

# 基于多模式双动态演化的拥堵收费模型

周成栋, 宋 菲, 赵小梅, 姚俊杰

(北京交通大学 系统科学学院, 北京 100044)

**摘要:** 针对多模式交通系统的拥堵收费问题, 本文构建了双层规划模型。上层是以最小化系统总出行成本为目标的优化模型, 决策各路段的拥堵收费价格; 下层是基于路径的多模式双动态演化模型, 包含逐日和日内动态演化。采用遗传算法对模型进行求解。本文对比了无拥堵收费(NCP)、对私家车收费(CPC)以及对私家车和共享汽车均收费(CPCS)下的系统特征。结果表明, 相比NCP, CPC和CPCS中私家车出行减少17.44%和14.89%, 车辆平均出行时间降低7.54%和30.18%; 在CPC中, 共享汽车系统能够获得最大的收入, 并成为系统中承担出行量最大(39.97%)的出行模式。

**关键词:** 交通运输系统工程; 城市交通; 拥堵收费策略; 双层规划; 多模式系统; 双动态演化; 共享汽车

中图分类号: U491 文献标志码: A 文章编号: 1671-5497(2025)04-1319-09

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20230717

## Congestion pricing model in multi-modal network based on doubly dynamical evolution

ZHOU Cheng-dong, SONG Fei, ZHAO Xiao-mei, YAO Jun-jie

(School of Systems Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** This paper presents a bi-level model to address congestion pricing in a multi-modal transportation system. The upper level is an optimization model aiming to minimize the total social cost and determine the optimal congestion price for road segments. Meanwhile, the lower level is a doubly dynamical model including day-to-day traffic dynamics and within-day traffic dynamics. Solving the bi-level model employs a genetic algorithm. Three congestion pricing schemes are proposed and compared, namely no congestion pricing (NCP), congestion pricing for cars (CPC) and congestion pricing for both cars and car-sharing (CPCS). The results show that compared to the NCP, the CPC and CPCS result in a 17.44% and 14.89% reduction in private car trips, respectively. Additionally, the average travel times for private cars decrease by 7.54% and 30.18% under the CPC and CPCS, respectively. In the CPC scheme, car-sharing could generate maximum revenue and be the mode accounting for the largest share (39.97%) of the multi-modal transportation system.

收稿日期: 2023-07-09.

基金项目: 国家自然科学基金项目(72288101).

作者简介: 周成栋(1994-), 男, 博士研究生. 研究方向: 城市交通流特性分析及控制理论与方法.

E-mail: 19114019@bjtu.edu.cn

通信作者: 赵小梅(1976-), 女, 教授, 博士. 研究方向: 交通运输系统规划与优化. E-mail: xmzhao@bjtu.edu.cn

**Key words:** engineering of communication and transportation; system urban traffic; congestion pricing; bi-level model; multi-modal transportation system; doubly dynamical evolution; car-sharing

## 0 引言

拥堵收费政策被证明可以有效地减缓道路拥堵<sup>[1]</sup>。动态演化模型可以刻画用户的选择行为和交通流在时空上的演化特征,已成为研究拥堵收费策略的重要底层方法<sup>[2,3]</sup>。

基于动态演化的拥堵收费模型通常可以表述为双层规划模型。上层决策如何对不同路段、不同时刻和不同人群进行拥堵定价;下层为不同模式、不同条件下的动态演化均衡。模型可分为基于区域动态演化和基于路径动态演化的拥堵收费模型。基于区域动态演化的拥堵收费模型按特定的区域收费,同一区域内收费标准一致。Liu等<sup>[4]</sup>探究如何对从郊区进入中心区的车辆收取拥堵费用,在多模式交通演化系统中最先应用双动态演化的框架。Wei等<sup>[5]</sup>基于双层优化框架,将宏观基本图与动态用户均衡分配相结合,以实现大规模网络的动态流量管理。基于双动态交通演化模型,Wei等<sup>[6]</sup>研究了区域中拼车行为对多模式交通系统的动态演化影响。

基于路径动态演化的拥堵收费模型更加细化地从路径(路段)维度进行收费。路径选择会影响出行者的决策行为,进而影响交通流状态。Friesz等<sup>[7]</sup>在逐日动态交通演化模型基础上,采用对路径收费的方法,研究了税收最小、社会福利净值最大的拥堵收费方案。Tan等<sup>[8]</sup>考虑旅行者的异质性,以最小化系统成本和时间为目标提出了不同群体的动态拥堵定价方案。

尽管上述文献对交通动态演化和拥堵收费开展了研究,但是未在基于路径的双动态演化框架下考虑模式换乘的影响。实际上,换乘出行是非常普遍的。同时,很少有文献探究共享汽车这一新兴模式对交通系统的影响和对应的拥堵收费策略。与其他传统模式相比,共享汽车在拥有关系和租赁模式存在显著差异,会对用户的出行选择产生影响。

基于此,本文在包含共享汽车和模式换乘的多模式交通系统中,构建了决策动态拥堵收费的双层规划模型。上层以最小化系统总出行成本为目标,决策各路段的最优拥堵收费价格;下层是基

于路径的多模式双动态演化模型。同时,本文分析了不同拥堵方案下的交通系统特征,为政府部门制定拥堵收费决策的提供支持。

## 1 系统描述

### 1.1 交通网络与模式选择

交通网络  $G(V, A)$  由节点集合  $V$  和路段集合  $A$  组成。节点集合  $V$  由产生交通需求的起始节点、吸引交通量的终止节点、换乘节点和普通节点组成。任意路段  $a \in A$  连接两节点  $i, j \in V$ 。交通需求  $D_{i,j}$  是从起始节点  $i$  到终止节点  $j$  的出行量。路网中的出行模式包含私家车(car)、共享汽车(car-sharing, 简称 share)、公共汽车(bus)以及包含换乘的组合出行模式。为了反映真实情况,本文在单向交通中考虑私家车换乘公共汽车(c2b)、共享汽车换乘公共汽车(s2b)和公共汽车换乘共享汽车(b2s) 3种换乘模式。 $M = \{car, share, bus, c2b, s2b, b2s\}$  表示为出行模式集合。私家车可以在所有路段上通行。共享汽车受到借还车站的约束,只能在布设共享汽车车站进行借还,但可以自由选择行驶路径。公共汽车则需要按照既定的公交线路行驶。换乘出行模式则受到换乘站设置的影响,出行者只能在换乘站更改出行模式。

### 1.2 拥堵收费的双层规划模型

本文研究多模式交通下的路段拥堵收费问题。拥堵收费是指按照路段对所有(或部分)车辆进行一次性收费的方式,而车辆在一次出行中所需支付的拥堵费用是经过各路段拥堵费用的累加。各路段的拥堵收费价格会在一天内进行变化,即不同时间段设定不同的拥堵收费价格。

拥堵收费问题通常可以表述为双层规划模型<sup>[9]</sup>。本文上层模型是多模式交通系统中路段拥堵收费的优化模型,以最小化系统的总社会成本为目标,决策不同路段在不同时刻的拥堵收费价格。当上层模型给定一个拥堵收费方案时,下层模型为基于路径的多模式双动态演化模型,描述了出行者的选择行为和系统均衡状态。下层模型的多模式交通动态演化均衡状态会影响上层的目标函数。

## 2 上层模型

上层是路段拥堵收费问题,如式(1)(2)所示。

### 2.1 目标函数

从社会效益出发,上层目标为最小化系统总出行成本,表示为:

$$\min F(\tau) = TC(\tau, E(\tau)) \quad (1)$$

式中:  $\tau$  为一个收费方案的向量,  $\tau = [\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_a]$ ;  $E(\tau)$  为收费方案  $\tau$  对应的演化模型稳定状态的模式和路径选择情况;  $TC(\tau, E(\tau))$  为该收费策略下的系统总出行成本。

### 2.2 约束

考虑到路段拥堵收费的现实意义,政府部门通常希望设置约束区间,因此对决策变量  $\tau$  有最大值和最小值约束:

$$\tau_a^{\min} \leq \tau_a \leq \tau_a^{\max}, \forall a \in A \quad (2)$$

式中:  $\tau_a^{\min}$  和  $\tau_a^{\max}$  分别为路段  $a$  的拥堵价格上限和下限。

## 3 下层模型

图 1 是基于路径的多模式双动态演化流程图,包含逐日演化和日内演化两个部分。

逐日演化是一个不断更新出行模式感知出行成本的过程(步骤 Z1、Z2)。当日的出行模式(或路径)感知出行成本与前一天的感知出行成本、前一天的实际出行成本和当日的预测出行成本与前一天的预测出行成本差值相关。其中,关于当日的实际出行成本、预测出行成本等需要根据当日的日内演化结果进行计算(步骤 Z3、Z4)。

依据出行模式(或路径)感知出行成本,日内演化首先采用 Logit 模型进行模式划分(步骤 R1);进一步对选择私家车和共享汽车进行路径分配;接着计算路径和路段上各种模式的选择人数(步骤 R2、R3),并依据 BPR(Bureau of public roads)函数计算路段车辆的平均行驶车速(步骤 R4)并更新各模式的实际出行时长和预测出行时长等参数(步骤 R5)。日内演化为逐日交通演化提供了实际出行成本和预测出行成本等数据。

### 3.1 逐日模型

逐日演化不断更新出行者对不同出行模式和路径的感知出行成本,反映出出行者在天数  $q$  维度上的选择变化。

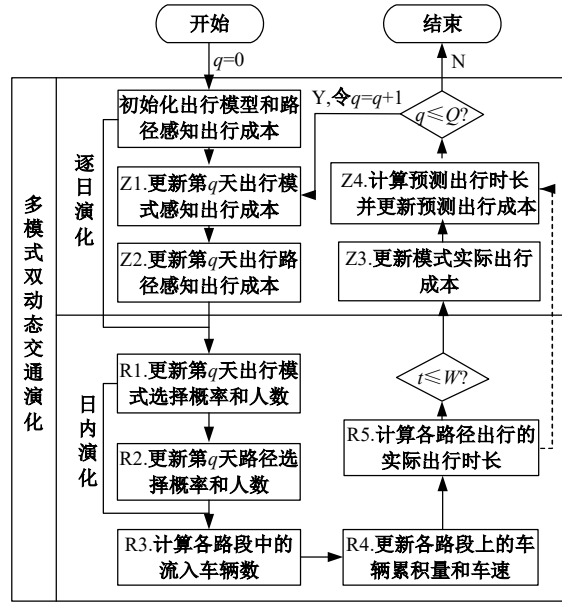


图 1 多模式双动态交通演化流程图

Fig. 1 Flow chart of a doubly dynamical evolution in a multi-modal network

### Z1. 更新第 $q$ 天出行模式的感知出行成本

对于 OD 需求  $D_{rs}$ , 第  $q+1$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  的感知出行成本  $c_{rs,m}^{p,q+1}(t)$  表示如下:

$$c_{rs,m}^{p,q+1}(t) = \omega \cdot c_{rs,m}^{p,q}(t) + (1 - \omega) \cdot c_{rs,m}^{e,q}(t) + \rho \cdot (c_{rs,m}^{f,q+1}(t) - c_{rs,m}^{f,q}(t)) \quad (3)$$

式中:  $c_{rs,m}^{p,q+1}(t)$  共由三部分组成,即感知出行成本  $c_{rs,m}^{p,q}(t)$ 、实际出行成本  $c_{rs,m}^{e,q}(t)$ 、 $q+1$  天与  $q+1$  天同一时刻预测成本的差值  $c_{rs,m}^{f,q+1}(t) - c_{rs,m}^{f,q}(t)$ 。 $\omega$  为出行者选择行为的学习因子,  $\omega$  越小意味着出行者在更新感知时更重视昨天的实际成本,而较少重视昨天的感知成本。类似地,  $\rho$  的大小可以反映出出行者对实时交通状况的敏感性,  $\rho$  很大意味着出行者将受到交通状况信息的显著影响。

### Z2. 更新第 $q$ 天出行路径的感知出行成本

与出行模式决策类似,出行者依据路径的感知出行成本选择路径。对于 OD 需求  $D_{rs}$ , 第  $q+1$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  在路径  $k$  上的感知出行成本  $c_{rs,m}^{p,q+1,k}(t)$  表示如下:

$$c_{rs,m}^{p,q+1,k}(t) = \sigma \cdot c_{rs,m}^{p,q,k}(t) + (1 - \sigma) \cdot c_{rs,m}^{e,q,k}(t) + \eta \cdot (c_{rs,m}^{f,q+1,k}(t) - c_{rs,m}^{f,q,k}(t)) \quad (4)$$

式中:感知、实际和预测出行成本的符号与式(3)中一致,只是对应拓展到上角标表示的路径维度;  $\sigma, \eta$  分别为出行者对路径选择的学习参数,  $\sigma, \eta \in (0, 1)$ 。

Z3. 更新第  $q$  天出行模式的实际出行成本

在计算模式实际出行成本时不需要具体的行驶路径,出行时间和出行距离均为各路径的平均值;在计算路径出行成本时,则需要带入具体的路径相关参数进行计算。为了简洁表述,Z3 步骤中忽略了日期的符号标记。

(1) 私家车出行

$$c_{rs,car}^e(t) = \alpha \cdot T_{rs,car}^e(t) + c_{car,fix} + c_{car,v}(\bar{L}_{rs}) + P_{car}^{park}(s) \quad (5)$$

式中:私家车的实际出行成本  $c_{rs,car}^e(t)$  由出行时间成本  $\alpha \cdot T_{rs,car}^e(t)$ 、固定成本  $c_{car,fix}$  和可变成本  $c_{car,v}(\bar{L}_{rs})$  及停车成本  $P_{car}^{park}(s)$  组成。其中,  $\alpha \cdot T_{rs,car}^e(t)$  为单位时间价值  $\alpha$  与出行时间  $T_{rs,car}^e(t)$  的乘积;私家车的固定成本  $c_{car,fix}$  为私家车的折旧成本;私家车的可变成本  $c_{car,v}(\bar{L}_{rs})$  考虑了车辆使用的燃油成本,是出行距离  $\bar{L}_{rs}$  的函数;停车成本  $P_{car}^{park}(s)$  与出行者的目的地  $s$  有关,根据停车区域节点设置不同的常数。

(2) 共享汽车出行

$$c_{rs,share}^e(t) = \alpha \cdot (T_{rs,share}^e(t) + T_{rs,share}^{derour}) + P_{share}^{rent}(\bar{L}_{rs}) + P_{rs,share}^{comf} \quad (6)$$

共享汽车的实际出行成本由出行时间成本  $\alpha \cdot T_{rs,share}^e(t)$ 、取还车的绕行时间成本  $\alpha \cdot T_{rs,share}^{derour}$ 、租赁成本  $P_{share}^{rent}(\bar{L}_{rs})$ 、舒适度成本  $P_{rs,share}^{comf}$  组成。其中,租赁成本  $P_{share}^{rent}(\bar{L}_{rs})$  与出行距离  $\bar{L}_{rs}$  有关;共享汽车的舒适度成本  $P_{rs,share}^{comf}$  主要与共享汽车的运营服务质量有关,本文中设定为固定值。

(3) 公共汽车出行

$$c_{rs,bus}^e(t) = \alpha \cdot (T_{rs,bus}^e(t) + T_{bus}^{wait}) + P_{bus}^{fare}(\bar{L}_{rs}) + P_{bus}^{comf}(\bar{n}) \quad (7)$$

式中:公共汽车的实际出行成本由出行时间成本  $\alpha \cdot T_{rs,bus}^e(t)$ 、等车时间成本  $\alpha \cdot T_{bus}^{wait}$ 、公共汽车的舒适度成本  $P_{bus}^{comf}(\bar{n})$  和公交票价  $P_{bus}^{fare}(\bar{L}_{rs})$  组成;  $T_{rs,bus}^e(t)$  为 OD 对  $rs$  间公共汽车的平均出行时长。舒适度成本  $P_{bus}^{comf}(\bar{n})$  与当前区域的公交车辆数和该时间选择公共汽车出行的人数的比值  $\bar{n}$  有关,即每辆公交车的平均乘客数;公交票价  $P_{bus}^{fare}(\bar{L}_{rs})$  是出行距离  $\bar{L}_{rs}$  的函数。

(4) 换乘出行

$$c_{rs,m1,m2}^e(t) = c_{rs,m1}^e(t) + c_{rs,m2}^e(t) + P_{rs,m1,m2}^{transfer} \quad (8)$$

换乘的实际出行成本由模式  $m_1$  的实际出行

成本  $c_{rs,m1}^e(t)$ 、模式  $m_2$  的实际出行成本  $c_{rs,m2}^e(t)$  和换乘成本  $P_{rs,m1,m2}^{transfer}$  组成。换乘成本  $P_{rs,m1,m2}^{transfer}$  计算公式为:

$$P_{rs,m1,m2}^{transfer} = \alpha \cdot T_{rs,m1,m2}^{change} + P_{rs,m1,m2}^{comf} \quad (9)$$

式中:  $\alpha \cdot T_{rs,m1,m2}^{change}$  为换乘的时间成本;  $P_{rs,m1,m2}^{comf}$  为换乘的舒适度成本。

(5) 私家车和共享汽车出行路径的出行成本

私家车和共享汽车可以自由选择行驶路径,因此需要进一步计算各条路径的出行成本。对于 OD 对需求  $D_{rs}$ ,定义  $K_{rs}$  为该 OD 对  $rs$  间可选路径集合,  $k \in K_{rs}$  表示可选路径集合中的一条可选路径。私家车的实际路径成本  $c_{rs,car}^{e,k}(t)$  表示为:

$$c_{rs,car}^{e,k}(t) = \alpha \cdot T_{rs,car}^{e,k}(t) + c_{car,fix} + c_{car,v}(L_{rs}^k) + P_{car}^{park}(s) \quad (10)$$

与式(5)私家车实际出行成本不同,私家车路径成本进一步细化到路径维度,考虑路径时长  $T_{rs,car}^{e,k}(t)$  和路径里程  $L_{rs}^k$ 。

同理,共享汽车的实际路径成本  $c_{rs,share}^{e,k}(t)$  表示为:

$$c_{rs,share}^{e,k}(t) = \alpha \cdot (T_{rs,share}^{e,k}(t) + T_{share}^{detour}) + P_{share}^{rent}(L_{rs}^k) + P_{rs,share}^{comf} \quad (11)$$

与式(6)共享汽车实际出行成本不同,共享汽车路径成本进一步细化到路径维度,考虑路径时长  $T_{rs,share}^{e,k}(t)$  和路径里程  $L_{rs}^k$ 。

Z4. 计算预测出行时长并更新预测出行成本

路径预测出行时长  $T_{rs,m}^{l,q,k}(t)$  为各路段预测出行时长的累计和,表示为:

$$T_{rs,m}^{l,q,k}(t) = \sum_{a \in A} \frac{L_a}{v_a^q(t)} \times \delta_{a,k}^{rs} \quad (12)$$

式中:  $L_a$  为路段长度;  $v_a^q(t)$  为出行速度;  $\delta_{a,k}^{rs}$  是路段与路径之间的关联系数,若路段  $a$  在连接 OD 对  $rs$  的第  $k$  条路径上,则  $\delta_{a,k}^{rs} = 1$ ;否则  $\delta_{a,k}^{rs} = 0$ 。

通过逐日动态演化,模型获得当天每一时刻的模式感知出行成本  $c_{rs,m}^{p,q}(t)$  和路径选择的感知出行成本  $c_{rs,m}^{p,q,k}(t)$ 。模式和路径的感知出行成本是日内交通动态演化的输入。

3.2 日内模型

R1. 更新  $q$  天  $t$  时刻各出行模式的人数

依据每种出行模式的感知出行成本,本文采用 Logit 模型对出行模式进行划分,进而计算每种出行模式的选择人数。

第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  的感知效用  $U_{rs,m}^{p,q}(t)$  表示为:

$$U_{rs,m}^{p,q}(t) = -\theta \cdot c_{rs,m}^{p,q}(t) + \epsilon_{rs,m}^q \quad (13)$$

式中:随机变量  $\epsilon_{rs,m}^q$  独立且服从 Gumbel 分布函数。

进一步,根据 Logit 模型计算第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  的出行者比例:

$$\Pr_{rs,m}^q(t) = \frac{\exp(-\theta \cdot c_{rs,m}^{p,q}(t))}{\sum_{j \in M} \exp(-\theta \cdot c_{rs,j}^{p,q}(t))} \quad (14)$$

最后,根据 OD 对的出行需求,出行模式  $m$  选择人数表示如下:

$$N_{rs,m}^q(t) = \Pr_{rs,m}^q(t) \times D_{rs}^q(t) \quad (15)$$

## R2. 更新第 $q$ 天 $t$ 时刻各路径的人数

本文选用 C-Logit 模型对小汽车(私家车和共享汽车)进行路径分配。C-logit 模型能在一定程度上克服选项之间的相关性,适用于需求对  $rs$  的若干路径间存在相互重叠路段的场景<sup>[10,11]</sup>。C-Logit 的重要特点是引入公共因子  $Z_{rs}^k$ ,用以解释路径  $k$  与其他路径间的重叠性和相关性。C-Logit 模型关注路径之间的重叠,尽量消除出行者在出行路径选择中的 IIA (Independence of Irrelevant Alternatives, 独立性无关选择) 特性。具体实现如下:

第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  在路径  $k$  上的感知效用  $U_{rs,m}^{p,q,k}(t)$  计算式为:

$$U_{rs,m}^{p,q,k}(t) = -\xi \cdot c_{rs,m}^{p,q,k}(t) + Z_{rs}^k + \epsilon_{rs,m}^{q,k} \quad (16)$$

式中: $Z_{rs}^k$  为出行路径  $k$  的公共因子; $\epsilon_{rs,m}^{q,k}$  为随机变量,独立且服从 Gumbel 概率分布。

关于公共因子  $Z_{rs}^k$  的函数形式,本文借鉴了 Zhou 等<sup>[11]</sup>的形式表述:

$$Z_{rs}^k = \beta \cdot \ln \left( \sum_{j \in K_n} \frac{L_{rs}^k - L_{rs}^j}{\sqrt{L_{rs}^k} \cdot \sqrt{L_{rs}^j}} \right) \quad (17)$$

式中: $L_{rs}^k - L_{rs}^j$  为出行选择过程中选择路径  $k$  与选择路径  $j$  的公共长度; $L_{rs}^k$  和  $L_{rs}^j$  分别为单独选择路径  $k$  和路径  $j$  的出行长度。

进一步,根据 C-Logit 模型可以计算出出行者在第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  在路径  $k$  上的选择概率:

$$\Pr_{rs,m}^{q,k}(t) = \frac{\exp(-\xi \cdot c_{rs,m}^{p,q,k}(t) + Z_{rs}^k)}{\sum_{k \in K_n} \exp(-\xi \cdot c_{rs,m}^{p,q,k}(t) + Z_{rs}^k)} \quad (18)$$

最后,依据选择概率,可以计算得到各条路径上的两种出行模式选择人数  $N_{rs,m}^{q,k}(t)$ :

$$N_{rs,m}^{q,k}(t) = N_{rs,m}^q(t) \times \Pr_{rs,m}^{q,k}(t) \quad (19)$$

## R3. 计算各路段的流入车辆数和公共汽车路径

### 选择人数

根据路网设置和以上各路径的选择人数,计算  $q$  天  $t$  时刻进入路段  $a$  的车辆数  $I_{vel,a}^q(t)$ :

$$I_{vel,a}^q(t) = \sum_{m \in \{car, share\}} \sum_{k \in A} N_{rs,m}^{q,k}(t) \times \delta_{a,k}^{rs} \quad (20)$$

式中: $\delta_{a,k}^{rs}$  为路径对路段的包含关系,若路径  $k$  包含路段  $a$ ,其值为 1;否则为 0。

第  $q$  天  $t$  时刻流入路径  $k$  的公共汽车出行人数就等于第  $q$  天  $t$  时刻选择路径  $k$  公交路径的出行人数  $N_{rs,bus}^{q,k}(t)$ 。

## R4. 更新各路段上的车辆数和路段车速

根据流量守恒定律,第  $q$  天  $t$  时刻路段  $a$  上的小汽车数  $N_{vel,a}^q(t)$  表示如下:

$$N_{vel,a}^q(t) = N_{vel,a}^q(t-1) + I_{vel,a}^q(t) - O_{vel,a}^q(t) \quad (21)$$

式中: $N_{vel,a}^q(t-1)$  等于上一时刻该路段的车辆数; $I_{vel,a}^q(t)$  为当前时刻流入该路段车辆数; $O_{vel,a}^q(t)$  为当前时刻流出该路段车辆数。

参考 Zhang 等<sup>[12]</sup>的研究,根据 BPR 函数计算路段的平均通行时间  $T_{vel,a}^q(t)$  如下:

$$T_{vel,a}^q(t) = t_a^{\text{free}} \times \left( 1 + \chi \times \left( \frac{N_{vel,a}^q(t)}{C_a} \right)^\mu \right) \quad (22)$$

式中: $t_a^{\text{free}}$  为路段的自由流时间; $C_a$  为路段的通行能力; $\chi$  和  $\mu$  为系数。

根据路段长度  $L_a$  和路段平均出行时长  $T_{vel,a}^q(t)$ ,可以计算路段车辆的平均行驶速度  $v_{vel,a}^q(t)$ :

$$v_{vel,a}^q(t) = \frac{L_a}{T_{vel,a}^q(t)} \quad (23)$$

进而采用积分的思想计算车辆通过当前路段的实际行驶时间,如下所示:

$$\int_t^{t+T_{vel,a}^q(t)} v_{vel,a}^q(u) du = L_a \quad (24)$$

假设在  $t$  时刻进入路段  $a$  的车辆会在  $t+T_{vel,a}^q(t)$  时刻全部流出路段  $a$ ,则根据输入和流出的流量守恒关系,车辆通过路段  $a$  的实际出行时间  $T_{vel,a}^q(t)$  可以通过数值求解以下方程来获得:

$$O_{vel}(t+T_{vel,a}^q(t)) = \int_0^t N_{vel,a}(u) du \quad (25)$$

式中: $O_{vel}(t+T_{vel,a}^q(t))$  为在时间  $t+T_{vel,a}^q(t)$  时刻路段  $a$  的车辆累积流出量; $N_{vel,a}(u)$  为车辆在  $u$  时刻的路段  $a$  车辆流入量; $\int_0^t N_{vel,a}(u) du$  为车辆在  $0-t$  时刻的车辆累积流入量。

因此,  $t + T_{vel,a}^e(t)$  时刻的车辆流出量可以计算为:

$$O_{vel}(t + T_{vel,a}^e(t)) = \frac{N_{vel,a}(t)}{1 + \frac{dT_{vel,a}^e(t)}{dt}} \quad (26)$$

则该时刻路段的流出量可以计算为:

$$O_{vel,a}^q(t) = \sum_{m \in \{car, share\}} O_m^q(t) \quad (27)$$

通过式(22)~(27)得到小汽车在各路段的车辆数和实际出行时长,而对于公共汽车出行模式,相关实际出行时长计算与上述方法类似,但不涉及路径选择问题。

#### R5. 计算各路径出行的实际出行时长

为了得到路径的实际出行时长  $T_{rs,m}^{e,q}(t)$ ,则需要累加路径经过的所有路段时间,表示如下:

$$T_{rs,m}^{e,q,k}(t) = \sum_{a \in A} T_{m,a}^{e,q}(t) \times \delta_{a,k}^{rs} \quad (28)$$

### 3.3 拥堵收费

拥堵收费按照路段进行收费,第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  路径  $k$  的拥堵费  $\tau_{rs,m}^{q,k}(t)$  表示为:

$$\tau_{rs,m}^{q,k}(t) = \sum_{a \in A} \tau_{m,a}^q(t) \cdot \delta_{a,k}^{rs} \quad (29)$$

式中:  $\tau_{m,a}^q(t)$  为第  $q$  天  $t$  时刻出行模式  $m$  在路段  $a$  上的一次性费用。

由于本文设计了针对不同出行模式的拥堵收费策略,因此拥堵收费体现在步骤 Z3 中如何计算各个模式实际出行成本,即计算在实施拥堵收费的出行模式的实际出行成本时,将拥堵收费作为一项费用构成。

## 4 求解算法

本文采用遗传算法进行模型求解,以搜索最优的拥堵收费设置,求解算法步骤如表 1 所示。

表 1 遗传算法的求解步骤

Table 1 Solution steps of genetic algorithm

输入:	个体形式、优化目标、参数等
步骤 1	初始化群体。将收费方案作为染色体,随机生成一个初始种群,规模为 $M$ 。 个体评价。对每个收费方案,下层演化模型都能得到对应的目标值,进而将目标值带入上层优化目标函数。本次案例采用上层目标函数作为适应度函数,来衡量一个个体对环境的适应程度。由于本次实验为最小值问题,因此该数值越小则适应度越高,代表该个体有更大的概率生存下来。
步骤 2	选择运算。计算选择概率,使用精英保留法选择种群中适应度最高的 40% 作为精英个体遗传到下一代,淘汰适应度最低的个体。
步骤 3	交叉运算。设定交叉概率,使个体间进行配对,即使个体间交换、重组部分基因。
步骤 4	变异运算。设定变异概率,随机改变染色体上的基因,通过改变基因生成新的个体。
步骤 5	终止条件判断。判断迭代次数是否达到案例设置的最大迭代次数,是则停止计算,进行染色体解码,输出结果;否则
步骤 6	返回步骤 2。
输出:	优化过程指标图,优化模型的最优解的方案结果

## 5 结果分析

### 5.1 基础数据

本文的交通网络形式如图 2 所示。网络包含 13 个节点和 19 个路段,案例研究单向行驶的交通需求。图中:实线箭头为小汽车(私家车和共享汽车)行驶方向;虚线箭头为公共汽车行驶方向;节点  $V_1$ 、 $V_3$  为需求起点;节点  $V_{11}$ 、 $V_{13}$  为需求终点;节点  $V_6$ 、 $V_9$  为换乘节点;其余节点为普通节点。本文共设置了两个 OD 对,即  $D_{1,11}$  和  $D_{3,13}$ 。各路段上的容量和自由流时间参考了 Zhou 等<sup>[13]</sup> 的设置。

OD 对  $D_{1,11}$  和  $D_{3,13}$  的交通需求设置如图 3 所示。另外,本文模型涉及的核心参数如表 2 所示。

### 5.2 迭代结果

本文的求解软件为 python3.7,设定遗传算法的种群规模为 100,交叉概率为 50%,变异概率为 10%。目标函数的迭代如图 4 所示(以 CPCS 为例)。随着进化代数的增加,系统的总出行成本逐步下降并趋于稳定,说明本文构建的双层优化模型是收敛的。表 3 展现两种收费方案下的路段收费价格。结果表明,不同路段在平峰和高峰时段的最优收费价格相差较大。

### 5.3 不同拥堵收费方案下的模式选择情况

表 4 是 3 种拥堵收费方案的出行模式占比列统计表。结果表明,相比没有拥堵收费的方案(NCP),有拥堵收费的方案(CPC 和 CPCS)中私家车出行比例分别减少了 17.44% 和 14.89%。这说明拥堵收费可以有效地减少私家车的使用,

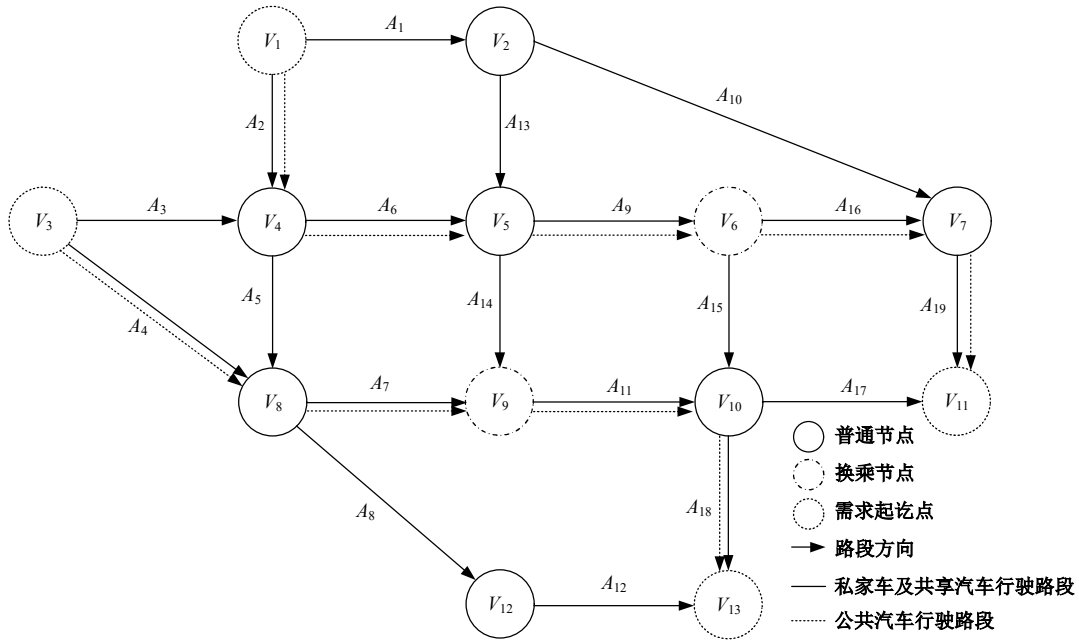


图 2 案例路网 (Nguyen-Dupuis)

Fig. 2 Road network of case study (Nguyen-Dupuis)

表 2 基本参数

Table 2 Basic parameters

参数	数值	参数	数值
$\omega$	0.8	$P_{share}^{comf}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	3
$\rho$	0.2	$\theta$	0.1
$n^s$	20	$Q/d$	30
$W$	120	$t_{s2b}^{change}/\text{min}$	7
$\beta_{vel}$	-0.010	$c_{car,fix}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	10
$a_1/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	9	$a_{bus}$	15
$\gamma_{bus}$	-0.06	$T_{bus}^{detour}/\text{min}$	6
$c_1/(\text{元}\cdot\text{km}^{-1})$	0.5	$P_{s2b}^{comf}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	5
$B_{bus}^q/\text{辆}$	30	$P_{b2s}^{comf}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	5
$\alpha/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	50	$T_{bus}^{wait}/\text{min}$	7
$t_{c2b}^{change}/\text{min}$	5	$\alpha_{vel}$	30
$t_{b2s}^{change}/\text{min}$	7	$\delta$	0.5
$a_0/(\text{元}\cdot\text{h}^{-1})$	6	$\gamma_{vel}$	-0.3
$T_{share}^{detour}/\text{min}$	10	$a, b, c$	1.0, 0.3, 0.3
$P_{c2h}^{comf}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	2	$\beta_{bus}$	-0.003
$P_{car}^{park}/(\text{元}\cdot\text{次}^{-1})$	2	$c_2/(\text{元}\cdot\text{min}^{-1})$	0.3

从而减少私家车的保留量。相比NCP方案,CPC方案中共享汽车出行和公共汽车出行比例分别增加 8.14% 和 13.76%。这说明 CPC 方案使私家车出行在向共享汽车出行和公共汽车出行转移。同时也发现共享汽车成为 CPC 方案中承担出行量最大(39.97%)的出行模式。相比 NCP 方案,CPCS 方案中私家车出行和共享汽车出行分别减少了 14.89% 和 14.12%。此时,私家车出行和共享汽车出行在向公共汽车出行转移,公共汽车成

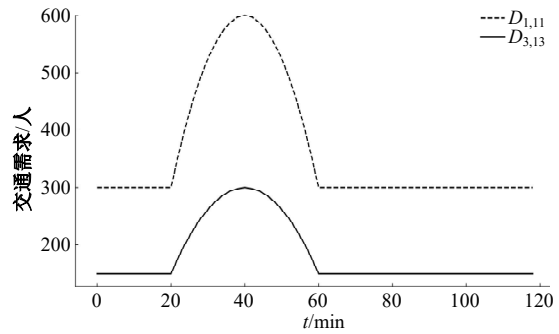


图 3 交通需求

Fig. 3 Travel demand

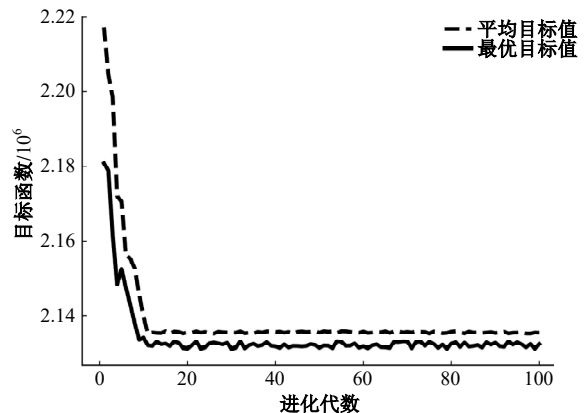


图 4 CPCS 的目标函数的迭代图

Fig. 4 Iteration of CPCS's objective

为承担出行量最大(51.17%)的出行模式。

#### 5.4 不同拥堵收费方案下的系统评价指标

表 5 是 3 种收费方案下的系统评价指标表,分别对比了系统总出行成本(STTC)、公共汽车系

表 3 CPC 和 CPCS 方案的拥堵收费结果

Table 3 Congestion pricing of CPC and CPCS

时段	CPC 方案		CPCS 方案	
	平峰	高峰	平峰	高峰
1	5.22	9.8	0.34	1.92
2	5.01	9.38	4.15	7.02
3	4.12	8.99	0.00	0.36
4	0.00	0.81	0.00	0.00
5	2.31	6.01	3.41	6.77
6	0.00	0.61	1.12	3.81
7	4.55	7.76	3.28	6.53
8	5.93	8.72	0.00	0.00
9	1.12	3.11	3.26	6.86
10	7.28	9.42	0.00	0.37
11	2.89	6.01	1.99	4.56
12	5.27	8.68	0.89	2.29
13	3.01	5.72	6.24	8.49
14	3.51	6.90	1.78	3.48
15	2.01	4.76	7.56	9.37
16	1.38	4.90	0.00	0.10
17	1.44	4.89	3.27	5.63
18	6.88	9.82	0.42	2.74
19	2.12	5.25	0.13	1.00

表 4 3 种收费方案下的模式比例

Table 4 Mode split results of three congestion pricing schemes

出行模式	NCP 比例	CPC 比例	CPCS 比例
car	34.64	17.2	19.75
share	31.83	39.97	17.71
bus	13.49	27.25	51.10
c2b	7.39	3.46	4.24
s2b	5.93	5.32	3.17
b2s	6.72	6.80	3.76

统收入(Bus system revenue, BSR)、共享汽车系统收入(Shared vehicle systems revenue, SVSR)、拥堵收费收入(Congestion charge revenue, CCR)、小汽车总出行时间(Total travel time of cars, TTTC)、小汽车平均出行时间(Average travel time of cars, ATTC)。从整体来看,相比没有拥堵收费的方案(NCP),有拥堵收费的方案(CPC 和 CPCS)的总出行成本均有所增加(0.53% 和 2.48%),但系统的小汽车总出行时间(-22.82% 和 -55.34%)和平均出行时间(-7.54% 和 -30.18%)均有所降低。这说明拥堵收费增加了系统总出行成本,但可以有效地减

少道路拥堵。

从共享汽车角度出发,在 CPC 方案中共享汽车系统的收入达到最大(31.24 万元),因为此时用户选择共享汽车出行的比例最大,且系统无须支付拥堵费用;在 CPCS 方案中,共享汽车系统的收入最小(18.15 万元),因为此时用户选择共享汽车出行的比例最小,且需要支付拥堵费用。

从公共汽车角度出发,相比 NCP 方案,无论是 CPC 方案还是 CPCS 方案均能带来更多的收入,分别增长 13.68% 和 53.68%。

表 5 3 种收费方案下的系统评价指标

Table 5 System indicators under the three congestion pricing schemes

评价指标	NCP(参考)	CPC	CPCS
STTC/万元	211.97	213.11 (+0.53%)	217.23 (+2.48%)
BSR/万元	5.70	6.48 (+13.68%)	8.76 (+53.68%)
SVSR/万元	26.55	31.24 (+17.66%)	18.15 (-31.63%)
CCR/万元	0	3.42	12.92
TTTC/h	15 233.68	11756.31 (-22.82%)	6802.31 (-55.34%)
ATTC/h	0.53	0.49 (-7.54%)	0.37 (-30.18%)

## 6 结 论

(1)在平峰和高峰时段,最优收费价格之间存在显著差异。因此,在对不同路段进行拥堵收费时,应根据不同的时间段采用不同的收费价格。

(2)对于模式选择,相比 NCP,CPC 和 CPCS 方案中私家车出行分别减少 17.44% 和 14.89%。在 CPC 方案中,私家车出行转向共享汽车(+8.14%)和公共汽车出行(+13.76%);在 CPCS 方案中,私家车和共享汽车出行转向公共汽车出行(+37.68%)。

(3)对于系统评价,拥堵收费增加系统的总出行成本(+1.45%),但降低系统的平均出行时间(-18.86%),有效地减少道路拥堵。共享汽车系统在 CPC 方案中拥有最大收入。

### 参考文献:

[1] Li X, Shaw J W, Liu D, et al. Acceptability of Bei-

- ing congestion charging from a business perspective [J]. *Transportation*, 2019, 46(3): 753-776.
- [2] 常玉林, 徐文倩, 孙超, 等. 车联网环境下考虑遵从程度的混合流量逐日均衡[J]. *吉林大学学报:工学版*, 2023, 53(4): 1085-1093.
- Chang Yu-lin, Xu Wen-qian, Sun Chao, et al. Day-to-day equilibrium of hybrid traffic considering obedience degree under Internet of vehicles environment [J]. *Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition)*, 2023, 53(4): 1085-1093.
- [3] 祝伶俐, 杨达, 吴丹红, 等. 考虑有限理性和认知更新的日变交通分配模型[J]. *北京交通大学学报*, 2018, 42(1): 75-80.
- Zhu Li-ling, Yang Da, Wu Dan-hong, et al. Day-to-day traffic assignment model considering travelers' bounded rationality and perception updating[J]. *Journal of Beijing Jiaotong University*, 2018, 42(1): 75-80.
- [4] Liu W, Geroliminis N. Doubly dynamics for multi-modal networks with park-and-ride and adaptive pricing[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2017, 102: 162-179.
- [5] Wei B, Sun D. A two-layer network dynamic congestion pricing based on macroscopic fundamental diagram[J]. *Journal of Advanced Transportation*, 2018.
- [6] Wei B, Saberis M, Zhang F, et al. Modeling and managing ridesharing in a multi-modal network with an aggregate traffic representation: a doubly dynamical approach[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2020, 117: No. 102670.
- [7] Friesz T L, Bernstein D, Kydes N. Dynamic congestion pricing in disequilibrium[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2004, 4: 181-202.
- [8] Tan Z, Yang H, Guo R Y. Dynamic congestion pricing with day-to-day flow evolution and user heterogeneity[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2015, 61: 87-105.
- [9] 刘鹏煌. 基于势博弈的拥堵收费双层定价模型[J]. *物流科技*, 2020, 43(5): 109-115, 118.
- Liu Peng-huang. A two-tier pricing model for congestion pricing based on potential game[J]. *Logistics Technology*, 2020, 43(5): 109-115, 118.
- [10] Cascetta E, Nuzzolo A, Russo F, et al. A modified Logit route choice model overcoming path overlapping problems: Specification and some calibration results for interurban networks[C]//*Transportation and Traffic Theory Proceedings of the 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Lyon, France, 1996(7):24-26.
- [11] Zhou Z, Chen A, Bekhor S. C-logit stochastic user equilibrium model: formulations and solution algorithm[J]. *Transportmetrica*, 2012, 8(1): 17-41.
- [12] Zhang S, Sun H J, Lyu Y, et al. Day-to-day dynamics of traveler learning behavior and the incentivization scheme of the operator for one-way carsharing services[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2021, 155: No. 107170.
- [13] Zhou B, Xu M, Meng Q, et al. A day-to-day route flow evolution process towards the mixed equilibria [J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2017, 82: 210-228.