehicles[J]. Electric Locomotives and Urban Rail Vehicles, 2012, 35(1): 25-28.

[10] 孙明昌, 曾京, 徐志胜. 弹性轮对车辆-轨道垂向耦合系统动力学研究[J]. 铁道车辆, 2003(1):15-20.

Sun Ming-chang, Zeng Jing, Xu Zhi-sheng. Dynamics study of elastic wheelset vehicle-track vertical coupling system[J]. Railway Vehicle, 2003(1):15-20.

[11] 文娟. 弹性车轮动力学性能及纵向振动研究[D]. 西南交通大学机械工程学院, 2016.

Wen Juan. Research on dynamic performance and longitudinal vibration of elastic wheel[D]. Chengdu: College of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, 2016.

[12] 杨阳, 丁军君, 李芾, 等. 弹性车轮等效刚度对车辆动力学性能的影响[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(3): 63-70.

Yang Yang, Ding Jun-jun, Li Fu, et al. The effect of the equivalent stiffness of elastic wheels on vehicle dynamics[J]. China Railway Science, 2018, 39(3): 63-70.

[13] 郭文浩, 池茂儒, 杨飞, 等. 弹性轮对对轮轨作用力的影响[J]. 机械, 2011, 38(9):1-7.

Guo Wen-hao, Chi Mao-ru, Yang Fei, et al. The effect of elastic wheel pair on wheel-rail action force

- [J]. Machinery, 2011, 38(9):1-7.
- [14] 刘玉霞, 韩健, 周信, 等. 弹性车轮减振降噪特性分析[J]. 铁道学报, 2015, 37(6): 48-53.  
Liu Yu-xia, Han Jian, Zhou Xin, et al. Analysis of vibration and noise reduction characteristics of elastic wheels[J]. Journal of the China Railway Society, 2015, 37(6):48-53.
- [15] 周信. 地铁弹性车轮的减振降噪及动态特性研究[D]. 成都: 西南交通大学机械工程学院, 2019.  
Zhou Xin. Research on vibration and noise reduction and dynamic characteristics of subway elastic wheels[D]. Chengdu: College of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, 2019.
- [16] Han J, He Y, Xiao X, et al. Effect of control measures on wheel/rail noise when the vehicle curves[J]. Applied Sciences, 2017, 7(11): No. 1144.
- [17] 张小强, 黄振兴, 侯传伦. 弹性车轮在地铁车辆上的应用及分析[J]. 机车车辆工艺, 2020(3): 11-15.  
Zhang Xiao-qiang, Huang Zhen-xing, Hou Chuan-lun. Application and analysis of elastic wheels on metro vehicles[J]. Locomotive and Rolling Stock Technology, 2020(3): 11-15.
- [18] Claus H, Schiehlen W. Dynamic stability and random vibrations of rigid and elastic wheelsets[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, 36(2-4): 299-311.
- [19] Arai H. On the acoustic and dynamic characteristics of resilient wheel: 1st report, comparison with various types of wheels[J]. Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers C, 1983, 49: 543-552.
- [20] 李小珍, 强士中, 沈锐利. 高速列车-大跨度钢斜拉桥空间耦合振动响应研究[J]. 桥梁建设, 1998(4): 67-70.  
Li Xiao-zhen, Qiang Shi-zhong, Shen Rui-li. Research on spatial coupling vibration response of high-speed train and long-span steel cable-stayed bridge[J]. Bridge Construction, 1998(4): 67-70.
- [21] Zhai W M. Two simple fast integration methods for large-scale dynamic problems in engineering[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1996, 39(24): 4199-4214.
- [22] 陈兆玮. 高速铁路桥墩沉降对行车性能影响的研究[D]. 成都: 西南交通大学机械工程学院, 2017.  
Chen Zhao-wei. Influence of pier settlement on dynamic performance of running trains in high-speed railway[D]. Chengdu: College of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, 2017.
- [23] 向波, 周逸, 陈县伟. 东水门长江大桥动力特性监测系统研究[J]. 西部交通科技, 2015(11): 46-50.  
Xiang Bo, Zhou Yi, Chen Xian-wei. Research on the dynamic characteristics monitoring system of dongshuimen yangtze river bridge[J]. Western Transportation Science and Technology, 2015(11): 46-50.
- [24] 袁万城, 崔飞, 张启伟. 桥梁健康监测与状态评估的研究现状与发展[J]. 同济大学学报: 自然科学版, 1999(2): 59-63.  
Yuan Wan-cheng, Cui Fei, Zhang Qi-wei. Research status and development of bridge health monitoring and condition assessment[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 1999(2): 59-63.
- [25] 杨学志, 严普强, 张锻, 等. DP传感器研究及桥梁自振特性测试[J]. 振动. 测试与诊断, 1997(2): 53-58.  
Yang Xue-zhi, Yan Pu-qiang, Zhang Duan, et al. DP sensor research and bridge natural vibration characteristics test[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 1997(2): 53-58.
- [26] 严普强, 乔陶鹏. 工程中的低频振动测量与其传感器[J]. 振动. 测试与诊断, 2002(4): 39-75.  
Yan Pu-qiang, Qiao Tao-peng. Low-frequency vibration measurement and its sensors in engineering[J]. Vibration, Testing and Diagnosis, 2002(4): 39-75.
- [27] 翟婉明. 车辆-轨道耦合动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2015.
- [28] Sato Y. Study on high-frequency vibration in track operation with high-speed trains[J]. Quarterly Report of RTRI, 1997, 18(3): 109-114.
- [29] 杨阳, 李芾, 戚壮, 等. 弹性车轮动力学复合模型及其性能研究[J]. 中国铁道科学, 2015, 36(4): 93-100.  
Yang Yang, Li Fu, Qi Zhuang, et al. Composite model of elastic wheel dynamics and its performance research[J]. China Railway Science, 2015, 36(4): 93-100.
- [30] Claus H, Len W S. Dynamic stability and random vibrations of rigid and elastic wheelsets[J]. Nonlinear Dynamics, 2004, (36): 299-311.