

智能网联环境下无信号交叉口 车辆通行控制策略

潘福全¹, 牛远征¹, 张丽霞², 杨金顺¹, 陈秀锋¹, 陈德启¹

(1. 青岛理工大学 土木工程学院, 山东青岛 266520; 2. 青岛理工大学 机械与汽车工程学院, 山东青岛 266520)

摘要:为实现智能网联环境下无信号交叉口网联自动驾驶车辆的智能管控,提高交叉口通行效率,提出了一种基于间隙理论的车辆通行控制策略。依据交叉口区域功能、用途等,将其划分为变道区、调控区、缓冲区、物理区和恢复区;考虑实车物理大小建立了物理区车辆冲突区域计算模型,并通过优化左转车辆轨迹为椭圆轨迹,开发了直行-直行、直行-左转和左转-左转车辆行车间隙控制的数学模型;基于三角函数加速度控制策略建立了调控区和缓冲区的车速诱导模型;运用 Vissim 和 Matlab 联合仿真对控制策略及模型的高效性和合理性进行了对比验证。结果表明:本文控制策略及模型能使相冲突的车辆安全不停车地依次穿插通过冲突区域;对比信号控制策略,在交通量为 1 600 pcu/h 情况下,该控制策略及模型可使车辆通过交叉口的平均延误时间缩短 55.97%,平均行程时间缩短 41.87%,车辆能耗减少 33.31%,且交通流量越大,改善效果越显著。

关键词:交通运输系统工程;智能网联;无信号交叉口;间隙理论;控制策略;冲突区域

中图分类号:U491.2 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)06-1948-15

DOI:10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20221102

Strategies for controlling vehicle movements at signal-free intersections in intelligent networked environment

PAN Fu-quan¹, NIU Yuan-zheng¹, ZHANG Li-xia², YANG Jin-shun¹, CHEN Xiu-feng¹, CHEN De-qi¹
(1. School of Civil Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China; 2. School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

Abstract: In order to realize the intelligent control of connected and autonomous driving vehicle in the intersection without signal in the intelligent network connection environment and improve the intersection passage efficiency, a vehicle passage control strategy based on the gap theory was proposed. According to the function and usage of the intersection area, the intersection area was divided into a change zone, a regulation zone, a buffer zone, a physical zone and a recovery zone. A vehicle conflict zone calculation model for the physical zone was established by considering the physical size of real vehicles, and a mathematical model for the clearance control of straight-straight, straight-left-turn and left-turn-left-turn

收稿日期:2022-08-28.

基金项目:山东省自然科学基金创新发展联合基金项目(ZR2024LZN012);山东省自然科学基金项目(ZR2020MG021);国家自然科学基金项目(62003182).

作者简介:潘福全(1976-),男,教授,博士.研究方向:交通控制与管理.E-mail:fuquanpan@yeah.net

vehicles was developed by optimising the trajectory of left-turn vehicles as an elliptical trajectory. A vehicle speed induction model for the regulation zone and buffer zone was established based on the trigonometric acceleration control strategy. The use of the efficiency and rationality of the control strategy and model were compared and verified by using joint simulation of Vissim and Matlab. The results show that the proposed control strategy and model can enable the conflicting vehicles to pass through the conflicting area sequentially without stopping; comparing with the signal control strategy, the average delay time of vehicles through the intersection is reduced by 55.97%, the average travel time is reduced by 41.87%, and the vehicle energy consumption is reduced by 33.31% under this control strategy and model at a traffic volume of 1 600 pcu/h, and the higher the traffic volume, the more significant the improvement effect is.

Key words: transport systems engineering; intelligent network links; signal-free intersections; gap theory; control strategies; conflict zones

0 引言

随着智能网联和自动驾驶技术的不断发展,通过车车通信、车路通信技术可以实时获取车辆位置、车辆运行状态、道路环境等信息,未来道路交叉口上的车辆控制方式将会朝向精确化调控转变。间隙控制通过调整跟驰车辆间车头时距,使交叉口冲突方向的车辆从该间隙中安全穿越,因此,能够极大减少传统信号控制下相位时隙的浪费。

目前,国内外学者基于间隙理论对交叉口车辆控制策略、模型和算法及优化方式等展开了系列研究。Zhong等^[1]提出了一种车辆合作式穿插通过交叉口的管理控制策略,引入一种间隙选择模型,以保证车辆在主路上的优先级,并为次路上的车辆提供安全、省时的车辆穿行间隙。胡永辉等^[2]在智能网联混行动力异构交通流环境下提出了基于滚动时域的最优控制策略,并在两个连续交叉口环境下进行仿真,验证了其控制策略的有效性。Lee等^[3]提出了智能网联环境下无信号交叉口协同控制算法,但该算法没有考虑直行车辆与左转车辆、左转车辆与左转车辆的冲突,具有局限性。张游等^[4]和潘福全等^[5]在车路协同环境下提出了交叉口时空隙动态分配智能车速控制方法,并建立了车辆跟驰控制模型和冲突避碰模型,通过 Vissim 和 Matlab 联合搭建仿真运行环境验证了其控制方法的优越性。Chen等^[6]提出了一种基于间隙理论的自动驾驶车辆速度控制算法,其同时考虑目标车辆的运行状态,以及下游车辆的影响和在真实交通环境中的动态差距接受条件。Chai等^[7]提出了一种基于时空时隙的自动驾驶车辆(Connected and autonomous vehicle,

CAV)控制方法,采用时间序列法和轨迹预测法对车辆加速度进行动态调整,引导车辆安全通过交叉口。刘显贵等^[8]在网联环境下提出信号交叉口车速控制优化策略,以通行时间、油耗、排放为目标函数,以不停车通过交叉口的车速和道路限速为约束,运用多目标遗传算法对车速进行优化。Mahyar等^[9]基于车路协同技术提出一种交叉口直行车辆协同控制策略,通过调控编队车辆间的车头时距,使其满足冲突方向车辆的安全穿行间隙,并建立智能网联交叉口用于交通优化控制的随机分析模型。Zhang等^[10]提出左转和右转车辆通过无信号交叉口的控制框架,以乘客舒适度和通行时间最小化为目标进行优化,推导其在控制区域内保证避免碰撞和安全距离约束的显式解。常玉林等^[11]基于间隙理论构建智能网联环境下的无信号交叉口车辆智能控制策略,以次路车顺利通过主路为目标建立控制模型,并验证该方法能够在一定程度上提高交叉口通行效率,减少主路车辆行车延误时间。

当前,基于间隙理论的交叉口控制主要通过引导车速以解决车辆通行时间上的冲突,对交叉口区域车辆及冲突点大多质点化,对左转车辆轨迹理想化,本文将智能网联环境下的交叉口区域进行功能化划分,实现交叉口区域车辆精确化控制,并考虑实车物理大小和交叉口冲突区域大小,优化左转车轨迹为椭圆方程,建立直行-直行、直行-左转和左转-左转车辆行车间隙控制的数学模型,基于间隙理论提出交叉口区域智能控制策略,旨在实现未来智能网联环境下交叉口车辆的智慧化调控,使车辆不停车安全地驶过交叉口,提高通行效率,减少污染物排放。

1 问题描述

随着智能网联和自动驾驶车辆技术的快速发展,配备专用短程通信(Dedicated short-range communications, DSRC)的车辆不仅可以与其他网联 CAV 实现车车通信(Vehicle to vehicle, V2V),还可以与道路基础设施通信(Vehicle to infrastructure, V2I),车辆间隙控制变得可行,并可能在系统效率和环境可持续发展方面实现更大的效益。交通控制框架将发生转变,预计将从一维(空间或时间)逐步进化到二维(时空),即由定时信号控制-自适应信号控制-信号间隙协同控制-完全间隙动态控制逐步转变,如图 1 所示,逐渐减少道路时空资源和控制间隙的浪费,实现未来交通的智能化和高效化。

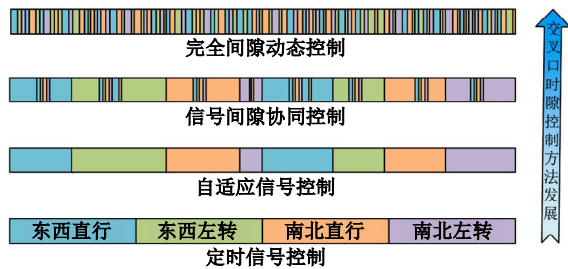


图 1 交叉口时隙控制发展

Fig. 1 Intersection time slot control development

间隙控制交叉口示意图如图 2 所示。智能网联环境下,当自动驾驶车辆进入交叉口区域时,云端控制中心通过车联网(Vehicle to everything, V2X)技术实现对冲突车流的智能调控,通过获取车流速度、加速度、轨迹数据等预测主次路车辆穿越冲突区域时是否发生碰撞,是否存在可穿越间隙或不可穿越间隙,并且发布指令调控主次路车辆

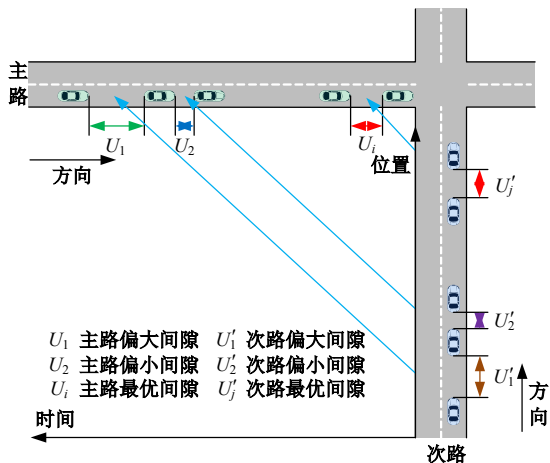


图 2 间隙控制交叉口示意图

Fig. 2 Schematic diagram of gap control intersection

形成可穿越间隙,对主次路进行诱导车速穿越冲突区域^[5]。

2 环境示意

2.1 研究场景及模型假设

研究场景为标准单向三车道的十字路口区域,交叉口进口道从中央分隔带至道路边线的车道分别为左转车道、直行车道、右转车道。无线通信技术 V2X 覆盖交叉口区域(物理区和功能区);车载单元及路侧单元能够实时采集共享上传信息;车载单元首先通过车车通信技术与车云通信技术(Vehicle to network, V2N)将实时监测到的信息共享给其他车载单元并整合发送给云端控制中心;然后,接收来自其他车载单元和路侧单元的反馈信息;最后,通过接收云端控制中心最终反馈的信号指令执行车辆的驾驶操作;路侧单元通过路云通信技术(Infrastructure to network, I2N)与车路通信技术将相关道路信息和车辆信息发送给相关车辆及云端控制中心,对基础数据进行信息融合处理后,云端控制中心对智能网联车辆进行控制决策。

本模型的构建基于如下假设:

(1)在通信覆盖的区域内,V2X 通信没有丢包现象,交叉口区域云端控制中心可接收 CAV 信息(如速度、加速度、位置等)并对所有 CAV 轨迹进行决策。

(2)交叉口区域所有车辆均为小轿车,且不考虑其他类型机动车及行人过街的影响。

(3)车辆在交叉口功能区通行时均在车道中心线行驶,在交叉口物理区左转车辆的行车轨迹为椭圆方程。

2.2 交叉口区域控制路段功能划分

道路接入管理技术(Access management techniques, AMT)能更好地对交叉口区域进行划分,方便交叉口区域的组织管理,提高道路通行效率和交通安全^[12]。传统的平面交叉口区域可以划分为物理区和功能区 2 个部分:物理区指两条至多条相交道路的重叠部分,它以车辆停止线及交叉口转角所有的边界线为界,供即将到达交叉口的车辆转向、穿越等;功能区指物理区及其上游和下游车道的延伸,供车辆反应、加减速、排队等待、转向或穿越等。

传统的交叉口区域划分不能更好地适应未来智能网联环境下的车辆控制,本文依据控制系统

的设计方案,将智能网联环境下的交叉口区域划分为不同的功能区,方便车辆的控制策略及行车组织管理。根据功能、用途等,将交叉口区域划分为变道区、调控区、缓冲区、物理区和恢复区这 5 个部分,如图 3 所示。在相应的控制区域范围内,车载单元、路侧单元通过车车通信技术及车云通信技术等与交叉口控制中心各自执行相应的信息

交互,实现交叉口区域实时、快速、智能、精细的交通管控。

2.2.1 变道区

车辆按照路径规划的方向提前进行变道,并通过车车通信技术和车云通信技术将变道信息实现车车交互与车云交互,云端控制中心为接下来的车辆速度控制和间隙控制决策建立基础。

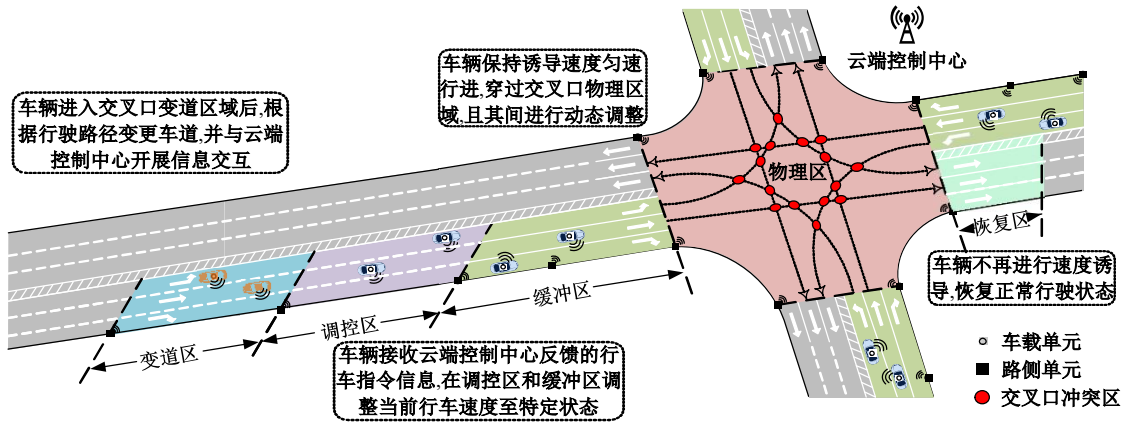


图 3 智能网联混行环境下的交叉口控制区域划分

Fig. 3 Intersection control area division in a smart networked mixed traffic environment

2.2.2 调控区

云端控制中心对进入此区域的车辆发布控制指令信号;车辆控制单元接收指令后,通过调整车辆速度、加速度使其达到诱导速度,并形成可穿越间隙。调控区长度不是固定的,受初始车速与诱导控制策略影响。

2.2.3 缓冲区

对于因信号延误等情况没有及时调整速度达到诱导速度的车辆,缓冲区给予这些车辆缓冲时间,故其一部分也可作为调控区进行速度调整;对已达到云端控制中心指令要求的行车状态的车辆,以当前状态匀速行驶。缓冲区长度也不是固定的,受初始车速与诱导控制策略影响。

2.2.4 物理区

车辆以诱导速度到达交叉口停止线后,按照控制中心发布的控制策略进行转向和穿行。满足间隙控制的车辆,依次通过行驶路径上的各个冲突点,完成交替穿插安全通行。

2.2.5 恢复区

此路段车辆速度恢复,云端控制中心不再发布速度调控指令。

2.3 跟驰模型

协同式自适应巡航 (Cooperative adaptive cruise control, CACC) 模型由 PATH 实验室开

发^[13],并基于真实道路实车试验的车辆轨迹数据,进行校准验证,CACC模型能更好地反映跟驰车为智能网联自动驾驶车辆时的跟驰行为^[14,15],因此,本文采用CACC模型描述智能网联环境下,网联自动驾驶车辆(CAV)间的跟驰行为。CACC模型表达式如下:

$$\begin{cases} \omega = s - s_0 - L - T_c v_{n,t} \\ v_{n,t} = v_{n-1,t} + k_1 \omega + k_2 \dot{\omega} \end{cases} \quad (1)$$

$$a_n = \frac{k_1(s - s_0 - L - T_c v_{n,t}) + k_2(v_{n-1,t} - v_{n,t})}{k_2 T_c + \Delta t} \quad (2)$$

式中: ω 为实际车间距与期望车间距的误差; $\dot{\omega}$ 为误差项的微分; v_n 为第 n 辆车的位移, m ; T_c 为CAV跟驰CAV时的安全车头时距, s ; k_1, k_2 为模型控制参数; a_n 为自动驾驶车辆的加速度, $m \cdot s^{-2}$; Δt 为控制间隔, s 。

PATH实验室通过实车试验对CACC模型的参数进行了标定,具体参数参考文献[13],如表1所示。

2.4 能耗模型

电动汽车的瞬时功率主要由电机功率损耗、行程阻力功率损失和加速(或减速)可能获得的能量3部分构成^[16]。电动汽车瞬时功率 P_{ev} 如下:

表 1 CACC 模型的参数取值

Table 1 Parameter values for the CACC model

CACC 参数	取值
控制参数 k_1	0.45
控制参数 k_2	0.25
控制间隔 $\Delta t/s$	0.01
安全车头时距 T_c/s	0.6
最小停车间距 s_0/m	2
车身高 L/m	5

$$P_{ev} = P_{ev,m} + P_{ev,t} + P_{ev,g} = \frac{r \cdot R^2}{K^2} (ma + kv^2 + mgf_{rl} + mg\sin\theta)^2 + v(kv^2 + mgf_{rl} + mg\sin\theta) + mav \quad (3)$$

式中： $P_{ev,m}$ 为电机功率损耗； $P_{ev,t}$ 为行程阻力功率损失； $P_{ev,g}$ 为加速（或减速）可能获得的能量； r 为电阻， Ω ； R 为轮胎半径， m ； $K = K_a F_d$ ，其中， K_a 为电枢常数， F_d 为磁通量， Wb ； $k = \left(\frac{\rho}{2}\right) C_D A_f$ ，为空气阻力常数； f_{rl} 为滚动阻力常数； m 为电动汽车质量， kg 。

电动汽车瞬时功率计算式中的参数建议值的参考文献[16]如表 2 所示。

表 2 电动汽车瞬时功率参数建议值

Table 2 Recommended values for instantaneous power parameters for electric vehicles

参数	取值
车辆质量(包括驾驶员) M/kg	1 266
滚动阻力系数 f_{rl}	0.026 9
电枢常数和磁通量的乘积 $K/(kg \cdot m^{-1})$	0.35
电动机电阻 r/Ω	10.08
车轮半径 R/m	0.5

电动汽车总能耗 E (即用电量) 为：

$$E = \int_0^T P_{ev}(t) dt \quad (4)$$

3 控制策略

3.1 通行控制策略及流程

智能网联环境下，云端控制中心获得交叉口控制区域所有车辆速度、加速度、行驶轨迹等信息，并判断车辆在交叉口物理区是否存在交通冲突。若存在冲突，云端控制中心发布指令在调控区和缓冲区调控车辆速度，使其形成可穿越间隙，并保持其状态驶入交叉口物理区，并在物理区进行动态调整控制，且在驶离第一个冲突区域时，云端控制中心对 CAV 发布实时动态调整指令，调控

车速以保证安全穿插通过剩余冲突区域，若不存在冲突，车辆保持最优安全速度驶过交叉口区域。控制策略如图 4 所示。

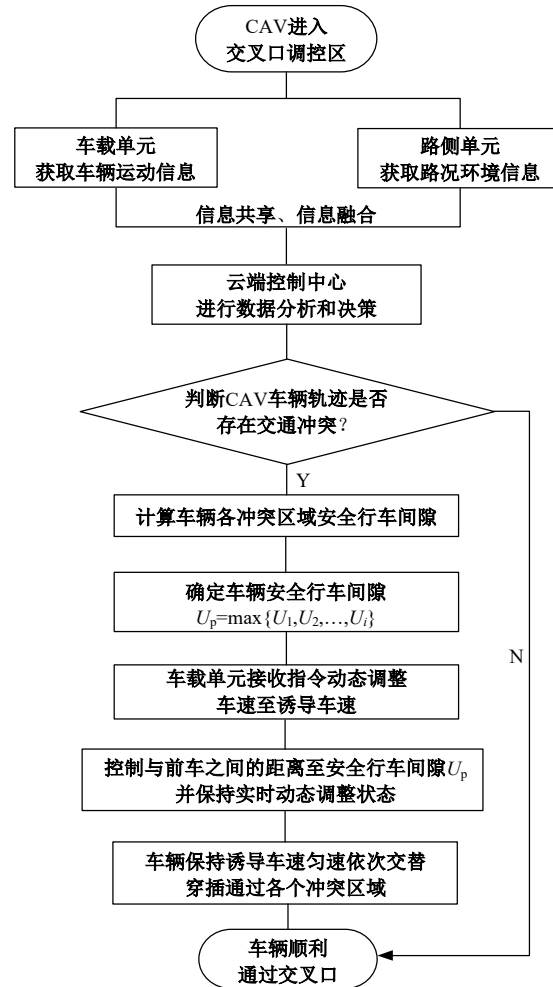


图 4 交叉口区域 CAV 通行控制策略

Fig. 4 Intersection area CAV access control strategy

CAV 间隙控制时车辆通行过程示意图如图 5 所示，车辆进入交叉口变道区域根据行驶路径变更车道并与云端控制中心开展信息交互，车辆接收行车指令在调控区和缓冲区调整当前车速至诱导车速，车辆判断冲突类型并调控车辆间隙至安全行车间隙，车辆保持诱导速度匀速行进依次交替穿过各个冲突区域，并在穿插通过冲突区域后保持动态调整状态。

3.2 间隙控制模型

智能网联环境下交叉口物理区内存在的冲突情况包括直行-直行、直行-左转和左转-左转车辆冲突 3 种情况。CAV 只要满足这 3 种冲突情况下不发生碰撞就能安全驶过交叉口，而冲突区不发生碰撞的条件为 EW 和 SN 两方向的车能依次安全穿越冲突区域，故冲突区域长度应满足 3 点：

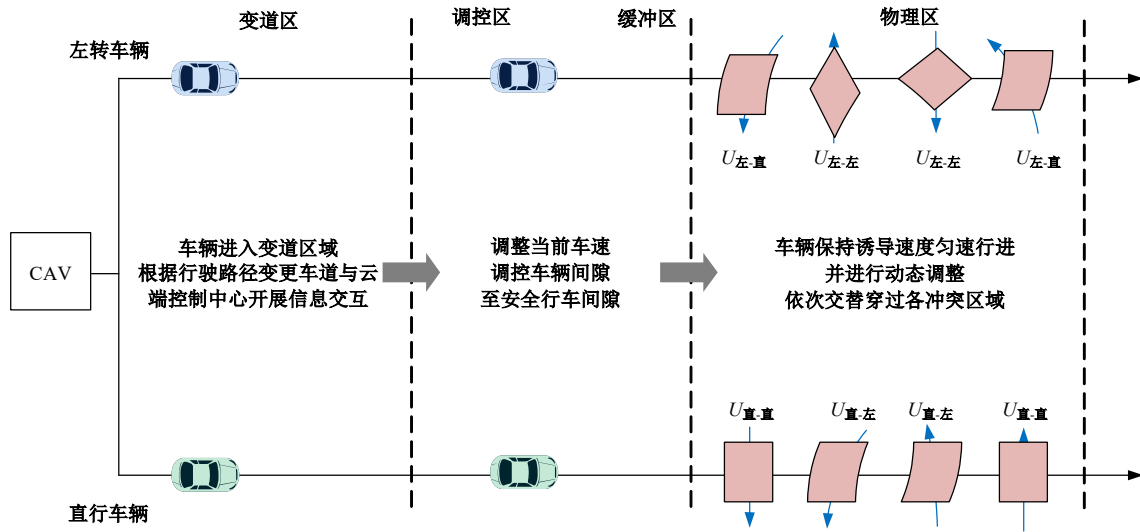


图 5 CAV 间隙控制时车辆通行过程示意图

Fig. 5 Illustration of the vehicle passage process during CAV gap control

- (1) 车辆穿插通过冲突区域时的作用距离,即最小极限安全行车间隙^[5],如图 6 红色区域所示。
- (2) 车辆穿行通过间隙时的物理通行距离,

如图 6 绿色和红色区域所示。

- (3) 车辆跟驰时的安全跟驰距离,如图 6 绿色和红色区域所示。

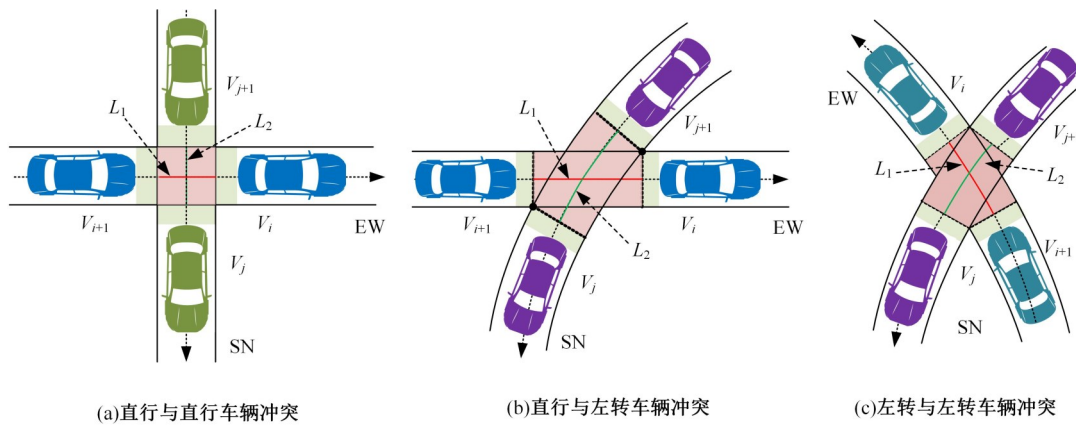


图 6 冲突区域车辆间隙示意图

Fig. 6 Diagram of vehicle clearance in the conflict area

为更好适用所提出的间隙控制模型,定义 EW 和 SN 两方向车的通行次序为:车辆 $V_i \rightarrow$ 车辆 $V_j \rightarrow$ 车辆 $V_{i+1} \rightarrow$ 车辆 V_{j+1} ,即两个方向的车依次交替穿插通过冲突区域。

由前控制策略可知,车辆在物理区均已达到诱导速度匀速行驶,且相同方向相邻车辆间隙保持不变,因此,交叉口物理区内相同方向的车辆速度相同,即 $v_i = v_{i+1}, v_j = v_{j+1}$ 。

CAV 间隙控制模型的目标函数为车辆以诱导车速行驶穿插过冲突区时能满足安全行车间距,其表达式如下:

$$U_{i-(i+1)} \geq \left[L_1 + \frac{v_i}{v_j} (L_2 + Vh_1 + Vh_w) \right] +$$

$$T_c V_i + Vh_w \tag{5}$$

$$U_{j-(j+1)} \geq \left[L_2 + \frac{v_j}{v_i} (L_1 + Vh_1 + Vh_w) \right] +$$

$$T_c V_j + Vh_w \tag{6}$$

式中: $U_{i-(i+1)}$ 为交叉口物理区 EW 方向车辆 V_i 与车辆 V_{i+1} 不发生碰撞的安全控制间隙, m; $U_{j-(j+1)}$ 为交叉口物理区 SN 方向车辆 V_j 与车辆 V_{j+1} 不发生碰撞的安全控制间隙, m; L_1 为冲突区对 EW 方向行驶车辆的作用距离, m; L_2 为冲突区对 SN 方向行驶车辆的作用距离, m; v_i 为车辆 V_i 在冲突区的行驶速度, m/s²; v_j 为车辆 V_j 在冲突区的行驶速度, m/s²; Vh_1 为车辆的车身长度, m; Vh_w 为车辆的车身宽度, m。

CAVs 车队间隙控制模型的约束条件为:

$$v_{\min} \leq v_i \leq v_{\max} \quad (7)$$

$$v_{\min} \leq v_j \leq v_{\max} \quad (8)$$

3.2.1 直行与直行车辆冲突区域

交叉口物理区直行车辆与直行车辆在冲突区域通行示意图如图 7 所示。图 7(a)中 V_i' 、 V_{i+1}' 、 V_j' 分别为车辆 V_j 穿插通过冲突区域后的各车辆的位置;图 7(b)中车辆 V_{i+1}' 、 V_j' 、 V_{j+1}' 分别为车辆 V_{i+1} 穿插通过冲突区域后的各车辆的位置。

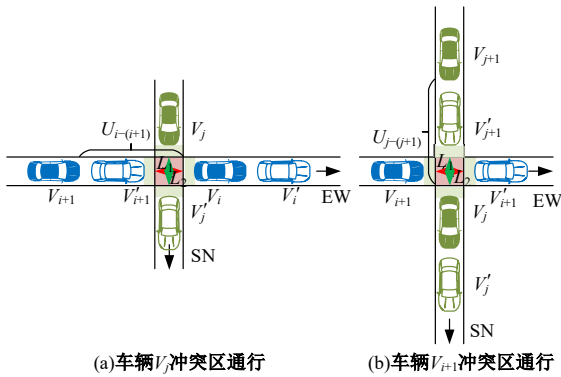


图 7 直行与直行车辆冲突区域

Fig. 7 Areas of conflict between straight ahead and straight ahead traffic

冲突区作用距离 L_1 与 L_2 为:

$$L_1 = L_2 = d_r \quad (9)$$

因此,联立式(5)(9)可得,EW 方向直行车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$U_{i-(i+1)} \geq \left[d_r + \frac{v_i}{v_j} (d_r + Vh_1 + Vh_w) \right] + T_c V_i + Vh_w \quad (10)$$

联立式(6)(9)可得,SN 方向左转车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$U_{j-(j+1)} \geq \left[d_r + \frac{v_j}{v_i} (d_r + Vh_1 + Vh_w) \right] + T_c V_j + Vh_w \quad (11)$$

式中: d_r 为单个车道宽度, m。

3.2.2 直行与左转车辆冲突区域

交叉口物理区直行车辆与左转车辆在冲突区域通行示意图如图 8 所示。与直行-直行车辆冲突区域不同,SN 方向冲突区域更加复杂,图中黄色圆圈 Q_1 和 Q_2 为两方向车辆即将发生碰撞时的临界碰撞点。

为方便交叉口物理区冲突区域作用距离的分

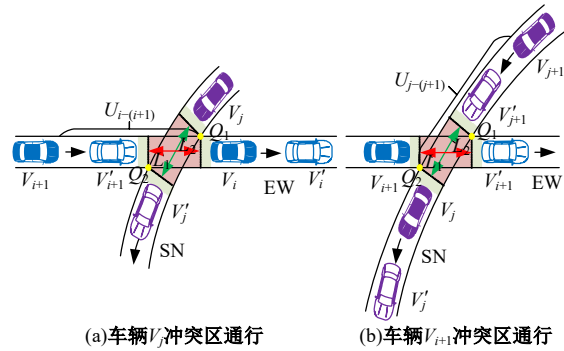


图 8 直行与左转车辆冲突区域

Fig. 8 Areas of conflict between straight ahead and left-turning vehicles

析计算,在此假定左转车辆行车轨迹方程为椭圆方程,并以 EW 方向左转车辆的转弯椭圆中心 O 作为坐标轴原点建立直角坐标系,轨迹方程与 x 轴截距为 p , 与 y 轴截距为 q , 如图 9 所示。

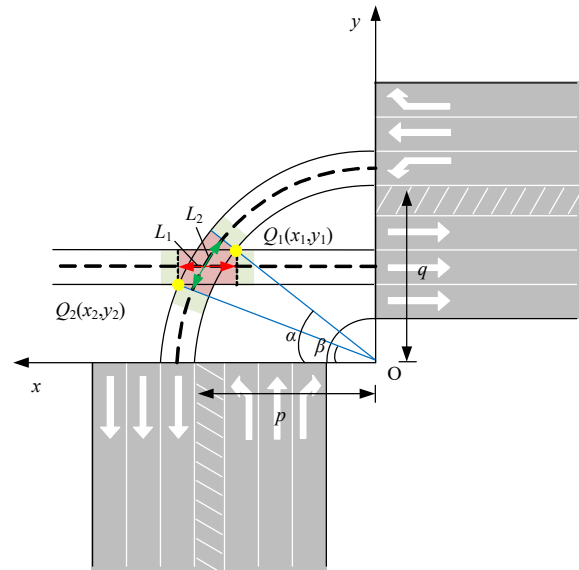


图 9 直行与左转车辆冲突区域作用距离微观示意图

Fig. 9 Microscopic diagram of the action distance of the conflict zone between straight ahead and left-turning vehicles

左转车辆的轨迹方程如式(12)所示:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{\left(p + \frac{d_r}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(q + \frac{d_r}{2}\right)^2} = 1, \\ 0 \leq x \leq p + d_r \cdot (L_j^s) + f, \\ 0 \leq y \leq q + d_r \cdot (L_i^w) + f \end{cases} \quad (12)$$

SN 方向左转车辆内外边线轨迹方程为:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{(p+d_r)^2} + \frac{y^2}{(q+d_r)^2} = 1, \text{ 外边线} \\ \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1, \text{ 内边线} \end{cases} \quad (13)$$

EW 方向直行车辆内外边线轨迹方程为:

$$y = \begin{cases} p - d_r - f, \text{ 外边线} \\ q - 2d_r - f, \text{ 内边线} \end{cases} \quad (14)$$

式中: L_j^S 为道路南出口车道数, 条; L_i^W 为道路西进口车道数, 条; f 为中央分隔带宽度, m。

联合式 (13)(14) 计算可求得碰撞点 Q_1 和 Q_2 坐标为:

$$\begin{cases} Q_1 \left((p+d_r) - \frac{(p+d_r)(p-2d_r-f)}{q+d_r}, p-2d_r-f \right) \\ Q_2 \left(p - \frac{p(q-d_r-f)}{q}, p-d_r-f \right) \end{cases} \quad (15)$$

故冲突区作用距离 L_1 与 L_2 为:

$$\begin{cases} L_1 = -\frac{p(q-d_r-f)}{q} - \frac{(p+d_r)(p-2d_r-f)}{q+d_r} - d_r \\ L_2 = \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\alpha - \beta) \end{cases} \quad (16)$$

式中: 碰撞点 Q_1 、 Q_2 与转弯椭圆中心 O 之间的夹角 α 、 β 如下所示。

$$\begin{cases} \alpha = \arctan \frac{(p-2d_r-f)(q+d_r)}{(p+d_r)(q+p+3d_r+f)} \\ \beta = \arctan \frac{q(p-d_r-f)}{p(d_r+f)} \end{cases} \quad (17)$$

因此, 联立式 (10)(16) 可得, EW 方向直行车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$\begin{aligned} U_{i-(i+1)} \geq & \left[-\frac{p(q-d_r-f)}{q} - \frac{(p+d_r)(p-2d_r-f)}{q+d_r} - d_r \right] + \\ & \frac{v_i}{v_j} \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\alpha - \beta) + \right. \\ & \left. Vh_1 + Vh_w \right\} + T_c V_i + Vh_w \end{aligned} \quad (18)$$

联立式 (11)(16) 可得, SN 方向左转车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$\begin{aligned} U_{j-(j+1)} \geq & \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\alpha - \beta) + \right. \\ & \left. Vh_1 \right\} + \frac{v_j}{v_i} \left\{ \left[-\frac{p(q-d_r-f)}{q} - \frac{(p+d_r)(p-2d_r-f)}{q+d_r} - d_r + Vh_1 + \right. \right. \\ & \left. \left. Vh_w \right\} + T_c V_j + Vh_w \end{aligned} \quad (19)$$

3.2.3 左转与左转车辆冲突区域

交叉口物理区左转车辆与左转车辆在冲突区域通行示意图如图 10 所示。与直行-左转车辆冲突区域不同, SN 方向与 EW 方向冲突区域更加复杂, 图中, S_1 和 S_2 为两个方向车辆即将发生碰撞时的临界碰撞点。

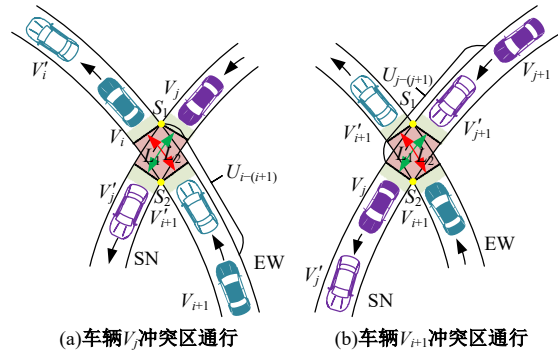


图 10 左转与左转车辆冲突区域

Fig. 10 Areas of conflict between left-turning and left-turning vehicles

为方便交叉口物理区冲突区域作用距离的分析计算, 以 EW 方向左转车辆的转弯椭圆中心 O_1 , SN 方向左转车辆的转弯椭圆中心 O_2 分别作为坐标轴原点建立直角坐标系, 椭圆轨迹方程与 x 轴截距为 p , 与 y 轴截距为 q , 如图 11 所示。

由 O_1 坐标系可得, SN 方向左转车辆内外边线轨迹方程为:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{(p+d_r)^2} + \frac{y^2}{(q+d_r)^2} = 1, \text{ 外边线} \\ \frac{x^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1, \text{ 内边线} \end{cases} \quad (20)$$

EW 方向左转车辆内外边线轨迹方程为:

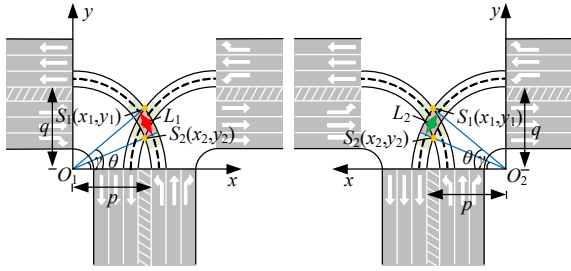


图 11 左转与左转车辆冲突区域作用距离微观示意图

Fig. 11 Microscopic diagram of the action distance between left-turn and left-turn vehicle conflict areas

$$\begin{cases} \frac{(x-2p)^2}{p^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1, & \text{外边线} \\ \frac{(x-2p)^2}{(p-d_r)^2} + \frac{y^2}{q^2} = 1, & \text{内边线} \end{cases} \quad (21)$$

联立式(20)(21)计算可求得碰撞点 S_1 坐标为:

$$\begin{cases} x_1 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2pq^2}{(p-d_r)(q+d_r)-q}\right)^2 - \frac{(p-d_r)q^2 - (p-d_r)^2(q+d_r) - 4pq^2}{(p-d_r)(q+d_r)-q^2}}{2pq^2}} + \frac{2pq^2}{q^2 - (p-d_r)^2(q+d_r)} \\ y_1 = \sqrt{q^2 - \frac{q^2(x_1-2p)}{(p-d_r)^2}} \end{cases} \quad (22)$$

联立式(20)(21)计算可求得碰撞点 S_2 坐标为:

$$\begin{cases} x_2 = \sqrt{\frac{\left(\frac{2p^3}{(p-d_r)^2 - p^2}\right)^2 - \frac{4p^4}{p^2 - (p-d_r)^2}}{2p^3}} + \frac{2p^3}{p^2 - (p-d_r)^2} \\ y_2 = \sqrt{q^2 - \frac{q^2 x_2}{p^2}} \end{cases} \quad (23)$$

故冲突区作用距离 L_1 与 L_2 为:

$$L_1 = L_2 = \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\theta - \gamma) \quad (24)$$

式中:碰撞点 S_1, S_2 与转弯椭圆中心 O 之间的夹角 θ, γ 为:

$$\begin{cases} \theta = \arctan \frac{y_1}{x_1} \\ \gamma = \arctan \frac{y_2}{x_2} \end{cases} \quad (25)$$

因此,联立式(10)(24)可得,EW方向左转车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$\begin{aligned} & U_{i-(i+1)} \geq \\ & \left. \frac{v_i}{v_j} \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\theta - \gamma) + Vh_1 + Vh_w \right\} + \right. \\ & \left. \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\theta - \gamma) \right\} + T_c V_i + Vh_w \right\} \quad (26) \end{aligned}$$

因此,联立式(11)(24)可得,SN方向左转车辆 V_i 和 V_{i+1} 在交叉口物理区不发生碰撞的安全控制间隙为:

$$\begin{aligned} & U_{j-(j+1)} \geq \\ & \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\theta - \gamma) + Vh_1 \right\} + Vh_w + \\ & \left. \frac{v_j}{v_i} \left\{ \frac{\pi \left[\frac{3}{2}(p+d) - \sqrt{pd} \right]}{180} (\theta - \gamma) + Vh_1 + Vh_w \right\} + \right. \\ & \left. T_c V_j \right\} \quad (27) \end{aligned}$$

3.2.4 物理区车辆状态调整模型

当CAV在调控区进行状态调控并穿越物理区第一个冲突区域后,其后续冲突区域车辆状态有所改变,且存在连续穿越至多4个冲突区域的情况,此时,云端控制中心则需根据实际道路情况对物理区CAV发布车辆状态的动态调整指令,根据道路情况调整车速使其能够连续穿插通过多个冲突区域。调控方式如下:

$$X: \begin{pmatrix} v_{10} & 0 & 0 & a_1 \\ v_{20} & 0 & 0 & a_2 \\ v_{30} & 0 & 0 & a_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_{k0} & 0 & 0 & a_k \end{pmatrix} \rightarrow Y: \begin{pmatrix} v_p & t_{1v} & x_{1v} & 0 \\ v_p & t_{2v} & x_{2v} & 0 \\ v_p & t_{3v} & x_{3v} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_p & t_{kv} & x_{kv} & 0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

式中: v_{k0} 为第 k 辆车的初始速度, m/s; a_k 为第 k 辆车的行车加速度, m/s²; v_p 为车辆 V_k 不停车安全通

过交叉口的最优速度, m/s; t_{kv} 为车辆 V_k 调整至最优安全速度时的行驶时间, s; x_{kv} 为车辆 V_k 调整至最优安全速度时行驶距离, m。

CAV 完成动态调整后, 保持匀速状态穿插通过下一个冲突区域, 故调整后加速度为 0。

CAV 在物理区接收云端控制中心指令进行动态调整时做匀加速/匀减速运动, 因此, 其调整时间 t_{kv} 为:

$$t_{kv} = \frac{v_p - v_{k0}}{a_k} \leq \frac{v_{\max} - v_{\min}}{a_{\min}} \quad (29)$$

3.3 速度诱导模型

智能网联环境下, CAV 采取的控制策略是在调控区和缓冲区先加速(或减速), 然后以恒定速度驶过交叉口物理区。实际的驾驶环境中, 车辆速度及加速度的变化更多是一条平滑的曲线, 本文参考文献[17], 选取了一种基于三角函数的加速度控制策略。此方法既能保证速度-加速度变化的连续性, 又能保证加速度变化的有界性。

基于三角函数的加速度控制策略如图 12 所示。图中曲线表示目标车辆在不同控制区域的速度变化, 黄色阴影区域 D_0 表示控制区域的长度。

减速调控状态如图 12(b) 所示。速度控制曲线分为 3 部分。第 1 部分车辆的减速度不断增加, 在调控区车辆速度从初始速度 V_{A0} 减小至平均速度 \bar{v} ; 第 2 部分车辆减速度逐渐减小至 0, 在调控区或缓冲区前半部分车辆速度从 \bar{v} 减小至诱导速度 V_{Ap} ; 第 3 部分车辆加速度为 0, 并以诱导速度 V_{Ap} 通过通过交叉口物理区。上述 3 部分为初始速度 V_{A0} 大于诱导速度 V_{Ap} 的情况。反之亦然。诱导速度如下:

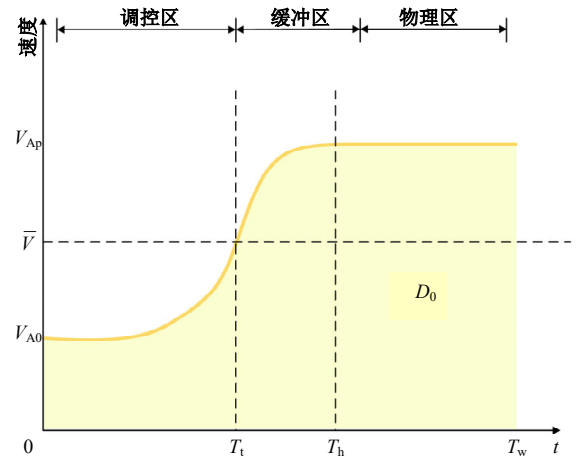
$$V_{Ap} = \begin{cases} \bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \cos(mt), & t \in [0, T_t) \text{ 调控区} \\ \bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \frac{m}{n} \cos\left[n\left(t + \frac{\pi}{n} - T_h\right)\right], & t \in [T_t, T_h) \text{ 缓冲区} \\ \bar{v} + (\bar{v} - v_{A0}) \frac{m}{n}, & t \in [T_h, T_w) \text{ 物理区} \end{cases} \quad (30)$$

$$T_t = \frac{\pi}{2m} \quad (31)$$

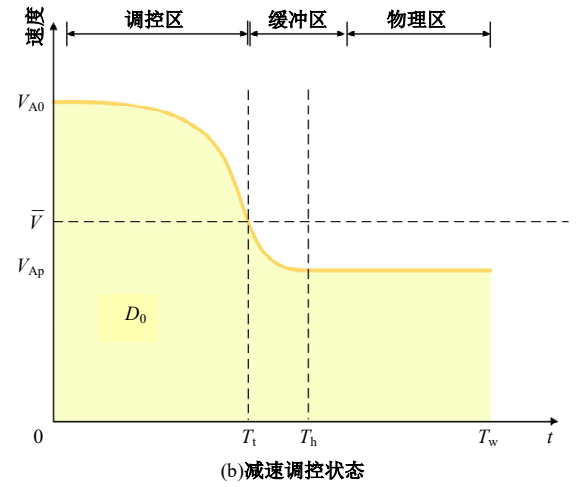
$$T_h = \frac{\pi}{2m} + \frac{\pi}{2n} \quad (32)$$

$$\bar{v} = \frac{D_0}{T_w} \quad (33)$$

m 和 n 是保证各控制区段三角函数平滑的控



(a) 加速调控状态



(b) 减速调控状态

图 12 分段三角函数加减速控制策略

Fig. 12 Segmented trigonometric acceleration/ deceleration control strategy

制参数。 m 按式(35)计算, n 是满足式(34)中 $J(n)$ 约束条件的最大正数, 其中 a_{\max} 是最大加速度, d_{\max} 是最大减速度, $jerk_{\max}$ 是加速度的最大一阶导数^[16]。

$$J(n) = \begin{cases} |n(\bar{v} - v_{A0})| \leq a_{\max} \\ |n(\bar{v} - v_{A0})| \leq d_{\max} \\ |n^2(\bar{v} - v_{A0})| \leq jerk_{\max} \\ n \geq \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \cdot \frac{\bar{v} - v_{A0}}{D_0} \end{cases} \quad (34)$$

$$m = \frac{-\frac{\pi}{2}n - \sqrt{\left(\frac{\pi}{2}n\right)^2 - 4n^2\left[\frac{\pi}{2} - 1 - \frac{nD_0}{(\bar{v} - v_{A0})}\right]}}{2\left[\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) - \frac{nD_0}{(\bar{v} - v_{A0})}\right]} \quad (35)$$

控制区域 D_0 的长度为:

$$D_0 = \int_0^t V_{Ap} dt = \int_0^{T_i} [\bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \cos(mt)] dt + \int_{T_i}^{T_h} \left\{ \bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \frac{m}{n} \cos \left[n \left(t + \frac{\pi}{n} - T_h \right) \right] \right\} dt + L_w \quad (36)$$

式中:调控区长度 L_t 与缓冲区长度 L_h 如式(37)和(38)所示:

$$L_t = \int_0^{T_i} [\bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \cos(mt)] dt \quad (37)$$

$$L_h = \int_{T_i}^{T_h} \left\{ \bar{v} - (\bar{v} - v_{A0}) \frac{m}{n} \cos \left[n \left(t + \frac{\pi}{n} - T_h \right) \right] \right\} dt \quad (38)$$

约束条件如下所示。

(1) 诱导车速约束。模型计算的优化车速应位于道路最低限速与最高限速之间:

$$v_{\min} \leq v_{Ap} \leq v_{\max} \quad (39)$$

(2) 控制区域范围约束。调控区和缓冲区最短长度应满足车辆以任何初始速度进入控制区域时,均能有足够时间完成速度调整:

$$L_t + L_h \geq \frac{v_{\max}^2 - v_{\min}^2}{2|a_A|} \quad (40)$$

加速调控状态如图 12(a)所示。速度调控曲线与减速调控状态类似,不做赘述。

4 仿真分析

VISSIM 微观交通仿真软件精度较高,能够较好地分析车辆跟驰等微观运动行为,适用于智能网联环境下的仿真^[18]。基于 Vissim 和 Matlab 软件搭建车路协同交叉口智能控制仿真实验平台^[19,20],在 Visual C++ 编程环境下利用 COM 接口技术实现联合仿真,仿真计算机型号 Intel(R) Core(TM) i5-10200H CPU @ 2.40 GHz, Vissim 版本为 PTV Vissim 11.00-08-64 bit。

分别在 800、1 200 和 1 600 pcu·h⁻¹ 不同饱和度的交通流量条件下,通过仿真对比分析速度诱导下信号控制的通行效率和经济效益,来验证本文所提控制策略的优越性。信号控制方案为四相位单口放定时信号控制,周期取 120 s,各相位绿灯时间取 27 s,绿灯间隔时间取 3 s,选取交叉口区域 1 000 m×800 m 作为控制区域。交叉口进口道为左转、直行、右转三车道,东西进口道流量比为 4:3:3,南北进口道流量比为 3:5:2。

道路速度区间 [10 km·h⁻¹, 60 km·h⁻¹], 自由车期望速度 40 km·h⁻¹, 加速度 ±2 m/s², 跟驰最优安全距离 5 m, 调控区取 200 m, 缓冲区取 100 m, 物理区取 45 m。仿真时间 3 600 s, 每隔 200 s 取一次数据。仿真示意图如图 13 所示。

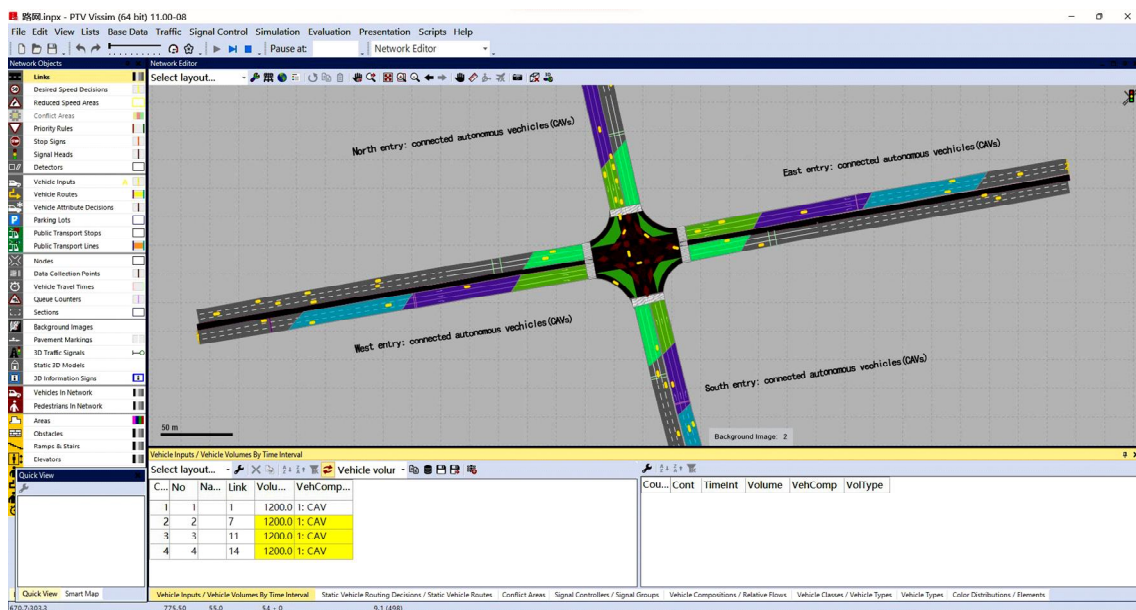


图 13 交叉口仿真示意图

Fig. 13 Schematic diagram of simulated intersection

4.1 通行效率分析

不同交通流量下交叉口车辆平均延误和平均行程时间如表 3 所示。

不同控制策略下交叉口车辆平均延误时间仿真评价结果如图 14 所示。交通流量分别为 800、1 200、1 600 pcu/h 时,智能控制较信号控制交叉

表 3 不同控制方案下车辆平均延误和平均行程时间

Table 3 Average vehicle delays and average travel times under different control schemes

指标	流量/(pcu·h ⁻¹)			
	800	1 200	1 600	
信号控制	平均延误/s	17.82	30.48	41.29
智能控制	平均行程时间/s	63.17	75.68	118
智能控制	平均延误/s	15.48	16.98	18.03
智能控制	平均行程时间/s	44.9	58.84	68.59
降低	延误/%	12.79	43.05	55.97
比率	行程时间/%	28.93	32.82	41.87

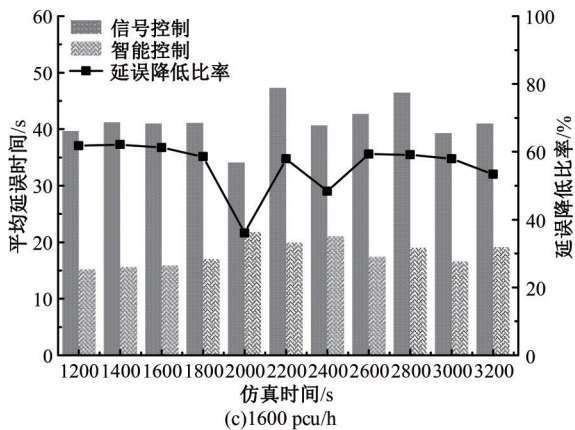
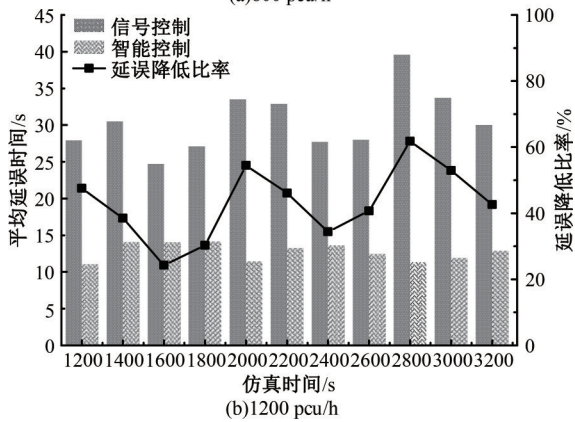
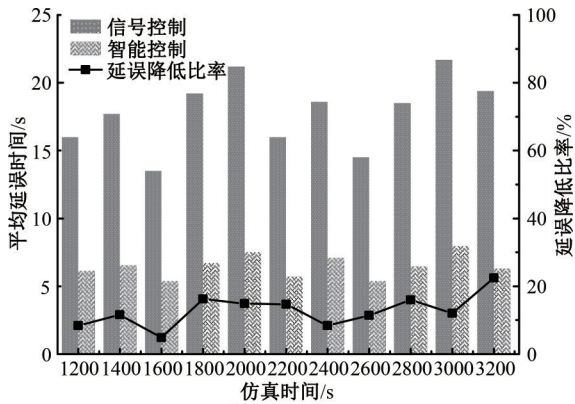
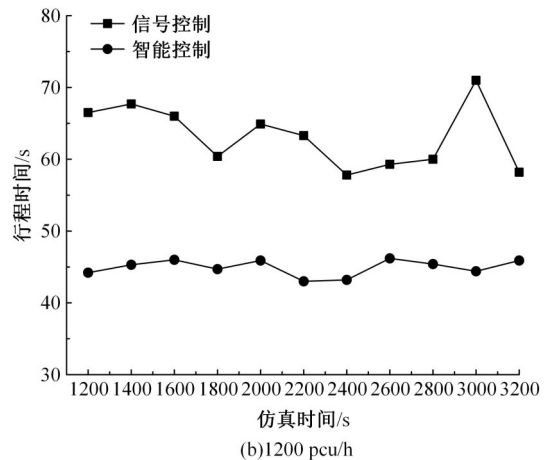
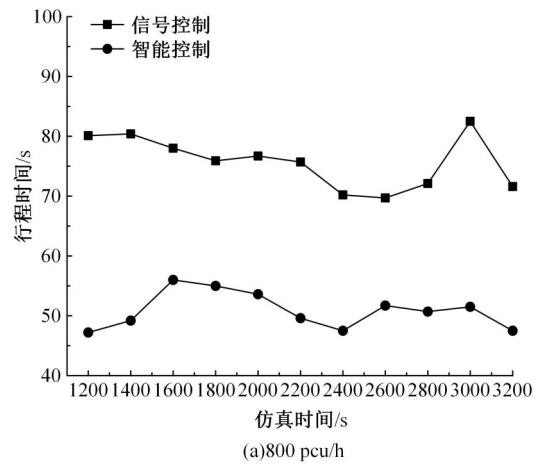


图 14 不同控制策略下车辆平均延误仿真评价结果对比
Fig. 14 Comparison of vehicle average delay simulation evaluation results under different control strategies

口车辆平均延误时间分别缩短了 12.79%、43.05% 和 55.79%。当流量为 800 pcu/h 时,此时交通量较小,信号控制下车辆能在绿灯时间内驶过交叉口,此时车辆平均延误较小。当交通流量较大时,信号控制下交叉口排队车辆数增多,排队延误、停车延误等使交叉口通行效率降低。智能控制下,由于车辆速度始终处于动态调整状态,且能够不停车实现交叉口区域的通行,避免了频繁启停以及信号控制下的停车延误,因此,平均延误时间显著缩短。由此可见,交通流量越大,智能控制策略下交叉口的通行能力提升越显著。

不同控制方案下交叉口车辆平均行程时间如图 15 所示。当交通流量分别为 800、1 200、1 600 pcu/h 时,智能控制策略下交叉口车辆平均行程时间分别为缩短了 28.93%、32.82%、41.87%,因为智能控制下大幅度缩短了信号控制下的红灯等待时间,由此可见,随着交叉口交通流量的增大,智能控制相较于信号控制所显现出来的优势越发显著。此外,由于智能控制车辆不需要频繁



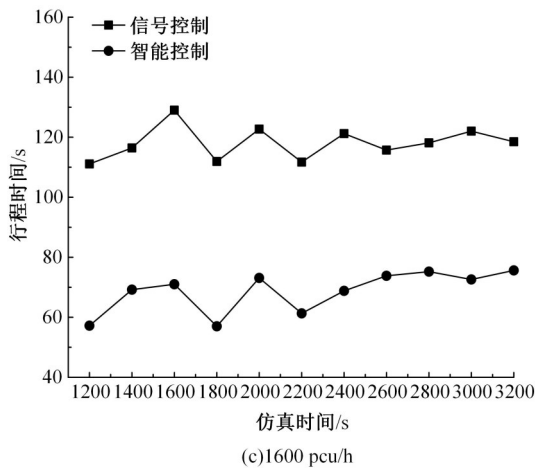


图 15 不同控制策略下车辆平均行程时间仿真评价结果对比

Fig. 15 Comparison of simulation evaluation results of vehicle average travel time under different control strategies

启停,可以连续不停车通过交叉口,所以其行程时间波动性更小,更加稳定。

4.2 经济效益分析

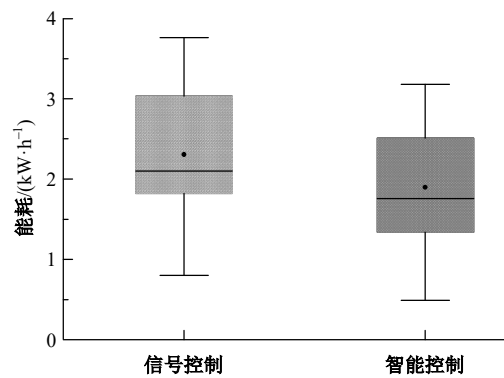
以车辆在交叉口通行过程中所产生的电能消耗来表征车辆经济效益,不同控制方案下交叉口车辆平均能耗如表 4 所示。

表 4 不同控制方案下车辆平均能耗

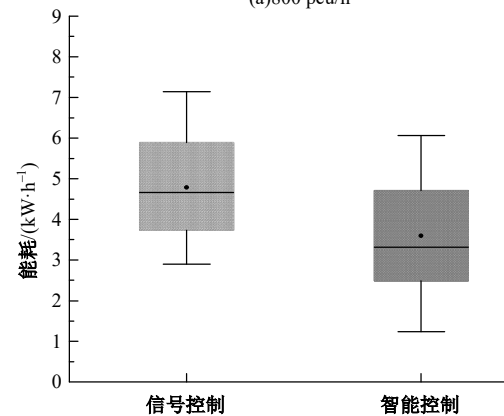
Table 4 Average vehicle energy consumption under different control schemes

指标	流量/(pcu·h ⁻¹)		
	800	1 200	1 600
信号控制能耗/(kw·h ⁻¹)	2.31	4.78	8.4
智能控制能耗/(kw·h ⁻¹)	1.89	3.59	5.63
能耗降低比率/%	17.69	24.83	33.11

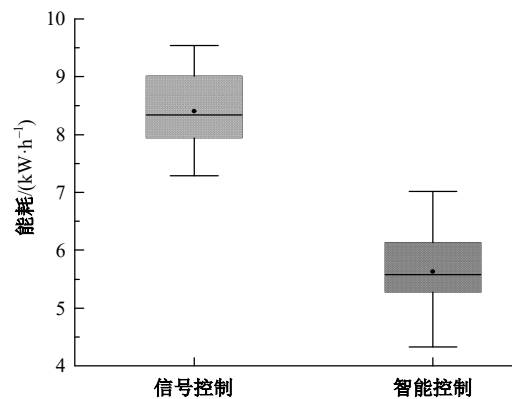
不同控制方案下交叉口车辆平均能耗如图 16 所示,每个箱体表示对应控制模式下不同行驶方向车辆的能耗值域,可以看出,在智能控制交叉口中的车辆能耗得到了明显降低,且车辆能耗值相对较为集中。当交通流量分别为 800、1 200、1 600 pcu/h 时,智能控制策略下交叉口车辆平均能耗分别降低了 17.69%、24.83% 和 33.11%,因为智能控制下车辆通过交叉口进行匀速行驶,避免了大量的怠速停车行为,大幅有效降低了能耗。由此可见,随着交叉口交通流量的不断增大,智能控制相较于信号控制所显现出来的车辆经济效益提升效果越发显著。



(a)800 pcu/h



(b)1200 pcu/h



(c)1600 pcu/h

图 16 不同控制策略下交叉口车辆能耗对比

Fig. 16 Comparison of intersection vehicle energy consumption under different control strategies

5 结束语

本文研究了智能网联环境下交叉口区域自动驾驶车辆的通行控制问题。对交叉口区域进行了功能区划分,并针对不同功能区建立了相应的控制策略及模型。基于间隙理论在交叉口物理区建立了冲突区域计算模型,开发了直行-直行、直行-左转和左转-左转车辆行车间隙控制的数学模型;

基于三角函数加速度控制策略建立了调控区和缓冲区的车速诱导模型,使车辆能够依据控制区域交通实况预先进行速度和车辆间隙调整,实现不停车通过交叉口。在不同交通流量下对比信号控制进行仿真评价,该控制策略及模型能显著提高交叉口通行效率,提高经济效益。

参考文献:

- [1] Zhong G, Zhang J, Yin T T, et al. A cooperative management strategy designed for unsignalized intersections under a connected vehicle environment[J]. Coat International Conference of Transportation Professionals, 2015, 2015: 233-245.
- [2] 胡永辉, 金旭峰, 王亦兵, 等. 智能网联混合动力异构交通流生态驾驶[J]. 中国公路学报, 2022, 35(3): 15-27.
Hu Yong-hui, Jin Xu-feng, Wang Yi-bing, et al. Intelligent networked hybrid mobility for heterogeneous traffic flow eco-driving[J]. Chinese Journal of Highways, 2022, 35(3): 15-27.
- [3] Lee J, Park B. Development and evaluation of a cooperative vehicle intersection control algorithm under the connected vehicles environment[J]. IEEE Intelligent Transportation System, 2012, 13(1): 81-90.
- [4] 张游, 潘福全, 张丽霞, 等. 车路协同环境下智能交叉口车速控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(6): 1057-1064.
Zhang You, Pan Fu-quan, Zhang Li-xia, et al. Intelligent intersection speed control in a vehicle-road cooperative environment[J]. Control Theory and Applications, 2022, 39(6): 1057-1064.
- [5] 潘福全, 张游, 张丽霞, 等. 车路协同下基于间隙理论的交叉口智能控制策略[J]. 重庆交通大学学报: 自然科学版, 2022, 41(1): 44-52.
Pan Fu-quan, Zhang You, Zhang Li-xia, et al. Intelligent control strategy of intersection based on gap theory under vehicle-road cooperation[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science Edition), 2022, 41(1): 44-52.
- [6] Chen W, Liu Y. Gap-based automated vehicular speed guidance towards eco-driving at an unsignalized intersection[J]. Transportmetrica B: Transport Dynamics, 2017, 2017(3): 1-22.
- [7] Chai L G, Cai B G, Wei S G, et al. Connected and autonomous vehicles coordinating approach at intersection based on space-time slot[J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2018, 14(10): 929-951.
- [8] 刘显贵, 王晖年, 洪经纬, 等. 网联环境下信号交叉口车速控制策略及优化[J]. 交通运输系统工程与信息, 2021, 21(2): 82-90.
Liu Xian-gui, Wang Hui-nian, Hong Jing-wei, et al. Signal intersection speed control strategy and optimization in a network-linked environment[J]. Transportation Systems Engineering and Information, 2021, 21(2): 82-90.
- [9] Mahyar A, Mehdi N, Oliver G. Optimal traffic control at smart intersections: automated network fundamental diagram[J]. Transportation Research Part B, 2019, 137: 2-18.
- [10] Zhang Y, Cassandras C G. Decentralized optimal control of connected automated vehicles at signal-free intersections including comfort-constrained turns and safety guarantees[J]. Automatica, 2019, 109: No. 108563.
- [11] 常玉林, 张成祥, 张鹏, 等. 车联网环境下基于间隙优化的无信号交叉口车速控制方法[J]. 重庆理工大学学报: 自然科学, 2021, 35(3): 10-17, 60.
Chang Yu-lin, Zhang Cheng-xiang, Zhang Peng, et al. A gap optimization-based speed control method for signal-free intersections in a connected vehicle environment[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Sciences), 2021, 35(3): 10-17, 60.
- [12] 潘福全, 张丽霞, 陆键, 等. 接入管理技术在公路交叉口安全改善中的运用[J]. 北京工业大学学报, 2011, 37(2): 237-242.
Pan Fu-quan, Zhang Li-xia, Lu Jian, et al. The application of access management technology in highway intersection safety improvement[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2011, 37(2): 237-242.
- [13] Milanés V, Shladover S E, Spring J, et al. Cooperative adaptive cruise control in real traffic situations[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2013, 15(1): 296-305.
- [14] Milanés V, Shladover S E. Modeling cooperative and autonomous adaptive cruise control dynamic responses using experimental data[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2014, 48: 285-300.
- [15] Xiao L, Wang M, Schakel W, et al. Unravelling effects of cooperative adaptive cruise control deactiva-

- tion on traffic flow characteristics at merging bottlenecks[J]. *Transportation Research Part C: emerging technologies*, 2018, 96: 380-397.
- [16] Wu X, Freese D, Cabrera A, et al. Electric vehicles' energy consumption measurement and estimation[J]. *Transportation Research Part D: Transport and Environment*, 2015, 34: 52-67.
- [17] Altan O D, Wu G, Barth M J, et al. GlidePath: eco-friendly automated approach and departure at signalized intersections[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2017, 2(4): 266-277.
- [18] 张健, 吴坤润, 杨敏, 等. 智能网联环境下交叉口双环自适应控制模型[J]. *吉林大学学报: 工学版*, 2021, 51(2): 541-548.
- Zhang Jian, Wu Kun-run, Yang Min, et al. Dual-loop adaptive control model for intersections in an intelligent network link environment[J]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*, 2021, 51(2): 541-548.
- [19] Stevanovic J, Stevanovic A, Martin P T, et al. Stochastic optimization of traffic control and transit priority settings in VISSIM[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2008, 16(3): 332-349.
- [20] Mahmassani H S. 50th Anniversary invited article—autonomous vehicles and connected vehicle systems: flow and operations considerations[J]. *Transportation Science*, 2016, 50(4): 1140-1162.