

# 温度和车辆荷载耦合产生的桥梁极值应力预测

樊学平<sup>1,2</sup>, 杨渡<sup>2</sup>, 李九谕<sup>2</sup>, 赵启凡<sup>2</sup>, 刘月飞<sup>1,2</sup>

(1. 兰州大学 西部灾害与环境力学教育部重点实验室, 兰州 730030; 2. 兰州大学 土木工程与力学学院, 兰州 730030)

**摘要:** 本文首先采用移动平均法对温度和车辆荷载耦合产生的监测极值应力进行平滑处理, 取处理后的低频数据为趋势项信息, 初始数据减去趋势项数据为车辆荷载效应信息, 趋势项减去其均值为温度荷载效应信息, 通过以上步骤来实现桥梁极值应力的解耦。其次, 建立双变量贝叶斯动态线性趋势性模型 (BDLTM) 对低频极值应力进行预测分析, 采用 GRU 神经网络模型对高频极值应力进行预测分析。最后, 进行耦合极值应力的叠加预测, 利用天津富民桥的监测耦合数据验证所建模型的可行性。本文研究成果将为桥梁的预防性养护维护决策提供理论基础。

**关键词:** 结构工程; 桥梁耦合极值应力; 移动平均法; BDLTM-GRU 模型; BDLTM; GRU 神经网络  
**中图分类号:** TU39 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)05-1588-07

**DOI:** 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20231358

## Dynamic prediction of bridge coupled extreme stresses produced by temperature and vehicle loads

FAN Xue-ping<sup>1,2</sup>, YANG Du<sup>2</sup>, LI Jiu-yu<sup>2</sup>, ZHAO Qi-fan<sup>2</sup>, LIU Yue-fei<sup>1,2</sup>

(1. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China of the Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730030, China; 2. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730030, China)

**Abstract:** Firstly, moving average method is adopted to decouple the coupled extreme stresses produced by temperature and vehicle loads, the low-frequency data after processed by moving average method is the trend item information, the initial data minus the trend item is the vehicle load effect information, and the trend item minus its mean is the temperature load effect information. Secondly, a bivariate Bayesian dynamic linear trend model (BDLTM) is built to predict and analyze low-frequency extreme stress, GRU neural network model is provided to predict and analyze high-frequency extreme stresses. Finally, the dynamic coupled extreme stresses are predicted. The monitoring coupled data from Tianjin Fumin Bridge is provided to illustrate the feasibility and application of the proposed model. The research results of this paper will provide the theoretical foundation for preventive maintenance and decision-making of the service bridges.

**Key words:** structural engineering; bridge coupled extreme stresses; moving average method; BDLTM-GRU; BDLTM; GRU neural network

收稿日期: 2023-12-06.

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51608243); 兰州大学中央高校基本科研业务费专项项目 (lzujbky-2025-05).

通信作者: 樊学平 (1983-), 男, 副教授, 博士. 研究方向: 桥梁结构安全预后与损伤预后. E-mail: fxp\_2004@163.com

## 0 引言

桥梁健康监测研究的第二阶段逐渐成为当前的研究热点<sup>[1]</sup>,主要集中在监测数据的处理方面。至今,监测数据处理研究主要在结构模态参数识别<sup>[2]</sup>、桥梁结构损伤识别<sup>[3]</sup>以及桥梁模型修正<sup>[4]</sup>等领域,而基于无有限元模型的结构性能动态预测还处于研究的初始阶段<sup>[5]</sup>。监测数据的随机性和趋势性等特点导致高精度地预测桥梁极值荷载效应比较困难,因此研究荷载效应极值的高精度动态预测方法成为桥梁结构健康监测研究的关键问题之一。另外,极值应力是导致桥梁疲劳破坏和塌陷的主要原因之一,准确预测极值应力,可以及时进行预防性养护维修。

移动平均法是一种在数据分析和时间序列预测中常用的统计方法,其主要目的是通过对数据进行平滑来减少随机性,以便更清晰地提取数据中的趋势性和周期性特征。

目前在役桥梁结构的可靠性研究大多在无有限元模型的基础上,通过建立数学模型构建监测数据与模型参数之间的动态关系,实现桥梁结构可靠性的动态预测<sup>[6]</sup>。现在已经发展出一些基于无有限元模型的桥梁动力响应的预测方法<sup>[7]</sup>,例如,引入状态变化趋势为变量的双变量贝叶斯动态模型,将其用于监测数据的高精度预测法<sup>[8]</sup>。但是在分析过程中,只用了贝叶斯线性动态模型来对解耦后的极值数据进行预测分析,对高频极值数据的非线性和波动性未加考虑,此时贝叶斯动态线性模型不是预测分析高频极值数据的最优模型。

考虑到城市桥梁主要承受自重、温度及车辆荷载,还有桥梁监测数据的随机性、动态性、耦合性等特性,本文采用移动平均法对桥梁监测数据进行解耦。为了对低频极值数据进行预测分析,引入随时间变化的趋势性的贝叶斯动态线性趋势性模型(BDLTM)。由于高频极值数据具有非线性和波动性,采用GRU模型对高频极值数据进行预测分析。进而,将预测的高频极值应力和低频极值应力进行叠加,得到桥梁耦合极值应力的预测值,并与单一BDLTM模型和单一GRU神经网络模型的预测值进行比较,通过天津富民桥的监测数据对所建立的模型进行验证。

## 1 桥梁监测数据的解耦和预测

城市桥梁所受到的应力主要来自桥面上的车流、温度作用以及桥梁自重等,所以本文认为城市桥梁监测应力是车辆、温度、桥梁自重耦合产生的结果。采用移动平均法来对极值应力数据进行解耦处理。将移动平均法平滑后的极值应力数据的均值作为桥梁自身所引起的应力,初始极值应力与平滑后的极值应力的差(高频极值应力)作为车辆荷载引起的应力,然后将平滑后的极值应力与其均值的差(低频极值应力)作为温度荷载引起的应力,通过以上步骤实现对桥梁极值应力的解耦操作。

### 1.1 基于移动平均法的耦合极值应力解耦和验证

桥梁监测数据处理的主要目的是将桥梁所受温度、自重、车辆荷载等耦合作用产生的信号进行高低频解耦处理。

对于时间序列:

$$X = \{x(1), x(2), \dots, x(N-1), x(N)\}$$

定义能够求出其中连续 $N$ 个元素的时间序列平均值的函数:

$$F(t) = \frac{1}{N} [x(t) + x(t-1) + \dots + x(t-N+1)], t \geq N \quad (1)$$

以此得到的新序列作为处理后的数据。

该方法利用时间序列元素逐渐推移依次计算包含 $N$ 项的时序平均数,有:

$$F(t) = F(t-1) + \frac{1}{N} (x_t - x_{t-N}), t \geq N+1 \quad (2)$$

验证方法:

$$Y = \{F(1), F(2), \dots, F(N-1), F(N)\}$$

的一阶数据差分表现出同号连续变化(连续正号或负号)的特性,且数据序列的信息熵相比较处理之前的数据序列变小。

考虑到数据重要性不同、时间序列出现突变等情况,鉴于本文研究的温度和车载耦合产生的桥梁监测数据特征,采用式(1)(2)获取耦合极值应力的低频信息,利用上述解耦操作,进一步可以获取对应的高频信息。

### 1.2 低频极值应力的贝叶斯线性动态模型

贝叶斯动态线性模型(BDLM)是一种基于贝叶斯统计方法的动态线性模型,可以用于时间序列数据的建模和预测。BDLM将动态线性模型

中的参数估计问题转化为贝叶斯推断问题。BDLM 是一种利用贝叶斯方法来估计模型参数和状态变量的技术,同时也能通过贝叶斯模型来进行未来观测数据的预测。这种方法将已知监测信息和已有先验信息相结合,建立动态线性模型并持续修正相关参数,以达到更精确的预测效果。

由于解耦后的低频极值应力是一个时间序列,并且桥梁在监测期间存在许多不可观测的误差,导致低频极值应力状态的值也是不可观测的。因此,采用动态线性模型来描述极值应力的状态变化是合适的。动态线性模型通常基于 3 个假设:

(1) 状态变量  $(\theta_t, \beta_t, t=1, 2, \dots, T)$  呈现马尔科夫链的变化<sup>[9-11]</sup>,  $\theta_t$  和  $\theta_{t-1}$  成线性变化,  $T$  为监测总时间。

(2) 监测变量  $y_t$  之间相互独立,且只与  $\theta_t$  有关。  $y_t$  与  $\theta_t$  存在线性关系。

(3) 状态变量和它的误差服从正态分布;监测变量和它的相关误差也服从正态分布。

为了更好地描述极值应力状态变量的变化过程,考虑其具有随机性,因此引入随时间变化的状态变量趋势项  $\beta_{t-1}$ 。使用双状态变量来建立状态方程,因此本文所建立的动态线性模型(DLTM)可以表示如下。

(1) 监测方程:

$$y_t = \theta_t + v_t, v_t \sim N(0, V_t) \quad (3)$$

(2) 状态方程:

$$\begin{cases} \theta_t = \theta_{t-1} + \beta_{t-1} + \omega_t, \omega_t \sim N(0, W_t) \\ \beta_{t-1} = \theta_{t-1} - \theta_{t-2} \end{cases} \quad (4)$$

(3) 初始信息:

$$\theta_{t-1}|D_{t-1} \sim N(m_{t-1}, C_{t-1}) \quad (5)$$

式中:  $y_t$  为在  $t$  时刻的桥梁监测值;  $\theta_t$  为由前一刻的状态变量和它的相对误差还有变化趋势组成的状态值;  $v_t$  为  $y_t$  所对应的监测误差;  $N(\cdot)$  为高斯分布的概率密度函数;  $\beta_{t-1}$  为状态变量在  $t-1$  时刻的变化趋势,由此时刻和前一时刻的状态变量确定;  $\omega_t$  为  $t$  时刻  $\theta_t$  对应的误差;  $V_t$  为  $v_t$  的方差;  $W_t$  为  $\omega_t$  的方差;  $D_{t-1}$  为  $t-1$  时刻及之前所有有效信息的集合;  $m_{t-1}$  为  $\theta_{t-1}$  的点估计;  $C_{t-1}$  为  $t-1$  时刻  $\theta_{t-1}$  的方差。

动态线性模型中的关键参数有  $V_t, W_t, \beta_{t-1}, m_{t-1}, C_{t-1}$ 。  $V_t$  为  $v_t$  的方差,可以通过使用原始监

测数据进行方差估计;  $m_{t-1}$  为初始状态的均值;  $W_t$  为状态误差的方差,通过引入折扣因子结合初始状态信息近似确定:

$$W_t = C_{t-1} + C_{t-1}/\delta \quad (6)$$

式中:  $\delta$  为折扣因子,根据工程经验取  $0.98^{[11]}$ ;  $C_{t-1}$  为初始状态的方差。

### 1.3 高频极值应力的 GRU 模型

高频极值应力相比较于低频极值应力有较强的非线性和波动性,因此采用 GRU 神经网络模型来对其进行预测分析。GRU<sup>[12,13]</sup> (Gated recurrent unit) 也被称为门控单元循环结构,属于深度神经网络的一种,是 LSTM 的一种变体。图 1 即为 GRU 模型的一个单元结构示意图,在一个完整的 GRU 模型中,通常由数个这种单元结构层层组成。GRU 模型在一定程度上解决了 LSTM 神经网络梯度爆炸的情形,目前广泛应用于时间序列数据的预测和修复<sup>[13]</sup>。相比于其他的神经网络模型,GRU 模型的优势在于输入的参数较少,拥有较快的训练速度,还能降低数据过拟合的风险。

图 1 中,  $z_t$  代表更新门,该门主要决定当前需要传递多少信息到未来,式(7)为更新门的计算公式:

$$z_t = \sigma(W_z * x_t + U_z * h_{t-1}) \quad (7)$$

式中:  $x_t$  为时间步  $t$  的输入向量,代表时间序列  $x$  的第  $t$  个分量;  $h_{t-1}$  为前一个时间步的输出信息。

通过使用权重矩阵  $W_z$  和  $U_z$  对  $h_{t-1}$  和  $x_t$  进行线性变换,然后将这两个信息相加。更新门  $z_t$  通过一个激活函数  $\sigma$  (Sigmoid) 将结果限制在  $0 \sim 1$ 。

$r_t$  代表重置门,其主要决定有多少来自过去的消息需要遗忘,其计算公式如下:

$$r_t = \sigma(W_r * x_t + U_r * h_{t-1}) \quad (8)$$

式(8)的主要参数介绍见更新门,需要注意的

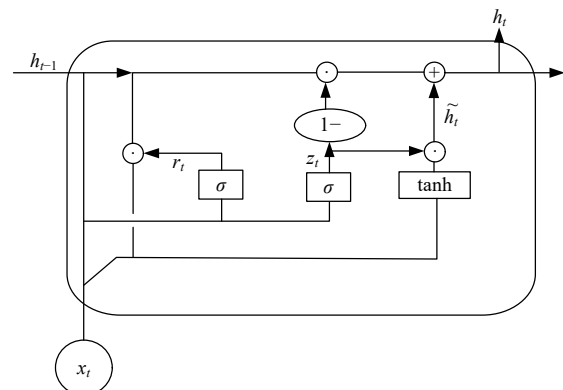


图 1 GRU 模型单元结构示意图

Fig. 1 GRU model unit structure diagram

是线性变换的参数变了(权重矩阵)。重置门与更新门的计算结果一样会被压缩到0~1;重置门可以衡量门控开启的大小,如果值为0,则代表该信息被完全遗忘。

$\tilde{h}_t$ 代表的是当前的记忆内容,将用到上一步提出的重置门,在进行计算后使用双曲正切函数(tanh)作为激活函数,将值限制在-1~1。计算公式如下:

$$\tilde{h}_t = \tanh[W_h * x_t + U_h * (r_t * h_{t-1})] \quad (9)$$

式中: $h_t$ 为当前门的最终输出结果,它保存了当前单元的信息,并将其输入下一个单元中,此计算中还使用了更新门的输出结果,计算公式如下:

$$h_t = (1 - z_t) * h_{t-1} + z_t * \tilde{h}_t \quad (10)$$

在式(7)~(9)中, $W_z$ 、 $U_z$ 、 $W_r$ 、 $U_r$ 、 $W_h$ 、 $U_h$ 都是GRU神经网络的参数,是在训练过程中学习得出的。

## 2 解耦极值应力与耦合极值应力的预测

### 2.1 低频极值应力的BDLTM模型预测

基于DLTM模型,结合解耦后的动态监测数据,可以利用贝叶斯方法对其进行概率递推得到BDLTM模型。

(1) $t-1$ 时刻的状态后验分布:

$$\theta_{t-1} | D_{t-1} \sim N(m_{t-1}, C_{t-1}) \quad (11)$$

(2) $t$ 时刻的状态先验分布:

$$\theta_t | D_{t-1} \sim N(a_t, R_t) \quad (12)$$

式中: $a_t = m_{t-1} + \beta_{t-1}$ ,  $R_t = C_{t-1} + W_t$ ;  $\beta_{t-1}$ 为 $t-1$ 时刻状态变量的变化趋势,可以使用一阶差分法来计算。

(3) $t$ 时刻观测变量一步预测分布:

$$y_t | D_{t-1} \sim N(\mu_t, \sigma_t^2) \quad (13)$$

式中: $\sigma_t^2 = \text{var}(y_t | D_{t-1}) = R_t + V_t$ ,  $\mu_t = E(y_t | D_{t-1})$ ,  $P_t = (\sigma_t^2)^{-1}$ 为贝叶斯动态模型的精度。

(4) $t$ 时刻的状态后验分布:

$$\theta_t | D_t \sim N(m_t, C_t) \quad (14)$$

式中: $C_t = \text{var}(\theta_t | D_t) = R_t - A_t A_t^T \sigma_t^2$ ,  $m_t = E(\theta_t | D_t) = a_t + A_t e_t$ ,  $A_{i,t} = R_{i,t} (\sigma_{i,t}^2)^{-1}$ ,  $e_{i,t} = y_{i,t} - f_{i,t}$ 。

根据HPD区域的定义<sup>[9-11]</sup>,对于第 $k$ 步观测值的预测区间(95%的保证率)为:

$$\left[ f_{i,t}(k) - 1.645 \sqrt{Q_{i,t}(k)}, f_{i,t}(k) + 1.645 \sqrt{Q_{i,t}(k)} \right] \quad (15)$$

### 2.2 高频极值应力的GRU模型预测

首先,利用解耦后的高频极值应力数据,对GRU模型开始训练,得到式(8)~(10)中的模型参数,然后利用已知参数的GRU模型开始对高频极值应力进行预测。

(1)输入层:输入初始数据 $X(t)$ ,也就是解耦后的高频极值应力。

(2)门控单元:包括在1.3节提到的更新门和重置门。

(3)隐藏状态:即图1中的 $h_t$ ,代表模型在时间步 $t$ 对序列数据的内部记忆。

(4)更新门:用于决定隐藏状态 $h_t$ 的更新程度,通过式(7)进行计算。

(5)重置门:决定了隐藏状态 $h_t$ 对先前一步的隐藏状态 $h_{t-1}$ 进行重置的程度,通过式(8)进行计算。

(6)候选隐藏状态: $\tilde{h}_t$ 是根据重置门和输入的序列数据来计算得出的,通过式(9)进行计算。

(7)更新隐藏状态:隐藏状态的更新是根据更新门和候选隐藏状态进行的,通过式(10)进行计算。

(8)输出层:根据隐藏状态来进行相应的预测工作。

对(3)~(8)步进行重复分析直到处理完所输入的序列数据,即可完成序列数据的预测。

### 2.3 耦合极值应力的预测模型

为了验证本文提出的(BDLTM-GRU)预测模型的可行性,对耦合极值应力的预测分为3种情况进行分析比较。

情形一:低频极值应力的BDLTM模型预测值叠加高频极值应力的GRU模型预测值;

情形二:直接对耦合极值应力建立BDLTM模型进行预测;

情形三:直接对耦合极值应力建立GRU模型进行预测。

对以上提出的3种情形分别进行预测,然后引入均方误差值来验证3种情形的精度。均方误差值越小,则该模型的精度越高。

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_{obs,i} - y_{model,i})^2}{n}} \quad (16)$$

式中:  $y_{obs}$  为真实观测值;  $y_{model}$  为耦合极值应力预测模型的预测值;  $n$  为观测值的个数。

### 3 实例分析

富民桥主梁的监测截面如图 2 所示。本文使用该桥梁 A 断面的 4 个传感器 FBG01074(底板内侧)、FBG01078(底板中间)、FBG01076(顶板内侧)、FBG01077(顶板中间)所分别监测的 120 h 的应力数据进行分析,取每小时的绝对值最大值为极值应力进行研究,这些数据均是在 20 Hz 的采样频率下采集的。A 断面的传感器布置如图 3 所示,其中测点 1、3、5、7、8、10、12、13 为顺桥向测

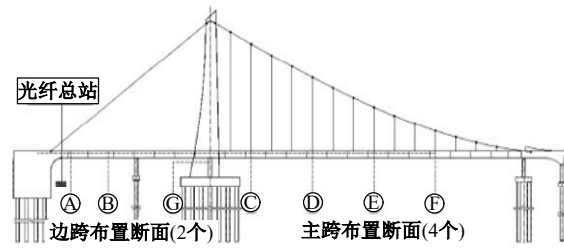


图 2 主梁的监测截面

Fig. 2 Monitoring section of the main beam

点, 2、4、6、9、11、14 为温度补偿测点。传感器 FBG01074、FBG01078、FBG01076、FBG01077 分别对应测点 1、3、8、10。

本文采用 A 截面 1、3、8、10 这 4 个监测点的极值应力数据进行。A 断面的底板内侧和中间所承受的应力较大且变化趋势也基本一致,顶板和底板的极值应力趋势大致相反。

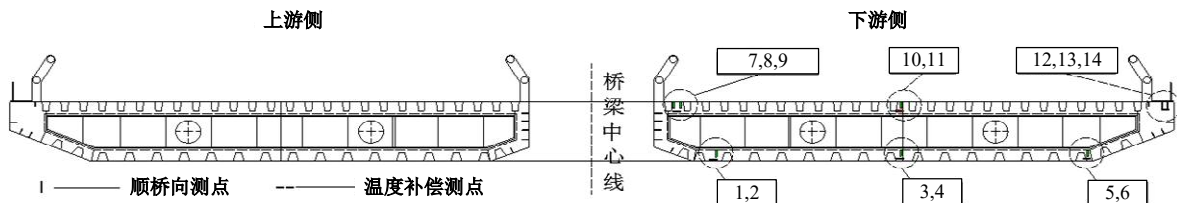


图 3 截面变化段光纤应变传感器布置图(A 截面)

Fig. 3 Strain sensor layout about section A

#### 3.1 桥梁构件极值应力的解耦

利用移动平均法对天津富民桥 A 截面 4 个监测点的极值应力时程曲线进行趋势项(低频)提取。

趋势项与其均值的差作为温度荷载引起的极值应力;极值应力减去低频应力可得到车辆荷载所引起的应力时程。温度极值应力和车辆极值应力叠加即为耦合极值应力。

#### 3.2 温度荷载效应极值应力的预测

3.1 节所得的温度荷载效应为初始数据,然后对初始数据进行 K-S 检验,确认其服从正态分布。

根据监测数据,结合式(3)~(5),即可对温度荷载效应的 DLTM 建立如下。

(1) 监测方程:

$$y_t = \theta_t + v_t, v_t \sim N(0, V_t) \quad (17)$$

(2) 状态方程:

$$\begin{cases} \theta_t = \theta_{t-1} + \beta_{t-1} + \omega_t, \omega_t \sim N(0, W_t) \\ \beta_{t-1} = \theta_{t-1} - \theta_{t-2} \end{cases} \quad (18)$$

(3) 初始信息:

$$\begin{cases} \theta_{t-1}|D_{t-1} \sim N(0, 5.94^2) \\ \theta_{t-1}|D_{t-1} \sim N(0, 2.16^2) \\ \theta_{t-1}|D_{t-1} \sim N(0, 3.81^2) \\ \theta_{t-1}|D_{t-1} \sim N(0, 4.05^2) \end{cases} \quad (19)$$

式(19)依次为 FBG01074、FBG01076、FBG01077 和 FBG01078 的初始信息。 $V_t$  为温度荷载数据线性动态模型的监测误差的方差,可由对平滑处理后的监测数据的方差求得  $V_t = 35.28$  (FBG01074),  $V_t = 4.67$  (FBG01076),  $V_t = 14.52$  (FBG01077),  $V_t = 16.4$  (FBG01078);  $W_t$  可由  $W_t = C_{t-1} + C_{t-1}/\delta$  计算得到。

由式(17)~(19)可知解耦后的温度效应的初始状态服从正态分布,结合 2.1 节的 BDLTM 模型概率递推可对解耦后温度荷载作用下的极值应力进行预测评估。

经过解耦数据建模分析验证,可知贝叶斯动态线性模型的预测结果变化趋势都非常贴近原始数据,且在温度荷载效应波动较大的情况下,所有的监测值仍处于预测区间之内,且预测精度也呈缓慢上升趋势,代表后续的预测值会越来越贴近温度荷载效应的监测值。

### 3.3 车辆荷载效应极值应力的预测

车辆荷载效应由于非线性和波动性较强,所以采用GRU神经网络模型对其进行预测,在进行预测之前先输入原始数据对GRU模型进行训练,随着训练次数的增多,预测值也逐渐逼近原始数据。

经过解耦数据建模分析验证,可知GRU模型对车辆荷载效应具有较好的预测结果,预测结果的波动趋势与车辆荷载的波动趋势基本符合,数值误差方面也较小,因而GRU神经网络模型对车辆荷载效应的预测也基本符合预测要求。

### 3.4 耦合极值应力的预测

将3.2节和3.3节分别得到的温度荷载效应预测值和车辆荷载效应预测值进行叠加,即可实现耦合极值应力的预测,将预测后的耦合极值应力与耦合极值应力的原始数据进行对比来验证BDLTM-GRU模型的可行性。

经过数据验证分析,可知耦合极值应力的预测值与实测值基本一致,预测结果良好且比较稳定,变化趋势方面基本吻合,预测值处于置信区间之内,表征本文使用的BDLTM-GRU模型具有可行性,且模型效果也比较好。

为了继续验证BDLTM-GRU模型的高精度猜想,对2.3节中所提出的3种情形进行建模分析,3种模型的均方值误差如表1所示。

通过表1可看到以上4个监测点的BDLTM-GRU模型的均方值误差均要小于BDLTM模型和GRU模型,表明本文提出的BDLTM-GRU模型在精度上要优于BDLTM模型和GRU模型。

表1 3种模型的均方值误差

监测点	BDLTM-GRU	BDLTM	GRU
FBG01074	0.586 6	0.665 4	0.684 8
FBG01076	0.502 3	0.540 0	0.545 5
FBG01077	0.656 6	0.743 5	0.771 3
FBG01078	0.332 0	0.386 7	0.435 1

## 4 结 论

(1) 采用移动平均法对桥梁监测耦合极值应力进行解耦处理,进而利用GRU神经网络和BDLTM分别可以实现在役桥梁高频和低频荷载效应的高精度预测。

(2) 建立的BDLTM-GRU模型对可以实现

耦合极值荷载效应的高精度预测。

### 参考文献:

- [1] 樊学平,吕大刚. 基于BDNM的桥梁结构可靠度预测[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(2): 1-5.  
Fan Xue-ping, Lyu Da-gang. Reliability prediction of bridge structures based on BDNM[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(2): 1-5.
- [2] 李顺龙. 基于健康监测技术的桥梁结构状态评估和预警方法研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学土木工程学院, 2009.  
Li Shun-long. Approaches of condition assessment and damage alarming of bridges based on structural health monitoring[D]. Harbin: School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 2009.
- [3] An Y H, Chatzi E, Sim S H, et al. Recent progress and future trends on damage identification methods for bridge structures[J]. Structural Control and Health Monitoring, 2019, 26(10): 2416.
- [4] Wan H P, Ren W X. Stochastic model updating utilizing Bayesian approach and Gaussian process model[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 70: 245-268.
- [5] Fan X P, Liu Y F. Use of monitored daily extreme stress data for performance prediction of steel bridges: dynamic linear models and gaussian mixed particle filter[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 121: 841-855.
- [6] 樊学平,吕大刚. 基于贝叶斯DLM的桥梁结构可靠度预测[J]. 铁道学报, 2014, 36(6): 93-98.  
Fan Xue-ping, Lyu Da-gang. Reliability prediction of aging bridges based on Bayesian dynamic linear model[J]. Journal of the China Railway Society, 2014, 36(6): 93-98.
- [7] 樊学平,刘月飞,吕大刚. 桥梁监测数据的动态线性建模与可靠性预测[J]. 同济大学学报:自然科学版, 2016, 44(7): 1002-1009.  
Fan Xue-ping, Liu Yue-fei, Lyu Da-gang. Dynamic linear modeling of bridge monitored data and reliability prediction[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2016, 44(7): 1002-1009.
- [8] 樊学平,杨光红,刘月飞. 大跨混凝土桥梁耦合极值应变的混合粒子预测[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2021, 42(8): 1167-1175.  
Fan Xue-ping, Yang Guang-hong, Liu Yue-fei. Hybrid particle prediction of coupling extreme strain data

- of long-span concrete bridges[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2021, 42(8): 1167-1175.
- [9] Petris G, Petrone S, Campagnoli P. Dynamic Linear Models with R[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2009.
- [10] West M, Harrison J. Bayesian Forecasting and Dynamic Models[M]. Berlin: Springer Science & Business Media, 2006.
- [11] 樊学平. 基于验证荷载和监测数据的桥梁可靠性修正与贝叶斯预测[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学土木工程学院, 2014.
- Fan Xue-ping. Reliability updating and Bayesian prediction of bridges based on proof loads and monitoring data[D]. Harbin: School of Civil Engineering, Harbin Institute of Technology, 2014.
- [12] Cho K, Van M B, Bahdanau D, et al. On the properties of neural machine translation: encoder-decoder approaches[J]. Syntax, Semantics and Structure in Statistical Translation, 2014, 14: 103-111.
- [13] 鞠翰文, 邓扬, 李爱群. 基于GRU神经网络的结构异常监测数据修复方法[J]. 振动与冲击, 2023, 42(9): 328-338.
- Ju Han-wen, Deng Yang, Li Ai-qun. Restoring method of structural abnormal monitoring data based on GRU neural network[J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42(9): 328-338.