

非正交偏置变位一体化的斜齿面 齿轮齿宽设计

付学中^{1,2,3}, 何厚冰³, 刘旭东³, 李静珍³

(1. 西北工业大学机电学院, 西安 710072; 2. 广西汽车集团有限公司博士后与外部专家工作站, 广西柳州 545007; 3. 广西科技大学机械与汽车工程学院, 广西柳州 545006)

摘要: 为了增强面齿轮在各种结构紧凑设备的适用性, 进一步扩大其传动优势, 研究了非正交偏置变位一体化的斜齿面齿轮及其齿宽设计。建立了非正交偏置变位斜齿面齿轮的三维模型, 根据非正交偏置变位斜齿面齿轮根切和齿顶变尖的限制条件, 对轮齿的内半径及外半径进行设计, 得出了面齿轮的有效齿宽, 并分析了轴交角、变位系数、偏置距和螺旋角对内径、外径和齿宽的影响。研究表明: 轴交角不断增加时, 面齿轮的有效齿宽先减小后增加; 面齿轮的有效齿宽随着变位系数的增加而增大; 偏置距对有效齿宽的影响会因为轴交角的大小而产生不同的结果; 螺旋角的增大会使有效齿宽以较小幅度的趋势减小。

关键词: 机械设计及理论; 斜齿面齿轮; 非正交; 偏置; 变位; 齿宽设计

中图分类号: TH132.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)04-1207-08

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240049

Tooth width design of helical face gear with non-orthogonal offset modification integration

FU Xue-zhong^{1,2,3}, HE Hou-bing³, LIU Xu-dong³, LI Jing-zhen³

(1. School of Mechanical Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China; 2. Postdoctoral and External Expert Workstation of Guangxi Automobile Group Co., Ltd., Liuzhou 545007, China; 3. College of Mechanical and Automotive Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, China)

Abstract: In order to enhance the applicability of face gear in various compact devices and further expand its transmission advantages, the design of helical face gear with non-orthogonal offset modification integration and its tooth width is studied. The three-dimensional model of non-orthogonal offset modified helical gear is established. According to the restriction conditions of undercut and tip sharpening of non-orthogonal offset modified helical gear, the inner radius and outer radius of gear teeth are designed, and the effective tooth width of face gear is obtained. The influences of axis intersection angle, displacement coefficient, offset distance and helix angle on inner diameter, outer diameter and tooth width are analyzed. The results show that the effective tooth width of face gear first decreases and then increases when the shaft intersection

收稿日期: 2024-01-14.

基金项目: 国家自然科学基金项目(52265006); 广西自然科学基金项目(2022GXNSFBA035574); 国家级大学生创新创业训练计划项目(202210594070).

作者简介: 付学中(1986-), 男, 副教授, 在站博士后. 研究方向: 齿轮结构设计与分析. E-mail: fxznwpu@163.com

angle increases. The effective tooth width of face gear increases with the increase of modification coefficient; The influence of offset distance on effective tooth width will produce different results because of the size of axis intersection angle; With the increase of helix angle, the effective tooth width will decrease with a small amplitude.

Key words: mechanical design and theory; helical face gear; non-orthogonal; offset; modification; tooth width design

0 引言

面齿轮传动^[1]是圆柱齿轮与圆锥齿轮相啮合的先进新型角度传动,可应用于两轮轴线正交或者非正交的场所。面齿轮因其独特的分流特性,目前已在航空传动领域中广泛应用,如当今最先进的武装直升机阿帕奇 AH-64 主减速器应用的便是非正交小角度斜齿面齿轮传动^[2]。近年来许多科研人员在面齿轮研究中投入了大量的精力。Litvin 等^[3-6]利用几何学的方法推导了直齿及斜齿面齿轮根切和齿顶变尖的条件。在此研究基础上,李政民卿等^[7-9]研究了正交面齿轮齿廓尖化、根切、装配误差对面齿轮传动特性的影响。沈云波等^[10]研究了斜齿面齿轮的齿宽设计,分析了产形轮螺旋角和齿数对有效齿宽的影响。苏进展等^[11]研究了一种新型点接触斜线齿面齿轮并对其进行了齿宽设计。

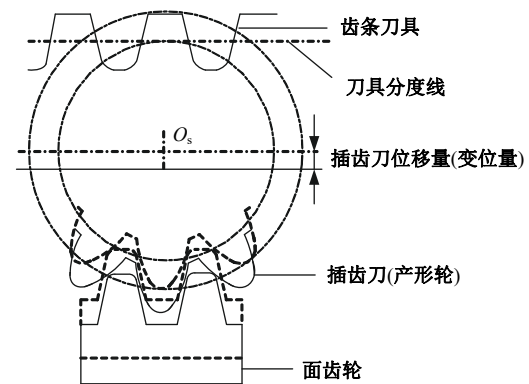
由于面齿轮加工制造比较困难,现有研究大多数集中于正交直齿面齿轮,鲜有对非正交偏置变位斜齿面齿轮的研究。相较于正交直齿面齿轮,非正交偏置变位斜齿面齿轮具有重合度高、传动平稳、承载能力强等优点,并且可以满足结构紧凑、构型丰富多变的空间布局设计要求,符合当前传动系统轻量化、高效化的发展需求。本文在上述研究的基础上,对非正交偏置变位斜齿面齿轮进行齿面设计和三维建模,利用变位斜齿插齿刀的齿面方程,推导非正交偏置变位斜齿面齿轮的齿面方程。根据在非正交、偏置、变位条件下的斜齿面齿轮根切和齿顶变尖条件,推导有效齿宽的计算公式,分析轴交角、变位系数、偏置距和螺旋角对齿宽的影响规律。

1 非正交偏置变位一体化的斜齿面齿轮变位及插齿加工原理

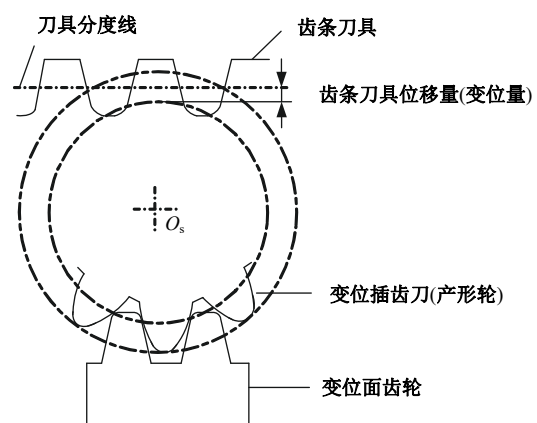
1.1 变位原理

面齿轮的齿形与传统齿轮有所不同,其轮齿

是分布在轮坯端面上的。采用传统改变刀具与轮坯相对位置的方法,是无法实现面齿轮变位的,如图 1 所示,改变刀具位置前后获得的面齿轮齿形是相同的^[12],因此,要获得变位面齿轮的齿形,只能改变刀具的结构参数。首先,需要制造相应变位量的变位插齿刀,然后使用该变位插齿刀加工面齿轮。在保持中心距不变的情况下,若插齿刀正变位,则加工出相应变位量的负变位面齿轮,若插齿刀负变位,则加工出相应变位量的正变位面齿轮。



(a) 改变加工刀具与面齿轮轮坯相对位置



(b) 改变加工刀具结构参数

图 1 面齿轮变位原理示意图

Fig. 1 Schematic diagram of face gear modification principle

1.2 插齿加工原理

非正交、偏置、变位斜齿面齿轮的插齿加工过程是模拟变位斜齿小轮与面齿轮的范成运动,加工原理如图 2 所示。动坐标系 S_s 、 S_2 分别固联变位斜齿插齿刀和面齿轮,固定坐标系 S_m 为固联机架的辅助坐标系。夹角 γ_m 是 z_s 、 z_m 的轴交角 γ 的补角,变位斜齿插齿刀的轴截面与非正交、偏置、变位斜齿面齿轮轴 z_2 的距离为偏置距 E 。

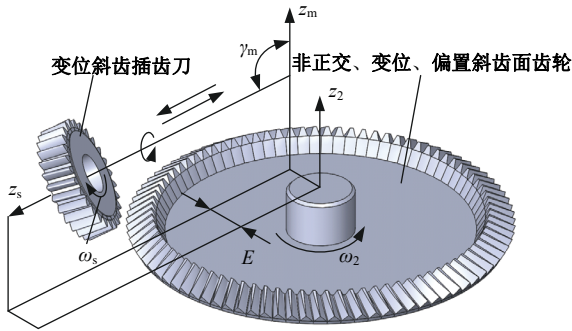


图 2 非正交、偏置、变位斜齿面齿轮加工原理
Fig. 2 Machining principle of non-orthogonal offset modified helical face gear

2 非正交偏置变位一体化的斜齿面齿轮齿面方程推导

2.1 变位斜齿插齿刀齿面方程

非正交、偏置、变位斜齿面齿轮是由变位斜齿插齿刀包络得到,而过渡曲面的设计对轮齿的弯曲强度尤其是齿根应力集中有重要影响,为了提高齿根的弯曲强度和减小应力集中,通常会采用刀顶圆弧连接方式。

变位斜齿插齿刀的渐开线齿廓与坐标系如图 3 所示,虚线表示负变位的渐开线齿廓。

在坐标系 S_s 中,变位斜齿插齿刀渐开线齿廓的位置矢量 R_s 可表示为:

$$R_s(\theta_s, \lambda_s) = \begin{bmatrix} \pm r_{bs}[\sin D - \theta_s \cos D] \\ -r_{bs}[\cos D + \theta_s \sin D] \\ p_s \lambda_s \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$D = \theta_{os} + \theta_s \pm \lambda_s \quad (2)$$

$$\theta_s = \frac{\pi}{2N_s} - (\tan \alpha - \alpha) - \frac{mx \tan \alpha}{r_{ps}} \quad (3)$$

式中: r_{bs} 为变位斜齿插齿刀基圆半径; θ_{os} 为刀具齿槽对称线到渐开线起始点的角度参数; θ_s 为渐开线上一点的角度参数; λ_s 为螺旋插齿刀端面渐

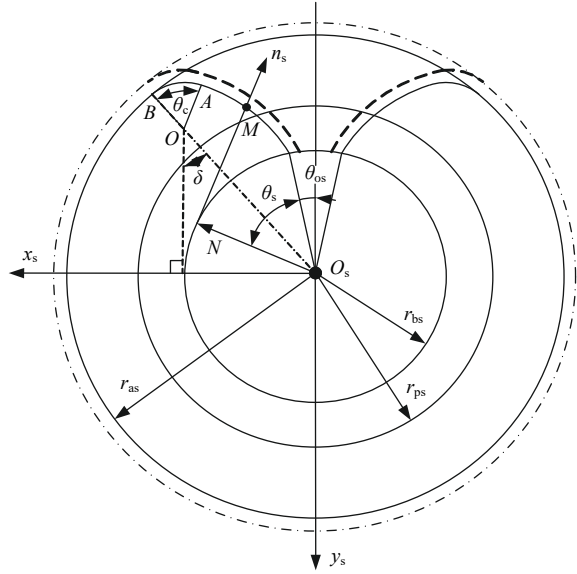


图 3 变位斜齿插齿刀齿廓

Fig. 3 Tooth profile of modified helical gear shaper

开线绕轴线 z_s 的转角; $p_s = r_{ps} / \tan \beta$, 为螺旋参数,其中 β 为插齿刀螺旋角;式中的正负号分别对应刀具齿槽两侧的渐开线方程; α 为插齿刀法面压力角; m 为法面模数; x 为变位系数; r_{ps} 为插齿刀的分度圆半径; N_s 为插齿刀齿数。

变位斜齿插齿刀渐开线齿廓的单位法线矢量为:

$$n_s = \frac{\frac{\partial R_s}{\partial \lambda_s} \times \frac{\partial R_s}{\partial \theta_s}}{\left| \frac{\partial R_s}{\partial \lambda_s} \times \frac{\partial R_s}{\partial \theta_s} \right|} = L_s \begin{bmatrix} -p_s \cos D \\ \mp p_s \sin D \\ r_{bs} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$L_s = \frac{1}{\sqrt{p_s^2 + r_{bs}^2}} \quad (5)$$

在坐标系 S_s 中,变位斜齿插齿刀刀顶圆弧 AB 的位置矢量 R_c 可表示为:

$$R_c(\theta_c, \lambda_c) = \begin{bmatrix} \pm [r_c \sin(\delta + \lambda_c) - r_{co} \cos(\xi + \theta_c + \lambda_c)] \\ -[r_c \cos(\delta + \lambda_c) + r_{co} \sin(\xi + \theta_c + \lambda_c)] \\ p_s \lambda_c \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中: r_c 为圆弧圆心到坐标系 O_s 原点的距离; δ 为圆弧圆心与 x 轴的垂线和圆弧圆心与坐标系原点 O_s 的连线的夹角; r_{co} 为圆弧半径; $\xi = \theta_{os} + \theta_s$; λ_c 为螺旋插齿刀刀顶圆弧绕轴线 z_s 的转角; θ_c 为圆弧角度参数。其中 δ 由式(7)确定:

由齿面根切的界限条件来确定的,当刀具齿顶线与啮合线的交点超过被切齿轮的极限啮合点时,就会发生根切现象,它会破坏面齿轮的正确啮合,增加应力集中和噪声,并可能引起齿轮的磨损和故障。

避免出现根切现象可以通过限制刀具齿面 Σ_s 来实现, Σ_s 上的界限线 l 由式(15)确定:

$$\begin{cases} R_s = R_s(\theta_s, \lambda_s) \\ f(\theta_s, \lambda_s, \phi_s) = 0 \\ \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 = 0 \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \Delta_1 = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial x_s}{\partial \lambda_s} & v_{xs}^{(s2)} \\ \frac{\partial y_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial y_s}{\partial \lambda_s} & v_{ys}^{(s2)} \\ f_\theta & f_\lambda & f_\phi \frac{d\phi_s}{dt} \end{vmatrix} \\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial x_s}{\partial \lambda_s} & v_{xs}^{(s2)} \\ \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial z_s}{\partial \lambda_s} & v_{zs}^{(s2)} \\ f_\theta & f_\lambda & f_\phi \frac{d\phi_s}{dt} \end{vmatrix} \\ \Delta_3 = \begin{vmatrix} \frac{\partial y_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial y_s}{\partial \lambda_s} & v_{ys}^{(s2)} \\ \frac{\partial z_s}{\partial \theta_s} & \frac{\partial z_s}{\partial \lambda_s} & v_{zs}^{(s2)} \\ f_\theta & f_\lambda & f_\phi \frac{d\phi_s}{dt} \end{vmatrix} \end{cases} \quad (16)$$

式中: (x_s, y_s, z_s) 为刀具齿面 Σ_s 上的点在坐标系 S_s 中的 3 个分量; f_θ, f_λ 和 f_ϕ 为啮合方程 f 对 θ_s, λ_s 和 ϕ_s 的偏导数。 $v_{xs}^{(s2)}, v_{ys}^{(s2)}$ 和 $v_{zs}^{(s2)}$ 为相对速度 $v^{(s2)}$ 在坐标系 $O_s-x_s y_s z_s$ 中的坐标分量。

由于根切界限线 l 与插齿刀齿顶母线交点就是根切临界点^[13], 该点的渐开线展角参数由图 3 中 A 点的圆弧参数 θ_s^* 确定, 该点需满足啮根切条件式(15), 故将 θ_s^* 代入式中即可求得根切临界点处参数 ϕ_s 和 λ_s 的值, 将其代入非正交偏置变位斜齿面齿轮的齿面方程中, 即可求得根切临界点的坐标 (x_2^*, y_2^*, z_2^*) , 从而可以求得齿面避免根切的最小内半径为:

$$L_1^* = \sqrt{(x_2^*)^2 + (y_2^*)^2} \sin \gamma - z_2^* \cos \gamma - \frac{r_{ps} - m_n + xm_n}{\tan \gamma} \quad (17)$$

因非正交偏置变位斜齿面齿轮左、右齿面不对称, 需分别计算斜齿面齿轮左、右齿面的最小内半径 L_{1l}^* 和 L_{1r}^* , 并按下式确定斜齿面齿轮不根切

的最小内半径:

$$L_{\min} = \max(L_{1l}^*, L_{1r}^*) \quad (18)$$

3.2 非正交偏置变位斜齿面齿轮非变尖时的最大外半径

非正交偏置变位斜齿面齿轮变尖的几何特征是左右齿面相交, 齿顶的厚度为 0。假定左齿面的位矢为 $R_{2l}^l(\theta_{sl}, \lambda_{sl}, \phi_{sl})$, 右齿面的位矢为 $R_{2r}^r(\theta_{sr}, \lambda_{sr}, \phi_{sr})$, 则非正交偏置变位斜齿面齿轮齿顶变尖条件用下式表示:

$$\begin{cases} f_l(\theta_{sl}, \lambda_{sl}, \phi_{sl}) = 0 \\ f_r(\theta_{sr}, \lambda_{sr}, \phi_{sr}) = 0 \\ R_{2r}^l(\theta_{sl}, \lambda_{sl}, \phi_{sl}) = R_{2r}^r(\theta_{sr}, \lambda_{sr}, \phi_{sr}) \\ R_{2y}^l(\theta_{sl}, \lambda_{sl}, \phi_{sl}) = R_{2y}^r(\theta_{sr}, \lambda_{sr}, \phi_{sr}) \\ \sqrt{(R_{2x}^l)^2 + (R_{2y}^l)^2} \cos \gamma + R_{2z}^l \sin \gamma = -r_{ps} + m_n - xm_n \\ \sqrt{(R_{2x}^r)^2 + (R_{2y}^r)^2} \cos \gamma + R_{2z}^r \sin \gamma = -r_{ps} + m_n - xm_n \end{cases} \quad (19)$$

式中: $R_{2x}^l, R_{2y}^l, R_{2z}^l$ 为左齿面方程 R_{2l}^l 的 3 个坐标分量; $R_{2x}^r, R_{2y}^r, R_{2z}^r$ 为右齿面方程 R_{2r}^r 的 3 个坐标分量。

求解式(19), 得到齿面变尖临界点的坐标 (x_2^*, y_2^*, z_2^*) , 则不出现变尖现象时的最大外径为:

$$L_{\max} = \sqrt{(x_2^*)^2 + (y_2^*)^2} \sin \gamma - z_2^* \cos \gamma - \frac{r_{ps} - m_n + xm_n}{\tan \gamma} \quad (20)$$

则非正交偏置变位斜齿面齿轮的极限齿宽为:

$$B_{\max} = L_{\max} - L_{\min} \quad (21)$$

4 算 例

根据上述推导的公式, 利用 Matlab 软件编写相应的程序, 输入非正交偏置变位斜齿面齿轮副参数, 如表 1 所示。通过计算可以得出齿面的坐标数据点, 将各点连接即可得到非正交偏置变位斜齿面齿轮轮齿模型, 如图 5 所示。

表 1 面齿轮副参数

Table 1 Parameter of face gear pair

设计参数	数值	设计参数	数值
面齿轮齿数 N_2	86	刀顶圆角半径 r_{co}/mm	0.8
小轮齿数 N_1	27	轴交角 $\gamma/(\circ)$	60
插齿刀齿数 N_s	30	变位系数 x	-0.3
法面模数 m_n	4	偏置距 E/mm	-10
法面压力角 $\alpha_n/(\circ)$	25	螺旋角 $\beta/(\circ)$	10

为了研究轴交角、变位系数、偏置距和螺旋角对最小内半径、最大外半径和极限齿宽的影响规律, 基于上述推导的齿宽计算公式编写了相应的计算程序, 得到了最小内半径、最大内半径和极限

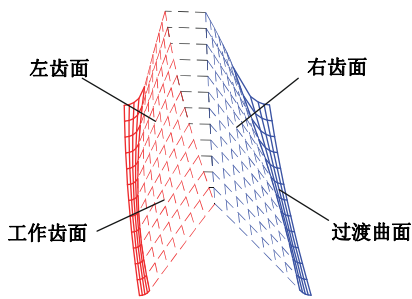
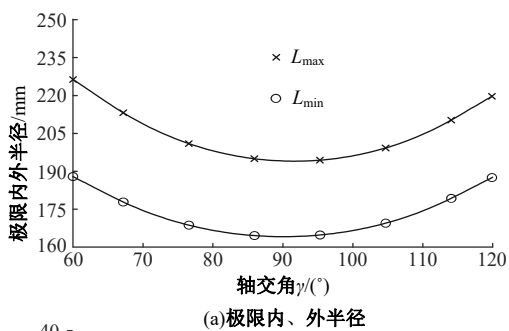


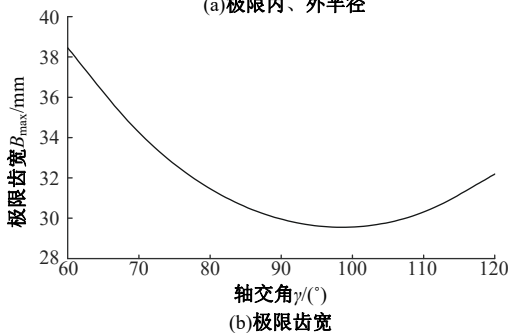
图5 面齿轮轮齿模型

Fig. 5 Face gear tooth model

齿宽的变化曲线和不同参数下的极限齿面模型, 如图6~10所示。



(a)极限内、外半径



(b)极限齿宽

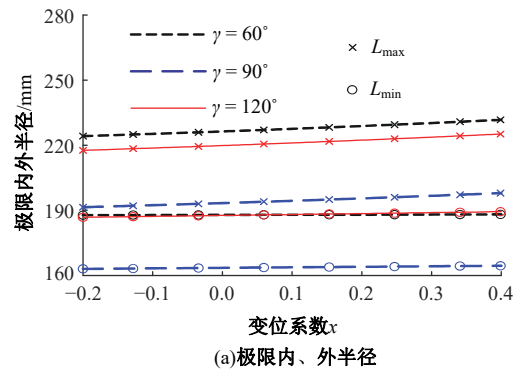
图6 轴交角对面齿轮最小内半径、最大外半径和极限齿宽的影响($\beta = 5^{\circ}, x = 0, E = 0$)

Fig. 6 Influence of shaft intersection angle on minimum inner radius, maximum outer radius and limit tooth width of face gear ($\beta = 5^{\circ}, x = 0, E = 0$)

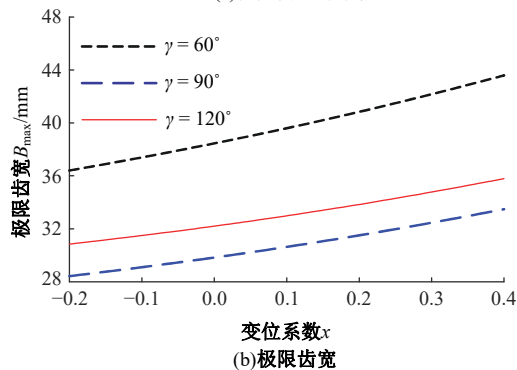
从图6~图10可以看出,轴交角、偏置距、变位系数和螺旋角对极限内外半径和极限齿宽均有较大影响,尤其是轴交角影响最大。

由图6可知,当轴交角从 60° 增加到 120° 时,面齿轮的极限内外半径和极限齿宽的变化均是先减小后增加。面齿轮的最小极限齿宽并非在轴交角为 90° 时,而是近似为 98° 。

由图7可知,当变位系数逐渐增大时,3种轴交角情况下面齿轮的极限内外半径和极限齿宽均逐渐增大,但最大外半径要比最小内半径的增长幅度更大,因此,极限齿宽随变位系数的增加逐渐增大,并近似呈线性关系。



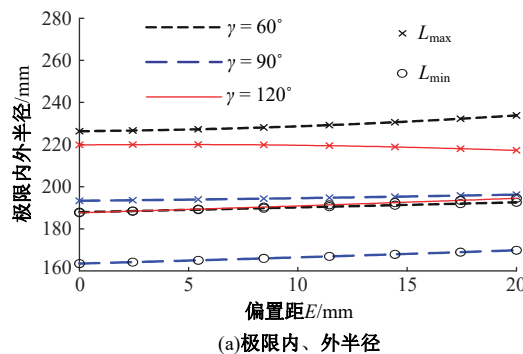
(a)极限内、外半径



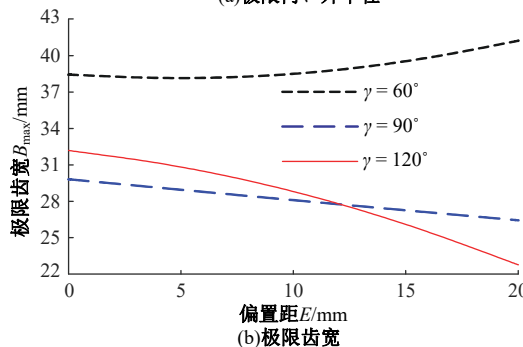
(b)极限齿宽

图7 变位系数对面齿轮最小内半径、最大外半径和极限齿宽的影响($\beta = 5^{\circ}, E = 0$)

Fig. 7 Influence of modification coefficient on minimum inner radius, maximum outer radius and limit tooth width of face gear ($\beta = 5^{\circ}, E = 0$)



(a)极限内、外半径



(b)极限齿宽

图8 偏置距对面齿轮最小内半径、最大外半径和极限齿宽的影响($\beta = 5^{\circ}, x = 0$)

Fig. 8 Influence of offset distance on minimum inner radius, maximum outer radius and limit tooth width of face gear ($\beta = 5^{\circ}, x = 0$)

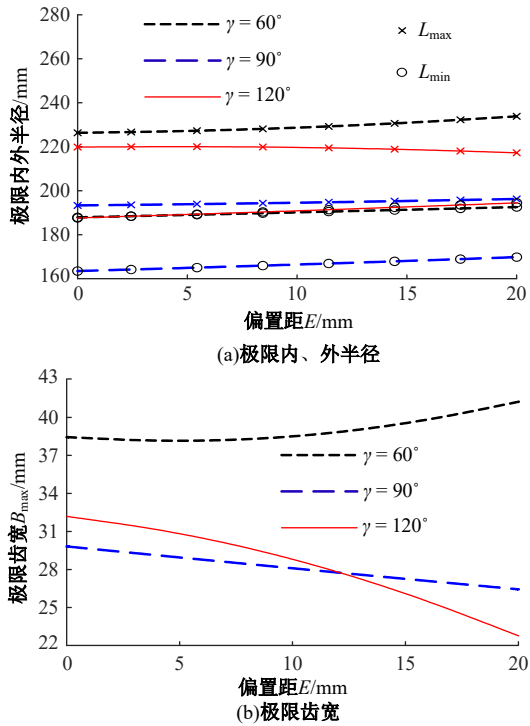


图 9 螺旋角对面齿轮最小内半径、最大外半径和极限齿宽的影响 ($x = 0, E = 0$)

Fig. 9 Influence of spiral angle on minimum inner radius, maximum outer radius and limit tooth width of face gear ($x = 0, E = 0$)

由图 8 可知,当偏置距逐渐增加,3 种轴交角

情况下的极限内外半径和极限齿宽呈现了 3 种不同的变化情况。在轴交角 $\gamma = 60^\circ$ 时,面齿轮的最小内半径和最大外半径均逐渐增加,而在后半段,最大内半径的增加幅度逐渐变大,故极限齿宽先近似保持不变后缓慢增大。在轴交角 $\gamma = 90^\circ$ 时,面齿轮的最大外半径近似保持不变,最小内半径逐渐增加,故极限齿宽随偏置距的增加近似线性减小。在轴交角 $\gamma = 120^\circ$ 时,面齿轮的最大外半径先近似保持不变而后逐渐减小,最小内半径一直逐渐增大,故极限齿宽以较大幅度减小。

由图 9 可知,当螺旋角逐渐增大时,3 种轴交角情况下面齿轮的最大外半径和最小内半径均逐渐增大,但最小内半径要比最大外半径的增长幅度更大,因此,极限齿宽随变位系数的增加逐渐减小。

由图 10 可以看出,参数 γ, E, x, β 对极限齿面模型有着不同程度的影响。改变这些参数会使齿厚、齿高和齿宽之间的关系发生变化,进而改变极限齿面的三维形态。

综上,在设计非正交偏置变位斜齿面齿轮时,需综合考虑 4 个参数对齿宽的影响,通过合理选取轴交角,控制偏置距、适当增加变位系数和减小螺旋角来增加齿轮的有效啮合长度,进而提升传

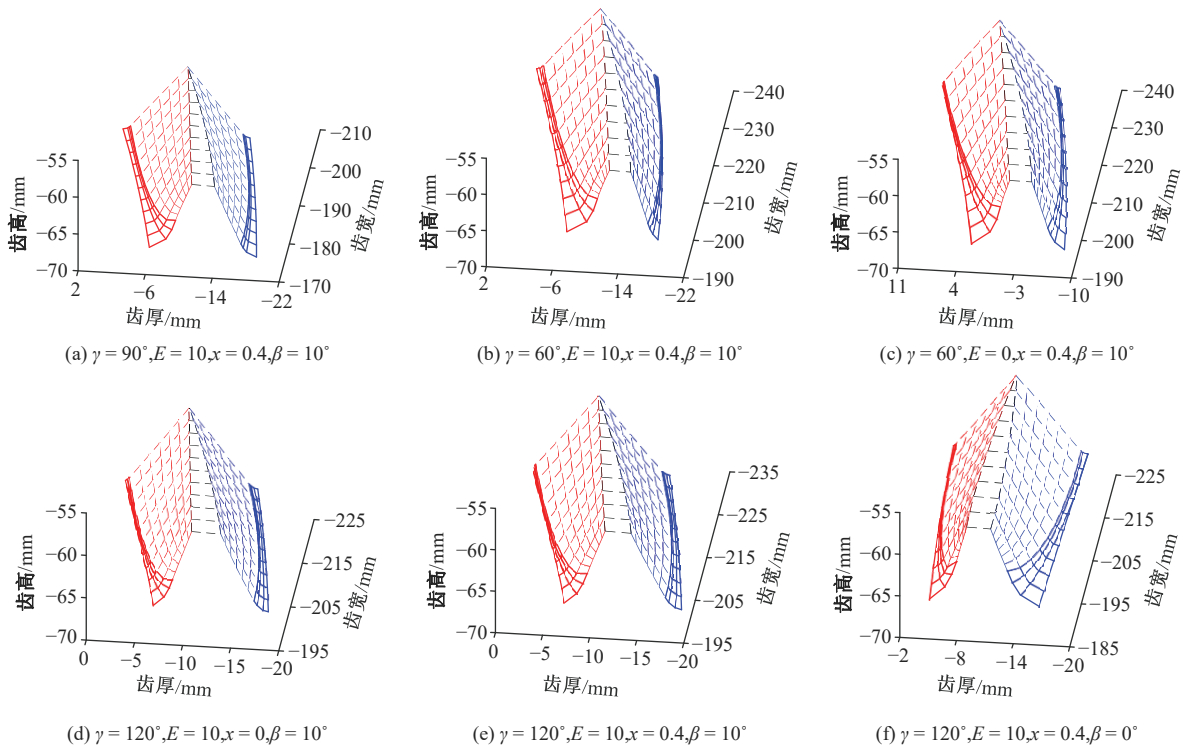


图 10 不同参数下的极限齿面模型

Fig. 10 Limit tooth surface model under different parameters

动平稳性,减弱振动,减少噪声。

5 结 论

(1)当轴交角不断增加时,面齿轮的有效齿宽先减小后增加,并在近似 98° 时降到最小。变位系数与最小内半径和最大外半径均近似呈线性递增关系,但极限齿宽随变位系数近似线性增大。

(2)偏置距对极限齿宽的影响较为复杂,可分为3种情况,对常见的轴交角为 90° 时,最小内半径、最大外半径均随偏置距的增大而增大,而极限齿宽与偏置距近似呈线性递减关系。随着螺旋角的增大,面齿轮的内径与外径逐渐增大,且内径变化的曲线上升幅度要比外径明显,从而使有效齿宽以较小幅度的趋势减小。

参考文献:

- [1] 林超,顾思家,刘毅.点接触正交变传动比面齿轮副重合度分析[J].吉林大学学报:工学版,2016,46(2):471-478.
Lin Chao, Gu Si-jia, Liu Yi. Analysis of contact ratio of point contact orthogonal variable transmission ratio face gear[J]. Journal of Jilin University(Engineering and Technology Edition), 2016, 46(2): 471-478.
- [2] 谭武中,王祁波.面齿轮在直升机传动系统中的应用前景分析[J].机械制造与自动化,2020,49(1):52-55.
Tan Wu-zhong, Wang Qi-bo. Application prospect analysis of face gear in helicopter transmission system [J]. Machine Building & Automation, 2020, 49(1): 52-55.
- [3] Litvin F L, Fuentes A. Gear geometry and applied theory[M]. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [4] Litvin F L, Zhang Y, Wang J C, et al. Design and geometry of face-gear drives[J]. Journal of Mechanical Design, 1992, 114(4): 642-647.
- [5] Litvin F L, Fuentes A, Howkins M. Design, generation and TCA of new type of asymmetric face-gear drive with modified geometry[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2001, 190(43): 5837-5865.
- [6] Litvin F L, Gonzalez-perez I, Fuentes A, et al. Design, generation and stress analysis of face-gear drive with helical pinion[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2005, 194(36): 3870-3901.
- [7] 李政民卿,朱如鹏.正交面齿轮齿廓的几何设计和根切研究[J].华南理工大学学报:自然科学版,2008,36(2):78-82.
Lizheng Min-qing, Zhu Ru-peng. Investigation into geometrical design of tooth profile and undercut for orthogonal face gear[J]. Journal of South China University of Technology(Natural Science Edition), 2008, 36(2): 78-82.
- [8] 李政民卿,朱如鹏.基于包络法的正交面齿轮齿廓尖化研究[J].中国机械工程,2008,19(9):1029-1033.
Lizheng Min-qing, Zhu Ru-peng. Research on pointing of face gear by enveloping method[J]. China Mechanical Engineering, 2008, 19(9): 1029-1033.
- [9] 李政民卿,朱如鹏.装配偏置误差对正交面齿轮传动接触特性的影响[J].航空学报,2009,30(7):1353-1360.
Lizheng Min-qing, Zhu Ru-peng. Impact of assembly deflection error on contact characteristics of orthogonal face gear drive[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(7): 1353-1360.
- [10] 沈云波,方宗德,赵宁,等.斜齿面齿轮齿宽的设计[J].航空动力学报,2008,23(4):754-758.
Shen Yun-bo, Fang Zong-de, Zhao Ning, et al. The design of tooth face width of the face-gear drives with helical pinion[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(4): 754-758.
- [11] 苏进展,张昆仑,方宗德.新型斜线齿面齿轮齿宽的几何设计[J].中南大学学报:自然科学版,2017,48(9):2363-2369.
Su Jin-zhan, Zhang Kun-lun, Fang Zong-de. Geometry design of tooth width for a new-type face gear with tilted tooth trace[J]. Journal of Central South University(Science and Technology), 2017, 48(9): 2363-2369.
- [12] Fu X Z, Fang Z D, Cui Y M, et al. Modelling, design and analysis of offset, non-orthogonal and profile-shifted face gear drives[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2018, 10(9): 1-12.
- [13] 朱如鹏,高德平.在面齿轮设计中避免根切和齿顶变尖的设计方法的研究[J].中国机械工程,1999,10(11):1274-1276.
Zhu Ru-peng, Gao De-ping. Research on design method of avoiding undercut and tooth tip sharpening in face gear design[J]. China Mechanical Engineering, 1999, 10(11): 1274-1276.