

文章编号: 1671-7449(2025)01-0096-08

FFT Nuttall窗四谱线插值修正谐波检测算法

邓慧慧^{1,2}, 杨松霖^{1,2}, 杨学良^{1,2}, 洪应平^{1,2*}, 徐贺杨^{1,2}

(1. 中北大学 电子测试技术国家重点实验室, 山西 太原 030051;

2. 中北大学 仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 山西 太原 030051)

摘要: 利用传统傅里叶变换进行谐波信号分析时, 由于很难严格做到同步采样, 整周期截断, 从而不可避免地产生频谱泄露与栅栏效应, 降低了检测结果的精确性。为了提高检测结果精确度, 在FFT(Fast Fourier Transformation)的基础上, 对Hann窗、Blackman窗、Blackmanharris窗、Nuttall窗的四谱线插值算法进行了研究, 通过多项式拟合推导出不同余旋窗四线插值对应的幅值、频率、相位的修正公式。并在Matlab上对不同余旋窗四线插值算法进行仿真实验, 与对应余旋窗的三谱线插值算法进行对比分析, 结果表明四项三阶Nuttall窗的四谱线插值算法幅值精确度可达到 $10^{-5} \sim 10^{-9}$ 数量级, 频率精确度可达到 $10^{-8} \sim 10^{-9}$ 数量级, 相位精确度可达到 $10^{-3} \sim 10^{-7}$ 数量级, 与其它算法相比精确度更高, 旁瓣性能更好, 能更好地抑制频谱泄露与栅栏效应。

关键词: 频谱泄露; 栅栏效应; 窗函数; 三线谱插值; 四线谱插值

中图分类号: TP391.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.62756/csjs.1671-7449.2025014

引用格式: 邓慧慧, 杨松霖, 杨学良, 等. FFT Nuttall窗四谱线插值修正谐波检测算法[J]. 测试技术学报, 2025, 39(1): 96-103.

DENG Huihui, YANG Songlin, YANG Xueliang, et al. Modified harmonic detection algorithm by Nuttall window four-line interpolation for FFT [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2025, 39(1): 96-103.

Modified Harmonic Detection Algorithm by Nuttall Window Four-Line Interpolation for FFT

DENG Huihui^{1,2}, YANG Songlin^{1,2}, YANG Xueliang^{1,2}, HONG Yingping^{1,2*}, XU Heyang^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Electronic Measurement Technology, North University of China, Taiyuan 030051, China;

2. Key Laboratory of Instrument Science and Dynamic Measurement, Ministry of Education, North University of China, Taiyuan 030051, China)

Abstract: When the traditional Fourier transform is used for harmonic signal analysis, it is difficult to strictly synchronize the sampling and truncate the whole period, which inevitably produces spectrum leakage and fence effect, and reduces the accuracy of the detection results. To improve the accuracy of detection results based on FFT, four-line interpolation algorithms of Hann window, Blackman window, Blackmanharris window, and Nuttall window are studied. The correction formulas of amplitude, frequency and phase corresponding to the four-line interpolation of different corotation windows are derived by polynomial fitting. In addition, the simulation experiments of different four-line interpolation algorithms for corotating windows and the corresponding three-line interpolation algorithms for corotating windows are com-

收稿日期: 2024-03-23

作者简介: 邓慧慧(1997—), 女, 硕士生, 主要从事电力谐波检测研究。E-mail: denghuihui1503@163.com。

* 通信作者: 洪应平(1984—), 男, 副教授, 博士, 主要从事极端环境下测试技术及仪器研究。E-mail: hongyingping@nuc.edu.cn。

pared and analyzed in Matlab. The simulation results show that the amplitude accuracy of the four-line interpolation algorithms for four third-order Nuttall windows can reach $10^{-5}\sim 10^{-9}$ orders, and the frequency accuracy can reach $10^{-8}\sim 10^{-9}$ orders. The phase accuracy can reach $10^{-3}\sim 10^{-7}$ orders of magnitude. Compared with other algorithms, the accuracy is higher, the sidelobe performance is better, and the spectrum leakage and fence effect can be better suppressed.

Key words: spectrum leakage; fence effect; window function; three-line spectral interpolation; four-line spectrum interpolation

0 引言

随着国家经济的发展,电力电子技术逐渐成熟,许多非线性电力电子器件越来越频繁地出现在生活中,造成电网谐波问题愈发严重。谐波问题不但会影响电能质量及运行效率,还可能会影响电网的运行,造成安全隐患^[1-2]。因此,信号的谐波治理尤为重要。对信号谐波治理的前提是对信号谐波进行相位、频率、幅值的精确测量。迄今为止,谐波分析使用最广泛的方法是傅里叶变换,其要求整周期截断与同步采样,但在实际分析时很难达到此条件,会造成频谱泄露与栅栏效应,对谐波参数检测的精确度造成很大影响^[3]。

对于傅里叶变换存在的关于频谱泄露与栅栏效应的问题主要用窗函数算法^[4]与谱线插值算法去修正快速傅里叶变换(Fast Fourier Transformation, FFT)变换对谐波检测精度造成的影响。在待测谐波信号上加性能良好的窗函数可以有效降低非正周期截断在频域造成的频谱泄露。使用谱线插值修正可以利用多条谱线加权计算,降低栅栏效应引起的误差,进而提高 FFT 对谐波信号检测的精度。加窗算法常用的窗函数有三角窗、矩形窗、Hamming 窗、Hanning 窗等。插值算法中,双谱线插值算法、三谱线插值算法等使用较多。周俊等^[5]于 2006 年提出基于 Blackman 窗函数的插值 FFT 算法,仿真实验表明该算法对谐波参数的检测精度都有所提高。周西峰等^[6]于 2014 年提出的基于 Blackman-Harris 窗插值分析法对频谱的泄露抑制有一定的效果。但是因为这些算法所使用的窗函数旁瓣性能不够理想,进而造成对信号频谱泄露的抑制能力有限。卿柏元等^[7]提出基于 Nuttall 窗双谱线插值修正算法,在一定程度上提高了计算精度,但双谱线的插值修正只考虑最高峰值谱线附近的两条次高谱线,以此求取的偏移量去修正各个谐波参数,并没有考虑峰值频点附

近的泄露谱线信息。李威等^[8]提出基于 Nuttall 窗的三谱线插值修正算法,并进行仿真实验证明相比于常见窗函数双峰谱线的插值修正算法精确度更高,然而三谱线插值修正算法对待测谐波峰值频点两侧对称谱线所包含的信息没能进行充分利用。为提高检测精度,本文研究了几种常见窗的四线插值修正算法,并与不同窗函数的三谱线插值修正算法进行分析对比,结果表明旁瓣性能良好的 Nuttall 窗的四谱线插值算法对谐波信号的检测精确度有极大地提高。

1 传统傅里叶变换存在的问题

利用傅里叶变换对信号进行分析时,理论上信号为无限长序列,但在实际测量中,被测信号都是截取的有限长序列^[9]。对于长度有限的信号序列进行快速傅里叶变换分析时,需要将有限的信号序列进行周期延拓至整个时域上^[10]。这种情况下,只有对信号进行同步采样才能确保周期延拓后的序列信号与原来待测的序列信号一致,才能保证信号谐波检测分析结果的精确性。在工程实际测量中很难做到真正意义上的同步采样,这时所用的时间窗长度同信号周期不再一致导致采样周期延拓首末两端不连续,产生跳变,发生频谱泄露^[11]。除此之外,非同步采样还会带来的另一问题是栅栏效应。信号采样分析需要将连续信号离散化,离散谱线像栅栏一样,如果谱线正好在采样点之间,那就无法被识别,对应分量的频率、幅值、相位都无法准确获取,这就是栅栏效应^[12]。

2 经典余旋窗

为了解决非同步采样带来的频谱泄露问题,采用加窗函数抑制,在加窗函数的选择上应尽可能在截断的地方选择平缓的,以保留更多的信息。不同特性的窗函数对采样精度有很大影响,旁瓣衰减速度小的余旋窗函数主瓣通常比较窄,频谱泄露主要

发生在旁瓣范围内。而主瓣比较宽的余旋窗函数通常旁瓣衰减速度大, 频谱泄露集中在主瓣范围内^[13]。通常情况下选择窗函数的原则是:

1) 旁瓣衰减速度快而且旁瓣峰值足够小的余旋窗函数抑制信号频谱泄露的效果更好;

2) 主瓣宽度窄的窗函数能提高被淹没的谱线频率的分辨率^[14]。

在选择余旋窗函数时, 一般情况下无法同时考虑窗函数的主瓣特性和旁瓣特性, 可以根据情况恰当地用主瓣宽度来降低旁瓣峰值高度, 达到抑制频谱泄露的目的。

常用的窗函数在离散时域和频域的表达式如下:

1) Hann窗

设Hann窗长度为 N , 时域表达式为

$$w(n) = 0.5 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N} \quad (1)$$

频域表达式为

$$W(\omega) = \frac{N\omega \sin(\omega\pi)}{\pi} e^{-j\omega\pi} \left(\frac{0.5}{\omega^2} - \frac{0.5}{\omega^2 - 1} \right) \quad (2)$$

2) Blackman窗

时域表达式为

$$w(n) = 0.42 - 0.5 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0.08 \cos \frac{4\pi n}{N} \quad (3)$$

频域表达式为

$$W(\omega) = \frac{N\omega \sin(\omega\pi)}{\pi} e^{-j\omega\pi} \left(\frac{0.42}{\omega^2} - \frac{0.5}{\omega^2 - 1} + \frac{0.08}{\omega^2 - 4} \right) \quad (4)$$

3) Blackmanharris窗

时域表达式为

$$w(n) = 0.35875 - 0.48829 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0.14128 \cos \frac{4\pi n}{N} - 0.01168 \cos \frac{6\pi n}{N} \quad (5)$$

频域表达式为

$$W(\omega) = \frac{N\omega \sin(\omega\pi)}{\pi} e^{-j\omega\pi} \left(\frac{0.35875}{\omega^2} - \frac{0.48829}{\omega^2 - 1} + \frac{0.14128}{\omega^2 - 4} - \frac{0.01168}{\omega^2 - 9} \right) \quad (6)$$

4) Nuttall窗

时域表达式为

$$w(n) = 0.3125 - 0.46875 \cos \frac{2\pi n}{N} + 0.1875 \cos \frac{4\pi n}{N} - 0.03125 \cos \frac{6\pi n}{N} \quad (7)$$

频域表达式为

$$W(\omega) = \frac{N\omega \sin(\omega\pi)}{\pi} e^{-j\omega\pi} \left(\frac{0.3125}{\omega^2} - \frac{0.46875}{\omega^2 - 1} + \frac{0.1875}{\omega^2 - 4} - \frac{0.03125}{\omega^2 - 9} \right) \quad (8)$$

上述时域表达式中 N 为采样点数, $n=0, 1, 2, \dots, N-1$; 频域表达式中 ω 为角频率。

3 谱线插值算法原理

非同步采样带来的的栅栏效应是不可避免的, 谱线插值算法通过待测峰值谱线两端幅值最高的谱线去估计真实的谱线幅值。利用数据拟合逼近, 根据相应的修正公式求解谱线参数, 抑制栅栏效应, 减小对谐波信号检测结果的影响, 从而提高谐波信号检测的精度^[15]。本文主要对窗函数四谱线插值修正算法与对应窗函数三谱线插值算法做分析对比研究。

3.1 三谱线插值

对输入的谐波信号 $x(t)$ 用频率为 f_s 采样离散处理后可以表示为

$$x(n) = \sum_{h=1}^H A_h \sin \left(2\pi \frac{f_h}{f_s} n + \phi_h \right) \quad (9)$$

式中: h 为信号谐波次数; n 为信号采样点数; A_h 为信号第 h 次谐波的幅值; ϕ_h 为信号第 h 次谐波的相位; f_h 为第 h 次谐波的频率。用窗函数对信号截断处理后的离散傅里叶变换为

$$X(k) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} \left[e^{j\phi_h} W \left(k - \frac{f_h}{\Delta f} \right) - e^{j\phi_h} W \left(k + \frac{f_h}{\Delta f} \right) \right], \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (10)$$

式中: Δf 为采样间隔, 忽略负频点的旁瓣影响, 有

$$X(k) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} \left[e^{j\phi_h} W \left(k - \frac{f_h}{\Delta f} \right) \right], \quad k=0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (11)$$

在实际工程中, 因为不可避免会发生非同步采样, 离散频谱点与实际的峰值频点有相应的偏移量。如图1所示, 设峰值频点为 k , k 附近的最大峰值谱线为 k_1 , 其左右两边的谱线分别为 k_0, k_2 。3条谱线对应的幅值分别为: $y_0 = |X(k_0)|$, $y_1 = |X(k_1)|$, $y_2 = |X(k_2)|$ 。由于 $0 \leq k_1 - k_0 \leq 1$, 令 $\alpha = k -$

$k_1 - 0.5$, 即 $\alpha \in [-0.5, 0.5]$, $\beta = \frac{(y_2 - y_0)}{y_1}$ 。

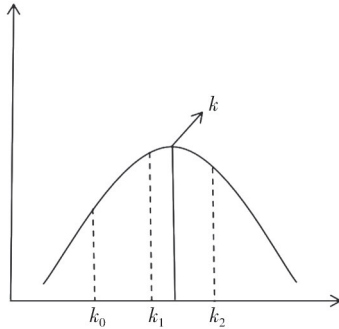


图 1 三谱线插值示意图

Fig. 1 Interpolation diagram of three spectral lines

由式(11)得

$$\beta = \frac{|W(1 - \alpha)| - |W| - 1 - \alpha|}{|W(-\alpha)|} \quad (12)$$

其反函数为 $\alpha = g^{-1}(\beta)$, 通过多项式拟合方法求得修正公式, 由 β 可求出参数 α 。频率与相位的修正公式^[16]分别为

$$f_h = (k_1 + \alpha + 0.5)\Delta f,$$

$$\phi_h = \arg [y(k_1)] + \frac{\pi}{2} - \pi(\alpha + 0.5) \quad (13)$$

谐波信号的幅值修正需要对 3 条谱线进行加权平均计算, k_1 为距离实际峰值点最近的谱线, 在计算式中应该给予谱线 k_1 的幅值 y_1 较大的权重^[17-19], 由式(3)得

$$2y_1 + y_0 + y_2 = 0.5A_0(|W(-1 - \alpha)| + 2|W(-\alpha)| + |W(1 - \alpha)|) \quad (14)$$

由式(11)得

$$A_h = \frac{(2y_1 + y_0 + y_2)}{2|W(-\alpha)| + |W(-1 - \alpha)| + |W(1 - \alpha)|} \quad (15)$$

当采样点数 N 足够大时, 式(7)化简为

$$A_h = N^{-1}(2y_1 + y_2 + y_0)\nu(\alpha) \quad (16)$$

利用 Matlab 多项式拟合可得各窗三谱线插值修正公式的逼近式如下:

Hann 窗

$$\alpha = 0.66666938\beta - 0.07362864\beta^3 + 0.02170741\beta^5 + 0.0003228\beta^7,$$

$$\beta = \frac{|W(-\alpha + 1.5)| + 2|W(-\alpha + 0.5)| - 2|W(-\alpha - 0.5)| - |W(-\alpha - 1.5)|}{|W(-\alpha + 1.5)| + 2|W(-\alpha + 0.5)| + 2|W(-\alpha - 0.5)| + |W(-\alpha - 1.5)|} \quad (18)$$

其反函数为 $\alpha = g^{-1}(\beta)$, 通过多项式拟合方法求得修正公式, 由 β 可求出参数 α 。频率与相位

$$\nu(\alpha) = 1.33333336 + 0.52662090\alpha^2 + 0.11929568\alpha^4 + 0.02526885\alpha^6。$$

Blackman 窗

$$\alpha = 0.78260949\beta - 0.07763906\beta^3 + 0.01924847\beta^5 + 0.00067099\beta^7,$$

$$\nu(\alpha) = 1.49253732 + 0.49046386\alpha^2 + 0.08852977\alpha^4 + 0.01371484\alpha^6。$$

Balckmanharris 窗

$$\alpha = 0.9389189\beta - 0.0820381\beta^3 + 0.0154115\beta^5 - 0.0031699\beta^7,$$

$$\nu(\alpha) = 1.6586636 + 0.4486538\alpha^2 + 0.0647873\alpha^4 + 0.0069383\alpha^6。$$

Nuttall 窗

$$\alpha = 1.01467793\beta - 0.08516755\beta^3 + 0.01623690\beta^5 - 0.00288839\beta^7,$$

$$\nu(\alpha) = 1.7243385993 + 0.4307626823\alpha^2 + 0.0565603134\alpha^4 + 0.005697239\alpha^6。$$

3.2 四谱线插值

如图 2 所示, 设实际峰值频点 k 附近的最大的 4 根峰值谱线分别为 $k_0, k_1, k_2, k_3(k_{i+1}=k_i+1)$, 其中, k_1, k_2 为 k 左右两侧最大的两条谱线。幅值 $y_0 = |X(k_0)|, y_1 = |X(k_1)|, y_2 = |X(k_2)|, y_3 = |X(k_3)|$ 。

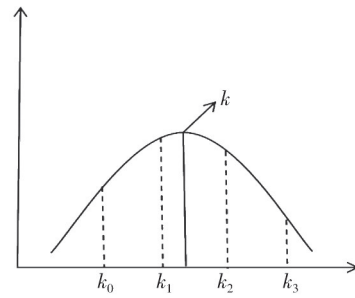


图 2 四谱线插值示意图

Fig. 2 Interpolation diagram of four spectral lines

同三谱线插值 $\alpha \in [-0.5, 0.5]$, 给 k_1, k_2 谱线幅值最大权值后有

$$\beta = \frac{y_3 + 2y_2 - 2y_1 - y_0}{y_3 + 2y_2 + 2y_1 + y_0} \quad (17)$$

由式(11)得

的修正公式分别为

$$f_h = (k_1 + \alpha + 0.5)\Delta f, \quad (19)$$

$$\phi_h = \arg [y(k_1)] + \frac{\pi}{2} - \pi(\alpha + 0.5)。 \quad (20)$$

谐波信号的幅值修正需要对4条谱线进行加

$$A_h = \frac{2(y_3 + 2y_2 - 2y_1 - y_0)}{|W(-\alpha + 1.5)| + 2|W(-\alpha + 0.5)| + 2|W(-\alpha - 0.5)| + |W(-\alpha - 1.5)|}。 \quad (21)$$

当采样点数 N 足够大时,上式化简为

$$A_h = N^{-1}(y_3 + 2y_2 - y_0 - 2y_1)\nu(\alpha)。 \quad (22)$$

用Matlab多项式拟合可得各窗四谱线插值修正公式的逼近式如下:

1) Hann窗

$$\alpha = 1.130\ 137\ 019\beta + 0.184\ 063\ 844\ 41\beta^3 + 0.0729\ 659\ 84\beta^5 + 0.036\ 296\ 392\beta^7 + 0.031\ 193\ 281\ 4\beta^9,$$

$$\nu(\alpha) = 1.070\ 997\ 483 + 0.275\ 923\ 44\alpha^2 + 0.044\ 609\ 484\alpha^4 + 0.005\ 801\ 698\ 4\alpha^6。$$

2) Blackman窗

$$\alpha = 1.446\ 489\ 078\ 8\beta + 0.293\ 253\ 038\ 9\beta^3 + 0.139\ 233\ 113\ 02\beta^5 + 0.083\ 680\ 045\beta^7 + 0.074\ 770\ 475\ 4\beta^9,$$

$$\nu(\alpha) = 1.157\ 591\ 334\ 6 + 0.268\ 164\ 009\alpha^2 + 0.036\ 806\ 919\ 73\alpha^4 + 0.003\ 908\ 211\ 1\alpha^6。$$

3) Balckmanharris窗

$$\alpha = 1.859\ 820\ 740\ 4\beta + 0.402\ 993\ 487\ 55\beta^3 + 0.197\ 582\ 594\ 23\beta^5 + 0.122\ 972\ 274\ 27\beta^7 + 0.100\ 804\ 903\ 6\beta^9,$$

$$\nu(\alpha) = 1.249\ 143\ 970\ 5 + 0.256\ 990\ 337\alpha^2 + 0.029\ 757\ 66\alpha^4 + 0.002\ 591\ 251\alpha^6。$$

4) Nuttall窗

$$\alpha = 2.053\ 604\ 089\ 138\beta + 0.416\ 221\ 004\ 4\beta^3 + 0.197\ 270\ 849\ 9\beta^5 + 0.120\ 451\ 124\ 56\beta^7 + 0.094\ 324\ 459\ 76\beta^9,$$

$$\nu(\alpha) = 1.285\ 445\ 934\ 234 + 0.251\ 636\ 666\ 1\alpha^2 + 0.027\ 266\ 645\ 1\alpha^4 + 0.002\ 212\ 455\ 44\alpha^6。$$

4 Matlab仿真实验分析

4.1 Matlab工具

Matlab有丰富的功能、工具箱及函数库,是数学类科技软件中功能非常强大的数学仿真软件,广泛使用于科学与工程领域,非常适合于信号处理、数值计算、绘图等,可以很好地解决仿真问题。此次仿真所用到的Matlab工具版本是Matlab 2022b。

4.2 信号模型的建立与仿真

为了测量Hann窗、Blackman窗、Blackman-

窗平均计算, k_1, k_2 为距离实际峰值谱线最大的两根谱线,在计算式中应该给予谱线 k_1, k_2 的幅值 y_1, y_2 较大的权重,由式(11)得

harris窗、Nuttall窗三谱线插值修正与四谱线插值修正对谐波信号幅值、相位、频率检测精度的影响,根据电网信号的特点,建立如下含有不同谐波的信号

$$x(t) = \sum_{h=0}^6 A_h \cos(2\pi f_h t + \phi_h), \quad (23)$$

其中,基波频率为50 Hz,采样频率为3 200 Hz,采样点数是1 024个。构建的两个信号的基波与各谐波信号的相位、频率、幅值等参数信息如表1和表2所示。使用Matlab仿真工具对该信号进行仿真实验,不同余旋窗的不同谱线插值算法仿真所测得不同谐波次数的幅值、频率、相位相对误差如表3~表8所示。

表1 信号I参数

Tab. 1 Parameters of signal I

参数	谐波次数						
	0	1	2	3	4	5	6
幅值/V	100	50	25	20	15	10	5
频率/Hz	50	100	150	200	250	300	450
相位/(°)	120	90	60	30	10	5	3

表2 信号II参数

Tab. 2 Parameters for signal II

参数	谐波次数						
	0	1	2	3	4	5	6
幅值/V	200	30	50	25	35	40	10
频率/Hz	50	350	400	450	500	550	600
相位/(°)	60	45	120	30	20	90	180

通过对信号I与信号II仿真结果的表格数据分析对比可知,对于信号的幅值、相位、频率,相同窗函数的四谱线插值修正结果的误差普遍小于三谱线插值修正的误差,表明四谱线的修正算法要优于三谱线修正算法。对比不同余旋窗修正结果可以看到,Nuttall窗函数对信号的幅值、频率、相位检测结果的误差明显小于其它余旋窗函数,加Nuttall窗进行四谱线插值修正后相比于其三谱线的修正算法对信号的幅值、频率、相位的测量精度都有所提高。从表3、表4可以看出Nuttall四线插值的幅值误差相比Nuttall三线插值都有所降低,最低减小了 5.71×10^{-8} (第四次谐波),从表5、表6可以看出Nuttall四线插值的频率误差相比Nuttall三线插值普遍减小了

10⁻¹~10⁻⁶数量级,从表 7、表 8 可以看出 Nuttall 四谱线插值的相位误差相比 Nuttall 三线插值普遍降低了 10⁻¹量级,结果表明 Nuttall 窗四谱线插值修正算法可以很好地减小非同步采样带来的问题。

表 3 信号 I 幅值相对误差

Tab. 3 Relative amplitude error of signal I

谐波次数	幅值相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris窗 三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris窗 四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	6.836×10 ⁻⁴	5.873×10 ⁻⁴	4.460×10 ⁻⁴	4.983×10 ⁻⁶	3.013×10 ⁻⁴	4.101×10 ⁻⁴	4.935×10 ⁻⁴	3.678×10 ⁻⁸
1	7.089×10 ⁻⁴	5.410×10 ⁻⁴	1.743×10 ⁻⁴	1.402×10 ⁻⁵	5.658×10 ⁻³	9.715×10 ⁻⁴	7.112×10 ⁻⁴	2.431×10 ⁻⁵
2	6.589×10 ⁻⁴	5.760×10 ⁻⁴	4.755×10 ⁻⁴	2.860×10 ⁻⁷	2.699×10 ⁻³	6.217×10 ⁻⁴	5.711×10 ⁻⁴	1.483×10 ⁻⁷
3	6.665×10 ⁻⁴	5.828×10 ⁻⁴	4.792×10 ⁻⁴	1.113×10 ⁻⁶	3.490×10 ⁻⁴	4.469×10 ⁻⁴	5.062×10 ⁻⁴	7.236×10 ⁻⁸
4	7.330×10 ⁻⁴	4.206×10 ⁻⁴	4.713×10 ⁻⁴	2.342×10 ⁻⁵	2.714×10 ⁻⁴	3.854×10 ⁻⁴	4.838×10 ⁻⁴	3.445×10 ⁻⁸
5	6.707×10 ⁻⁴	5.838×10 ⁻⁴	4.733×10 ⁻⁴	1.848×10 ⁻⁶	1.958×10 ⁻³	7.068×10 ⁻⁴	6.070×10 ⁻⁴	2.325×10 ⁻⁶
6	6.573×10 ⁻⁴	5.768×10 ⁻⁴	4.808×10 ⁻⁴	9.873×10 ⁻⁸	4.020×10 ⁻⁴	4.929×10 ⁻⁴	5.220×10 ⁻⁴	3.031×10 ⁻⁸

表 4 信号 II 幅值相对误差

Tab. 4 Relative amplitude error of signal II

谐波次数	幅值相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris窗 三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris窗 四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	3.419×10 ⁻⁴	2.870×10 ⁻⁴	2.043×10 ⁻⁴	4.940×10 ⁻⁶	2.411×10 ⁻⁴	1.960×10 ⁻⁴	1.480×10 ⁻⁴	1.670×10 ⁻⁹
1	3.286×10 ⁻⁴	2.892×10 ⁻⁴	2.420×10 ⁻⁴	1.849×10 ⁻⁷	2.390×10 ⁻⁴	2.386×10 ⁻⁴	1.830×10 ⁻⁴	6.670×10 ⁻⁸
2	4.980×10 ⁻⁴	3.503×10 ⁻⁴	2.580×10 ⁻⁴	1.080×10 ⁻⁵	2.416×10 ⁻⁴	1.970×10 ⁻⁴	1.410×10 ⁻⁴	2.850×10 ⁻⁸
3	4.390×10 ⁻⁴	3.446×10 ⁻⁴	1.430×10 ⁻⁴	1.017×10 ⁻⁵	2.740×10 ⁻⁴	2.482×10 ⁻⁴	1.400×10 ⁻⁴	7.040×10 ⁻⁶
4	3.277×10 ⁻⁴	2.874×10 ⁻⁴	2.390×10 ⁻⁴	7.860×10 ⁻⁸	2.750×10 ⁻⁴	2.373×10 ⁻⁴	1.115×10 ⁻⁴	2.150×10 ⁻⁸
5	3.389×10 ⁻⁴	2.910×10 ⁻⁴	2.200×10 ⁻⁴	3.391×10 ⁻⁶	2.410×10 ⁻⁴	2.073×10 ⁻⁴	1.510×10 ⁻⁴	1.470×10 ⁻⁸
6	6.870×10 ⁻⁴	5.480×10 ⁻⁴	3.601×10 ⁻⁴	3.320×10 ⁻⁵	2.782×10 ⁻⁴	2.170×10 ⁻⁴	2.110×10 ⁻⁴	1.710×10 ⁻⁵

表 5 信号 I 频率相对误差

Tab. 5 Relative frequency error of signal I

谐波次数	频率相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris窗 三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris窗 四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	3.067 6×10 ⁻²	3.066 4×10 ⁻²	3.065 8×10 ⁻²	3.068 0×10 ⁻²	1.989 0×10 ⁻⁵	1.984 0×10 ⁻⁵	1.224 0×10 ⁻⁵	1.139 0×10 ⁻⁸
1	1.532 3×10 ⁻²	1.534 6×10 ⁻²	1.535 5×10 ⁻²	1.533 9×10 ⁻²	1.467 0×10 ⁻³	4.554 0×10 ⁻⁵	2.753 0×10 ⁻⁵	6.048 0×10 ⁻⁸
2	1.022 7×10 ⁻²	1.022 8×10 ⁻²	1.022 9×10 ⁻²	1.022 6×10 ⁻²	3.672 0×10 ⁻⁴	2.047 0×10 ⁻⁵	1.214 0×10 ⁻⁵	2.061 0×10 ⁻⁸
3	0.766 8×10 ⁻²	7.667 4×10 ⁻³	7.666 6×10 ⁻³	7.670 1×10 ⁻³	0.817 0×10 ⁻⁷	7.885 0×10 ⁻⁶	4.613 0×10 ⁻⁶	7.514 0×10 ⁻⁹
4	0.615 9×10 ⁻²	6.136 8×10 ⁻³	6.128 7×10 ⁻³	6.136 6×10 ⁻³	1.336 0×10 ⁻⁷	2.213 0×10 ⁻⁷	1.552 0×10 ⁻⁷	1.604 0×10 ⁻⁹
5	0.511 4×10 ⁻²	5.115 4×10 ⁻³	5.116 2×10 ⁻³	5.113 4×10 ⁻³	3.252 0×10 ⁻⁴	1.162 0×10 ⁻⁵	7.135 0×10 ⁻⁶	4.123 0×10 ⁻⁹
6	4.382 3×10 ⁻³	4.382 2×10 ⁻³	4.382 0×10 ⁻³	4.382 9×10 ⁻³	5.927 0×10 ⁻⁶	5.897 0×10 ⁻⁶	3.431 0×10 ⁻⁶	3.111 0×10 ⁻⁹

表 6 信号 II 频率相对误差

Tab. 6 Relative frequency error of signal II

谐波次数	频率相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris窗 三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris窗 四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	3.068 3×10 ⁻²	3.067 3×10 ⁻²	3.066 9×10 ⁻²	9.199 6×10 ⁻⁷	9.778 0×10 ⁻⁶	9.640 0×10 ⁻⁶	2.024 0×10 ⁻⁶	0.650 0×10 ⁻⁹
1	4.382 5×10 ⁻³	4.382 4×10 ⁻³	4.382 5×10 ⁻³	1.068 0×10 ⁻⁷	2.667 0×10 ⁻⁶	2.370 0×10 ⁻⁶	6.004 0×10 ⁻⁷	0.601 0×10 ⁻⁸
2	3.838 0×10 ⁻³	3.833 0×10 ⁻³	3.833 0×10 ⁻³	1.680 0×10 ⁻⁷	8.820 0×10 ⁻⁷	8.200 0×10 ⁻⁷	1.691 4×10 ⁻⁷	0.880 0×10 ⁻⁹
3	3.410 0×10 ⁻³	3.409 0×10 ⁻³	3.407 0×10 ⁻³	5.000 0×10 ⁻⁸	2.850 0×10 ⁻⁴	4.670 0×10 ⁻⁶	1.046 7×10 ⁻⁶	0.800 0×10 ⁻⁹
4	3.068 2×10 ⁻³	3.068 1×10 ⁻³	3.068 0×10 ⁻³	7.460 0×10 ⁻⁸	3.310 0×10 ⁻⁵	2.530 0×10 ⁻⁶	5.433 0×10 ⁻⁷	0.319 0×10 ⁻⁸
5	2.789 0×10 ⁻³	2.788 5×10 ⁻³	2.788 2×10 ⁻³	7.650 0×10 ⁻⁸	9.750 0×10 ⁻⁷	9.100 0×10 ⁻⁷	2.233 0×10 ⁻⁷	0.530 0×10 ⁻⁹
6	2.558 0×10 ⁻³	2.556 5×10 ⁻³	2.551 7×10 ⁻³	6.048 0×10 ⁻⁸	2.460 0×10 ⁻⁴	3.770 0×10 ⁻⁶	9.331 0×10 ⁻⁷	1.510 0×10 ⁻⁸

表7 信号I相位相对误差

Tab. 7 Relative phase error of signal I

谐波次数	幅值相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris 窗三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris 窗四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	0.000 918 200	0.000 914 000	0.000 726 100	0.000 853 000	0.000 858 200	0.000 321 500	0.000 122 900	0.000 037 810
1	0.094 873 992	0.002 176 869	0.001 014 581	0.001 553 896	0.001 587 216	0.001 918 731	0.000 228 000	0.000 419 200
2	0.053 494 100	0.002 666 038	0.001 468 125	0.000 631 900	0.000 627 336	0.000 246 800	0.000 087 400	0.000 067 130
3	0.004 262 545	0.004 157 146	0.002 897 342	0.002 154 159	0.002 157 998	0.000 371 200	0.000 299 900	0.000 005 504
4	0.008 779 919	0.008 773 968	0.008 668 061	0.016 719 019	0.017 401 629	0.042 477 385	0.002 472 347	0.009 547 663
5	1.136 699 585	0.033 017 635	0.017 415 581	0.015 109 977	0.015 104 205	0.004 559 533	0.002 047 321	0.000 724 462
6	0.043 152 442	0.044 054 844	0.027 970 192	0.008 977 227	0.009 013 911	0.001 827 659	0.001 444 153	0.001 420 945

表8 信号III相位相对误差

Tab. 8 Relative phase error of signal II

谐波次数	幅值相对误差							
	Hann窗 三线插值	Blackman窗 三线插值	Blackmanharris窗 三线插值	Nuttall三线 插值	Hann窗 四线插值	Blackman窗 四线插值	Blackmanharris窗 四线插值	Nuttall窗 四线插值
0	9.02×10^{-4}	8.93×10^{-4}	8.63×10^{-4}	5.26×10^{-4}	8.59×10^{-4}	5.37×10^{-4}	1.25×10^{-4}	8.53×10^{-5}
1	1.41×10^{-3}	1.35×10^{-3}	4.27×10^{-4}	3.00×10^{-4}	5.91×10^{-5}	4.06×10^{-4}	4.46×10^{-5}	3.00×10^{-7}
2	8.61×10^{-4}	5.54×10^{-4}	5.39×10^{-4}	3.02×10^{-4}	4.37×10^{-4}	4.28×10^{-4}	1.88×10^{-4}	7.86×10^{-5}
3	2.50×10^{-1}	3.22×10^{-3}	2.64×10^{-4}	1.91×10^{-4}	1.91×10^{-3}	4.18×10^{-4}	1.88×10^{-4}	2.17×10^{-5}
4	4.85×10^{-2}	3.60×10^{-3}	6.65×10^{-4}	2.70×10^{-4}	1.33×10^{-4}	4.93×10^{-5}	3.19×10^{-5}	2.67×10^{-5}
5	6.05×10^{-4}	5.82×10^{-4}	5.13×10^{-4}	3.36×10^{-4}	2.08×10^{-4}	7.24×10^{-5}	5.09×10^{-5}	2.10×10^{-5}
6	4.79×10^{-2}	5.07×10^{-4}	4.42×10^{-4}	6.95×10^{-5}	1.23×10^{-3}	2.67×10^{-4}	4.14×10^{-5}	2.50×10^{-6}

5 结 语

本文对稳态谐波信号进行经典傅里叶变换谐波分析时,对信号进行加余旋窗截断处理以减弱频谱泄露的影响,并对其进行谱线插值修正抑制栅栏效应。通过最小二乘法及使用Matlab进行多项式拟合从而推导出不同余旋窗的不同插值算法相应的谐波幅值、频率及相位的修正公式。利用Matlab进行仿真实验,由检测结果可知基于Nuttall余弦窗四谱线插值修正算法相较于其它余旋窗插值修正算法的检测准确度更高,比其它算法抑制频谱泄漏以及减弱栅栏效应影响的效果更好,可达到精确检测谐波的目的。

参考文献:

- [1] 李晓龙, 陈建青, 刘波. 基于汉宁窗的插值FFT算法在11号数据链测频中的应用[J]. 舰船电子工程, 2018, 38(5): 37-40.
LI Xiaolong, CHEN Jianqing, LIU Bo. Application of Link11 measuring frequency based on hanning window interpolated FFT algorithm[J]. Ship Electronic Engineering, 2018, 38(5): 37-40. (in Chinese)
- [2] WEN H, ZHANG J, MENG Z, et al. Harmonic estimation using symmetrical interpolation FFT based on triangular self-convolution window[J]. IEEE Transac-

tions on Industrial Informatics, 2015, 11(1): 16-26.

- [3] 吕文杰. 电力系统谐波检测及其抑制方法的研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2012.
- [4] 李永军, 马立元, 王天辉, 等. 一种新型组合窗及其在模态参数辨识中的应用[J]. 测试技术学报, 2011, 25(5): 445-449.
LI Yongjun, MA Liyuan, WANG Tianhui, et al. A new combined window and its application to module parameter identification[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2011, 25(5): 445-449. (in Chinese)
- [5] 周俊, 王小海, 祁才君. 基于Blackman窗函数的插值FFT在电网谐波信号分析中的应用[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(6): 650-653.
ZHOU Jun, WANG Xiaohai, QI Caijun. Estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm based on Blackman window[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(6): 650-653. (in Chinese)
- [6] 周西峰, 赵蓉, 郭前岗. Blackman-Harris窗的插值FFT谐波分析与应用[J]. 电测与仪表, 2014, 51(11): 81-85.
ZHOU Xifeng, ZHAO Rong, GUO Qiangang. Blackman-Harris window based interpolation FFT harmonic analysis and its application[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2014, 51(11): 81-85.

- (in Chinese)
- [7] 卿柏元, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.
QING Baiyuan, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An approach for electrical harmonic analysis based on nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT [J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 153-158. (in Chinese)
- [8] 李威, 李春红, 杨鑫. 基于 Nuttall 窗三谱线插值 FFT 谐波测量[J]. 价值工程, 2017, 36(4): 79-81.
LI Wei, LI Chunhong, YANG Xin. Harmonic analysis based on four-term fifth derivative nuttall window and triple-spectrum-line interpolation FFT [J]. Value Engineering, 2017, 36(4): 79-81. (in Chinese)
- [9] 杨阳. 窗函数特性及加窗插值 FFT 算法的研究[D]. 郑州: 郑州大学, 2010.
- [10] 温和, 滕召胜, 王永, 等. 改进加窗插值 FFT 动态谐波分析算法及应用[J]. 电工技术学报, 2012, 27(12): 270-277.
WEN He, TENG Zhaosheng, WANG Yong, et al. Improved windowed interpolation FFT algorithm and application for power harmonic analysis [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2012, 27(12): 270-277. (in Chinese)
- [11] 沈杰, 韩峰, 梅秀庄. 窗函数对信号稀疏特性的影响[J]. 测试技术学报, 2009, 23(2): 151-155.
SHEN Jie, HAN Feng, MEI Xiuzhuang. Effect of window function on signal's sparse characteristics [J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2009, 23(2): 151-155. (in Chinese)
- [12] 荆雪君, 智泽英. 基于 FFT 的间谐波优化检测算法研究[J]. 电气自动化, 2018, 40(5): 51-54.
JING Xuejun, ZHI Zeying. Interharmonics optimization detection algorithm based on FFT [J]. Electrical Automation, 2018, 40(5): 51-54. (in Chinese)
- [13] 陆东亮. 高精度电力谐波检测算法研究[D]. 武汉: 武汉纺织大学, 2022.
- [14] 耿莉莉. 基于加窗插值 FFT 和原子分解的间谐波检测算法[D]. 郑州: 郑州大学, 2017.
- [15] 赵心迪. 一种基于 FFT 的电力系统谐波分析改进方法研究[J]. 煤炭工程, 2017, 49(4): 98-100.
ZHAO Xindi. An improved algorithm for harmonic analysis of power system based on FFT algorithm [J]. Coal Engineering, 2017, 49(4): 98-100. (in Chinese)
- [16] 张强, 王海云, 王维庆, 等. 基于混合卷积窗三谱线插值的介损角测量方法[J]. 电力电容器与无功补偿, 2020, 41(6): 125-131.
ZHANG Qiang, WANG Haiyun, WANG Weiqing, et al. Dielectric loss angle measurement method based on mixed convolution window with three spectral lines interpolation [J]. Power Capacitor & Reactive Power Compensation, 2020, 41(6): 125-131. (in Chinese)
- [17] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT [J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136. (in Chinese)
- [18] 蔡晓峰, 张鸿博, 鲁改凤. 应用三谱线插值 FFT 分析电力谐波的改进算法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(2): 33-39.
CAI Xiaofeng, ZHANG Hongbo, LU Gaifeng. Improvement algorithm for harmonic analysis of power system using triple-spectrum-line interpolation algorithm based on window FFT [J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(2): 33-39. (in Chinese)
- [19] 李振华, 胡廷和, 杜亚伟, 等. 基于窗函数和谱线插值理论的谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(22): 78-88.
LI Zhenhua, HU Tinghe, DU Yawei, et al. Harmonic detection method based on the theory of windows and spectrum line interpolation [J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(22): 78-88. (in Chinese)