

基于点对特征算法和 SVD 分解的三维 激光点云识别

邱云飞¹, 于鸿森¹, 王 祥²

(1. 辽宁工程技术大学软件学院, 辽宁 葫芦岛 125105; 2. 大连理工大学 计算机科学与技术学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 针对传统识别方法特征提取不准确、匹配效率低以及识别率低下等问题, 提出基于点对特征算法和 SVD 分解的三维激光点云识别方法。首先, 对点云数据实施 ISS 关键特征点提取, 通过 SVD 分解算法, 将待识别 ISS 关键特征点云与数据库参考点云调整至统一空间坐标系中; 然后, 结合 FPFH 描述子与 SPFH 图, 实现关键点云特征点的空间几何特性描述, 并将该点云与参考点云中, 满足空间最邻近以及 FPFH 描述子最相似条件的点云数据, 划分为一对特征点对; 最后, 引入球谐函数, 通过点对特征的相似度计算, 实现三维点云的识别。实验表明: 本文方法能在简化复杂点云数据的同时, 保留点云局部 ISS 关键特征点, 通过特征点对相似度分析, 实现三维点云数据的有效识别。

关键词: ISS 关键特征点提取; SVD 分解算法; FPFH 描述子; SPFH 图; 球谐函数

中图分类号: TP391.41 **文献标志码:** A **文章编号:** 1671-5497(2025)05-1735-07

DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb.20240407

3D laser point cloud recognition based on point-to-point feature algorithm and SVD decomposition

QIU Yun-fei¹, YU Hong-miao¹, WANG Xiang²

(1. College of Software, Liaoning Technical University, Huludao 125105, China; 2. College of Computer Science and Technology, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: At the same time, the inconsistency of spatial coordinate systems further exacerbates the complexity of recognition problems, making traditional recognition methods face problems such as inaccurate feature extraction, low matching efficiency, and low recognition rate. Therefore, a 3D laser point cloud recognition method based on point-to-point feature algorithm and SVD decomposition is proposed. Firstly, the ISS key feature points are extracted from the point cloud data, and through the SVD decomposition algorithm, the identified ISS key feature point cloud and database reference point cloud are adjusted to a unified spatial coordinate system. By combining the FPFH descriptor with the SPFH graph, the spatial geometric characteristics of key point cloud feature points are described, and the point cloud data in the reference point cloud that meets the conditions of closest spatial proximity and the most similar

收稿日期: 2024-04-16.

基金项目: 国家自然科学基金项目(62173171).

作者简介: 邱云飞(1976-), 男, 教授, 博士. 研究方向: 数据挖掘, 智能数据处理、机器学习. E-mail: 7415575@qq.com

FPFH descriptor is divided into a pair of feature point pairs. Introducing spherical harmonic function and calculating the similarity of point to point features to achieve the recognition of three-dimensional point clouds. The experiment shows that the proposed method can simplify complex point cloud data while preserving local ISS key feature points of the point cloud. Through feature point pair similarity analysis, effective recognition of 3D point cloud data can be achieved.

Key words: ISS key feature point extraction; SVD decomposition algorithm; FPFH descriptor; SPFH diagram; spherical harmonic function

0 引言

激光点云数据以其独特的空间结构和丰富的信息含量,为物体识别、场景理解、空间建模等领域提供了全新的视角和解决方案^[1]。传统的激光点云识别方法多依赖于二维图像信息,然而,点云数据具有数据量庞大、空间分布复杂等特点,使特征提取和匹配成为识别过程中的关键难题。传统的识别方法难以有效应对点云数据的这些特性,导致识别精度和效率受限^[2]。此外,由于不同数据源或不同扫描条件导致的空间坐标系不一致问题,进一步加大了点云识别的难度。为了积极应对这些挑战,三维激光点云识别方法应运而生。

Hui等^[3]将点云数据输入神经网络中,通过网络内邻接矩阵和代理点来简化点云数据处理流程,提取点云数据的几何特征。结合轻量级的分组 VLAD 网络对不同特征点实施全局描述符赋予结合 EPC-Net 的描述符检索匹配功能,实现点云数据的识别。该方法不恰当的参数设置可能导致模型性能下降或无法收敛。李科^[4]利用三维激光扫描方法,采集了待识别区域的点云数据。初步提取了空间坐标系内点云数据的特征后,引入粒子群算法,对特征提取过程中的权重系数实施优化,改善特征提取精度。结合 K-邻近算法,对不同特征点云数据实施类别划分及识别判定。由于粒子群算法和 K-邻近算法都是迭代优化的过程,需要大量的计算资源,导致点云识别效率的下降。杨军等^[5]通过位置映射将原始点云数据投影至高维空间,提取其特征并输入深度残差网络。结合点云几何位置特征,分析不同点云数据的含义。在深度残差网络基础上引入解码器,实现点云识别。在高维空间中,点云数据的分布和特性变得更加复杂和难以解释,导致特征提取过程中的信息丢失或误解,从而影响最终的识别准确性。罗勇等^[6]建立局部坐标系,对点云数据特征实施

初步提取后,利用描述子,对点云数据的特征展开描述。通过数据库内数据特征描述子与待测点云数据描述子的匹配,完成点云数据的识别。此方法描述子设计过程较为复杂,降低了点云数据的识别效率。

为了解决上述方法中存在的问题,提出基于点对特征算法和 SVD 分解的三维激光点云识别方法。

1 三维点云数据预处理

1.1 ISS 特征点选择

在处理三维激光扫描生成的海量点云数据时,由于数据量大且冗余度高,直接处理不仅计算复杂,而且效率低下。通过选取具有代表性的特征点,可以在保留关键信息的同时,大幅减少数据点的数量。因此,通过内在形状签名(Intrinsic shape signature, ISS)特征点选择方法,采用体素栅格滤波器将原始点云数据划分为多个立方体体素,并仅保留每个体素内的中心点云数据。该方法通过只保留每个体素内中心所在位置点云数据的方式,达到点云数据集的特征简化目的,从而提高后续特征提取和识别的效率。

设简化后的点云数据集为 $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$, 在 $Q_j \in Q$ 前提下,以全部单独点云数据 Q_j 为原点,建立 n 个局部坐标系。以 ξ_{jk} 为权值,对局部坐标系内可被检索的全部相邻点云数据实施加权处理, ξ_{jk} 的计算过程如下:

$$\xi_{jk} = \frac{1}{|q_j - q_k|}, \quad r_{\text{frame}} > |(q_j - q_k)| \quad (1)$$

式中: q_j 为 Q_j 在局部坐标系内的坐标; q_k 为 Q_j 的邻近点云数据 Q_k 在局部坐标系内的坐标; r_{frame} 为特征点搜索半径。

根据式(1)计算结果,针对以 Q_j 为原点的局部坐标系内全部邻近点云数据,建立对应协方差矩阵 $Q_{j(\text{cov})}$, $Q_{j(\text{cov})}$ 计算方法如下:

$$\mathbf{Q}_{j(\text{cov})} = \left[\hat{\xi}_{jk} |(q_j - q_k)| |(q_j - q_k)|^T \right] \quad (2)$$

利用式(2)得到点云数据集分布空间内,多个局部坐标系所在协方差矩阵后,引入特征值分解算法^[7],得到不同局部坐标系内的协方差矩阵特征值。

将每个协方差矩阵 $\mathbf{Q}_{j(\text{cov})}$ 的特征值计算结果按照由大到小顺序排列,并保留前3个特征值分解结果构成特征集 $\{\mu_{k1}, \mu_{k2}, \mu_{k3}\}$ 。设定特征点筛选阈值 ϕ_1, ϕ_2 ,在随机特征点特征集分解结果满足式(3)条件下可将其视为点云数据集的一个局部ISS关键特征点:

$$\frac{\mu_{k2}}{\mu_{k1}} \leq \phi_1, \quad \frac{\mu_{k3}}{\mu_{k2}} \leq \phi_2 \quad (3)$$

通过以上方法,可实现三维激光点云数据中,关键特征点的提取,降低三维点云数据冗余程度,提高点云识别效率。

1.2 点云配准及点对匹配

仅通过特征点选择无法确保三维激光点云识别的精确性,因为不同视角下的点云数据存在空间位置偏差。这时,点云配准和点对匹配成为至关重要的步骤。点云配准能将来自不同视角的点云数据对齐到同一坐标系中,从而消除这些空间位置偏差。而点对匹配则是通过建立点云之间的精确对应关系,进一步提升识别的准确性。在三维激光点云识别的过程中,通常会选取一个已知的点云数据集作为参考点云,用于与待识别的点云数据进行配对。为了实现三维点云数据的有效识别,采用普林斯顿大学模型基准库内的已知点云数据集作为参考,通过对比待测点云与参考点云之间的点对特征相似度,最终达成三维点云识别的目的。

将通过ISS特征点选择后的点云数据作为待识别点云数据集,并将其转换到与数据库中参考点云相同的坐标系,明确数据库内点云数据的三维空间后,将待识别点云数据集视为源点云,并用 Q' 表示,对源点云 Q' 实施空间变换,使其与数据库中的参考点云在三维空间中的位置和方向一致,设 Q' 经空间变换后得到的理想点云数据集为 R ,利用奇异值分解(Singular value decomposition, SVD)算法^[8],对 Q' 到 R 的变换过程展开求解,使其与数据库中的参考点云在三维空间中的位置和方向一致。SVD算法是一种矩阵分解方法,可以将一个矩阵分解为3个矩阵的乘积,帮助

求解点云数据集间的最佳旋转和平移关系,从而实现点云的配准和匹配,进而实现点云的有效识别。

设 S, U 分别为源点云空间变换过程中实际的旋转矩阵与平移矩阵,源点云内包含的点云数据数量为 N , Q' 到 R 的变换过程的求解问题,即 S, U 两个变换参数的求解问题,使源点云与参考点云在空间上达到最佳对齐。因此,以变换参数的求解为目标,建立式(4)所示目标函数:

$$P(S, U) = \sum_{j=1}^N \|\phi R_j - S Q'_j\|^2 \quad (4)$$

式中: Q'_j 为 Q' 内的随机点云数据; R_j 为 R 内的随机点云数据; $P(\cdot)$ 为空间变换函数。

为求解该目标函数,利用SVD算法对源点云和参考点云的质心以及协方差矩阵进行计算和分解,从而实现了点云的精确配准。设参考点云中的特征点数量为 N_1 ,利用SVD对 Q' 以及 R 的电信中心点均值 \bar{Q}, \bar{R} 展开计算,计算过程如下:

$$\begin{cases} \bar{Q} = N_1^{-1} \cdot \sum_{j=1}^{N_1} Q'_j \\ \bar{R} = N^{-1} \cdot \sum_{j=1}^N R_j \end{cases} \quad (5)$$

设源点云数据的整体协方差矩阵为 I ,推导出 I 的计算方法如下:

$$I = \sum_{j=1}^N (R - \bar{R})(Q' - \bar{Q})^T \quad (6)$$

利用SVD算法对 I 实施分解,分解过程如下:

$$[A, B, C] = \text{SVD}(I) \quad (7)$$

式中: A, B, C 分别为 I 的均值矩阵、方差矩阵以及中心矩阵。

此时, S, U 两个变换参数的求解方法如下:

$$\begin{cases} S = CA^T \\ U = -S \cdot R' + B\bar{Q} \end{cases} \quad (8)$$

通过以上方法可将待识别点云数据与数据库参考点云数据调整至统一空间坐标系中。

点对匹配则是建立在点云配准的基础上,通过寻找点云之间的精确对应关系来进一步提高识别的准确性。因此,利用快速点特征直方图(Fast point feature histograms, FPFH)描述子^[9]对待识别点云内的特征信息实施描述。对待识别点云中的每个ISS特征点,计算其FPFH描述子,并与参考点云中的对应点进行比较,以找到最相似的匹配对。设待识别点云集内的随机ISS特征点

为 D_s , 其邻域特征点为 D_t , 两特征点的法向量分别为 o_s, o_t , 建立局部三维坐标系 $[u, v, \omega]$, 具体的构建过程如下:

$$\begin{cases} u = o_s \\ v = P(S, U)(D_t - D_s) \cdot \|D_t - D_s\|^{-1} \cdot u \\ \omega = u \times v \end{cases} \quad (9)$$

根据式(9)可实现 α, ϕ, θ 特征三元组^[10]的计算, 计算过程如下:

$$\begin{cases} \alpha = v \cdot o_t \\ \phi = u \cdot (D_t - D_s) \cdot \|D_t - D_s\|^{-1} \\ \theta = \arctan(\omega \cdot o_t, u \cdot o_t) \end{cases} \quad (10)$$

根据 α, ϕ, θ 绘制 SPFH 图, 用于直接描述点云数据集中每个点的局部几何特征。对于三维空间中的任意一点云数据 Q_q , 将该点 u, v, ω 轴坐标信息代入式(10), 即可得到该点的特征直方图 $SPFH(Q_q)$, 该点的 FPFH 描述子 $FPFH(Q_q)$ 可通过式(11)计算:

$$FPFH(Q_q) = SPFH(Q_q) + l^{-1} \sum_{j=1}^l \zeta_j^{-1} SPFH(Q_j') \quad (11)$$

式中: l 为 Q_q 周围的邻域点云数据的个数; ζ_j 为第 j 个邻域点云数据的空间权重; $SPFH(Q_j')$ 为第 j 个邻域点云数据的简化点特征直方图。

一对点云对应该满足描述子最相似、空间最邻近的条件, 因此, 利用上述方法对待识别点云以及参考点云展开遍历, 对待识别 ISS 关键特征点云数据中任一点, 可从目标点云中选取与之距离最接近, 且 FPFH 值计算结果最接近一点, 与其共同构成一对粒子对, 后续通过局部点云对的相似性计算, 完成点云识别。

2 三维激光点云识别方法

针对由一个待识别 ISS 关键特征点云与数据库参考点云组成的随机特征点对 g_j, h_j , 引入球谐函数^[11]对比二者的相似度。球谐函数能精确描述点云表面的几何特性, 而点对特征的相似度计算则通过比较 FPFH 描述子, 实现了待识别点云与参考点云中特征点的精确匹配。结合 FPFH 描述子与 SPFH 图, 能更全面地捕捉关键点云的空间几何特性, 进一步提高识别的准确性。

设 g_j, h_j 点云对之间的局部协方差矩阵为 B_j , 对齐矩阵为 W_j , 以 g_j 为例, 其球谐函数的拟合期

望 Π 如式(12)所示:

$$\Pi = FPFH(Q_q) \sum_{j=1}^M \left[W_j - \sum_{j=0}^M D_j Z_k(\vartheta_j, \gamma_j) \right]^2 \quad (12)$$

式中: $Z_k(\vartheta_j, \gamma_j)$ 为局部点云的球谐函数, 其中 k 为球谐函数的阶数上限。

$$\text{构建 } k \text{ 阶球谐函数矩阵 } C_k = \begin{bmatrix} Z_k(\vartheta_1, \gamma_1) \\ Z_k(\vartheta_2, \gamma_2) \\ \vdots \\ Z_k(\vartheta_M, \gamma_M) \end{bmatrix}, \text{ 在}$$

此条件下, 式(12)的内积形式如下:

$$\sum_{j=0}^M (B_j, C_k) D_j = (W_j, C_k) \quad (13)$$

式中: $D_j \in [D_0, \dots, D_M]$ 为局部点云 ISS 关键特征点的球谐展开系数。

令 $E = \sum_{j=0}^M (B_j, C_k)$, 此时可推导出式(13)的矩阵形式如下:

$$E \begin{bmatrix} D_0 \\ \vdots \\ D_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^N W_j Z_0(\vartheta_j, \gamma_j) \\ \vdots \\ \sum_{j=0}^N W_j Z_M(\vartheta_j, \gamma_j) \end{bmatrix} \quad (14)$$

设通过式(14)的求解, 可实现 g_j 球谐展开系数 D_j 的计算。

根据 D_j 计算结果, 可构建 g_j 的 k 阶球谐系数 κ_k 计算公式如下:

$$\kappa_k = (D_0, D_1, \dots, D_M)^T \quad (15)$$

点云对 g_j 的球谐系数变换结果为 $g_j' = \kappa_0, \kappa_1, \dots, \kappa_k$ 。

通过以上方法, 可同理求出点云对 h_j 的球谐函数变换结果 h_j' , 此时, 基于球谐函数的点云特征对之间特征相似度 $LSRT_j$ 可通过式(16)计算:

$$LSRT_j = |g_j' Z_k(\vartheta_j, \gamma_j) - h_j' Z_k(\vartheta_j, \gamma_j)| \quad (16)$$

将式(16)计算结果视为局部点云相似性度量结果, 并基于 $LSRT_j$ 构建待识别点云与数据库参考点云之间的全局得分 GES 以及局部点云最大贡献值 PES, 计算过程如下:

$$\begin{cases} GES = \lg \frac{\sum_{j=1}^{\Lambda} LSRT_j}{\Lambda} \\ PES = \max_{1 \leq j \leq \Lambda} \frac{LSRT_j}{\Lambda} \end{cases} \quad (17)$$

式中: Δ 为方法 2.2 中特征点对特提取数量,每一个 ISS 关键特征点存在一个与之匹配的参考点云,即 Δ 为 ISS 关键特征点数量。

若 $GES \leq PES$, 则判断待识别点云集构成的三维模型与数据库内已知三维点云模型为相同模型,即判定参考点云模型的实际描述物品为待识别点云的识别结果;反之则遍历数据库内其他已知模型的点云数据,直至完成点云数据的识别。

3 实验与分析

为验证本文方法对三维激光点云数据的识别能力,在图 1 cloudcompare 软件测试环境下进行点云识别实验。实验采用 Leica Geosystems P40 型三维激光扫描仪,其扫描速度最高可达 1 000 000 点/s,扫描范围覆盖水平 360°和垂直 310°,确保了广泛而细致的数据采集。在点云识别环节,设定了点对匹配距离阈值为欧氏距离 0.01 m,特征提取半径为 0.05 m,特征维度为 33 维,这些参数的设置旨在精确捕捉点云间的相似性和差异性。此外,采用普林斯顿大学模型基准库作为对照数据库,为点云识别提供了丰富而准确的参考数据。

为验证本文方法的特征点提取效果,对原始点云数据集实施特征点提取,对比本文方法实施前后的点云图像内数据点分布情况,进而验证本文方法的可行性。

观察图 2 可发现,利用本文方法对原始点云图像实施特征点提取后,由 ISS 关键特征点构成的点云数据集,能够在准确反映原始点云数据几何结构、空间结构的同时,大幅减少冗余数据点的数量。这是因为本文方法利用体素栅格滤波算法,将点云数据划分为多个体素格子,并在每个格子中只保留一个代表性的点,实现了数据的降采

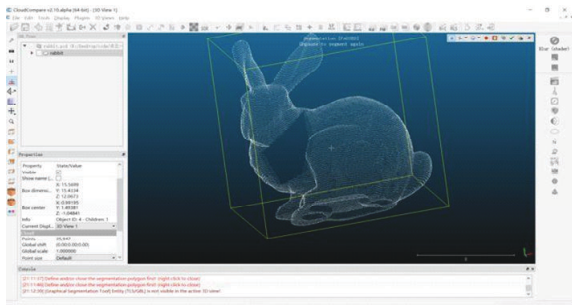
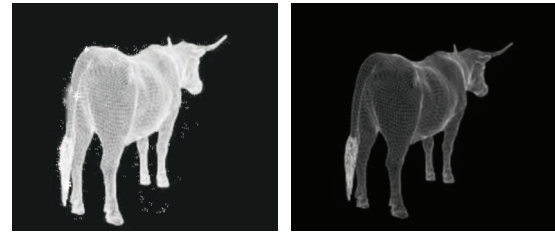


图 1 实验环境图

Fig. 1 Experimental environment diagram



(a)原始点云采集结果 (b)本文方法特征提取结果

图 2 特征点提取结果

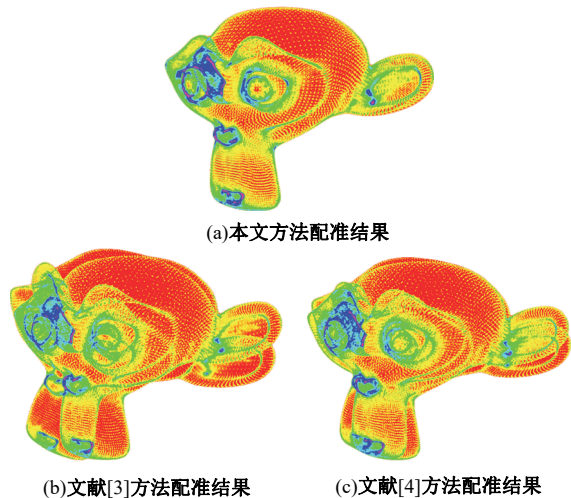
Fig. 2 Feature point extraction results

样。结合 ISS 特征提取算法,在简化复杂点云数据的同时,保留了点云局部 ISS 光关键特征点,确保了简化后的点云数据仍然能够准确反映原始数据的形状和结构信息,从而维持了识别的精度。

为验证本文方法的点云对匹配效果,分别利用本文方法、文献[3]方法以及文献[4]方法对相同点云数据,以及数据库参考点云展开匹配及特征点配对。不同方法的配对结果如图 3 所示。

观察图 3 可发现,利用本文方法对提取到的特征点云实施配准及配对后,待识别特征点云与数据库参考点云的位置基本对齐,切点云对之间呈一一对应关系,这是因为本文方法在完成 ISS 特征点提取后,通过 SVD 算法,实现了特征点云数据与数据库参开点云数据在同一空间坐标系内的对齐,结合 FPFH 描述子构建方法与特征点匹配算法,实现了待识别点云特特征点与参考点云特征点的一一对应,提高了后续点云识别结果的可靠性,优化点云识别精度。

为验证本文方法的有效性,分别利用本文方法、文献[3]方法以及文献[4]方法对形态不一、类型不同的 80 个三维点云数据集展开识别,引入



(a)本文方法配准结果

(b)文献[3]方法配准结果

(c)文献[4]方法配准结果

图 3 点对特征配对结果

Fig. 3 Point to point feature pairing results

Recall 真正例指标以及 AUC 值评价不同方法的识别效果。Recall 值可以反映出被正确识别为某类点云数据的实际数量,其计算结果越接近 1,说明对应方法的识别能力越强;AUC 值可反映出算法的多类别点云识别能力,其计算结果越接近 1 证明对应方法在面对多类型三维点云的识别问题时,总体识别性能越好。不同方法的测试结果如图 4 所示。

分析图 4 可发现,本文方法的三维点云识别效果优于文献[3]方法及文献[4]方法,这是因为本文方法在完成待识别特征点与参考特征点的配对后,引入球谐函数,计算出点云特征点对的全局得分与局部点云最大贡献值,通过二者的对比,实现了两个特点云相似程度的判断,进而完成了三维点云的识别。由于球谐函数能够描述更复杂的形状和表面特性,本文方法可能适用于更广泛的三维点云识别任务,且球谐函数对噪声、形变等干扰因素具有一定的鲁棒性,因此,在三维点云数据的识别效果与识别性能方面表现更好。

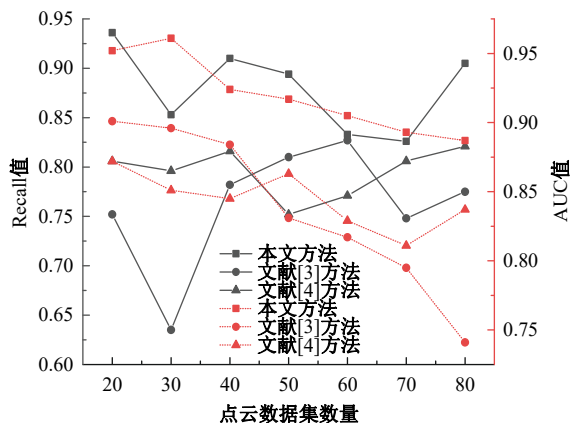


图 4 识别效果

Fig. 4 Recognition effect

4 结束语

为了提高三维点云数据的识别效率和准确率,提出基于点对特征算法和 SVD 分解的三维激光点云识别方法。利用 SVD 奇异值分解算法和 FPFH 描述子来实现三维点云数据的有效识别。通过将待识别点云数据集配准至参考点云数据集的坐标系,并利用特征描述子进行点对匹配,实验验证了本文方法的有效性。实验结果表明:本文方法能对复杂的点云数据进行简化,同时保持关键的局部特征点。利用特征点对相似度分析,成功实现了对三维点云数据的有效识别。本文方法

在识别准确度和效率方面优于传统方法,并展示了在面对多类型点云数据时的良好性能。相较于现有方法,本文方法在处理大规模、复杂点云数据时表现出明显的改进,具有更强的泛化能力和更高的识别精度。未来,将继续探究如何进一步优化点云数据的配准和匹配过程,以提高识别的准确性和鲁棒性。

参考文献:

- [1] 张建新, 黄钢, 李消晋. 基于计算机视觉的织物光泽测试方法研究[J]. 丝绸, 2021, 58(7): 62-68.
Zhang Jian-xin, Huang Gang, Li Xiao-jin. Research on measuring method of fabric luster based on computer vision[J]. Journal of Silk, 2021, 58(7): 62-68.
- [2] 左倪娜, 覃晓. 物体表面三维虚拟图像点云数据提取仿真[J]. 计算机仿真, 2023, 40(1): 255-258.
Zuo Ni-na, Qin Xiao. Simulation of point cloud data extraction from 3d virtual image of object surface[J]. Computer Simulation, 2023, 40(1): 255-258.
- [3] Hui L, Cheng M, Xie J, et al. Efficient 3D point cloud feature learning for large-scale place recognition [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2022, 31: 1258-1270.
- [4] 李科. 基于 PSO-KNN 的变电站设备三维点云识别方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(18): 182-187.
Li Ke. 3D point cloud research on an identification method based on PSO-KNN substation equipment[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(18): 182-187.
- [5] 杨军, 王连甲. 结合位置关系卷积与深度残差网络的三维点云识别与分割[J]. 西安交通大学学报, 2023, 57(5): 182-193.
Yang Jun, Wang Lian-jia. Recognition and segmentation of 3d point cloud through positional relation convolution in combination with deep residual network[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2023, 57(5): 182-193.
- [6] 罗勇, 苒静, 袁千金, 等. 一种快速变电站设备三维点云识别方法[J]. 郑州大学学报: 工学版, 2023, 44(3): 62-68.
Luo Yong, Chang Jing, Yuan Qian-jin, et al. A fast 3d point cloud recognition method for substation equipment[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Science), 2023, 44(3): 62-68.
- [7] 高迎彬, 徐中英. 基于加权矩阵的多维广义特征值并行分解算法[J]. 自动化学报, 2023, 49(12): 2639-

- 2644.
- Gao Ying-bin, Xu Zhong-ying. Multiple generalized eigenvalue decomposition algorithm in parallel based on weighted matrix[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2023, 49(12): 2639-2644.
- [8] 黄斯怡, 陈兴荣. 基于幂迭代-随机奇异值分解的潜在语义分析[J]. *厦门大学学报: 自然科学版*, 2023, 62(4): 679-686.
- Huang Si-yi, Chen Xing-rong. Potential semantic analysis based on power iteration random singular value decomposition[J]. *Journal of Xiamen University (Natural Science Edition)*, 2023, 62(4): 679-686.
- [9] 蒋风洋, 刘永刚, 陈智航, 等. 基于改进FPFH-ICP的车载激光雷达点云配准方法[J]. *重庆大学学报*, 2023, 46(5): 1-10.
- Jiang Feng-yang, Liu Yong-gang, Chen Zhi-hang, et al. Vehicle mounted LiDAR point cloud registration method based on improved FPFH-ICP[J]. *Journal of Chongqing University*, 2023, 46(5): 1-10.
- [10] 王立群, 卢欣, 石丽伟. 计算二次特征值问题单特征三元组二阶偏导数的单模态法[J]. *数学学报: 中文版*, 2022, 65(3): 559-570.
- Wang Li-qun, Lu Xin, Shi Li-wei. Single-mode method for calculating the second partial derivatives of a single eigentriple in a quadratic eigenvalue problem [J]. *Acta Mathematica Sinica (Chinese Series)*, 2022, 65(3): 559-570.
- [11] 李鹏, 马浩宇, 田兵, 等. 复杂电磁环境下基于球谐函数分解的磁场传感数据反演电流方法[J]. *高电压技术*, 2023, 49(6): 2365-2373.
- Li Peng, Ma Hao-yu, Tian Bing, et al. Current inversion method for magnetic field sensing data based on spherical harmonic function decomposition in complex electromagnetic environments[J]. *High Voltage Engineering*, 2023, 49(6): 2365-2373.