

# 基于无量纲格式的轮胎侧倾侧偏力学特性预测

卢 荡, 索艳茹, 孙宇航, 吴海东

(吉林大学汽车仿真与控制国家重点实验室, 长春 130022)

**摘要:**为提高轮胎虚拟送样的效率,缩短整车开发周期,本文将侧倾侧偏复合时的侧向变形进行解耦,提出了将侧倾等效为载荷的方法,建立了纯侧偏的无量纲格式,实现了基于无量纲格式的轮胎侧倾侧偏预测。该预测方法的主要优点为实现了侧倾侧偏力学特性表达的降维,利用纯侧倾及纯侧偏输入获取两者复合的力学特性。最后,将无量纲预测流程用于UniTire模型,对预测效果进行了验证。

**关键词:**车辆工程;轮胎;UniTire预测模型;侧倾;侧偏;无量纲

**中图分类号:**U461.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1671-5497(2025)05-1516-09

**DOI:**10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20230858

## Estimation of tire camber and sideslip combined mechanical characteristics based on dimensionless expression

LU Dang, SUO Yan-ru, SUN Yu-hang, WU Hai-dong

(State Key Laboratory of Automotive Simulation and Control, Jilin University, Changchun 130022, China)

**Abstract:** In order to improve the efficiency of tire virtual optimizing and shorten the vehicle development cycle, this paper decouples the lateral deformation of the tire camber and sideslip combined situation, and proposes a method of equating the camber as a load function. A dimensionless expression format for pure sideslip is established, and the estimation of tire camber and sideslip combined mechanical characteristics is achieved. The main advantage of this estimation method is that it realizes the dimensionality reduction in the expression of the camber and sideslip combined situation, and uses the input of the pure camber and pure sideslip to obtain the coupled mechanical characteristics of the two. Finally, the dimensionless estimation process is used in the UniTire model to verify its effect.

**Key words:** vehicle engineering; tire; UniTire estimation model; camber; sideslip; dimensionless

收稿日期:2023-08-14.

基金项目:科技部国家重点研发计划项目(2022YFB3206602).

作者简介:卢荡(1972-)男,教授,博士.研究方向:轮胎动力学,车辆动力学,先进底盘控制.E-mail:ludang@jlu.edu.cn

通信作者:吴海东(1978-),男,副教授,博士.研究方向:轮胎高频动态特性,先进底盘控制,整车硬件在环仿真.

E-mail:wuhd@jlu.edu.cn

## 0 引言

汽车产业正在经历一场巨大变革,新能源汽车渗透范围不断扩大,智能化、网联化技术持续向纵深发展<sup>[1,2]</sup>。为满足快速迭代的消费需求,新车型推出频率越来越快,车企大量应用仿真模拟技术,以缩短新车研发周期<sup>[3-5]</sup>。轮胎虚拟送样基于有限元技术进行原型设计,通过有限元仿真结果建立轮胎半经验模型,参与整车研发。与传统物理送样相比,虚拟送样能够在早期参与汽车研发,且免去了物理样胎试错过程,能有效节省时间和成本<sup>[6]</sup>。

轮胎侧偏特性是车辆操纵稳定性研究的基础<sup>[7-9]</sup>。影响侧偏特性的因素很多,如轮胎规格、带束、胎面设计等,对给定轮胎、载荷和充气压力的影响不可忽略,侧倾也是重要因素<sup>[10]</sup>。当侧倾、侧偏、载荷等输入互相复合时,有限元真工况数目繁多,且轮胎为多层异性结构,材料非线性和几何非线性变化导致使用隐式算法仿真时,不同输入复合易发生网格几何形状和纵横比的剧烈变化,使仿真速度变慢,甚至引发收敛性问题,导致仿真失败<sup>[11]</sup>。

Magic formula (MF)模型是目前应用范围最广的经验模型,由沃尔沃集团的Bakker、Nyborg和代尔夫特理工大学的Pacejka在1987年共同提出<sup>[12]</sup>。历经30余年发展,当前的MF模型侧倾侧偏复合工况由一个耦合公式表达,需要从复合工况数据中获取模型参数<sup>[13]</sup>。UniTire轮胎模型是统一的半经验模型,可用于复杂运动输入下的车辆动力学仿真与控制,由郭孔辉教授建立<sup>[14]</sup>。当前的UniTire模型在表达侧倾侧偏复合力学特性时,也将模型参数表示为两者复合的影响,要辨识相应的复合数据获取参数值。当提到理论模型,刷子模型始终是形式简单但表达深刻的代表,其来源于经典接触力学理论的简化版本<sup>[15]</sup>,基本思想是不考虑胎宽,将胎体视为刚性结构,胎面视为均布在胎体周围的弹性刷毛。刷子模型对纯侧倾、纯侧偏和两者复合力学特性的表达,都在相对微观的数学层面,未给出可应用于半经验模型预测的定量指导<sup>[16]</sup>。

因此,本文提出一种基于无量纲格式、使用纯侧倾和纯侧偏预测两者复合工况力学特性的方法,旨在实现侧倾侧偏复合力学特性的解耦,提高轮胎虚拟送样的有限元仿真效率,缩短整车开发

周期。首先,基于刷子模型理论,提出了将侧倾等效为载荷的预测方法,并推导侧偏力学特性的无量纲格式,建立基于无量纲格式的预测方法。其次,进行了基于变摩擦刷子模型的方法验证,通过假定接地印迹内摩擦因数为与滑移速度相关的定值,实现了动摩擦因数下的无量纲表达统一。再次,通过考虑接地压力分布特点时边界条件的统一,对回正力矩预测方法进行了修正。最后,将预测方法拓展应用至UniTire模型,验证了预测效果。

## 1 预测方法及流程

### 1.1 侧倾等效为载荷的预测方法

侧倾侧偏复合时,其侧向变形可用图1所示的刷子模型表示,纯侧偏时侧向变形边界 $y_\alpha$ ,侧倾胎体侧向初始位置 $y_\gamma$ 和侧倾侧偏复合时侧向变形边界 $y_{\alpha\gamma}$ 的关系满足:

$$|y_{\alpha\gamma}| = |y_\alpha| - \text{sgn}(\alpha) \text{sgn}(\gamma) |y_\gamma| \quad (1)$$

式中: $\alpha$ 为侧偏角; $\gamma$ 为侧倾角。

纯侧偏时侧向变形边界 $y_\alpha$ 所能产生的侧向分布力为:

$$F_{y\alpha}(\sigma) = \mu F_z / (2a) \eta(\sigma) \quad (2)$$

式中: $\mu$ 为摩擦因数; $\eta(\sigma)$ 为接力压力分布函数; $\sigma$ 为归一化接地印迹坐标。

纯侧倾时侧向变形边界能产生的侧向力分布为:

$$F_{y\gamma}(\sigma) = F_{yy} / (2a) \epsilon(\sigma) \quad (3)$$

式中: $F_{yy}$ 为侧倾侧向力; $\epsilon(\sigma)$ 为 $F_{yy}$ 的分布函数,通常用抛物线形式描述,记为 $3/2(1 - \sigma^2)$ 。

则边界 $y_{\alpha\gamma}$ 能产生的侧向力 $F_{y\alpha\gamma}(\sigma)$ 为式(2)

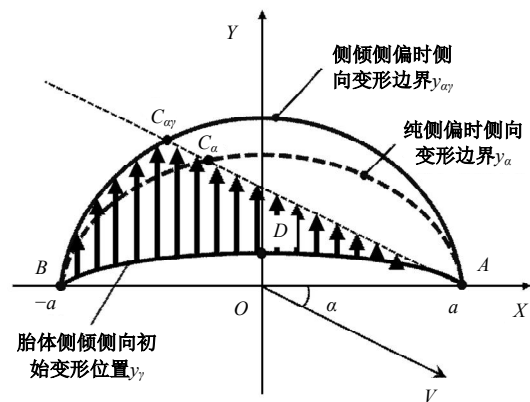


图1 基于刷子模型的侧倾侧偏侧向变形  
Fig. 1 Camber and sideslip combined lateral deformation based on brush model

与(3)之和。

当接地压力分布  $\eta(\sigma)$  为抛物线形式时,有:

$$F_{y\alpha}(\sigma) = \mu/(2a)\eta(\sigma)(F_z + \text{sgn}(\alpha) F_{y\gamma}/\mu) \quad (4)$$

与式(2)相比,式(4)等效于不同载荷下的纯侧偏侧向变形边界所能产生的侧向力,此载荷由实际载荷与侧倾等效成的载荷叠加得来,表示为:

$$F_{ze} = F_z + \text{sgn}(\alpha) F_{y\gamma}/\mu \quad (5)$$

因此,侧倾和侧偏复合时的侧向力可看作由图 2(a)所示的受侧倾影响的侧偏侧向力  $F_{y\alpha\text{coup}}$  与图 2(b)所示的纯侧倾侧向力相加得到,其中  $F_{y\alpha\text{coup}}$  通过将  $F_z$  替换为  $F_{ze}$  获得。侧偏回正力矩表达为侧向力与回正力臂(记为  $D_{\alpha\text{coup}}$ )相乘的形式,由图 2(a)可知,等效载荷的使用同时适用于回正力臂预测。

### 1.2 基于纯侧偏特性无量纲格式的预测流程

1.1 小节中的预测方法基于刷子模型提出,关键在于图 2(a)所示的侧向力和回正力矩预测。其本质是一种变载荷下的纯侧偏格式,预测关键

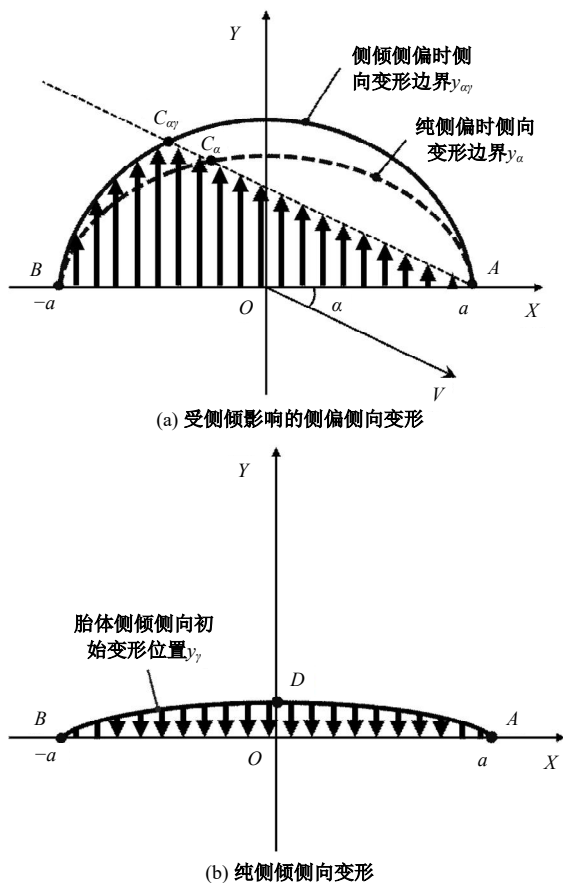


图 2 预测方法侧向变形组成

Fig. 2 Estimation method lateral deformation composition

在于通过纯侧偏特性的力学表达式计算  $F_{y\alpha\text{coup}}$  和  $D_{\alpha\text{coup}}$ 。

无量纲格式能实现复杂方程的降维,并完成关键信息的参数化。纯侧偏力学特性的无量纲格式具有通用性,是连接刷子模型机理和实用模型应用的桥梁,因此,本小节将推导基于纯侧偏特性无量纲格式的预测流程。

#### 1.2.1 纯侧偏特性无量纲格式引出

由文献[16]中提到的经典刷子模型理论可知侧偏刚度  $K_{y\alpha} = 2a^2 k_{iy}$ , 记  $\phi_y = K_{y\alpha} S_y / (\mu F)$ , 其中  $S_y = -\tan(\alpha)$ , 表示侧向滑移率, 则侧向力和回正力矩分别表达为:

$$F_{y\alpha} = \mu F_z \left( \text{sgn}(S_y) \int_{-1}^{\sigma_c} \frac{\eta(\sigma)}{2} d\sigma + \int_{\sigma_c}^1 \phi_y \frac{1-\sigma}{2} d\sigma \right) \quad (6)$$

$$M_{z\alpha} = \mu F_z \left( \text{sgn}(S_y) \int_{-1}^{\sigma_c} \eta(\sigma) / 2 a \sigma d\sigma + \int_{\sigma_c}^1 a \phi_y (1-\sigma) / 2 \sigma d\sigma \right) \quad (7)$$

定义纯侧偏无量纲侧向力  $\bar{F}_{y\alpha} = F_{y\alpha} / \mu F_z$ , 无量纲回正力矩  $\bar{M}_{z\alpha} = M_{z\alpha} / \mu F_z (a/3)$ , 则有:

$$\begin{cases} \bar{F}_{y\alpha} = \text{sgn}(S_y) \frac{m_0(\sigma_c)}{2} + \frac{1}{4} \phi_y (1-\sigma_c)^2 \\ \bar{M}_{z\alpha} = \text{sgn}(S_y) \frac{3m_1(\sigma_c)}{2} + \frac{1}{4} \phi_y (1-\sigma_c)^2 (2\sigma_c + 1) \end{cases} \quad (8)$$

无量纲回正力臂为:

$$\bar{D}_\alpha = \begin{cases} \bar{M}_{z\alpha} / \bar{F}_{y\alpha}, F_{y\alpha} \neq 0 \\ -1, F_{y\alpha} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $m_0(\sigma_c)$  为滑移区关于接地印迹中心的零阶距;  $m_1(\sigma_c)$  为一阶距, 分别表示为:

$$\begin{cases} m_0(\sigma_c) = \int_{-1}^{\sigma_c} \eta(\sigma) d\sigma \\ m_1(\sigma_c) = \int_{-1}^{\sigma_c} \eta(\sigma) \sigma d\sigma \end{cases} \quad (10)$$

刷毛起滑条件为:

$$\eta(\sigma_c) / (1-\sigma_c) \text{sgn}(S_y) = \phi_y, \quad (-1 \leq \sigma_c \leq 1) \quad (11)$$

即无量纲表达为  $\phi_y$  的函数, 同时受接地印迹内载荷分布形式影响。

#### 1.2.2 受侧倾影响的侧偏力学特性预测流程

使用无量纲格式, 基于刚度区和摩擦特性已

知的假设,即:

$$\begin{cases} K_{y_{acoup}} = K_{y_{ay}} \\ K_{m_{acoup}} = K_{m_{ay}} \\ \mu_{y_{acoup}} = \mu_{y_{ay}} \end{cases} \quad (12)$$

式中: $K_{y_{acoup}}$ 、 $K_{m_{acoup}}$ 和 $\mu_{y_{acoup}}$ 分别为受侧倾影响的侧偏刚度、回正刚度和摩擦因数; $K_{y_{ay}}$ 、 $K_{m_{ay}}$ 和 $\mu_{y_{ay}}$ 分别表示相应侧倾侧偏复合工况下的结果。

侧向力预测步骤如下:

(1) 基于纯侧偏侧向力,辨识得到纯侧偏工况下侧向力的无量纲表达式。

(2) 基于纯侧倾侧向力,用式(5)计算 $F_{ze}$ 。

(3) 将 $F_{ze}$ 分别代入式(8)(11),计算考虑侧倾影响的侧偏侧向力:

$$\phi_{y_{acoup}} = K_{y_{ay}} S_y / (\mu_{y_{ay}} F_{ze}) \quad (13)$$

$$\eta(\sigma_c) / (1 - \sigma_c \operatorname{sgn}(S_y)) = \phi_{y_{acoup}}, \quad (-1 \leq \sigma_c \leq 1) \quad (14)$$

$$F_{y_{acoup}} = \mu_{y_{ay}} F_{ze} \bar{F}_{y_{\alpha}}(\phi_{y_{acoup}}) = \mu_{y_{ay}} F_{ze} \left( \frac{1}{2} \operatorname{sgn}(S_y) m_0(\sigma_c) + \frac{1}{4} \phi_{y_{acoup}} (1 - \sigma_c)^2 \right) \quad (15)$$

回正力臂预测步骤如下:

(1) 将 $F_{ze}$ 代入式(8)(9)计算得到受侧倾影响的无量纲回正力臂 $\bar{D}_{\alpha}(\phi_{y_{acoup}})$ 。

(2) 将 $\bar{D}_{\alpha}(\phi_{y_{acoup}})$ 与 $a/3$ 相乘,得到回正力臂 $D_{acoup}$ ,其中 $a/3 = K_{m_{ay}}/K_{y_{ay}} = K_{m_{acoup}}/K_{y_{acoup}}$ ,即:

$$D_{acoup} = \bar{D}_{\alpha}(\phi_{y_{acoup}}) \frac{K_{m_{ay}}}{K_{y_{ay}}} \quad (16)$$

受侧倾影响的回正力矩为:

$$M_{z_{acoup}} = F_{y_{acoup}} D_{acoup} \quad (17)$$

## 2 基于变摩擦刷子模型的方法验证

由式(4)(5)可知使用静摩擦的预测与计算值相等,故本节仅对使用考虑动摩擦的变摩擦刷子模型预测效果进行验证。

根据 1.2 小节所述预测步骤,以负侧倾(取 $F_{yy} = 2000 \text{ N}$ )与负侧偏耦合为例,使用表 1 所示的模型输入参数,计算动摩擦因数下侧向力和回正力矩的预测结果,其中侧向力预测值由 $F_{y_{acoup}}$

表 1 模型输入参数

Table 1 Model input parameters

$F_z/\text{N}$	$a/\text{mm}$	$k_{ty}/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	$\mu$
6 000	122	2 890 000	1.0

和 $F_{yy}$ 相加得到。采用式(18)所示的形式表达滑移速度对摩擦因数的影响,其中 $\mu_0$ 为静摩擦, $\Delta\mu(v_{sy})$ 为受轮胎侧向滑移速度 $v_{sy}$ 影响的动摩擦与静摩擦的差值。

$$\mu_d = \mu_0 - \Delta\mu(v_{sy}) \quad (18)$$

刷毛达到静摩擦工况下变形极限后滑移,滑移后的侧向力使用动摩擦计算得到,导致无量纲侧向力和回正力矩不再是 $\phi_y$ 作为唯一输入的函数,记 $\phi_y = K_y S_y / \mu_d F_z$ ,式(11)变为:

$$\frac{\eta(\sigma_c)}{1 - \sigma_c} \operatorname{sgn}(S_y) = \phi_y \frac{\mu_d}{\mu_0}, \quad -1 \leq \sigma_c \leq 1 \quad (19)$$

该变化在刷子模型表达中易于实现,但更改破坏了无量纲表达的自变量唯一性,需进行统一:假定接地印迹内摩擦因数为定值,该定值是侧向滑移速度的函数。此时式(19)可还原回式(11)的表达形式,即无量纲侧向力和回正力矩仍然是 $\phi_y$ 作为唯一输入的函数,但 $\phi_y$ 中的摩擦因数变为动摩擦。

图 3 以正侧倾与负侧偏耦合为例,展示了考虑动摩擦时侧倾等效载荷计算的边界条件。 $y_{as}$ 和 $y_{ad}$ 分别为纯侧偏时静摩擦和动摩擦变形边界, $y_{ays}$ 和 $y_{ayd}$ 分别表示相应复合工况下的结果。刷毛全滑时:

$$\mu_d F_z = \mu_d (F_z + \Delta F_z) - |F_{yy}| \quad (20)$$

故 $|F_{yy}|/\mu_d = \Delta F_z$ ,考虑动摩擦的侧倾等效载荷应通过侧倾侧向力除以动摩擦因数获取。

建立动摩擦因数经验表达如下:

$$\mu_d = \mu_0 - 0.25 + 0.25\mu_0 \operatorname{sech}(V \sin \alpha) \quad (21)$$

式中: $\mu_0$ 为静摩擦值; $V$ 为轮胎行驶速度,取 $16.67 \text{ m/s}$ 。

预测结果如图 4 所示,可知动摩擦工况下对式(19)的统一有效解决了无量纲表达自变量不唯

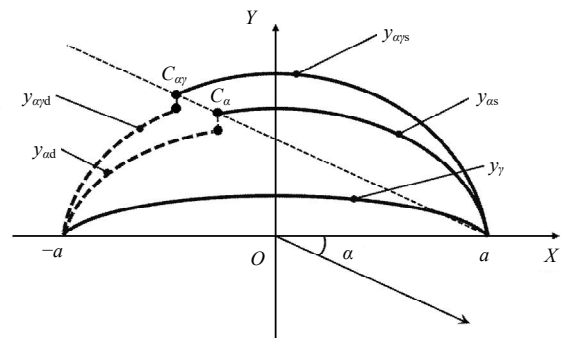


图 3 考虑动摩擦的侧倾等效载荷计算

Fig. 3 Calculation of  $F_{zc}$  considering dynamic friction

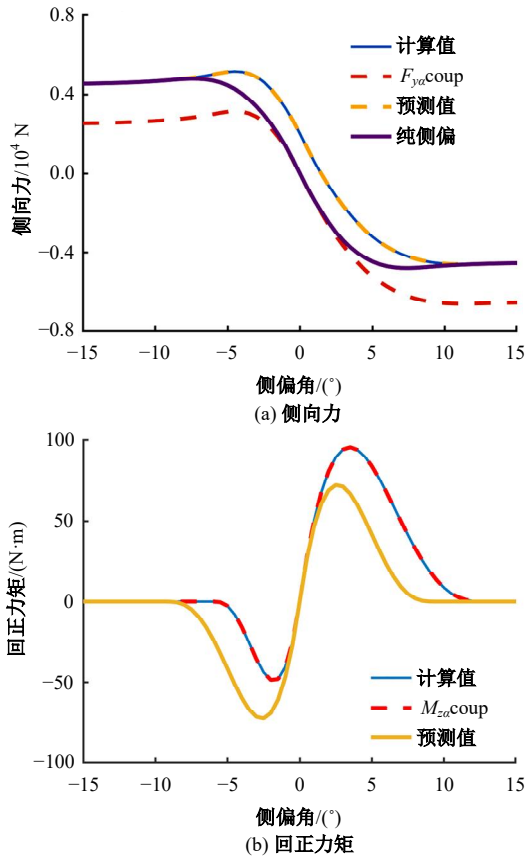


图 4 动摩擦系数预测结果

Fig. 4 Dynamic friction coefficient estimation result

一的问题,预测结果与刷子模型计算结果一致。

### 3 回正力矩预测方法的修正

对称的抛物线形式载荷分布假设,主要表达轮胎承受小载荷时的特点,忽略了滚动阻力影响。载荷较大时,压力分布更为复杂,引用三因子无量纲压力分布统一表达式<sup>[17]</sup>,探究典型载荷分布形式下的预测效果,如图 5 所示,接地压力分布表达如下:

$$\eta(\sigma) = A(1 - \sigma^{2n})(1 + \lambda\sigma^{2n})(1 - B\sigma) \quad (22)$$

$$A = \frac{(2n + 1)(4n + 1)}{2n(4n + 1 + \lambda)} \quad (23)$$

$$B = -\frac{3(2n + 3)\Delta}{2n + 1} \frac{\Delta}{a} \quad (24)$$

式中:参数  $n$  对压力分布的均匀性有很大影响,称为压力分布的均匀性因子;参数  $\lambda$  对载荷分布曲线的凸凹性有很大影响,称为压力分布的凸凹性因子; $\Delta/a$  影响压力的偏布,因此,称其为偏布因子。

常见子午线轮胎的接地压力分布函数接近于上式中取  $n = 2, \lambda = 1, \Delta/a = 0.04$ <sup>[18]</sup>,此时预测

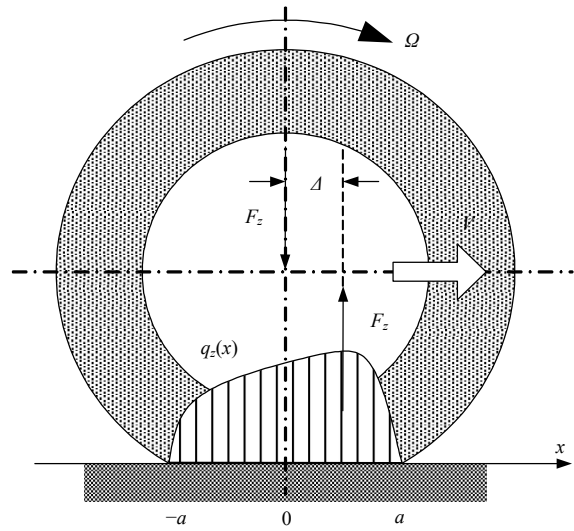


图 5 接地压力分布

Fig. 5 Contact pressure distribution

结果与刷子模型计算结果对比如图 6 所示。由结果可知侧向力的预测结果与计算值基本一致,仅在曲线的过渡区部分有较小误差,这是因为基于式(12)的假设,预测刚度与计算刚度一致,且全滑时式(15)不受接地压力分布表达  $\eta(\sigma)$  的影响,而处于过渡区部分时,对非抛物线形式的接地压力分布表达,式(4)不再成立,导致使用式(15)得到的预测值与计算值具有不同的变化速率。而回正力矩的预测误差较大,如图 6(b)所示,除了侧向力预测误差所提到的原因之外,接地印迹中心的一阶距  $m_1(\sigma_c)$  在过渡区和全滑状态下均受接地压力分布表达  $\eta(\sigma)$  的影响,导致回正力臂误差更大,其与侧向力综合作用的回正力矩预测结果,也有较大误差。

由侧向力的预测结果可知,基于刚度区和摩擦特性已知的假设,全滑状态时预测结果与计算值的一致性对预测精度有着重要影响,当边界条件一致时,侧向力曲线的过渡区变化受限,即不同接地压力分布表达  $\eta(\sigma)$  导致的过渡区误差较小(由于不同工况下  $\eta(\sigma)$  的不确定性,该误差难以补偿和完全消除)。因此,需对全滑状态下的回正力矩预测进行修正,保证预测结果与计算值边界条件的一致性,以提高预测精度。

#### 3.1 侧偏回正力矩预测方法的修正

为方便分析,将回正力臂与侧偏角的关系量化,此处引用经验表达式<sup>[19]</sup>:

$$D_\alpha = D_e + (D_{\alpha 0} - D_e) \cdot \exp(-D_1 \phi_y - D_2 \phi_y^2) \quad (25)$$

$$\phi_c = |\phi_{y\alpha}| = \left| K_{y\alpha} S_y / (\mu F_z) \right| \quad (26)$$

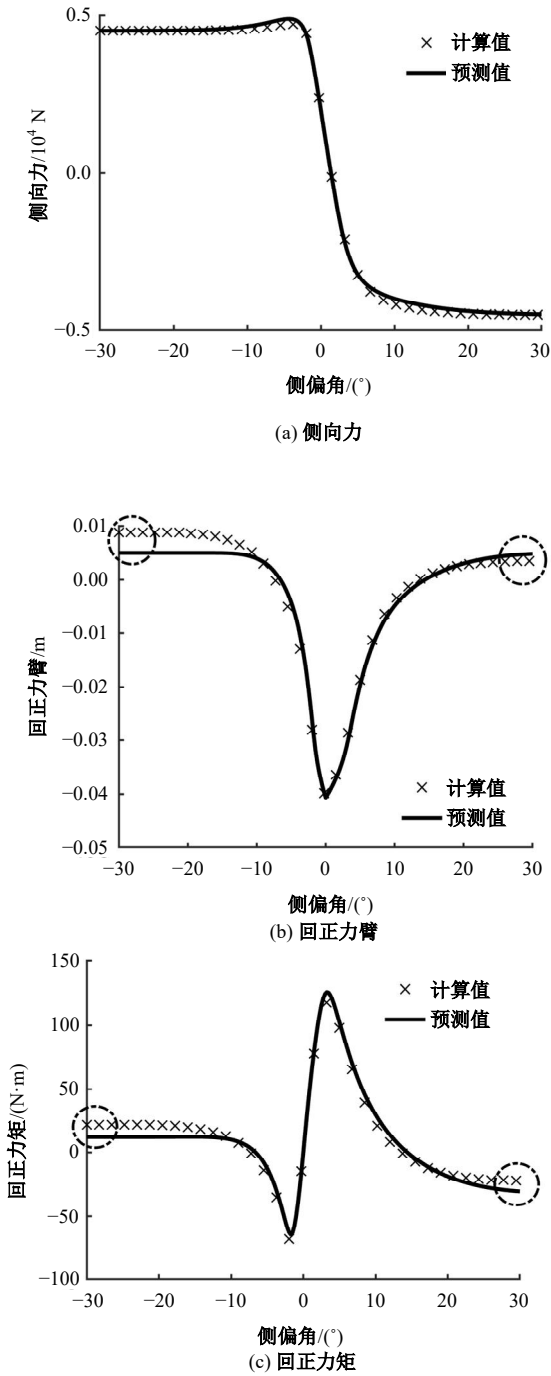


图 6 常见接地压力分布函数下预测结果

Fig. 6 Estimation results under common contact pressure distribution

式中:  $D_e$ 、 $D_{a0}$ 、 $D_1$ 、 $D_2$  均为表达式的参数, 可通过辨识纯侧偏数据得到;  $D_{a0}$ 、 $D_e$  分别为 0 度侧偏和轮胎全滑时的回正力臂, 纯侧偏刷子模型中  $D_e = \Delta$ ,  $D_{a0} = -a/3$ , 解释了图 6(b) 中纯侧偏无量纲格式预测与计算回正力臂边界条件不一致现象。

在刷子模型中侧倾变形为对称变形, 故不对回正力矩产生影响, 预测得到的滑移区回正力矩等于纯侧偏工况下的滑移区回正力矩。记预测时

滑移区回正力臂为  $D_{ecoup}$ , 预测得到的回正力矩边界值为:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} M_{zaccoup} = \mu_d F_{ze} D_{ecoup} \quad (27)$$

纯侧偏时的回正力矩边界值为:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} M_{z\alpha} = \mu_d F_z D_e \quad (28)$$

式(28)(29)相等时, 有:

$$D_{ecoup} = \frac{F_z}{F_e} D_e \quad (29)$$

$D_{ecoup}$  替换式(25)中的  $D_e$ , 得修正后回正力臂:

$$D_{rcoup} = (D_{a0} - D_{ecoup}) \cdot \exp(-D_1 \cdot \phi_{ycoup} - D_2 \cdot \phi_{ycoup}^2) + D_{ecoup} \quad (30)$$

修正前后的回正力臂回正力矩与相应理论值对比分别如图 7(a) 和 (b) 所示, 可知修正后全滑状态下回正力臂的偏差消除。

### 3.2 侧倾回正力矩随侧偏角衰减的预测

侧倾回正力矩由接地印迹内纵向力分布产生。图 8 所示侧倾时沿胎宽方向任意位置滚的动

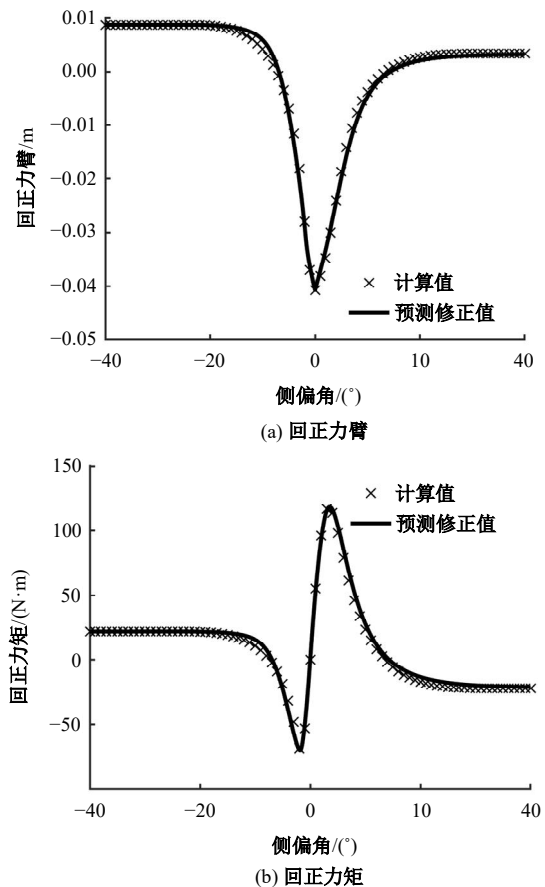


图 7 修正后的回正力臂和回正力矩

Fig. 7 Corrected tire pneumatic trail and aligning torque

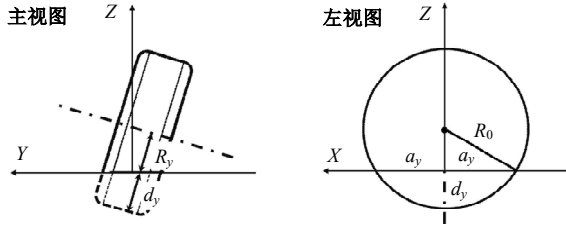


图 8 纯侧倾力学特性输入参数计算

Fig. 8 Calculation of the input parameters of pure camber mechanics characteristics

半径  $R_y$ , 压缩量  $d_y$  和接地印迹半长  $a_y$  分别为:

$$R_y = R_0 + y \cdot \sin(\gamma), |y| \leq \left(\frac{w_0}{2}\right) \quad (31)$$

$$d_y = d_0 - y \cdot \sin(\gamma), |y| \leq \left(\frac{w_0}{2}\right) \quad (32)$$

$$a_y = \sqrt{2R_0 d_y - d_y^2}, -\frac{w_0}{2 \cos \gamma} \leq y \leq \frac{w_0}{2 \cos \gamma} \quad (33)$$

式中:  $R_0$  为轮胎未侧倾时的滚动半径;  $y$  为沿胎宽方向坐标;  $\gamma$  为侧倾角;  $w_0$  为胎宽。

设胎面纵向分布刚度为  $k_{tx}$ , 侧倾回正力矩为:

$$S_{x_y} = \frac{\Omega R_y - \Omega R_0}{\Omega R_0} = \frac{y \cdot \sin \gamma}{R_0} \quad (34)$$

$$M_{z_y} = \int_{-\frac{w_0}{2 \cos \gamma}}^{\frac{w_0}{2 \cos \gamma}} \frac{2a_y^2 k_{tx}}{w_0 / \cos \gamma} \cdot S_{x_y} \cdot y dy \quad (35)$$

式中:  $S_{x_y}$  为纵向滑移率;  $\Omega$  为滚动角速度, 对较小  $\gamma$ :

$$M_{z_y} \approx d_0^2 \cdot \frac{4R_0^2 + 1 - 4R_0}{6} \cdot \frac{w_0^2 k_{tx}}{R_0} \cdot \sin \gamma \quad (36)$$

侧倾回正力矩随侧偏角变化的规律受滚动半径沿胎宽的分布及侧向力大小影响, 很难通过纯工况的测试结果直接预测。侧倾和侧偏输入均为 0 度时, 侧向力和回正力矩由帘布层转向效应和锥度效应造成<sup>[20]</sup>。帘布层转向效应产生的侧向力理想情况下关于轮胎 Y 轴对称, 可近似认为不产生回正力矩。锥度效应是制造过程中带束层偏离轮胎几何中心, 或带束本身有锥度倾斜造成, 其效果类似于侧倾, 产生侧向力和回正力矩。对 0 度侧倾输入的纯侧偏回正力矩试验数据进行拟合辨识, 得到锥度效应产生的回正力矩随侧偏角的变化规律, 记为:

$$M_{zycoup} = M_{z_y} \cdot \lambda_{M_{z_y}} \quad (37)$$

鉴于锥度效应和侧倾输入的相似性, 侧倾回正力矩随侧偏角变化仍然使用此规律, 引用  $\lambda_{M_{z_y}}$  参数。

#### 4 预测方法在 UniTire 模型中的应用

UniTire 模型以刷子理论为基础, 考虑无量纲总切力边界条件。本节使用 UniTire 验证基于无量纲格式的预测方法到实用模型推广的效果。

使用 1.2.2 小节流程, 引入式 (30) 所述的回正力臂修正, 记式 (37) 的经验表达为:

$$M_{zycoup} = M_{z_y} \operatorname{sech} \left( \frac{\phi_y}{p_1 F_{zn}} + p_2 \right) \quad (38)$$

其中:

$$F_{zn} = F_z / F_{z0} \quad (39)$$

式中:  $F_{z0}$  为轮胎标称载荷。

使用某品牌 265/70R17 规格轮胎的侧倾侧偏试验数据, 引入 MF 模型辨识结果对比<sup>[21]</sup>, 不同侧倾角下侧向力和回正力矩预测结果分别如图 9 和图 10 所示, 可知 UniTire 预测模型获取的侧向力和回正力矩具有很高精度, 可以作为基于纯工况获取侧倾侧偏复合力学特性的新方式。

使用式 (40) 表示的精度指标评价 UniTire 预测和 MF 辨识结果对试验数据的拟合效果, 结果

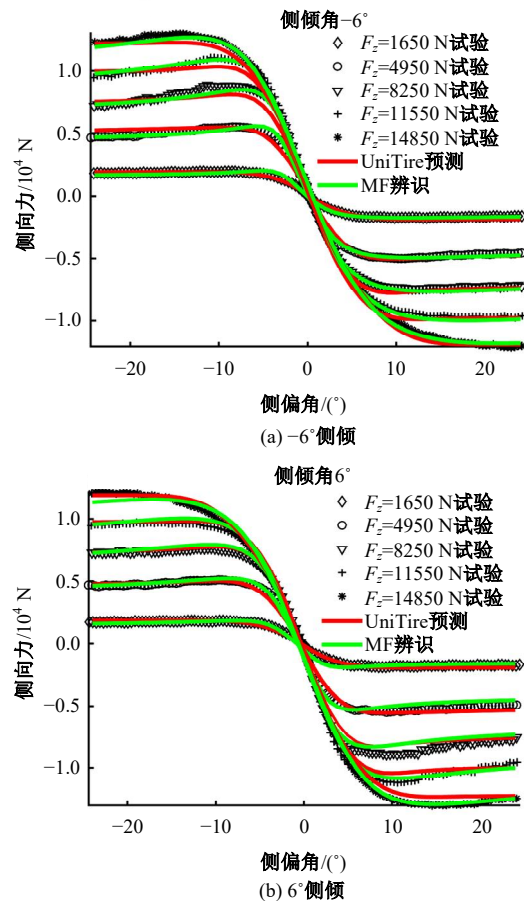


图 9 侧向力预测结果

Fig. 9 Lateral force estimation result

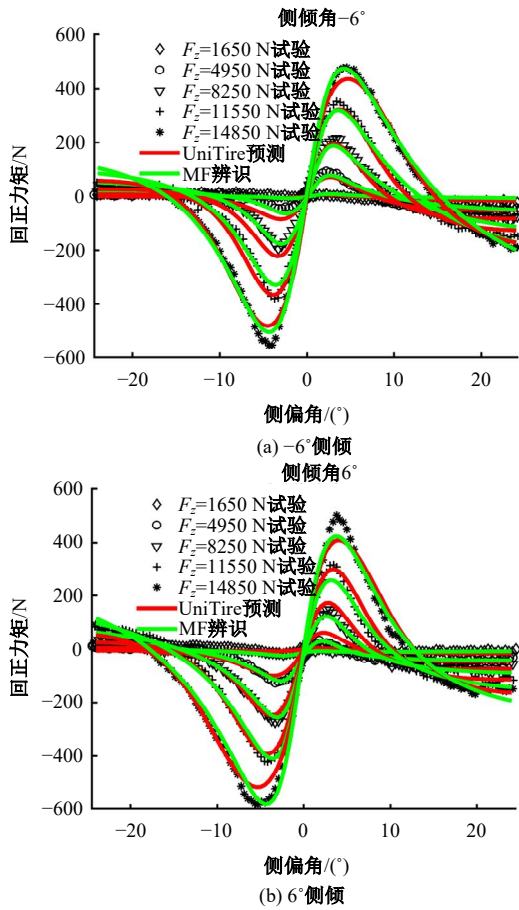


图 10 回正力矩预测结果

Fig. 10 Aligning torque estimation result

如图 11 所示。

$$AC = 1 - \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{isim} - y_{itest})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{itest})^2}} \times 100\% \quad (40)$$

从侧向力结果来看,UniTire的预测精度略低于MF全局辨识的效果,但两者差别很小(1%以内),UniTire预测得到的侧倾侧偏侧向力精度均在96%以上。与MF辨识结果相比,UniTire预测得到的回正力矩精度在不同侧倾角下的波动要大一些,但精度均在83%以上。由对图6的分析可知,接地压力分布函数越接近抛物线,预测精度越高,反之越低。侧倾导致载荷沿胎宽的转移,使一侧载荷变大,另一侧变小。侧倾角越大,则载荷转移越明显,载荷增大一侧的接地压力分布函数与抛物线的差别越大,即预测精度越低,图11的结果呈现出此现象。

在保证精度的同时,UniTire侧倾侧偏预测模型节省了大量的建模工况。表2和表3分别展示了本文示例中MF模型和UniTire预测模型建模

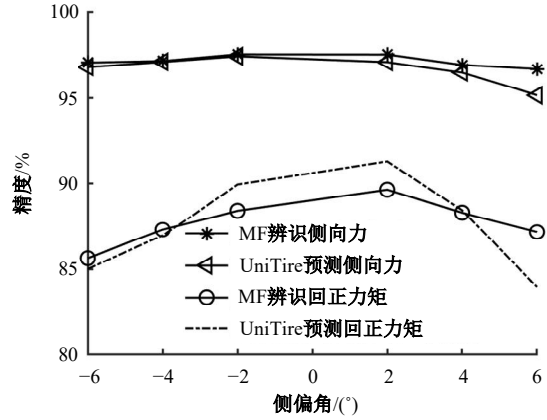


图 11 预测精度

Fig. 11 Estimation Accuracy

表 2 MF模型侧倾侧偏建模工况

Table 2 MF model camber and sideslip combined modelling conditions

载荷/N	侧偏角/(°)	侧倾角/(°)
		-6
		-4
1 650, 4 950, 8 250, 11 550, 14 850	-24~24	4
		6

表 3 UniTire侧倾侧偏预测模型建模工况

Table 3 UniTire camber and sideslip combined estimation model modelling conditions

载荷/N	侧偏角/(°)	侧倾角/(°)
	-24~24	0
1 650, 4 950, 8 250, 11 550, 14 850	0	-6~6

所需的工况,对比可知MF模型所需总工况数为20,而UniTire总工况数为10,与MF相比节省了50%的工况。

综上,本文提出的预测方法具有较高精度,且能够有效节省建模所需有限元仿真工况数量,从而减少建模时间、降低成本,提高轮胎虚拟送样效率。

## 5 结束语

本文提出了使用纯侧倾和纯侧偏预测侧倾侧偏复合工况力学特性的方法。将侧倾的作用等效为载荷,实现了侧倾侧偏复合工况的降维和解耦,基于纯侧偏的无量纲表达格式,提出了面向通用模型的预测方法。接着,针对实际应用时的动摩擦及典型载荷分布,对基于无量纲表达的预测进行了修正与统一。最后将基于预测方法拓展应用至UniTire模型,实现了侧向力精度高于96%,回正力矩精度高于83%的预测效果,与使用MF模

型进行侧倾侧偏建模相比,节省了 50% 的工况。本文的预测方法暂未涉及侧倾对侧偏刚度和摩擦因数的影响,未来将继续细化侧倾对侧偏刚度和摩擦因数的影响,进一步提升方法的预测能力。

#### 参考文献:

- [1] 中国汽车报, 中国汽车工业协会, 巨量引擎, 等. 2022 中国新能源汽车发展趋势白皮书[R/OL]. [2023-08-12]. <https://trendinsight.oceanengine.com/arithmetic-report/detail/733>
- [2] 中国信息通信研究院. 车联网白皮书[R/OL]. [2023-08-12]. <http://www.caict.ac.cn/kxyj/qwfb/bps/202112/P020211224634954242855.pdf>
- [3] Cvetkov P, Elena Z, Anton Z. Development of virtual benches for testing the digital twin of a vehicle[J]. E3S Web of Conferences, 2021, 284: 28406006.
- [4] Frizziero L, Galletti L, Magnani L, et al. Blitz vision: development of a new full-electric sports sedan using qfd, sde and virtual prototyping[J]. Inventions, 2022, 7(2): 070241.
- [5] 李显生, 霍娜, 田静姝, 等. 空气悬架系统关键承载构件动载荷仿真及疲劳寿命计算[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2011, 41(1): 12-17.  
Li Xian-sheng, Huo Na, Tian Jing-shu, et al. Dynamic load simulation and fatigue life calculation of pivotal load carrying structure of air suspension system [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2011, 41(1): 12-17.
- [6] 余志生. 汽车理论[M]. 北京: 机械工业出版社, 2022.
- [7] Nakajima Y. Advanced tire mechanics[C]//Proceedings of the 26th Symposium of the International Association of Vehicle System Dynamics, Gothenburg, Sweden, 2020: 1242-1251.
- [8] Wong J Y. Theory of Ground vehicles[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 2022.
- [9] 李兵. 计及复杂胎面花纹的子午线轮胎结构有限元分析[D]. 合肥: 中国科学技术大学工程学院, 2008.  
Li Bing. Finite element structure analysis for radial tires with complex tread patterns considered[D]. Hefei: School of Engineering Science, University of Science and Technology of China, 2008.
- [10] Bakker E, Nyborg L, Pacejka H B. Tyre modelling for use in vehicle dynamics studies[J]. SAE Transactions, 1987, 1: 190-204.
- [11] Calabrese F, Bäcker M, Gallrein A, et al. Virtual tire design/assessment in the early vehicle development process[C]//The IAVSD International Symposium on Dynamics of Vehicles on Roads and Tracks, Gothenburg, Sweden, 2019: 1350-1359.
- [12] 郭孔辉, 王裕民, 刘蕴博, 等. 轮胎侧偏特性的半经验模型[J]. 汽车工程, 1986(2): 44-54.  
Guo Kong-hui, Wang Yu-min, Liu Yun-bo, et al. Semi-empirical model of tire sideslip[J]. Automotive Engineering, 1986(2): 44-54.
- [13] Kalker J J. Survey of wheel-rail rolling contact theory[J]. Vehicle System Dynamics, 1979, 8(4): 317-358.
- [14] 许男. 复合工况下轮胎稳态模型研究[D]. 长春: 吉林大学汽车工程学院, 2012.  
Xu Nan. Study on the steady state tire model under combined conditions[D]. Changchun: College of Automotive Engineering, Jilin University, 2012.
- [15] 郭孔辉. 汽车轮胎动力学[M]. 北京: 科学出版社, 2018.
- [16] 卢荡. 轮胎动载侧偏特性建模及对汽车操纵稳定性影响[D]. 长春: 吉林大学汽车工程学院, 2003.  
Lu Dang. Modeling of tire cornering properties under transient vertical load and its effect on vehicle handling [D]. Changchun: College of Automotive Engineering, Jilin University, 2003.
- [17] 任雷. 复杂工况下的轮胎非稳态侧偏特性研究[D]. 长春: 吉林大学汽车工程学院, 2000.  
Ren Lei. Research on tire unsteady-state sideslip characteristics under complex working conditions[D]. Changchun: College of Automotive Engineering, Jilin University, 2000.
- [18] 卢荡, 索艳茹. 基于曲线拟合的轮胎 PRAT 计算方法分析[J]. 轮胎工业, 2016, 36(4): 195-198.  
Lu Dang, Suo Yan-ru, Analysis on calculation method of tire ply steer residual aligning torque based on curve fitting[J]. Tire Industry, 2016, 36(4): 195-198.
- [19] Besselink I J M. Tire characteristics and modeling[J]. Vehicle Dynamics of Modern Passenger Cars, 2019, 5: 47-108.