

# 含切口复合材料应力场和疲劳评估方法

谌伟<sup>1,2</sup>, 边自力<sup>1,2</sup>, 陈昱文<sup>3</sup>, 邱屿<sup>1,2</sup>, 徐双喜<sup>1,2</sup>, 吴轶钢<sup>1</sup>

(1. 高性能船舶技术教育部重点实验室(武汉理工大学), 武汉 430063; 2. 武汉理工大学 船海与能源动力工程学院, 武汉 430063; 3. 中交广航局疏浚公司, 广州 510290)

**摘要:** 针对含初始裂纹各向异性材料应力场解析公式过于复杂, 评估精度受多种几何参数和材料参数影响, 不利于工程运用的问题, 本文基于传统各向异性材料裂纹尖端附近处的应力场理论公式, 建立了含初始裂纹的双边 V 型切口模型, 量化了切口深度、裂纹长度、张开角、材料特性等因素对切口应力场的影响, 推导了求解含初始裂纹的双边 V 型切口构件应力强度因子 SIF 的简易公式, 可用于含裂纹切口构件的应力场和 SIF 快速预报。对比结果表明: 本文简易公式与理论方法和有限元仿真结果误差较小, 验证了改进公式的有效性和准确性。

**关键词:** 复合材料; 各向异性板; 初始裂纹; 切口应力场; 应力强度因子(SIF)

**中图分类号:** TB332 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)05-1559-08

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20230859

## Stress field and fatigue assessment method of composite materials with notches

SHEN Wei<sup>1,2</sup>, BIAN Zi-li<sup>1,2</sup>, CHEN Yu-wen<sup>3</sup>, QIU Yu<sup>1,2</sup>, XU Shuang-xi<sup>1,2</sup>, WU Yi-gang<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of High Performance Ship Technology (Wuhan University of Technology), Ministry of Education, Wuhan 430063, China; 2. School of Naval Architecture, Ocean and Energy Power Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430063, China; 3. CCCC Guanghang Dredging Co., Ltd., Guangzhou 510290, China)

**Abstract:** Based on the stress field formula near the crack tip, double-sided V-notch component models with initial cracks were established. The effects of notch depth, crack length, opening angle, material parameters and other factors on the notch stress field were quantified. A simple formula for solving the stress intensity factor SIF of the double-sided V-notch component with initial cracks was derived, which could be used for rapid prediction of the stress field and SIF of the notched component with cracks. The comparison results show that the error between the simplified formula and the theoretical method and finite element simulation results is relatively small, which verifies the effectiveness and accuracy of the improved formula.

**Key words:** composite; anisotropic plate; initial crack; notch stress field; stress intensity factor

收稿日期: 2023-08-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(51979209).

作者简介: 谌伟(1986-), 男, 副教授, 博士. 研究方向: 疲劳、损伤与断裂. E-mail: shenwei\_abc@163.com

通信作者: 吴轶钢(1976-), 男, 讲师, 博士. 研究方向: 船舶结构力学分析. E-mail: ewyg@whut.edu.cn

## 0 引言

对结构复杂、工艺烦琐的材料,在制造和成型过程中不可避免地会产生尖锐切口或裂纹,切口附近的应力集中现象会明显降低结构的承载能力,严重影响结构的疲劳性能。切口根部附近的高应力区容易造成裂纹的萌生和扩展,最终导致构件失效,甚至整个结构发生断裂。为了预测含切口构件的疲劳寿命,需要准确分析切口附近的应力场和应力强度因子。

应力强度因子(Stress intensity factor, SIF)被广泛用于描述裂纹尖端强度和预测裂纹扩展寿命。切口构件的疲劳寿命依赖于裂纹尖端应力及其附近的应力梯度场。Li等<sup>[1]</sup>用傅里叶变换方法求解了嵌在角层板中心层倾斜裂纹的SIF,并根据广义最大切向应力准则研究了裂纹的扩展;葛仁余等<sup>[2]</sup>采用插值矩阵法计算了反平面V型缺口和裂纹尖端区域的应力奇异性;Shipman等<sup>[3]</sup>给出了各向同性材料、0°和90°单向纤维增强石墨/环氧复合材料在某些特殊裂纹开口角下的切口应力强度因子(N-SIF)值;Yao等<sup>[4]</sup>研究了考虑各向同性和各向异性材料的多材料V型切口板的奇异行为;Yu等<sup>[5]</sup>提出了反映切口效应对疲劳裂纹扩展寿命影响的切口结构应力法,并通过对双边V型切口疲劳试验进行重新分析,进一步验证了本文方法的有效性。

为研究复合材料疲劳裂纹扩展模型,孙齐<sup>[6]</sup>结合试验和数值仿真方法,讨论了CF/PA复合材料在不同预置裂纹下的裂纹扩展规律;李碧琛<sup>[7]</sup>采用扩展有限元(Extended finite element method, XFEM)方法,对碳纤维/环氧复合材料层合板的裂纹层间扩展和层内扩展进行了数值仿真,研究了不同角度铺层占比对裂纹扩展的影响;罗白璐等<sup>[8]</sup>基于夹芯复合材料板的疲劳实验,实现了对其全寿命周期疲劳裂纹萌生、扩展及最终失效的累计损伤过程的高效监测。但是,目前传统含初始裂纹复合材料板切口应力场和疲劳评估方法过于烦琐,理论公式复杂,不利于工程运用。

本文建立了含初始裂纹的双边V型切口模型,量化了切口深度、裂纹长度、张开角、材料特性等因素对切口应力场的影响,在此基础上拟合得到含裂纹切口构件的形状修正系数 $Y_1$ 的简易公

式,进一步计算得到应力强度因子。并将预报结果与有限元和其他文献计算结果对比,验证了改进公式的有效性和准确性。

## 1 切口应力场分析

### 1.1 切口应力场传统公式

Williams<sup>[9]</sup>认为切口尖端附近区域的应力场是奇异的,对各向同性材料,奇异性仅与张开角有关,考虑I型应力和II型应力,在极坐标 $(r, \theta)$ 下,V型切口尖端附近的应力场可以表示为:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \lambda_1 r^{\lambda_1-1} a_1 \begin{Bmatrix} f_{1,\theta}(\theta) \\ f_{1,r}(\theta) \\ f_{1,r\theta}(\theta) \end{Bmatrix} + \lambda_2 r^{\lambda_2-1} a_2 \begin{Bmatrix} f_{2,\theta}(\theta) \\ f_{2,r}(\theta) \\ f_{2,r\theta}(\theta) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

式中: $r$ 为切口附近到极坐标原点的距离,见图1; $a_i$ 是与试件尺寸相关的函数; $f_i(\theta)$ 为应力相关函数; $\lambda_i$ 是与张开角 $2\alpha$ 相关的特征参数:

$$\sin(\lambda_i q\pi) + \lambda_i \sin(q\pi) = 0 \quad (2)$$

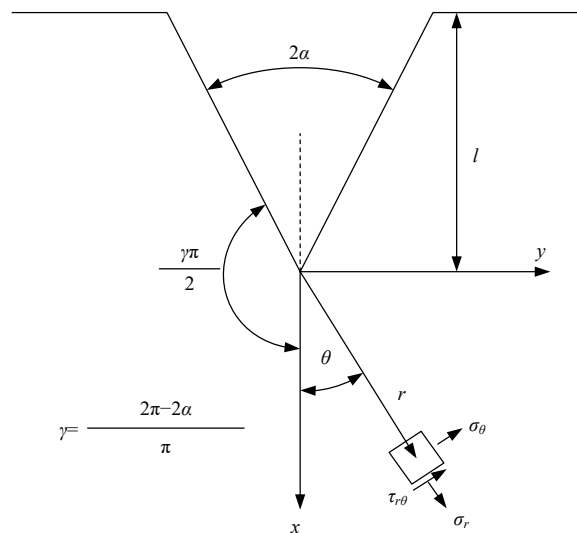


图1 V型切口参数

Fig. 1 V-notch parameters

通常,垂直裂纹方向的应力占主导,被重点分析。对各向异性材料,Zappalorto等<sup>[10]</sup>引入了材料参数的影响,更新了I型应力场公式:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{r^{\lambda_1-1} K_1^V}{\sqrt{2\pi} (1 + \chi_1)}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \rho_1^{\lambda_1-1} \left\{ \begin{array}{l} m_{11\theta\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_1 + m_{12\theta\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_1 \\ m_{11r\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_1 + m_{12r\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_1 \\ m_{11r\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_1 + m_{12r\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_1 \end{array} \right\} + \\ \rho_2^{\lambda_1-1} \chi_1 \left\{ \begin{array}{l} m_{21\theta\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_2 + m_{12\theta\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_2 \\ m_{21r\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_2 + m_{12r\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_2 \\ m_{21r\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_2 + m_{12r\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_2 \end{array} \right\} \end{array} \right] \quad (3)$$

式中:  $K_1^V$  为广义应力强度因子, 可表示为  $K_1^V = f_1 \sigma_0 \sqrt{\pi} l^{p_1}$ , 其中  $p_1 = 1 - \lambda_1$ ;  $f_1$  为复杂函数, 其值取决于模型的几何尺寸、切口深度  $l$  以及材料参数; 式中其他参数的定义如下<sup>[11]</sup>:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 = \sqrt{\cos^2 \theta + (\beta_1 \sin \theta)^2} \\ \theta_j = \text{Arg}(\cos \theta + i \beta_j \sin \theta) \\ m_{j1r\theta} = \sin^2 \theta - (\beta_j \cos \theta)^2 m_{j2r\theta} = -2\beta_j \cos \theta \sin \theta \\ m_{j1\theta\theta} = \cos^2 \theta - (\beta_j \sin \theta)^2 m_{j2\theta\theta} = 2\beta_j \cos \theta \sin \theta \\ m_{j1r\theta} = \frac{1}{2} \sin 2\theta (1 + \beta_j^2) m_{j2r\theta} = -2\beta_j \cos 2\theta \\ \chi_1 = - \\ \frac{\rho_1^{\lambda_1-1} [m_{11\theta\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_1 + m_{12\theta\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_1]}{\rho_2^{\lambda_1-1} [m_{21\theta\theta} \cos(1-\lambda_1)\theta_2 + m_{22\theta\theta} \sin(1-\lambda_1)\theta_2]} \end{array} \right. \quad (4)$$

$\beta_1, \beta_2$  的值取决于材料的力学性能, 在平面应力状态下,  $\beta_1, \beta_2$  表示为<sup>[12]</sup>:

$$\beta_{1,2} = \sqrt{-\nu_{xy} + \frac{E_x}{2G_{xy}} \pm \sqrt{\left(-\nu_{xy} + \frac{E_x}{2G_{xy}}\right)^2 - \left(\frac{E_x}{E_y}\right)^2}} \quad (5)$$

式中:  $E_x, E_y$  为弹性模量;  $G_{xy}$  为剪切模量;  $\nu_{xy}$  为泊松比。

各向异性材料, 特征值  $\lambda_1$  受到张开角和材料参数两个因素共同影响,  $\lambda_1$  为下式第一个正特征根:

$$\begin{aligned} & \cos(1-\lambda_1)\theta_2(\gamma) \{ \cos(1-\lambda_1)\theta_1(\gamma) \\ & [m_{11\theta\theta}(\gamma)m_{21r\theta}(\gamma) - m_{21\theta\theta}(\gamma)m_{11r\theta}(\gamma)] - \\ & \sin(1-\lambda_1)\theta_1(\gamma) \cdot [m_{21\theta\theta}(\gamma)m_{12r\theta}(\gamma) - \\ & m_{12\theta\theta}(\gamma)m_{21r\theta}(\gamma)] \} - \sin(1-\lambda_1)\theta_2(\gamma) \\ & \{ \cos(1-\lambda_1)\theta_1(\gamma) [m_{22\theta\theta}(\gamma)m_{11r\theta}(\gamma) - \\ & m_{11\theta\theta}(\gamma)m_{22r\theta}(\gamma)] - \sin(1-\lambda_1)\theta_1(\gamma) \cdot \\ & [m_{12\theta\theta}(\gamma)m_{22r\theta}(\gamma) - m_{22\theta\theta}(\gamma)m_{12r\theta}(\gamma)] \} = 0 \quad (6) \end{aligned}$$

### 1.2 切口根部裂纹尖端附近的应力场公式

基于式(1), 垂直裂纹方向的应力场公式可以简化为:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sigma_\theta = \frac{K_1^V}{\sqrt{2\pi} x^{1-\lambda_1}} \quad (7)$$

式中:  $K_1^V$  为上述定义的广义应力强度因子, 当裂纹张开角为 0 时,  $K_1^V = K_I$ , 即应力强度因子。

如图 2 所示, 对含初始裂纹的切口试样, 应力强度因子可简化为:

$$K_I = Y_1 \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (8)$$

式中:  $a$  为裂纹长度;  $\sigma_0$  为含初始裂纹的 V 型切口模型远场处名义应力;  $Y_1$  为形状修正系数, 是 V 型切口构件的几何尺寸、裂纹长度以及构件材料的无因次函数, 即  $Y_1 = f(2\alpha, l, W, h, a, \psi)$ ,  $2\alpha$  为张开角;  $l$  为切口深度;  $W$  为板宽;  $h$  为板长。

材料参数  $\psi$  为用来表征各项异性材料参数对切口应力场的影响参数。对各向异性材料,  $\psi$  定义如下:

$$\psi = \left( \frac{\beta_1 \beta_2}{\beta_1 + \beta_2} \right)^2 = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{E_y}{E_x} - 2\nu_{xy} + \frac{E_y}{G_{xy}}}} \quad (9)$$

综上所述, 形状修正系数  $Y_1$  的精确求解是预报切口根部裂纹尖端附近应力场和应力强度因子的关键。

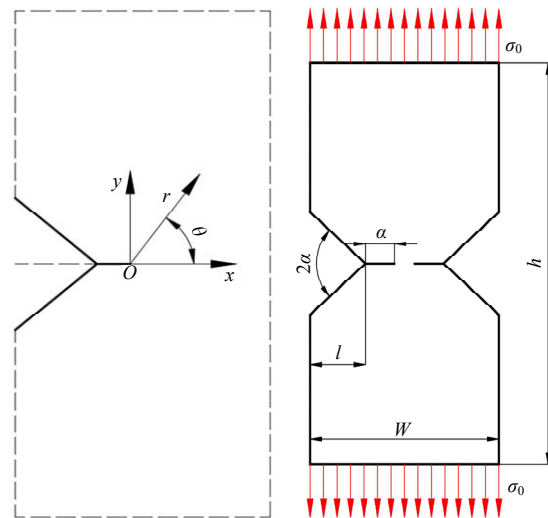


图 2 数值模型参数

Fig. 2 Numerical model parameters

## 2 数值分析与验证

### 2.1 几何模型

由于  $Y_1$  与几何参数和材料参数都相关, 本文采用多种材料模型进行公式拟合和验证。如图 2(b) 所示, 对模型底边施加  $x, y$  方向位移约束, 在

上顶边施加 10 MPa 拉伸载荷。根据常用复合材料,获取复合材料力学参数如表 1 所示,各主要参数变化如表 2 所示。拟合结果表明:当切口应力场趋于稳定时,形状修正系数  $Y_1$  值便会快速收敛。

表 1 材料的力学性能

**Table 1 Mechanical properties of materials**

材料	编号	$E_x/\text{GPa}$	$E_y/\text{GPa}$	$\nu_{xy}$	$\psi$
$[90]_n$ UD 碳/环氧树脂	M1	190.0	9.9	0.35	0.592
$[0]_n$ 编织玻璃/环氧树脂	M2	29.7	29.7	0.17	0.138
环氧树脂	M3	114.8	11.7	0.21	0.553

表 2 数值模型的主要尺寸范围

**Table 2 Main size range of the numerical model**

尺寸	切口深度 $l$	裂纹长度 $a$	切口深度与板宽之比 $l/W$	长宽比 $h/W$	张开角 $2\alpha$
范围	10~50 mm	1~5 mm	0.01~0.3	6	30°~120°

本文以模型(M1,  $2\alpha=90^\circ$ ,  $l=10$  mm,  $l/W=0.1$ )为例,采用 Ansys APDL 中的 Plane183 单元,进行了不同网格尺寸的切口应力场拟合和比较,如图 3 所示。切口附近网格细化到 0.05 mm 时,应力场趋于稳定,拟合相关系数为 0.998 66,进一步将最小网格细化到 0.02 mm 时,拟合相关系数达到 0.999 以上,继续细化网格时,拟合相关系数相对变化幅度仅为 0.18%,已趋于收敛。考虑到保证精度的同时提高计算效率,本文所有模型切口附近网格尺寸均取 0.01 mm。

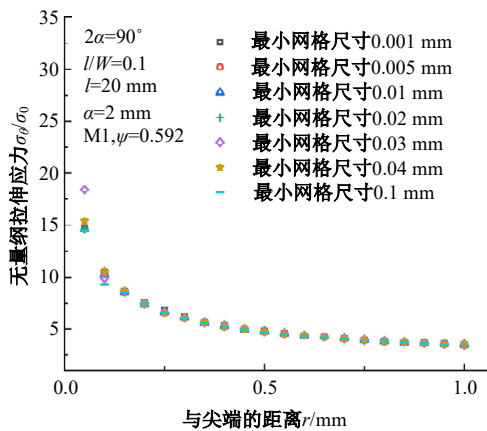


图 3 不同网格尺寸下的应力场分布

Fig. 3 Stress field distribution under different grid sizes

### 2.2 含初始裂纹 V 型切口构件简易公式拟合

#### 2.2.1 张开角 $2\alpha$ 影响分析

对不同张开角下的应力场分布进行比较,结

果表明:当张开角增大时,裂纹尖端附近的应力减小,不同张开角的应力场在距离裂纹尖端一定距离处趋于一致,表明张开角的增大缓解了裂纹尖端的应力集中。不同张开角下的形状修正系数  $Y_1$  如图 4 所示。随着张开角的增大,  $Y_1$  明显减小。

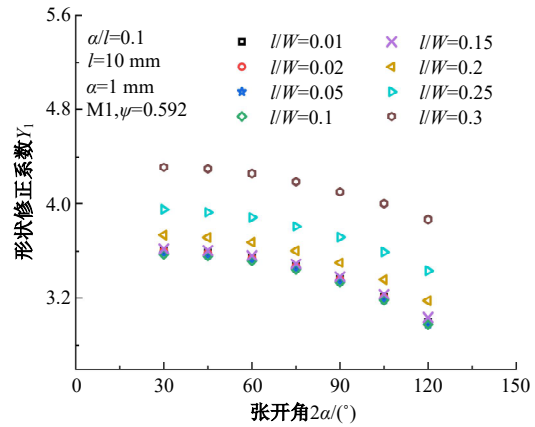


图 4 不同张开角下的  $Y_1$  值

Fig. 4  $Y_1$  value under different opening angles

#### 2.2.2 裂纹长度与切口深度之比 $a/l$ 的影响分析

分析切口深度  $l$  的影响,结果表明:距裂纹尖端相同距离处,切口越深,应力越大,  $Y_1$  的值随之而增大。进一步研究不同裂纹长度  $a$  的影响,随着裂纹长度的增加,各张开角  $Y_1$  值的差值逐渐减小,当裂纹长度增加到 5 mm 时,不同张开角下  $Y_1$  值无明显差异。为减少公式拟合中变量的数量,使本文最终拟合的公式更为精确和简洁,取裂纹长度与切口深度的比值  $a/l$  为变量,得到  $a/l$  与  $Y_1$  的关系。

图 5 给出了  $Y_1$  值随  $a/l$  的改变,发现  $a/l$  越大,  $Y_1$  值越小,且  $a/l$  越小,  $Y_1$  值减小的趋势越明显。

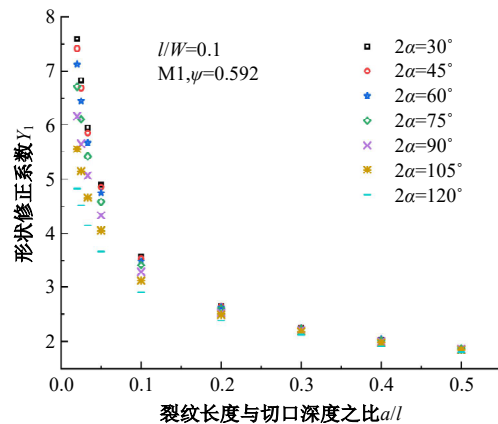


图 5 不同  $a/l$  下的  $Y_1$  值

Fig. 5  $Y_1$  value under different  $a/l$

2.2.3 切口深度与板宽之比  $l/W$  影响分析

当其他参数不变时,  $l/W$  增大会使裂纹尖端附近的应力增大。当  $l/W \leq 0.1$  时, 应力场几乎不随  $l/W$  的变化而变化, 而当  $l/W > 0.1$  时, 随着  $l/W$  的增大应力场明显增大。如图 6 所示, 在不同张开角情况下, 当  $l/W > 0.1$  时,  $l/W$  的增大会引起  $Y_I$  的显著变化。

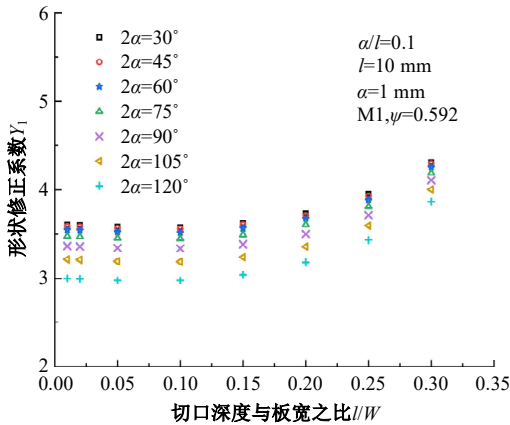


图 6 不同  $l/W$  下的  $Y_I$  值

Fig. 6  $Y_I$  value under different  $l/W$

2.3 公式拟合

将图 5 中的数据全部取对数, 发现  $\lg(a/l)$  与  $\lg Y_I$  呈明显的线性关系, 直线的斜率和截距受张开角影响明显, 如图 7 所示。  $\lg(a/l)$  与  $\lg Y_I$  的关系可表示为:

$$\lg Y_I = A \lg\left(\frac{a}{l}\right) + B \quad (10)$$

经过数据拟合, 得出直线斜率  $A$  和截距  $B$  与  $p_1$  的关系式为:

$$\begin{cases} A = -0.7p_1 - 0.1 \\ B = -0.39p_1^2 + 0.11p_1 + 0.167 \end{cases} \quad (11)$$

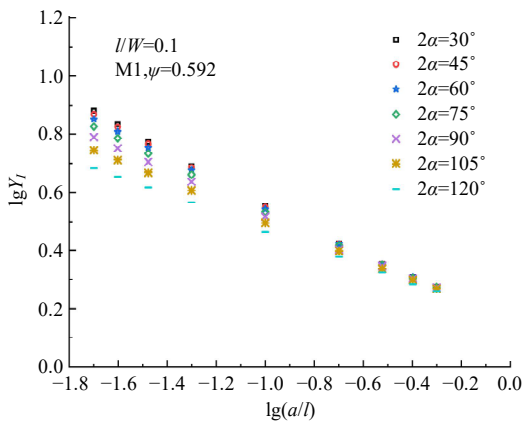


图 7  $\lg(a/l)$  与  $\lg Y_I$  的线性关系

Fig. 7 Linear relationship between  $\lg(a/l)$  and  $\lg Y_I$

结合式(10)(11):

$$\lg Y_I = (-0.7p_1 - 0.1) \lg\left(\frac{a}{l}\right) + (-0.39p_1^2 + 0.11p_1 + 0.167) \quad (12)$$

经过验证, 适用于  $l/W = 0.1$  时的  $Y_I$  计算公式亦能精确求解  $l/W < 0.1$  时的  $Y_I$ 。当  $l/W > 0.1$  时,  $l/W$  的增大会引起  $Y_I$  的显著变化, 且发现不同张角下的  $Y_I$  的变化规律几乎一致。因此, 对  $l/W > 0.1$ , 有必要进一步讨论  $Y_I$  随  $l/W$  的变化规律。

经过拟合分析, 对任意  $0 \sim 120^\circ$  范围内张开角,  $Y_{I,m}/Y_{I,0.1}$  与  $l/W$  的关系为:

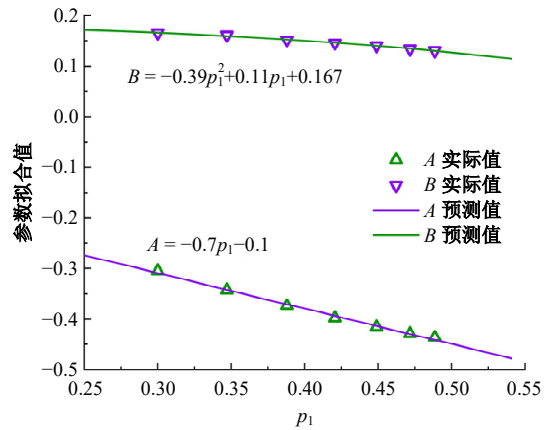


图 8 参数  $A$ 、 $B$  拟合曲线

Fig. 8 Fitting curves for parameters  $A$  and  $B$

$$\frac{Y_{I,m}}{Y_{I,0.1}} = 6.65 \left(\frac{l}{W}\right)^2 - 1.53 \left(\frac{l}{W}\right) + 1.09 \quad (13)$$

$Y_{I,m}$  表示  $l/W = m$  时的  $Y_I$  值,  $Y_{I,0.1}$  表示  $l/W = 0.1$  时的  $Y_I$  值。

综上所述可知:

$$\frac{Y_{I,m}}{Y_{I,0.1}} =$$

$$\begin{cases} 1, & \frac{l}{W} \leq 0.1 \\ 6.65 \left(\frac{l}{W}\right)^2 - 1.53 \left(\frac{l}{W}\right) + 1.09, & \frac{l}{W} > 0.1 \end{cases} \quad (14)$$

结合式(12)得到  $Y_I$  的简易预报公式为:

$$Y_{I,m} = \begin{cases} 10^{(-0.7p_1 - 0.1) \lg\left(\frac{a}{l}\right) + (-0.39p_1^2 + 0.11p_1 + 0.167)}, & \frac{l}{W} \leq 0.1 \\ 10^{(-0.7p_1 - 0.1) \lg\left(\frac{a}{l}\right) + (-0.39p_1^2 + 0.11p_1 + 0.167)} \times \left[ 6.65 \left(\frac{l}{W}\right)^2 - 1.53 \left(\frac{l}{W}\right) + 1.09 \right], & \frac{l}{W} > 0.1 \end{cases} \quad (15)$$

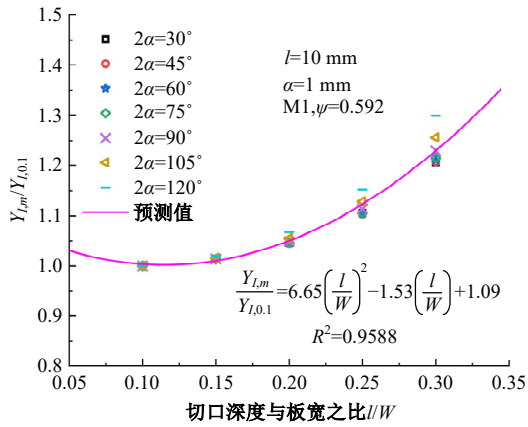


图 9  $Y_{I,m}/Y_{I,0.1}$  与  $l/W$  的函数关系  
Fig. 9 Functional relationship between  $Y_{I,m}/Y_{I,0.1}$  and  $l/W$

### 3 公式验证

#### 3.1 不同几何尺寸的验证

选取张开角  $2\alpha=15^\circ$ , 裂纹长度  $a=1$  mm, 裂纹深度  $l=10$  mm 切口模型, 验证上述公式对不同张开角的适用性, 结果如图 10 所示。结果表明: 所有工况的应力场误差均在 10% 以内, 绝大部分的应力场和  $Y_I$  值误差在 5% 以内。

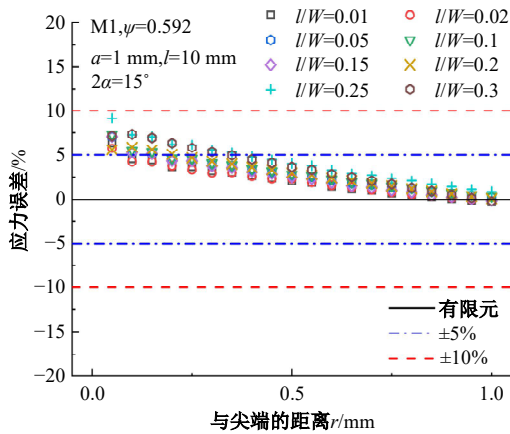


图 10 公式计算应力场误差  
Fig. 10 Formula calculation of stress field error

#### 3.2 与其他方法的对比

由于缺乏各向异性的验证公式, 将本文公式与传统文献中各向同性材料公式进行对比。Dini 等<sup>[13]</sup>基于切口应力强度因子, 给出了裂纹尖端应力强度因子的表达式:

$$K_I = \frac{F_{I1}}{\sqrt{2}} K_I^N \cdot a^{\frac{1}{2}-p_1} \quad (16)$$

式中:  $K_I^N$  为切口应力强度因子。

Lou 等<sup>[14]</sup>认为, 局部切口裂纹形状修正函数

$f_{Nc}$  的存在可以用于求解 SIF, 表示为:

$$K_I = f_{Nc} \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{\pi(a+l)} \quad (17)$$

另外, Lou 等<sup>[14]</sup>给出了在切口尖端处的微裂纹的几何函数  $Y_I$  计算公式:

$$Y_I \cong 0.7934 \cdot \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1-\lambda_1} \cdot f_{EN} \cdot \left(\frac{a}{l}\right)^{-p_1} \quad (18)$$

将本文式(15)的预报结果与传统文献公式的预报结果进行对比, 如图 11 所示。结论如下: ①对材料模型 M1, 本文预报  $Y_I$  值计算误差均在 6% 以内, 大部分在 3% 以内; ②对  $l/W \leq 0.2$  的小裂纹条件, Lou 法更为准确, 计算误差均在 5% 以内。然而, 当  $l/W > 0.1$  时, 式(18)计算的  $Y_I$  值会随  $l/W$  的增大发生显著变化。当  $l/W > 0.2$  时, Lou 的计算误差将接近 10%。

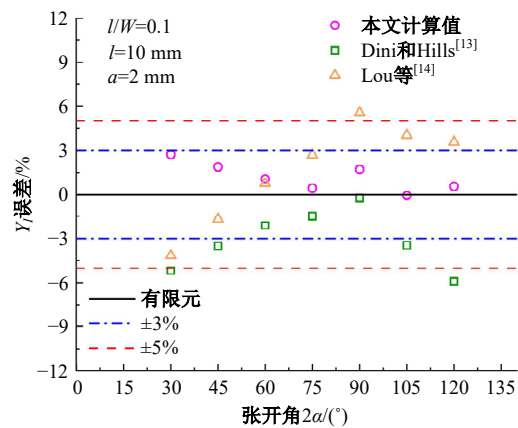


图 11  $a=2$  mm 时  $Y_I$  值误差  
Fig. 11  $Y_I$  value error at  $a=2$  mm

#### 3.3 不同材料的验证

通过 3.2 节结论发现, 采用各向同性材料简易公式评估各向异性材料误差较大。当材料变化时, 含初始裂纹的双边 V 型切口构件裂纹尖端附近的应力场分布也会发生变化。事实上, 材料参数的影响已经体现在特征参数  $p_1$  上, 本文拟合的公式对其他材料参数也是适用的。本节进一步将式(14)推广到其他两种各向异性材料。

根据有限元计算, M2、M3 材料模型的应力场预报误差及  $Y_I$  值如图 12 和图 13 所示。结果表明: 应力场和  $Y_I$  值的预报误差均在 10% 以内, 95% 以上的数据误差在 5% 以内。说明本文的拟合公式对不同的各向异性材料仍然具有足够的计算精度。

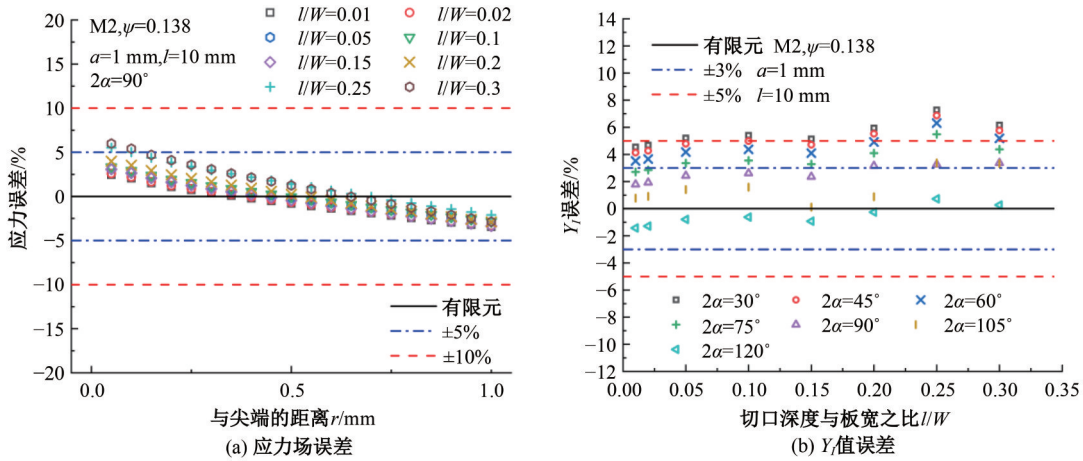


图 12 M2 材料模型的预报误差

Fig. 12 Prediction error of M2 material model

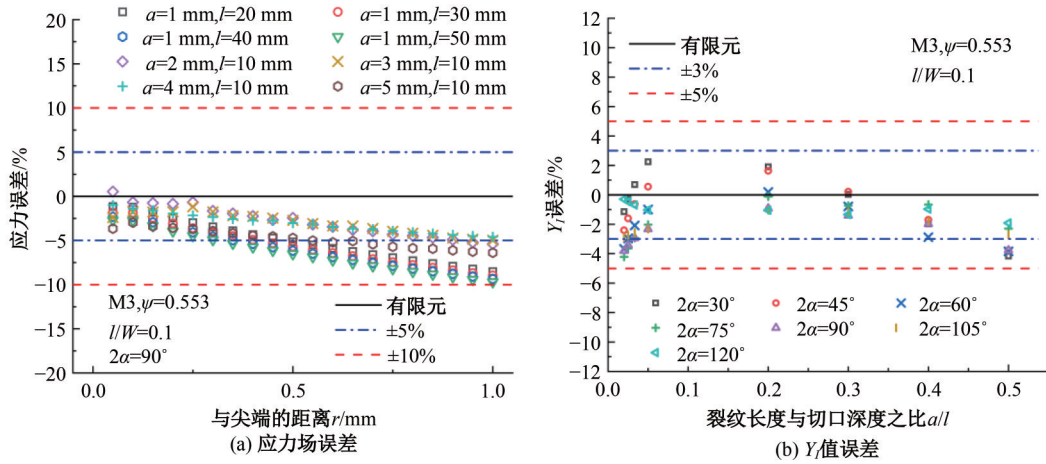


图 13 M3 材料模型的预报误差

Fig. 13 Prediction error of M3 material model

### 4 结 论

(1) 本文基于线弹性理论, 推导并验证了各向异性材料含初始裂纹 V 型切口构件在拉伸载荷下切口应力分布和 SIF 的简化计算公式。对各向异性材料含初始裂纹双边 V 型切口构件,  $Y_1$  受裂纹尖端张开角、切口深度、裂纹长度以及材料参数的综合影响。

(2) 经过对比验证, 本文拟合公式与有限元计算结果的相对误差在 10% 以内, 且对  $l/W > 0.1$  的工况, 计算结果比其他传统方法的相对误差更小, 说明本文公式形式简单、计算精度更高。

(3) 本文公式将材料参数的影响涵盖在特征参数  $p_1$  上, 对其他复合材料的切口应力场预报同样适用。

### 参考文献:

[1] Li Y F, Sun T, Tian Y S, et al. A stress intensity factor estimation method for the kinked crack under anti-planet load[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2018, 93: 319-325.

[2] 葛仁余, 牛忠荣, 程长征, 等. 反平面 V 形切口塑性应力奇异性分析[J]. 固体力学学报, 2015, 36(1): 76-84.

Ge Ren-yu, Niu Zhong-rong, Cheng Chang-zheng, et al. Analysis of plastic stress singularities of anti-plane V-notches in hardening materials[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2015, 36(1): 76-84.

[3] Shipman, Benjamin H. Calculation of the generalized stress intensity factors for a V-notched anisotropic body[D]. Raleigh: North Carolina State University, 2002.

[4] Yao S L, Zappalorto M, Pan W, et al. Two dimen-

- sional displacement and stress fields for tri-material V-notches and sharp inclusions in anisotropic plates[J]. *European Journal of Mechanics A: Solids*, 2020, 80: 103927.
- [5] Yu Y F, Pei X J, Wang P, et al. A structural stress approach accounting for notch effects on fatigue propagation life: part I theory[J]. *International Journal of Fatigue*, 2022, 159: 106793.
- [6] 孙齐. 预置裂纹复合材料层合板拉伸性能及裂纹扩展分析[D]. 大连: 大连理工大学汽车工程学院, 2020.
- Sun Qi. Analysis of tensile properties and crack propagation of pre-cracked composite laminates[D]. Dalian: College of Automotive Engineering, Dalian University of Technology, 2020.
- [7] 李碧琛. CF/EP 复合材料裂纹扩展的数值模拟与试验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学材料科学与工程学院, 2014.
- Li Bi-chen. Numerical simulation and experimental research on crack propagation in CF/EP composite materials[D]. Harbin: College of Materials Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, 2014.
- [8] 罗白璐, 朱英富, 李之达, 等. 夹芯结构的疲劳裂纹损伤扩展研究[J]. *船舶力学*, 2019, 23(8): 988-996.
- Luo Bai-lu, Zhu Ying-fu, Li Zhi-da, et al. Research on fatigue crack damage propagation of sandwich structures[J]. *Journal of Ship Mechanics*, 2019, 23(8): 988-996.
- [9] Williams M L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners of plate in extension[J]. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the Asme*, 1952, 19(4): 526-528.
- [10] Zappalorto M, Carraro P A. Stress fields at sharp angular corners in thick anisotropic composite plates[J]. *Composite Structures*, 2014, 117(1): 346-353.
- [11] Zappalorto M. Mode I generalised stress intensity factors for rounded notches in orthotropic plates[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, 101: 356-364.
- [12] Zappalorto M, Ricotta M. Effect of material orthotropy on the notch stress intensity factors of sharp V-notched plates under tension[J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 2019, 104: 102375.
- [13] Dini D, Hills D A. When does a notch behave like a crack[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2006, 220(1): 27-43.
- [14] Lou B Q, Barltrop N. Physical differences between models of an infinitesimal crack at a V-notch edge and a crack emanating from a V-notch tip along with their approximate solutions[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2021, 219: 1-10.