

海上被动无人搜救路线规划方法

张寒¹, 黄炎炎¹, 耿泽¹, 陈天德²

(1. 南京理工大学自动化学院, 南京 210094; 2. 中国电子科技集团第二十八研究所, 南京 210007)

摘要: 针对海上被动无人搜救任务中目标区域难以确定、搜索范围广泛、搜救区域航路规划速度慢等问题, 提出了一种面向被动无人搜救任务的海上搜救区域规划流程及航路规划模型。根据海上搜救任务预案与航路规划需求, 并结合海上搜救区域规划方法构建航路优选模型, 利用搜救区域覆盖效率和搜救航路消耗成本等约束进行目标函数构建, 采用鲸鱼优化算法求解, 设计想定实验进行分析验证。研究表明: 本文提出的海上被动无人搜救航路规划模型能够快速确定搜救范围, 较好地搜索到代价更低的搜救路线。

关键词: 导航制导与控制; 海上搜救; 路线规划; 辅助决策

中图分类号: TP391.9; U664 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)04-1453-14

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20230733

Passive unmanned maritime search and rescue routing method

ZHANG Han¹, HUANG Yan-yan¹, GENG Ze¹, CHEN Tian-de²

(1. School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. The 28th Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Nanjing 210007, China)

Abstract: Addressing the challenges inherent in passive unmanned search and rescue missions at sea, including difficulties in target identification, broad search areas, and slow route planning, a strategic process was introduced for maritime search and rescue area planning and a route planning model specifically designed for passive unmanned missions. By thoroughly understanding the emergency response operations at sea and the specific needs for route planning, an optimal routing model have been developed considering factors such as the efficiency of search and rescue area coverage and the cost of rescue routes. The objective function is constructed within these constraints and solved using the whale optimization algorithm. The validity of the model is confirmed through designated scenario experiments, indicating that our proposed model for maritime passive unmanned search and rescue route planning is capable of swiftly identifying the search and rescue area and efficiently discovering a route with reduced costs.

Key words: navigation guidance and control; maritime search and rescue; route planning; auxiliary decision-making

收稿日期: 2023-07-13.

基金项目: 信息系统需求重点实验室开放基金项目(LHZZ2021-M05); 国家自然科学基金项目(61374186).

作者简介: 张寒(1994-), 男, 博士研究生. 研究方向: 控制与决策分析, 优化与决策理论.

E-mail: zhanghan368@163.com

通信作者: 黄炎炎(1973-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 系统建模与仿真, 系统论证与仿真评估.

E-mail: huangyy@njust.edu.cn

0 引言

“一带一路”背景下海洋经济发展迅速,海上活动繁忙,突发事件剧增。复杂海洋环境,如高波浪、强风和低能见度等因素,对失事目标造成一定的漂移影响,同时也给搜救任务工作带来挑战。目前,我国海上搜救工作属于被动式接警^[1],事故发生后,海上应急中心接收报警信号,分析事故态势及遇险海域信息,启动应急预案开展搜救。对目标波动、搜索范围广泛的被动接警搜救工作(例如2014年马航MH370搜救),搜救工作常处于不利局面。当前,无人机、无人艇等设备为海上搜救工作提供了新的技术途径。立足于被动搜救任务,如何快速确定搜救区域,有效规划无人设备航路,使其更好应用于海上搜救工作,是本文研究的重点与难点。

当前研究主要围绕海上搜救区域快速确定及搜救航路规划等方面^[2]。王秀玲等^[3]立足海上搜救场景,从搜救区域最优确定和海上搜寻路径规划两个方面回顾了搜救路径规划技术发展。李宁等^[4]结合北斗报文服务技术成果,从通信层面上提出针对搜救任务规划中“盲搜”问题的解决方案。陈天德等^[5]针对航路方案中的航路点震荡问题,提出了改进型虚拟障碍物的无震荡航路规划方法。Jiang等^[6]设计了具有扰动条件的闭环控制模型,用于外部干扰条件下小型无人机航迹的跟踪控制。Melsom等^[7]结合海洋洋流数据构建海洋环流模型,实现了海上搜救区域规划。Cho等^[8]采用双阶段搜救区域分解规划方法,用于海上多架无人机覆盖区域搜救行动。Ai等^[9]利用海洋环境数据及电子海图技术构建了基于强化学习的搜救覆盖路径规划模型。

无人艇自主性、灵活性、智能化的特征受到世界各国的青睐,典型的无人艇如美国SSC San^[10]、以色列黄貂鱼^[11]等,我国无人艇技术研发迅速,近些年来也出现了“精海系列”“海腾系列”“领航者”等成果^[12],同时国内多家科研单位已经初步进行了无人艇协同编队实验^[13]。海上突发事故情况危急,需要快速规划多个无人艇在有限时间内高效开展大面积海域搜索。因此,本文围绕海上被动搜救过程中任务区域难以确定、搜索范围广、航路规划速度慢等问题,构建面向海上被动无人搜救任务的搜救区域规划流程及航路规划模型,旨在缩短搜救时间,提高任务效能。

1 海上搜救区域规划流程

海上搜救区域规划是指在海上突发紧急情况下,通过快速、高效的规划手段,确定失踪人员或船舶的有效位置及搜索范围的过程。海上突发事故复杂,搜救任务量较大,指挥决策人员需要根据态势信息,快速确定区域,制订搜救航路方案。

1.1 目标位置概率密度分析

传统搜救区域根据目标位置概率密度进行确定。在海上被动搜救任务中,事故目标的信息资源通常有限,如船舶失事前报警信息、遇险目标经纬度和方位信息等。遇险目标位置分布概率可采用二维正态分布描述。以遇险目标位置为搜救基点,定义基点位置坐标为 (x, y) ,搜救基点位置误差服从于参数 μ_x, μ_y 二维正态分布^[14],可知:

$$f(x, y) = \frac{e^{-\frac{1}{2(1-\xi^2)} \left[\frac{(x-\mu_x)^2}{\delta_x^2} + \frac{2\xi(x-\mu_x)(y-\mu_y)}{\delta_x\delta_y} + \frac{(y-\mu_y)^2}{\delta_y^2} \right]}}{2\pi\delta_x\delta_y\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1)$$

上式记作:

$$(x, y) \sim N(\mu_x, \mu_y, \delta_x^2, \delta_y^2, \xi) \quad (2)$$

式中: μ_x 为横坐标 x 的均值; μ_y 为纵坐标 y 的均值; δ_x 为横坐标 x 的标准差; δ_y 为纵坐标 y 的标准差; ξ 为变量 x 与 y 的相关系数,通常绝对值小于1。

以搜救基点为原点 $(0, 0)$,令 $\mu_x = \mu_y = 0$, $\delta_x = \delta_y = \delta$, $\xi = 0$,则搜救基点位置的概率密度函数如下:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\delta} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\delta^2}\right) \quad (3)$$

为更好地展现目标位置的概率密度分布,根据上式,选取 $-2.5 \leq x \leq 2.5$, $-2.5 \leq y \leq 2.5$, $\delta = 1$,绘制搜寻基点的初始位置概率密度分布图,如图1所示。

根据目标位置的概率密度分布可知,搜寻基点是以最后一次船舶报告位置为中心的圆形规则概率密度分布,随着搜寻半径的增大,包含概率增大。

因此,在搜救区域规划过程中,通常将区域划分为面积相等的单元,分配搜救力量开展任务,参照初始位置的概率分布,构建包含概率分布图,如图2所示,其中所有单元的包含概率总和为100%。

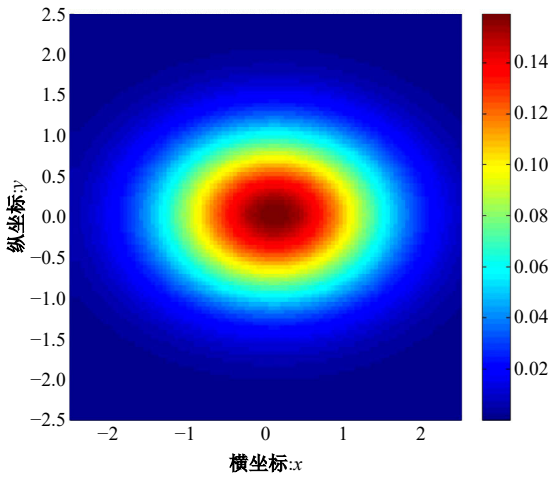


图 1 搜寻基点的初始位置概率密度分布图

Fig. 1 Probability density map of search base points

0.15%	1.78%	1.78%	0.15%
1.78%	21.28%	21.28%	1.78%
1.78%	21.28%	21.28%	1.78%
0.15%	1.78%	1.78%	0.15%

图 2 包含概率分布图

Fig. 2 Contains a probability distribution plot

1.2 海上遇险目标搜救区域优化

搜救任务区域规划目的在于最大概率包含搜寻目标。根据搜寻位置基点估算目标漂移方向和距离,考虑风、流等自然条件误差的影响,优化搜救区域。

位置误差用于衡量搜救任务规划中的不确定性,搜寻基点偶然误差由以下公式获得:

$$E = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2 + D_e^2} \quad (4)$$

基点初始位置误差 X_e 计算如下:

$$X_e = Fix_e + DR_e \quad (5)$$

式中: Fix_e 为搜寻基点定位误差; DR_e 为搜寻目标航迹推算误差。

搜救设备位置误差 Y_e 参考式(5)计算:

$$Y_e = Fix_e + DR'_e \quad (6)$$

式中: DR'_e 为搜寻设施的航路推算误差。

漂移误差 D_e 计算公式为:

$$D_e = \sqrt{ASWDv_e^2 + TWC_e^2 + LW_e^2} \times t \quad (7)$$

式中: $ASWDv_e$ 为平均表面风引起的漂移速度误差; TWC_e 为总水流误差; LW_e 为风压误差; t 为漂移时间。

结合气象观测数据,获得 $ASWDv_e$ 参数,根据《国际航空和海上搜救手册》经验数据,常见漂浮物的风压误差 LW_e 及总水流误差 TWC_e 采用以下公式计算:

$$TWC_e = \sqrt{TC_e^2 + SC_e^2 + WC_e^2 + OWC_e^2} \quad (8)$$

式中: TC_e 为潮流误差; SC_e 为海流误差; WC_e 为风生流误差; OWC_e 为其他水流误差。

传统方案下搜寻区域以搜寻基准点为圆心构建圆周外切正方形,其边长为 2 倍的搜寻半径(见图 3)。在搜救区域规划过程中,区域形状根据包含概率、地形条件及限制因素进行优化。

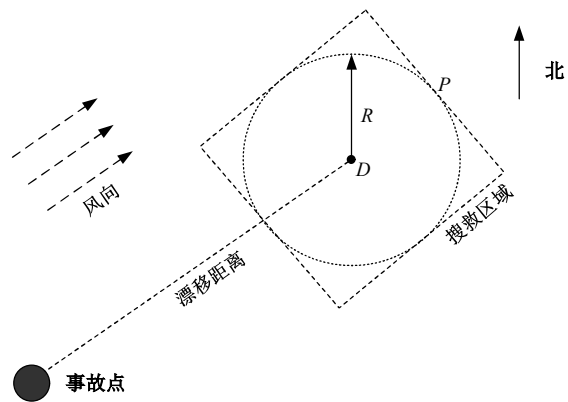


图 3 基于基准点的搜救区域确定

Fig. 3 Search and rescue area determination

传统搜救任务规划方法为海上救援提供了一般性的解决方案,随着无人艇等智能设备应用于海上救援^[15],海上搜救任务规划也迎来了新的局面。参考海洋搜救过程中 AP98 模型原理:当风作用于海上遇险目标时,实际风压漂移矢量分解为顺风漂移矢量和垂直风压矢量两个部分^[16]。由此可知,遇险目标在风向作用下,产生了相应的角度偏转。即遇险目标在风向作用下产生了顺风漂移矢量和垂直风压漂移矢量,在其理论漂移位置处形成了较大包含概率的位置区域。鉴于此,依据理论分析的目标位置区域,选取边界节点,构建包络矩形搜救区域,搜救区域优化设计如图 4 所示。

本文立足 AP98 模型,提出搜救区域优化方案。根据顺风及垂直风压漂移矢量分析得到 3 个

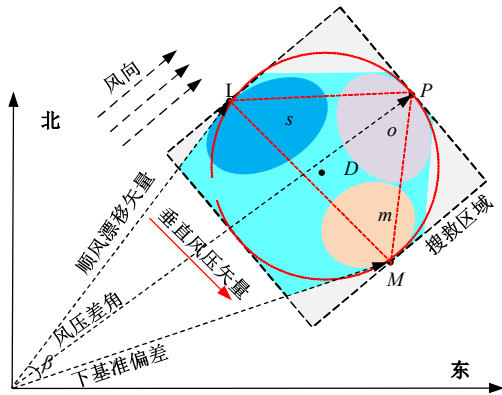


图 4 考虑基准偏差的搜救区域设计

Fig. 4 Search and rescue area considering deviation

椭圆形区域 s 、 m 、 o ，并依据其边界节点 L 、 M 、 P 选定搜寻基点 D ，构建包含 3 个椭圆形区域的最小正方形区域，作为搜救区域。结合包含概率分析，进一步优化海上搜救区域。

圆的外切正方形包含概率计算公式如下：

$$P_{\text{POC}} = 1 - e^{-\frac{R^2}{2}} \quad (9)$$

式中： R 为标准差下圆的半径。若圆形半径为一个标准差，则外切正方形边长为两个标准差。

在正方形中，其横纵坐标上的点表示概率为联合概率，即横坐标 x 和纵坐标 y 都满足正态分布，联合概率采用标准正态分布计算，如下式所示：

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (10)$$

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (11)$$

当 P_{POC} 等于 50% 时，解得 $R=1.18$ ，即当半径为 1.18 标准差时，圆的包含概率为 50%。同理，计算正方形的包含概率。其横坐标 x 在区间 $(-1.18, 1.18)$ 间的概率为 0.761，其纵坐标 y 在区间 $(-1.18, 1.18)$ 间的概率为 0.761，则其区域内的包含概率为 $0.761 \times 0.761 = 0.579$ 。根据文献[17]可知，当搜救区域内的圆形搜寻半径为 $3E$ 时，包含概率高于 99.8%。

分析图 4 搜救区域的包含概率，选取横纵坐标 x 、 y 区间为 $(-3E, 3E)$ ， x 、 y 分别选取 $-1.61E$ 、 $-0.69E$ 、 $0.85E$ 及 $-1.87E$ 、 $0.37E$ 、 $1.13E$ 、 $1.93E$ ，将搜寻区域分割，采用联合概率密度分析子区域内的包含概率，得到搜救正方形区域内包含概率分布示意图，如图 5 所示。

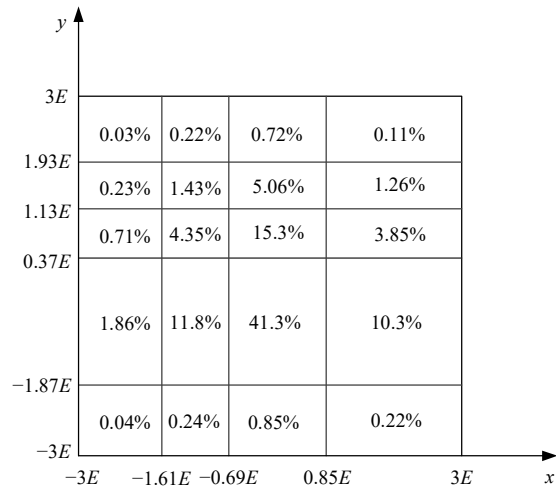


图 5 搜救正方形区域包含概率分布示意图

Fig. 5 Square area contains the probability

分析可知，分割子区域内包含概率不同。搜救区域优化的思路在于对子区域面积大、包含概率较小的区域进行合理缩小，搜救规划方案重点针对包含概率较大的区域。海上搜救区域优化达到以下两个目标：一方面保障搜救区域的包含概率，确保搜救成果；另一方面减少无人艇搜救任务量，提升搜救任务效能。

2 无人艇搜救任务航路规划模型

海上应急救援面临气象条件恶劣、救援距离遥远、搜救目标不明等情况，传统的搜救方法主要依赖人工力量，搜寻时间长、救援效率低。无人艇的应用能较好解决这一问题，搜救区域明确后，需要开展搜救任务的航路规划。

2.1 区域覆盖搜救航路规划

搜救方案立足搜救区域规划方案实施。航路规划的目标在于缩小不必要搜索范围，同时达到有效的区域覆盖。对搜救路线规划这类复杂系统性问题的建模，由于无人艇属性、固有能力及代价成本等因素制约，需对影响搜救任务方案的多重因素展开分析，构建搜救航路规划的数学模型。

针对瞬息万变救援态势和固有的搜救装备参数，规划模型重点考虑区域覆盖率、搜救时间、救援资源利用效率等因素。航路规划过程，对多个无人艇在移动和覆盖范围上视为具有同等能力，且无人艇参数满足区域内的搜救巡查需求。

针对搜救任务规划过程进行模型假设：①经过搜寻基点推算后，基点已知；②基本确定了待搜救海域区域；③天气及装备状况良好，船舶航行不

受限制。为了提高海上被动搜救任务的效率和准确性,对区域内的搜救航路进行规划,如图 6 所示。

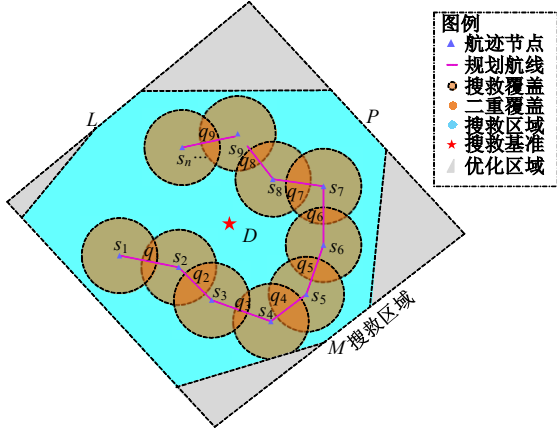


图 6 搜救航路规划示意图

Fig. 6 Search and rescue route planning

搜救覆盖率用于衡量无人艇搜救能力,定义为区域内搜救节点覆盖面积与整个搜救区域面积比值,采用式(12)描述:

$$P = \frac{\left(\sum_{n=1}^N S_n\right) \cap Z}{Z} \quad (12)$$

式中: Z 为海上目标搜救区域的面积; S_n 为航路中第 n 个节点的探测面积; N 为航路中的节点数目。针对不规则的海上搜救区域,无人艇探测面积定义为以 r 为半径的圆形图形,并将整个区域划分为等大小的小网格矩阵。在此基础上,当无人艇的探测面积占一个小网格矩阵面积的一半以上时,即视为该小网格被搜救设备探测覆盖。覆盖百分比表示为:

$$P = \frac{m}{M} \quad (13)$$

式中: m 为所占据网格数; M 为区域总网格数。

在搜救海域搜索过程中,将多个无人艇同时覆盖的巡视区域与搜救规划区域的比值,定义为区域搜救覆盖率,采用二重覆盖探测区域进行约束。二重覆盖率是指在区域覆盖搜索中,船舶对同一区域的覆盖需求被满足两次的比例,一定程度上反映了方案的有效性和搜救效率。如果二重覆盖率过高,则说明航路规划不合理,资源浪费,需要调整。如果二重覆盖率过低,则说明航路规划不够完善,可能存在大面积区域没有被完全覆盖的情况,需要对航路方案进行优化。定义二重覆盖率为:

$$Q = \frac{\sum_{w=1}^{N-1} q_w}{\left(\sum_{n=1}^N S_n\right) \cap Z} \quad (14)$$

式中: q_w 为对航路中第 w 个无人艇航路中的二重覆盖面积,即无人艇同时覆盖的搜救区域。一般情况下无人艇的搜救成功概率不会比二重数的搜救情景有明显增大^[18],因此,当无人艇在搜救区域超过二重时,不进行航路规划。

无人艇搜救资源约束:为了最大限度利用搜救装备资源,定义无人艇的能源消耗率 G :

$$G = \frac{\left(\sum_{n=1}^N S_n\right) + \left(\sum_{w=1}^{N-1} q_w\right)}{Z + \left(\sum_{n=1}^N S_n\right)} \quad (15)$$

航路 n 视为航路节点 N 的数学集合, $n = \{n_1, n_2, n_3, \dots\}$, 无人艇从初始位置出发依次通过节点,完成整个区域的搜索任务,该问题的关键在于搜救覆盖效能的最大化,即拥有最大的搜救覆盖率及较小的能源消耗率,结合上述分析确定了二重覆盖探测比重的合适范围,采用数学公式描述如下:

$$\max \frac{P(n) + Q(n)}{G(n)} \quad (16)$$

由此得到基于搜救覆盖率、二重覆盖探测区域、能源消耗率的区域覆盖搜救航路规划模型目标函数为:

$$E(n) = \frac{\gamma P(n) + \beta Q(n)}{\epsilon G(n)} \quad (17)$$

式中: γ, β, ϵ 为上述 3 种搜救参数比例权重,根据实际场景应用系统评价方法确定。

2.2 智能算法航路节点选取

海上被动无人搜救问题是采用无人艇进行的区域覆盖问题,本质上为多目标优化过程。无人搜救过程中涉及多个目标,例如最大化区域覆盖率、最小化任务时间等。实际应用中规划航路过程需要响应环境变化,搜索空间维度高,需要大量的计算资源。传统算法通常难以应对大规模、高维度的问题,难以找到最优解,智能优化算法具有快速收敛的能力,可在有限迭代次数内找到较好解,加速了问题求解过程。综上所述,使用智能优化算法处理无人艇区域覆盖问题能够克服传统算法局限,提高问题求解的速度和精度。因此,在无人艇区域覆盖问题中,使用智能优化算法能够快

速规划搜救航路方案。

Mirjalil 等^[19]提出的鲸鱼优化算法(Whale optimization algorithm, WOA)是一种新型的群体启发式智能算法,具有参数较少、原理简单、寻优能力强等优点。目前,WOA 算法不需要集中控制,其算法结构简单容易理解和实现,常应用于路径规划、无线传感器网络覆盖、数据预测等领域。针对海上搜救行动区域的覆盖问题,本文采用了鲸鱼智能算法,其参数设置少、调试简单的优势能够为搜救任务规划提供快速、便捷的解决方案。

2.2.1 鲸鱼优化算法原理

鲸鱼优化算法过程包含包围猎物、气泡网攻击、搜索猎物 3 个阶段。在原始的 WOA 中,在 j 维解空间中每个鲸鱼的位置采用如下公式描述:

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_j) \quad (18)$$

开始搜索的阶段,WOA 假设当前的最佳候选解为目标,座头鲸识别目标位置并将其缩小到一个较小区域。此后,定义最佳搜索代理,其他搜索代理更新自身的位置以靠近最佳搜索代理。位置更新过程通过以下公式表示:

$$\vec{D}_1 = \left| \vec{C} \cdot \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t) \right| \quad (19)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}_1 \quad (20)$$

式中: t 为迭代次数; $\vec{X}^*(t)$ 为当前最优解的位置向量; $\vec{X}(t)$ 为鲸鱼个体的位置向量; \vec{D}_1 为鲸鱼个体与猎物之间的距离; \vec{C} 与 \vec{A} 为系数向量,用于控制鲸鱼的游走方式,其计算过程如下所示:

$$\vec{A} = 2\vec{a} \cdot \vec{r}_1 - \vec{a} \quad (21)$$

$$\vec{C} = 2 \cdot \vec{r}_2 \quad (22)$$

$$\vec{a} = 2 - 2t/T_{\max} \quad (23)$$

式中: \vec{r}_1 与 \vec{r}_2 为 $[0,1]$ 之间的随机向量; \vec{a} 为控制参数; T_{\max} 为最大迭代次数。

$$\vec{D}_2 = \left| \vec{X}^*(t) - \vec{X}(t) \right| \quad (24)$$

$$X(t+1) = D_2 \cdot e^{b\gamma} \cdot \cos(2\pi\gamma) + \vec{X}^*(t) \quad (25)$$

式中: \vec{D}_2 为鲸鱼个体到猎物的距离; b 为控制对数螺旋形状的常数; γ 为 $[-1,1]$ 之间的随机数。

鲸鱼接近猎物时,其收缩包围和螺旋更新位置同时进行,为了更好模拟这一过程,假设鲸鱼各有 50% 概率进行收缩包围和螺旋位置更新,其数学模型如式(26)所示:

$$\vec{X}(t+1) = \begin{cases} \vec{X}^*(t) - \vec{A} \cdot \vec{D}_1, & p < 0.5 \\ \vec{D}_2 \cdot e^{b\gamma} \cdot \cos(2\pi\gamma) + \vec{X}^*(t), & p \geq 0.5 \end{cases} \quad (26)$$

式中: p 为 $[0,1]$ 之间的随机数。在此阶段鲸鱼种群进行全局搜索。当 $|\vec{A}| \geq 1$ 时,鲸鱼种群不再根据当前最优解进行位置更新,而是随机选择一条鲸鱼进行位置更新,目的是扩大搜索范围,提升寻优效果,搜索更新数学模型为:

$$\vec{D}_{\text{rand}} = \left| \vec{C} \cdot \vec{X}_{\text{rand}} - \vec{X}(t) \right| \quad (27)$$

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}_{\text{rand}} - \vec{A} \cdot \vec{D}_{\text{rand}} \quad (28)$$

式中: \vec{X}_{rand} 为从群体中随机选取的鲸鱼个体位置向量; \vec{D}_{rand} 为随机选取的鲸鱼个体到猎物距离。

2.2.2 鲸鱼优化算法流程

区域覆盖搜救航路规划是一个复杂的求解过程,在运用鲸鱼优化算法求解过程中需要结合已经定义的目标函数设计算法流程(见图 7),流程如下:

Step 1 使用鲸鱼优化算法进行优化求解前,先进行种群初始化。具体包括确定鲸鱼种群规模、最大迭代次数等算法参数,并设置合适 \vec{a} 、 \vec{C} 、 \vec{A} 的初始值。

Step 2 根据目标函数计算每个鲸鱼向量的适应度值,并选择适应度最小的向量作为当前的最优个体。

Step 3 每迭代一次,更新一次搜索代理的相关参数,当 $p < 0.5$ 且 $|\vec{A}| < 1$ 时,按照式(24)更新个体位置;当 $p < 0.5$ 且 $|\vec{A}| \geq 1$ 时,按照式(28)更新个体位置。

Step 4 当 $p \geq 0.5$ 时,按照式(26)更新个体的位置,计算其适应度值并更新当前最优解。

Step 5 若迭代次数达到最大值,即达到了 WOA 中循环部分的终止条件,则输出结果;否则,需返回到 Step 3,继续计算直至满足终止条件。

在进行航路规划时,选取合适的航路节点,能够实现高效区域覆盖。鲸鱼优化算法依据多种因素和条件来生成航路节点方案,规划搜索路线,旨在提升海上区域覆盖效率,减少航迹交叉和重叠,优化航路覆盖效果。

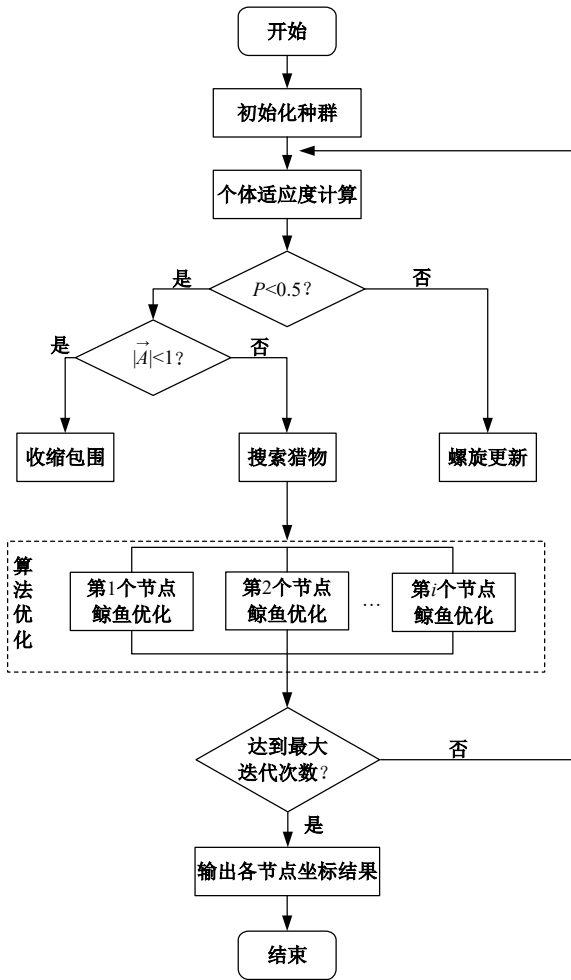


图 7 鲸鱼优化算法流程

Fig. 7 Flow chart whale optimization algorithm

2.3 海上搜救航迹优化分析

在开展搜救任务航路规划分析的过程中,搜救航路在某些转折位置出现了尖锐突兀的情况。尖锐突兀的转折航路会导致搜救设施的搜救效率降低、燃料消耗增加,同时增加安全风险。为解决这个问题,引入贝塞尔曲线对航路转折处进行平滑^[20]。贝塞尔曲线把几个端点作为控制点,移动控制点的位置改变贝塞尔曲线曲率。采用贝塞尔曲线近似生成平滑的覆盖路径,降低无人搜救设备加速度,同时加快设备平均速度以提升覆盖率,计算公式如下:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n C_n^i P_i (1-t)^{n-i} t^i \quad (29)$$

式中: n 为贝塞尔曲线的阶数; t 为控制变量,它的取值范围是 $[0, 1]$ 。本研究采用二阶贝塞尔曲线对航路转折处进行平滑处理,以满足航路在转折处平稳连续的需求,同时兼顾规划方案计算复杂度。

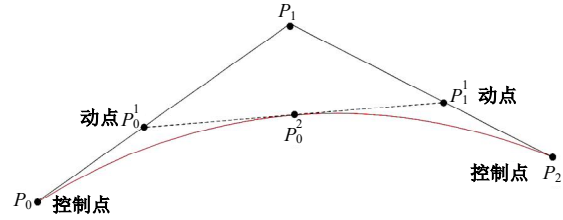


图 8 二阶贝塞尔曲线优化过程

Fig. 8 Second-order Bézier curve optimization

如图 8 所示,点 P_1 是目标航路中的一个转折路径点,点 P_0 和 P_2 是目标航路上的两个动点,移动点 P_0 和 P_2 可以控制对应二阶贝塞尔曲线的弯曲程度。为得到二阶贝塞尔曲线,分别在航路线段 P_0P_1 和 P_1P_2 上设置两个等比例动点 P_0^1 和 P_1^1 , 满足如下的比例关系:

$$\frac{P_0P_0^1}{P_0^1P_1} = \frac{P_1P_1^1}{P_1^1P_2} \quad (30)$$

在动点 P_0^1 从线段 P_0P_1 向 P_1 移动的同时,动点 P_1^1 也在线段 P_1P_2 向 P_2 移动,并且动点 P_0^2 的移动轨迹表现为一条光滑的曲线,且在线段 $P_0^1P_1^1$ 相切于点 P_0^2 。引入一个参数 t , t 在 $0 \sim 1$, 并把上式的比值设置为 $t/(1-t)$, 经过变换就可以得到:

$$\begin{cases} P_0^1 = (1-t)P_0 + tP_1 \\ P_1^1 = (1-t)P_1 + tP_2, t \in (0, 1) \\ P_0^2 = (1-t)P_0^1 + tP_1^1 \end{cases} \quad (31)$$

点 P_0^2 的坐标计算公式如下:

$$B(t) = P_0^2 = P_0(1-t)^2 + 2P_1t(1-t) + P_2t^2, t \in [0, 1] \quad (32)$$

当 $n=2$ 时, 上式中 t 从 0 逐渐增大到 1 的过程即为点 P_0^2 移动轨迹生成过程。采用二阶贝塞尔曲线优化搜救航迹, 能够减小规划过程中突兀尖锐路线对任务成功率的影响。

3 搜救任务航路规划方案决策优选

海上搜救航路规划方案的决策是为平衡多个任务因素间的影响, 在多种因素中进行平衡和取舍^[21], 如任务执行过程中的时间限制、资源约束、搜救效率等。搜救航路规划方案的评价指标通常是多元的, 典型的航路规划除了考虑搜救时间, 还需要满足方案准确度、方案有效性等决策需求。倘若在任务决策规划过程中, 只考虑单一指标的最优解通常会导致其他指标优化不充分, 而方案决策优选是分析影响方案实施效果各因素间的联系, 选取整体收益最大的规划方案。因此, 航路任务规划需要进行决策分析, 辅助决策者优选最优

的航路方案。规划方案决策优选技术路径如下:

(1)构建原始决策矩阵。定义航路规划任务方案集为 $A = \{A_1, A_2, \dots, A_o\}$, 影响因素集合为 $E = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$, 对每个航路规划任务方案的影响因素采用指标法评估衡量, 构建航路规划任务方案原始决策矩阵 U :

$$U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1p} \\ u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ u_{o1} & u_{o2} & \dots & u_{op} \end{bmatrix} \quad (33)$$

(2)为了消除各指标量纲对决策方案的影响, 对决策评价矩阵进行规范化处理。比重法是一种常用的规范化方法, 用于矩阵标准化。

$$v_{ij} = \frac{u_{ij}}{\sqrt{\sum_{j=1}^p u_{ij}^2}} \quad (34)$$

形成规范化决策矩阵 K :

$$K = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1p} \\ v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{o1} & v_{o2} & \dots & v_{op} \end{bmatrix} \quad (35)$$

(3)确定指标类型, 根据指标特点, 选择无量纲转化方法。例如, 对效益型指标, 取值越大越好; 对成本型指标, 取值越小越好; 而对中间型指标, 取某个特定值最好; 对区间型指标, 需要指标取值在某一特定区间内。例如, 航路覆盖效率高越好; 方案能源消耗越少越好; 算法运行时间越少越好。

采用下式计算中间型指标:

$$h = \max\{|u_i - u_{\text{best}}|\} \quad (36)$$

$$h' = 1 - \frac{|u_i - u_{\text{best}}|}{h} \quad (37)$$

对区间型指标, 定义出航路规划任务方案指标期望值与遗憾值的最佳区间 $[a, b]$, 采用下式计算:

$$F = \max\{a - \min\{u_i\}, \max\{u_i\}\} \quad (38)$$

$$F' = \begin{cases} 1 - \frac{a - u}{F}, & u < a \\ 1, & a \leq u \leq b \\ 1 - \frac{u - b}{F}, & u > b \end{cases} \quad (39)$$

(4)根据条件计算出最大值与最小值。在决策矩阵 S 的基础上构造基于比重法的规范化决策矩阵 S :

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ s_{o1} & s_{o2} & \dots & s_{op} \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$s_i^+ = \{\max_{1 \leq i \leq o} s_{ij} | i = 1, 2, \dots, o\}, j = 1, 2, \dots, p \quad (41)$$

$$s_i^- = \{\min_{1 \leq i \leq o} s_{ij} | i = 1, 2, \dots, o\}, j = 1, 2, \dots, p \quad (42)$$

(5)计算得出决策方案评价数值。采用欧氏范数计算分别得到决策方案与最大值及最小值的接近度:

$$W^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^p (s_{ij} - s_j^+)^2} \quad (43)$$

$$W^- = \sqrt{\sum_{j=1}^p (s_{ij} - s_j^-)^2} \quad (44)$$

采用与最大值的接近度作为航路任务规划方案的决策评价指标 S_c , 参照决策方案评价数值对排序进行优选。计算公式如下:

$$S_c = \frac{W^+}{W^- + W^+} \quad (45)$$

在算法运行时间、搜救区域包含概率和核心搜救区域航路节点数目 3 个属性的边界上确定正理想解和负理想解。通过计算任务方案与理想方案最大值的接近程度, 筛选出最优方案。

4 实验验证

20××年 5 月 20 日 12 时, A 市海上搜救中心通过接收报警信息, 在我国东部海域某锚地发生商船碰撞事故, 事故船舶受损后失联。根据事故信息开展搜救行动, 无人艇单元参与执行事故侦察、落水人员搜索等任务。

海上搜救中心启动应急预案, 派遣海运船舶高速航行至事故海域, 对事故海域进行区域警戒, 同时上传遇险船舶事故海域现场态势信息。依据现场事故态势, 确定搜救区域, 开展无人救援路线规划。在无人艇搜寻事故区域的过程中, 技术人员借助光电设备发现落水人员, 远程遥控无人艇抛投救生设施, 实现对落水人员的救助并带回。

结合国家海洋搜救信息平台对海域环境的实时监测数据, 获得海域内风场数据及海水温度数据如图 9、图 10 所示。

根据海域内的温度数据, 结合水温与生存时间的关联关系^[22], 落水人员在海水中的生存极限约为

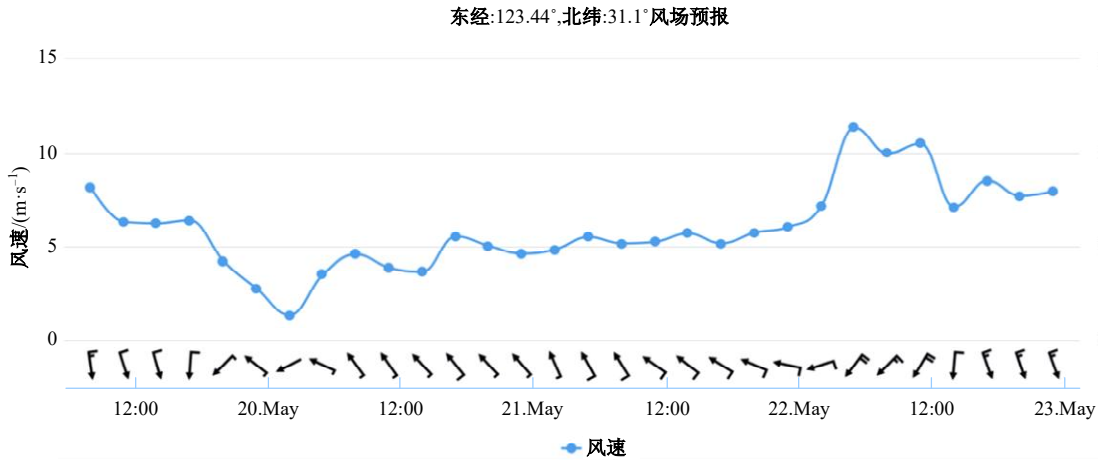


图 9 海域内风场数据信息

Fig. 9 Wind field data information in the sea

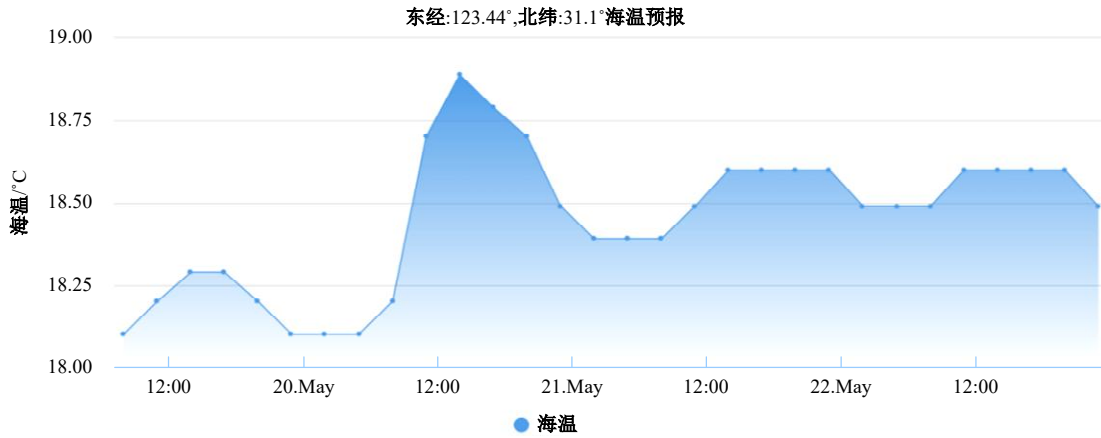


图 10 海域内温度数据信息

Fig. 10 Temperature data information in the sea

7 h,因此,需要快速规划搜救方案,执行搜救任务。

4.1 航路规划实验

鉴于船舶位置不确定、海洋气象环境等复杂因素,在待搜索海域内搜救遇险目标面临挑战。因此,如何快速、高效地开展海域覆盖搜救航路规划是任务实施的关键。

依据事故区域,开展仿真环境设计,模拟搜救区域范围为 90 n mile²,以报警信息中标记的船舶定位点作为目标搜寻基点,依据 1.2 节中搜救正方形区域内的包含概率分布情况进行搜救区域优化。规划过程中优先部署搜救力量,重点搜救包含概率较大的区域,对包含概率极小的区域进行优化。

参考救援无人艇参数进行仿真实验设计,其中无人艇排水量为 1 200 kg,其负载能力为 200 kg,最高速度为 26 kN,工作海况为 3 级,续航能力为 6 h,搜索半径为 8 n mile。根据 AHP 法得到目标

函数中 γ 、 β 、 ϵ 的权重,分别为 0.252 6、0.161 4、0.585 9。通过分析搜救区域面积及无人艇搜救半径,认定该态势条件下,航路节点数目理论设定值为 40。同时调整鲸鱼算法的种群规模以及迭代次数,综合分析其参数变化下的算法运行时间(见图 11)及搜救区域范围覆盖效率情况(见图 12)选定算法参数,其实验仿真结果如图 13 所示。

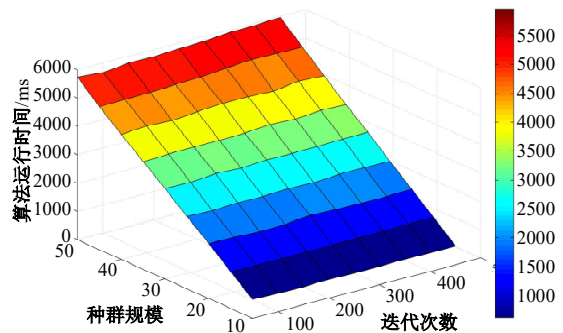


图 11 不同参数下的鲸鱼算法运行时间

Fig. 11 Algorithm runtime with different parameters

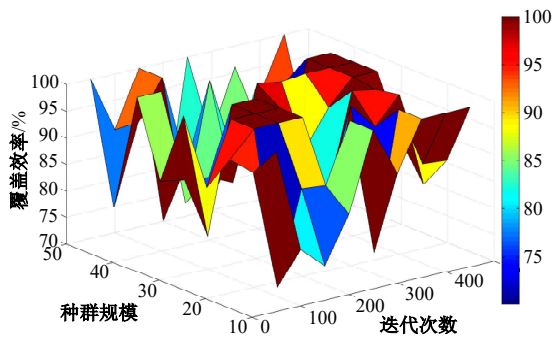


图 12 不同参数下的鲸鱼算法覆盖效率

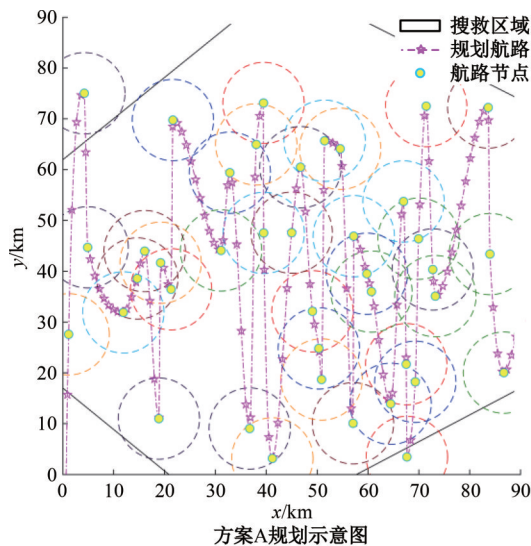
Fig. 12 Algorithm coverage with different parameters

通过对比可知,种群规模及迭代次数的增加,一定程度上造成了算法复杂度的提升,从而使运行时间延长。对覆盖效率的影响:在较小的种群规模及迭代次数下,难以搜寻到较优的解,从而使算法面临低效的局面。因此,为选择较好的算法参数,构建不同参数下的实验结果分析表,如表 1 所示。

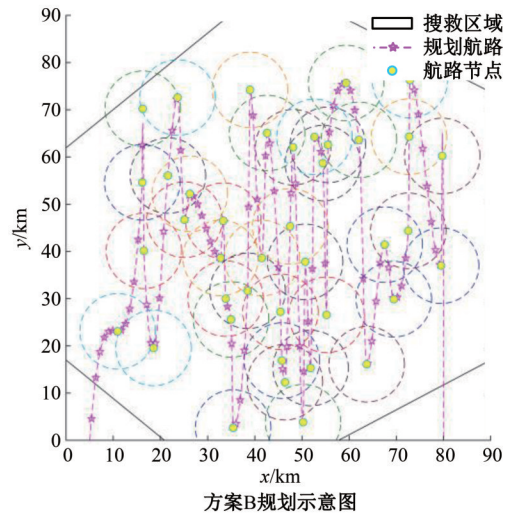
为确保优化算法的覆盖效率,同时兼顾算法运行时间,设定初始种群数目为 40,算法迭代次数为 100。依据任务想定构建无人艇搜救航路规划方案,共生成 6 种方案,其目标函数结果如图 14 所示。

不规则多边形表示优化后的搜救区域,依据搜救正方形区域包含概率分布构建,依据概率分布边界连线,优化包含概率极小区域,构建搜救区域如图 14 中所示。设定航路节点为 40,开展对于搜救区域覆盖的航路规划,同时借助二阶贝塞尔曲线优化方法,对规划航路进行优化。

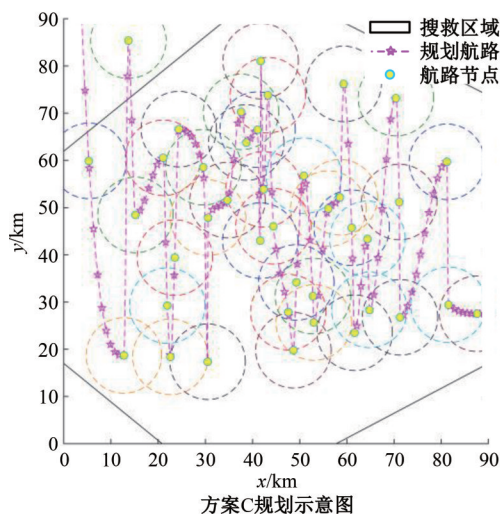
依据仿真结果可知,搜救规划方案基本满足了区域覆盖,但不同方案中航路节点分布有所不同,尤其针对概率较高的区域航路密集程度不同。结合前文中对包含概率的理论分析,对搜救范围(20.85, 17)(20.85, 61.95)(90, 61.95)及(90, 17)所构成的矩形区域,包含概率为 86.9%,设定矩形区域为核心搜索区域。搜救任务方案评价过



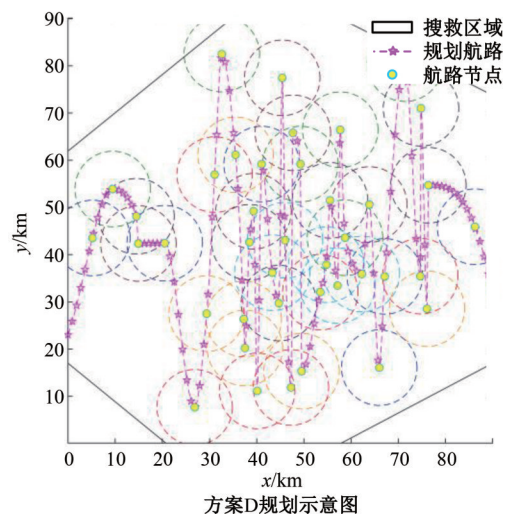
方案A规划示意图



方案B规划示意图



方案C规划示意图



方案D规划示意图

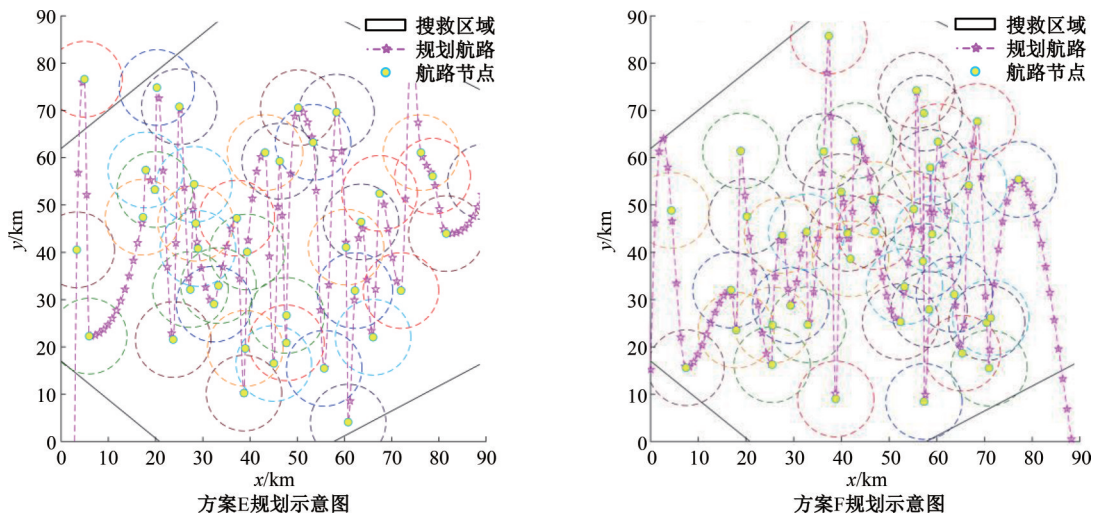


图 13 航路规划仿真结果

Fig. 13 Simulation Results of route planning

表 1 不同算法参数下的实验结果对比分析

Table 1 Experimental result comparison under different algorithm parameters

序号	种群规模	迭代次数	覆盖效率/%	算法时间/ms
1	10	50	82.10	781.08
2	10	100	85.96	1 411.06
3	10	150	86.61	2 017.34
4	25	50	96.30	759.24
5	25	100	96.25	1 419.60
6	25	150	96.28	2 279.33
7	40	50	98.96	775.24
8	40	100	99.14	1 444.98
9	40	150	99.53	2 110.78

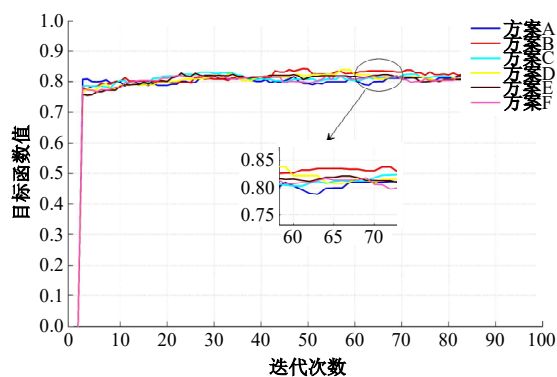


图 14 不同方案下的目标函数结果

Fig. 14 Objective functions of different schemes

程中,将区域范围内的航路节点分布设定为重要评估指标。该航路节点分布情况为下一阶段无人艇任务分配提供指导。

总之,本文方案能够在海上被动搜救任务中,快速划分搜救区域,本文算法能够生成多组航路方案,为无人设备搜救行动规划提供指导。

4.2 方案决策优选

根据航路规划实验结果,统计仿真结果数据,如表 2 所示。构建评价矩阵,对搜救方案在包含概率、算法时间核心区域航路节点数目等方面进行综合评估。

表 2 仿真结果统计

Table 2 Analysis of simulated data

方案	包含概率/%	目标函数值	算法时间/ms	核心区域航路节点
方案 A	96.89	0.820 9	6 237	20
方案 B	95.77	0.832 8	6 164	21
方案 C	95.31	0.819 2	6 582	28
方案 D	98.05	0.823 3	6 894	25
方案 E	96.92	0.815 6	6 091	24
方案 F	97.00	0.818 0	6 457	24

包含概率用于评价航迹方案是否能够有效覆盖搜救区域,在理论上能否满足任务需求。算法时间用于衡量任务规划算法性能。核心区域航路节点数目,用于衡量航路方案对搜救资源的分配情况,在后续研究中将搜救区域进一步细化,其航路节点数目作为多个无人艇协同任务的重要依据。

4.3 仿真结果分析

根据仿真结果数据以及方案决策优选技术路径,得到标准化矩阵为:

$$Z = \begin{bmatrix} 0.409 2 & 0.408 2 & 0.476 9 & 0 \\ 0.404 5 & 0.408 2 & 0.529 9 & 0.127 0 \\ 0.402 5 & 0.408 2 & 0.226 5 & 0.254 0 \\ 0.414 1 & 0.408 2 & 0 & 0.635 0 \\ 0.409 3 & 0.408 2 & 0.582 9 & 0.508 0 \\ 0.409 7 & 0.408 2 & 0.317 2 & 0.508 0 \end{bmatrix}$$

考虑研究过程中不规则搜救区域的航路规划方案,搜救目标函数包含了二重覆盖因素。因此,为了避免算法固有缺陷,即过拟合以及欠拟合的情况发生,将目标函数值定为区间型指标,区间为 $[0.8, 0.85]$ 。考虑搜救黄金时间的紧迫性,要求算法运行时间为极小型指标,即规划花费时间越短越好。对核心区域航路节点数目,采用矩形面积对搜救原型面积比值进行计算,考虑海况条件下其能力发挥受限,但至少要有60%的能力发挥,其最佳航路节点数目为25,设定其为中间型指标。

表3 方案决策分析

Table 3 Program decision analysis

方案	W ⁺ 距离	W ⁻ 距离	综合得分	方案排名
方案A	0.643 8	0.477 0	0.125 6	5
方案B	0.510 8	0.544 9	0.152 4	4
方案C	0.521 9	0.340 3	0.116 5	6
方案D	0.582 9	0.635 1	0.153 9	3
方案E	0.127 1	0.773 2	0.253 6	1
方案F	0.294 5	0.599 0	0.197 9	2

结合表2的仿真结果统计表和表3的方案决策分析,针对搜救任务规划方案进行评估分析。最终,筛选出了方案E和方案F,其中方案E的评分略高于方案F。从各评估指标得分的情况来看,方案F在搜救过程中的航路包含概率较高,但相对于方案E算法运行时间略长;而方案E与方案F对核心区域的航路节点规划都是24,较为合理。综合来看,各个方案都有利弊,但它们的终极目的都是在较短时间内对包含概率较大的搜救区域进行覆盖,尽可能在较短时间开展搜救航路规划。

根据前文分析可知,核心搜救区域其理论包含概率为86.9%。对核心搜救区域的航路节点最佳为25,依此设定搜救任务节点参数,为更好验证对海域内搜索方案,因此,实验设置任务节点数目为20、25、30,采用不同方法开展对搜索任务的规划,通过对比不同方法下的规划时间及覆盖效率指标进行对比分析。

对比文献[23][24]的技术思路,进行相关实验设计,文献[23]中对海上搜救问题,将搜救海域划分为若干小段,并采用平行线样式的航路规划对小段中区域进行覆盖搜索。此方案为经典的搜索规划方案,为保证对比实验的合理性,对其矩

形小段近似为无人艇搜索圆形区域的外接正方形,其长度为16 n mile,暂不考虑搜救线路转向时间,将其划分的航路规划小段数量依据搜救任务点数量进行设置。其矩形小段的规划分布模型采用随机规划,随机规划迭代次数为100次。

文献[24]中,采用遗传算法进行机器人区域覆盖的研究,即采用遗传算法求解机器人搜索覆盖路径的问题。为保持实验仿真环境参数统一,拟定搜救区域为想定仿真中的核心搜救矩形区域,由于遗传算法与鲸鱼优化算法同属于群智能算法,因此,实验设定与遗传算法相同的种群规模和迭代次数。设置遗传算法种群规模为20,迭代次数为100,交叉率为0.8,变异率为0.2。设定鲸鱼算法种群规模为20,迭代次数为100,A初始值为0.2,B初始值设定为1,C初始值设定为0.7。为更好验证搜救任务规划效果,将种群规模参照航路节点数目依次设定为25、30,其他参数保持不变,航路任务规划情况如图15、图16所示。

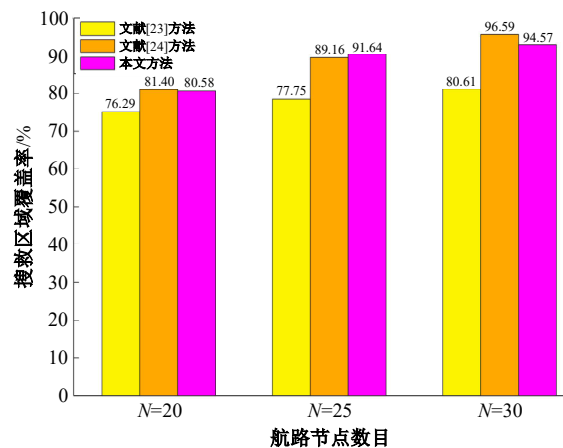


图15 不同方法下的航迹覆盖情况

Fig. 15 Track coverage under different methods

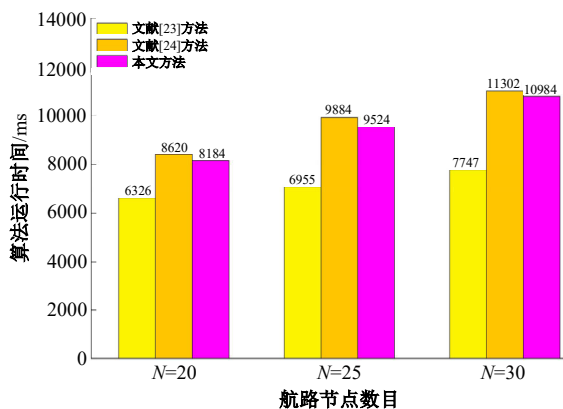


图16 不同方法下的算法运行时间

Fig. 16 Running time of different algorithms

通过对不同方法下的航路覆盖情况以及算法运行时间进行分析可知,文献[23]采用搜救区域随机划分的方法,实现对区域的搜救航路覆盖,但是对航路节点增加的情况,其随机规划下搜救覆盖率提升效果不够明显,存在一定程度的资源浪费现象。文献[24]中的遗传算法,对航路节点数增加的情况,其搜索区域覆盖率具有较大的提升,但是算法复杂度高,计算耗时增加较快,一定程度上影响了算法求解时间。本文算法在较小的种群规模下,能够得到较为理想的求解结果,随着航路节点数目的增加,算法运行时间也较为理想。相比于采用搜救区域随机划分的方法,本文方案在搜救航路覆盖规划上具有一定的优势。

搜救任务执行的过程中,航路节点的选取对搜救区域的覆盖率和算法运行时间具有显著影响,同时航路节点的有效规划也为下一步多个无人艇协同任务提供依据,下一阶段将在无人艇搜救任务随机性、任务点需求的不确定性风险^[25]方面开展研究。本文方法针对包含概率的搜救区域进行优化,进而采用智能算法来开展无人艇搜救任务航路规划,可在海上被动无人搜救方面取得更好的效果。

5 结论

(1)基于海上被动搜救过程,构建了适用于被动无人搜救任务的海上搜救区域规划流程方法,围绕目标位置概率密度分析,实现了海上遇险目标搜救区域优化。

(2)提出了一种基于航路节点的搜救规划模型,采用鲸鱼优化算法对航路节点进行优化选择。针对不规则搜救区域的覆盖效率、二重覆盖面积和搜救航路消耗成本等指标,构造目标函数并进行求解,生成了无人搜救任务航路方案。

(3)针对无人艇搜救方案决策优选,提出了搜救任务航路方案决策优选方法。综合考虑包含概率、算法运行时间、核心区域航路节点数目等关键指标,协助决策者优选规划方案。同时,与现有研究工作在搜救区域覆盖、算法运行时间等层面进行了实验对比,验证了本文搜救航路规划模型的适宜性与有效性。本文方法能够快速完成海上被动搜救区域规划及搜救航路优选,为无人艇协同搜救任务提供引导,可提升任务规划效率、缩短搜救时间。下一阶段研究,将进一步针对鲸鱼优化

算法进行优化和改进,以期在避免算法局部最优、缩短规划时间上取得更好的研究成果。

参考文献:

- [1] 孙万, 柳堤, 李政. 我国海上人命救助现状、问题和对策初探[J]. 今日科苑, 2021(7): 26-32.
Sun Wan, Liu Di, Li Zheng. Preliminary study on current status, problems, and potential innovations of maritime life salvage in China[J]. Modern Science, 2021(7): 26-32.
- [2] 朱崑, 牟林, 王道胜, 等. 海上搜救辅助决策技术研究进展[J]. 应用海洋学学报, 2019, 38(3): 440-449.
Zhu Kui, Mou Lin, Wang Dao-sheng, et al. Advance in maritime search and rescue decision support techniques[J]. Journal of Applied Oceanography, 2019, 38(3): 440-449.
- [3] 王秀玲, 尹勇, 赵延杰, 等. 无人艇海上搜救路径规划技术综述[J]. 船舶工程, 2023, 45(4): 50-57.
Wang Xiu-ling, Yin Yong, Zhao Yan-jie, et al. Overview of USV maritime search and rescue path planning technology[J]. Ship Engineering, 2023, 45(4): 50-57.
- [4] 李宁, 张强. 基于北斗系统的海上应急救援系统的研究[J]. 中国海事, 2019(7): 49-51.
Li Ning, Zhang Qiang. On the emergent maritime search and rescue system based on the Beidou System [J]. China Maritime Safety, 2019(7): 49-51.
- [5] 陈天德, 黄炎炎, 沈炜. 基于虚拟障碍物法的无震荡航路规划[J]. 兵工学报, 2019, 40(3): 651-658.
Chen Tian-de, Huang Yan-yan, Shen Wei. Non-oscillation path planning based on virtual obstacle method[J]. Acta Armamentarii, 2019, 40(3): 651-658.
- [6] Jiang T, Lin D, Song T. Finite-time control for small-scale unmanned helicopter with disturbances [J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 96: 1747-1763.
- [7] Melsom A, Counillon F, La Casce J H, et al. Forecasting search areas using ensemble ocean circulation modeling[J]. Ocean Dynamics, 2012, 62: 1245-1257.
- [8] Cho S W, Park H J, Lee H, et al. Coverage path planning for multiple unmanned aerial vehicles in maritime search and rescue operations[J]. Computers & Industrial Engineering, 2021, 161: No. 107612.
- [9] Ai B, Jia M, Xu H, et al. Coverage path planning for maritime search and rescue using reinforcement learning[J]. Ocean Engineering, 2021, 241: No. 110098.

- [10] Larson J, Bruch M, Ebken J. Autonomous navigation and obstacle avoidance for unmanned surface vehicles[C]//Unmanned Systems Technology VIII, Orlando, USA, 2006, 6230: 53-64.
- [11] Campbell S, Naeem W, Irwin G W. A review on improving the autonomy of unmanned surface vehicles through intelligent collision avoidance manoeuvres[J]. Annual Reviews in Control, 2012, 36(2): 267-283.
- [12] 熊勇, 余嘉俊, 张加, 等. 无人艇研究进展及发展方向[J]. 船舶工程, 2020, 42(2): 12-19.
Xiong Yong, Yu Jia-jun, Zhang Jia, et al. Research progress and development direction of unmanned boat [J]. Ship Engineering, 2020, 42(2): 12-19.
- [13] 王浩亮, 尹晨阳, 卢丽宇, 等. 面向海上搜救的 UAV 与 USV 集群协同路径跟踪控制[J]. 中国舰船研究, 2022, 17(5): 157-165.
Wang Hao-liang, Yin Chen-yang, Lu Li-yu, et al. Cooperative path following control of UAV and USV cluster for maritime search and rescue[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2022, 17(5): 157-165.
- [14] Nash L, Hover G L, Burns R E. Additional analysis of probability of detection(POD) in search and rescue (SAR) project data[R]. New London: Analysis and Technology, 1982.
- [15] 李家林, 张建强, 李春来. 基于优化人工势场法的无人艇局部路径规划[J]. 舰船科学技术, 2022, 44(16): 69-73.
Li Jia-lin, Zhang Jian-Qiang, Li Chun-lai. Local path planning of unmanned boat based on optimized artificial potential field method[J]. Ship Science and Technology, 2022, 44(16): 69-73.
- [16] Breivik Ø, Allen A A, Maisondieu C, et al. Wind-induced drift of objects at sea: the leeway field method [J]. Applied Ocean Research, 2011, 33(2): 100-109.
- [17] 王军, 于安民, 杨春林. 海上搜寻船舶选择问题研究[J]. 重庆交通大学学报:自然科学版, 2021, 40(3): 7-15.
Wang Jun, Yu An-min, Yang Chun-lin. Selection problem of search ship at sea[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2021, 40(3): 7-14.
- [18] 李鸿一, 陈锦涛, 任鸿儒, 等. 基于随机采样的高层消防无人机协同搜索规划[J]. 中国科学: 信息科学, 2022, 52(9): 1610-1626.
Li Hong-yi, Chen Jin-tao, Ren Hong-ru, et al. Random-sampling-based multi-UAV cooperative search planning for high-rise firefighting[J]. Science in China(Information Sciences), 2022, 52(9): 1610-1626.
- [19] Mirjalili S, Lewis A. The whale optimization algorithm[J]. Advances in Engineering Software, 2016, 95: 51-67.
- [20] 周寅飞, 张立华, 贾帅东, 等. 最大可航窗口序列约束贝塞尔曲线的无人船自主航行航线规划方法[J]. 武汉大学学报: 信息科学版, 2024, 49(7): 1224-1236.
Zhou Yin-fei, Zhang Li-hua, Jia Shuai-dong, et al. Autonomous navigation route planning method of unmanned ship based on besse curves constrained by maximum navigable window sequence[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2024, 49(7): 1224-1236.
- [21] 王晓光, 何晓夫, 武学祺. 基于多属性折中决策的空面制导弹药配置方案评价与优选[J]. 弹箭与制导学报, 2019, 39(1): 139-142.
Wang Xiao-guang, He Xiao-fu, Wu Xue-qi. Function evaluation and optimal selection of air-surface guided ammunition configuration based on VIKOR [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2019, 39(1): 139-142.
- [22] 袁书泽. 海难人命救助的有效时限初步探讨[J]. 中国医药科学, 2011, 11(1): 146, 149.
Yuan Shu-ze. Preliminary discussion on the effective time limit of life-saving disaster relief[J]. China Medicine and Pharmacy, 2011, 11(1): 146, 149.
- [23] 任东彦. 海上搜救力量配置问题研究[J]. 舰船电子工程, 2022, 42(1): 19-22.
Ren Dong-yan. Research on configuration of search and rescue forces at sea[J]. Ship Electronic Engineering, 2022, 42(1): 19-22.
- [24] 罗志远, 丰硕, 刘小峰, 等. 一种基于分步遗传算法的多无人清洁车区域覆盖路径规划方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2020, 34(8): 43-50.
Luo Zhi-yuan, Feng Shuo, Liu Xiao-feng, et al. Method of area coverage path planning of multi-unmanned cleaning vehicles based on step by step genetic algorithm[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrumentation, 2020, 34(8): 43-50.