

文章编号: 1671-7449(2024)03-0221-09

基于自适应Kalman滤波GNSS-RTK与加速度数据融合的桥梁结构位移重构方法

单京辉, 齐麟

(山东高速工程检测有限公司, 山东 济南 250000)

摘要: 主梁位移是大跨度桥梁安全评估和损伤诊断的重要指标,也是桥梁健康监测系统中的重点监测目标,为提高基于全球卫星导航系统的动态精度定位(Global Navigation Satellite System-Real Time Kinematic, GNSS-RTK)位移数据的准确性和可靠性,提出了基于自适应Kalman滤波GNSS-RTK数据与加速度数据融合的桥梁结构位移重构方法,实现了低频GNSS位移数据与高频加速度数据融合,进一步提高了实时位移数据的测量精度与频率,解决了GNSS-RTK数据缺乏高频位移分量的问题。最后以泰东黄河大桥为例,结合有限元方法验证了该位移重构方法在大跨度桥梁位移重构过程中的可靠性和有效性,为提高桥梁结构实时位移监测的精确度提供了一定的理论支撑与参考。

关键词: 桥梁工程; 结构健康监测; 数据融合; 卡尔曼滤波; 位移重构

中图分类号: TP212

文献标识码: A

doi: 10.3969/j.issn.1671-7449.2024029

引用格式: 单京辉, 齐麟. 基于自适应Kalman滤波GNSS-RTK与加速度数据融合的桥梁结构位移重构方法[J]. 测试技术学报, 2024, 38(3): 221-229.

SHAN Jinghui, QI Lin. Bridge structural displacement reconstruction method based on fusion of adaptive kalman-filtered GNSS-RTK data and acceleration data[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2024, 38(3): 221-229.

Bridge Structural Displacement Reconstruction Method Based on Fusion of Adaptive Kalman-Filtered GNSS-RTK Data and Acceleration Data

SHAN Jinghui, QI Lin

(Shandong Hi-Speed Engineering Testing Co., Ltd., Jinan 250000, China)

Abstract: The displacement of the main beam is an important indicator for safety assessment and damage diagnosis of long-span bridges, as well as a key monitoring target in bridge health monitoring systems. To improve the accuracy and reliability of GNSS-RTK displacement data, this paper proposes a bridge structural displacement reconstruction method based on the fusion of adaptive Kalman-filtered GNSS-RTK data and acceleration data. This method achieves the fusion of low-frequency displacement data with high-frequency acceleration data, the measurement precision and frequency of real-time displacement data are further enhanced, addressing the lack of high-frequency displacement components in GNSS-RTK data. Finally, taking the Taidong Yellow River Bridge as an example, the reliability and effectiveness of this displacement reconstruction method in the displacement reconstruction process of long-span bridges are verified using the finite element method. The research results provide theoretical support and reference for improving the accuracy of real-time

收稿日期: 2024-02-01

作者简介: 单京辉(1992—),男,工程师,硕士,主要从事桥梁健康监测研究。E-mail: 313774894@qq.com。

displacement monitoring of bridge structures.

Key words: bridge engineering; structural health monitoring; data fusion; Kalman filtering; displacement-reconstruction

0 引言

桥梁位移是指结构受到内外部荷载以及环境作用产生的形态变化,可以直观地反映桥梁结构受力情况,从而证明桥梁结构的强度和稳定性,是评价结构性能和评估桥梁安全的重要指标。大跨度桥梁结构物在运营荷载、地震以及强风等外界因素作用下会产生振动与变形,结构位移过大将影响结构的正常使用,严重将会产生局部性损坏,甚至倒塌。因此,主梁位移是大跨度桥梁安全评估和损伤诊断的重要指标,也是桥梁健康监测系统中的重点监测目标。建立桥梁健康监测系统持续地进行大跨度桥梁位移监测,实时掌握桥梁结构位移信息对于掌握大跨度桥梁结构的健康状况以及对其安全运营能力的评估具有非常重要的意义^[1-3]。

目前,传统的主梁竖向位移监测方法主要分为直接测量法和间接计算法。直接测量法是通过各种位移传感器或位移测量设备直接测量位移,如直接水准测量、三角测量或位移计的接触性测量,这些方法除了需要直接在桥梁上布置传感器外,还需要设置相对稳定的位移参考体系,虽然能够获取高精度的位移数据,但难以应用于实际的长期桥梁健康监测中。随着传感技术的进步,静力水准仪、GNSS-RTK(Global Navigation Satellite System-Real Time Kinematics,基于全球卫星导航系统的动态精度定位)技术^[4-7]、视频位移计^[8-9]、微波雷达^[10-11]等新型接触式或非接触式位移传感器得以实现,其中,GNSS-RTK技术具备精度高、安装范围广的优点,广泛应用于大跨桥梁主梁竖向位移的测量中,但这种测量方式对高频位移运动不敏感,所采集的数据无法准确描述主梁竖向位移响应情况^[12]。间接计算法主要通过加速度、应变、速度等与桥梁位移相关的数据间接得到桥梁结构位移。常用的间接计算法为将加速度数据进行二次积分从而得到结构动态位移^[13],该方法在还原动态位移中的高频部分具有一定的优势,但难以准确得到位移的低频拟静态位移^[14],且加速度在二次积分过程中产生的积分误差随时间积累会导致位移结果出现基线漂移,

因此,该方法仅适用于计算零均值平稳动态位移^[15-16]。综上所述,任何单一的直接或间接测量方法都难以准确地获取结构实际的动态位移,研究发现通过将不同的测量方法有效的结合,利用不同传感器测量方法进行数据融合可以有效地提高实时动态位移测量数据的精确性和可靠性^[17]。Smyth等^[18]提出了一种多速率卡尔曼滤波方法,将加速度与位移数据在不同的采样频率下进行了有效的融合。Kim等^[19]提出了一种通过两级卡尔曼滤波将高频采样的加速度数据与低频采样的GPS位移数据融合的方法,有效地解决了位移测量的不连续性,在不同的动态荷载作用、采样频率及噪声水平条件下均具有较好的数据融合性能。Hong等^[20]通过FFIR(Finite Element Method-Finite Impulse Respond Filter)滤波器方法将高采集频率的加速度和低采集频率的位移进行重构,并使用推导的位移重构控制方程和边界条件实现测量值和重构值之间的误差最小化。Xu等^[21]利用最大似然估计法对基于多速率卡尔曼滤波数据融合方法融合GPS位移及加速度信息重构的位移数据进行相应的噪声估计,并结合现场试验证明了该方法的准确性和可靠性。曾竞骢等^[22]使用基于Sage-Husa估计器的自适应噪声参数的卡尔曼滤波实现了对加速度数据和位移数据的有效融合,该方法提升了位移的实时估计精度,且研究表明在时变噪声条件下该方法具有较好的抗噪性能。以上研究多应用于高层建筑结构及单一结构形式的梁式桥梁,目前,结构动态位移的准确测量仍然是大跨度桥梁结构健康监测中的难题。位移和加速度数据是大跨度桥梁结构监测中常见的数据,因此,研究更加合理和符合工程实际的位移重构方法将二者有效融合对于大跨度桥梁结构的安全性能维护具有重大意义。

本文提出了基于自适应Kalman滤波GNSS-RTK数据与加速度数据融合的桥梁结构位移重构方法,实现了对GNSS-RTK技术测得的低频位移数据与高频加速度数据的融合,进一步提高了GNSS-RTK数据的精度与频率,解决了GNSS数据缺乏高频位移分量的问题。并以泰东黄河大桥为例,结合有限元方法验证了该位移重构方法在大跨度桥梁位移重

构过程中的可靠性和有效性。

1 位移重构数据融合模型

在桥梁结构的同一截面位置且在同步采集条件下进行 GNSS-RTK 数据和加速度数据融合, 如果两者采样频率不同, 那么假定二者具有共同的同步时刻, 则在相同截面位置布设的 GNSS 与加速度传感器的数据融合状态方程可以表示为

$$\dot{Y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Y(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \alpha(t), \quad (1)$$

式中: $Y(t) = [y(t), \dot{y}(t)]^T$, $y(t)$ 和 $\dot{y}(t)$ 分别为 t 时刻的位移和速度; $u(t)$ 为 t 时刻的加速度观测值; $\alpha(t)$ 为状态噪声, $\alpha \sim N(0, q)$, q 为加速度方差。

将 GNSS-RTK 的数据作为观测值, 建立卡尔曼滤波的观测方程如下

$$Z(t) = [1 \ 0] Y(t) + \beta(t), \quad (2)$$

式中: $\beta(t)$ 为桥梁结构挠度观测噪声; $\beta \sim N(0, r)$, r 为位移方差。

通过对加速度进行积分获得位移进而对同一测点的加速度和位移数据融合, 其离散状态空间方程可以表示为

$$\begin{cases} Y_{k+1} = AY_k + Bu_k + \bar{w}_k, \\ z_k = HY_k + v_k, \end{cases} \quad (3)$$

式中: k 为时间步; u_k 和 z_k 分别为测量的加速度和位移数据; \bar{w}_k 为离散的状态噪声; v_k 为测量噪声; 状态转移矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & dt \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} dt^2/2 \\ dt \end{bmatrix}$, 观测矩阵 $H = [1 \ 0]$, dt 为加速度的采样间隔。

$$P(z_k|\theta) = \frac{1}{2\pi} \det(HP(k|k-1)H^T + R)^{-0.5} \times \exp\left(-\frac{1}{2} [z(k) - HY(k|k-1)]^T \cdot (HP(k|k-1)H^T + R)^{-1} [z(k) - HY(k|k-1)]\right), \quad (6)$$

式中: $\theta = [q, r, Y(0)]$, 为最大似然估计量, 其与加速度、挠度的噪声方差 q 和 r 以及初始状态 $Y(0)$ 相关。

$$\ln l(\theta|Z_N) = -N \ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \ln \det(HP(k|k-1)H^T + R) -$$

$$\frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \left[[z(k) - HY(k|k-1)]^T (HP(k|k-1)H^T + R)^{-1} [z(k) - HY(k|k-1)] \right]. \quad (7)$$

可通过使用非线性优化算法取最大值 θ^* 为全局的最优估计值, 即 $\theta^* = \operatorname{argmax} \ln l(\theta|Z_N)$ 。

基于加速度的卡尔曼滤波的状态预测公式可表示为

$$Y(k|k-1) = AY(k-1|k-1) + Hu_k, \quad (8)$$

式中: $Y(k|k-1)$ 为 k 时刻的预测结果, $Y(k-1|k-1)$ 为 $k-1$ 时刻最优结果。

一般认为离散的噪声 \bar{w}_k 和 v_k 为白噪声, 方差分别为 q 和 r , 该数值与传感器数据和卡尔曼滤波器之间的信任程度呈负相关关系。短时间内的 GNSS-RTK 测量数据可认为具有几乎恒定的系统误差, 可以只针对白噪声进行建模^[23-24], 系统输入噪声 \bar{w}_k 的协方差矩阵 Q 和系统输出噪声 v_k 的协方差值 R 可以表示为

$$Q = \begin{bmatrix} qdt^3/3 & qdt^2/2 \\ qdt^2/2 & qdt^2 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$R = \frac{r}{dt}. \quad (5)$$

在上述过程中, 需要提前确定系统输入噪声和系统输出噪声的协方差矩阵才能构建准确的状态估计模型, 然而由于 GNSS 数据受限于卫星观测条件, 系统的噪声水平并不是固定的, 无法通过预先测量进行估算。目前, 主流研究主要是通过自适应噪声的卡尔曼滤波 (AMKF) 如极大似然法^[25]确定系统的输入和输出噪声, 或者利用子空间分析法^[26]从噪声信号中分离出主成分分量来估计。子空间分析法需要使用多个加速度计进行测量, 并且各个加速度需要具有强度相同的高斯白噪声, 现实桥梁健康监测中一般同一位置仅布设一个加速度传感设备, 该方法不满足实际情况。本文选择极大似然法 (Maximum Likelihood Estimation, MLE) 确定系统的输入和输出噪声。

挠度测量值 Z_k 可以看作高斯分布, 在卡尔曼滤波器中该测量值的概率密度函数 P 可表示为

将一系列挠度测量值 $z_k (k=1, 2, 3, \dots, N)$ 用 Z_k 表示, 为方便计算, 将式 (6) 转换为对数形式, 最大似然估计量 θ 可表示为

$Y(k-1|k-1)$ 为 $k-1$ 时刻最优结果。

对应的协方差为

$$P(k|k-1) = AP(k-1|k-1)A^T + Q, \quad (9)$$

式中: $P(k-1|k-1)$ 为 $k-1$ 时刻最优结果对应的协方差。

k 时刻的最优估算值为

$$Y(k|k) =$$

$$Y(k|k-1) + K(k)(z(k) - HY(k|k-1)), \quad (10)$$

式中： $K(k)$ 为卡尔曼增益矩阵，

$$K(k) = \frac{P(k|k-1)H^T}{HP(k|k-1)H^T + R} \quad (11)$$

卡尔曼滤波器状态更新方程为

$$P(k|k) = (I - K(k)H)P(k|k-1), \quad (12)$$

式中： I 为单位阵。

当系统进入下一时刻状态时，可根据上述方程计算得到后验估计，并作为下一次计算的先验估计，通过循环反复的迭代计算可以找到最优结果^[27-28]。在卡尔曼滤波执行过程中，由于是通过加速度积分获得的挠度预测值，导致在估计过程中会发生跳变。为了减小跳变现象，提高状态估计精度，可对融合数据结果进行平滑处理，RTS(Rauch-Tung Striebel)平滑是一种固定区间最优平滑算法，其利用固定时间区间中的所有观测值来估计区间内每一时刻的状态，具有较高的计算效率^[29]。根据本文方法获得最优估计结构位移重构值的技术路线如图1所示。

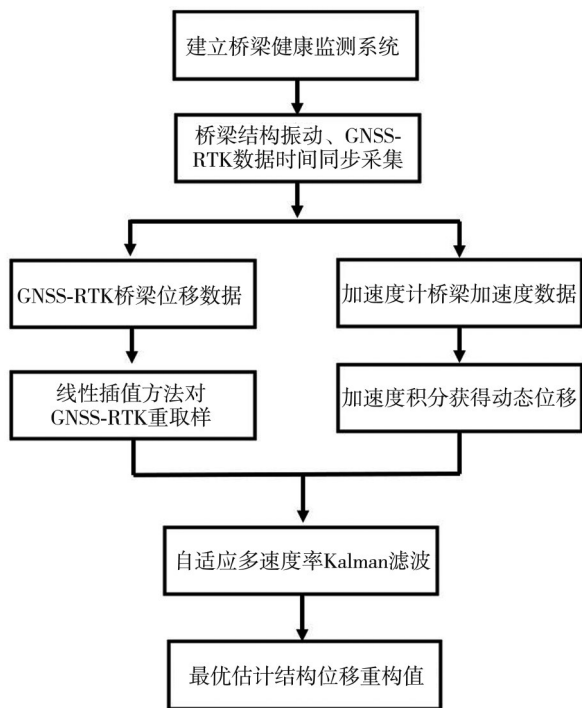


图1 桥梁结构位移重构技术路线

Fig.1 Technical route of the bridge structural displacement reconstruction

2 工程背景

2.1 项目概况

G22青兰高速K436+753黄河特大桥主桥为

双塔中央索面钢-混组合梁斜拉桥，桥梁跨径组合为(180+430+180)m，属于《公路长大桥梁结构健康监测建设实施方案》规定的单孔主跨跨径大于300m的斜拉桥，按照交通部实施方案和相关政策规范的要求，该桥于2022年建设完成结构健康监测系统。泰东黄河大桥如图2所示。



图2 泰东黄河大桥

Fig.2 Taidong Yellow River Bridge

2.2 传感器布置情况

2.2.1 主梁挠度监测 (GNSS传感器)

GNSS应按如下原则布置：主梁挠度测点布设，根据跨径布置，应不少于主跨四分点处，边跨不少于跨中处，对于宽幅桥面、中央索面或其他具有扭转监测需求的主梁，应在同一断面左右幅度外侧位置布设测点^[30]。泰东黄河大桥选择在主跨跨中布置2台GNSS传感器，采样频率为1Hz，仪器指标为垂直方向 ≤ 20 mm。GNSS传感器布置及安装情况分别如图3、图4所示。

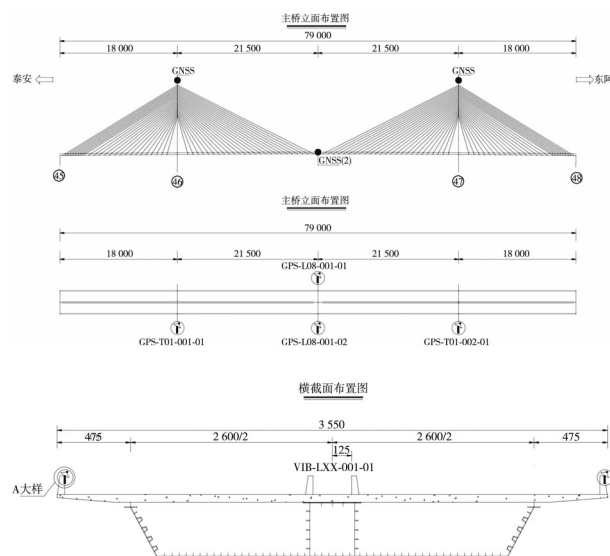


图3 GNSS传感器布置图

Fig.3 Layout position of GNSS sensors

2.2.2 主梁振动监测 (加速度传感器)

主梁振动监测应按如下原则布设：主梁横桥向和竖向振动测点应根据主梁振动振型确定，宜布设

在振型峰值点处,测点位置应至少包括主跨跨中和四分点处。泰东黄河大桥中采用电容式双向加速度传感器,在主跨跨中布置2台,主跨四分点、边跨跨中各布置1台,共计6台,采样频率为64 Hz,仪器指标为分辨力 $\leq 1 \mu\text{g}$,误差 $\leq 1\%$ 。加速度传感器情况及安装情况分别如图5、图6所示。



图4 GNSS传感器安装图

Fig. 4 Installation diagram of GNSS sensor

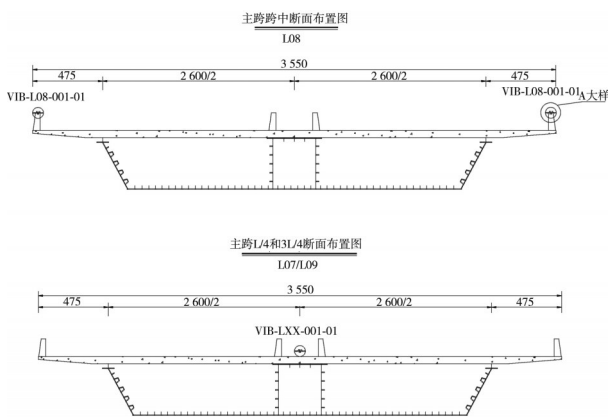


图5 振动传感器布置图

Fig. 5 Layout position of acceleration sensors



图6 振动传感器安装图

Fig. 6 Installation diagram of acceleration sensor

3 实测分析

3.1 原始数据分析

选取泰东黄河大桥2023年4月30日北京时间上午8:50—9:40时间段GNSS和加速度传感器采

集的位移数据和加速度数据进行分析,原始数据如图7、图8所示。

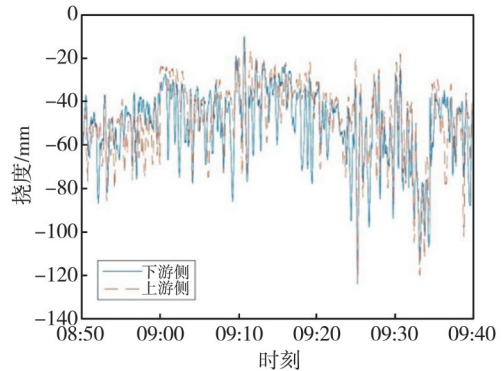
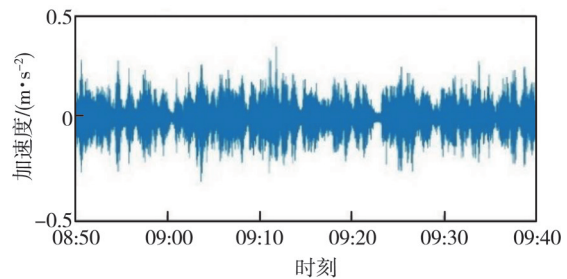
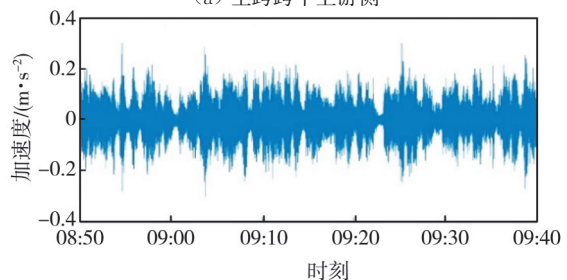


图7 挠度原始数据

Fig. 7 Raw data of deflection



(a) 主跨跨中上游侧



(b) 主跨跨中下游侧

图8 加速度原始数据

Fig. 8 Raw data of acceleration

由于泰东黄河大桥刚度与其质量的比值相对较小,因此其固有频率较低,采用MIDAS CIVIL软件对泰东黄河大桥进行有限元分析,求得前3阶频率分别为0.309,0.507,0.645 Hz。其对应的振型如图9~图11所示。

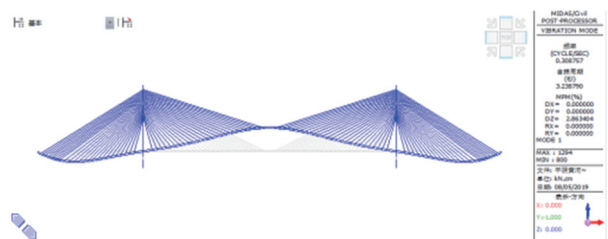


图9 1阶振型(1阶频率0.309 Hz)

Fig. 9 First order vibration mode(first order frequency 0.309 Hz)

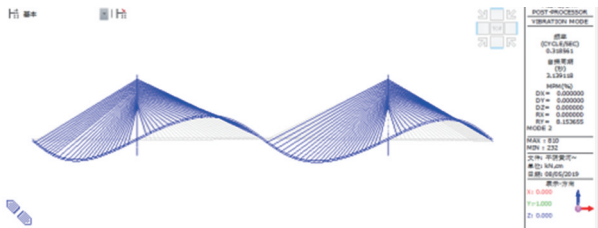


图 10 2阶振型(2阶频率0.507 Hz)

Fig. 10 Second order vibration mode(second order frequency 0.507 Hz)

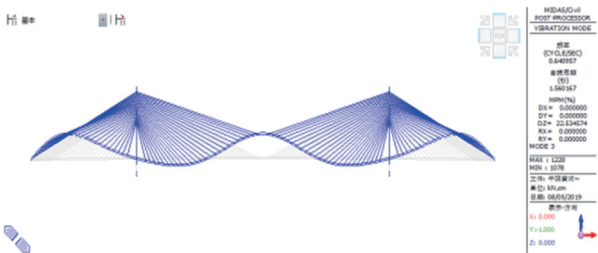


图 11 3阶振型(3阶频率0.645 Hz)

Fig. 11 Third order vibration mode (third order frequency 0.645 Hz)

通过频谱分析可以将各类传感器采集的数据根据信号强度按采样频率顺序转换为频率的函数,即将时域内的随机数据序列通过傅立叶(Fourier)级数转换到频域内进行分析,进而得到时域内数据序列的频率和幅值,从而确定时间序列的准确周期并判别隐蔽性和复杂性的周期数据^[31]。对采集的GNSS挠度数据和加速度数据分别进行频谱分析,得到的结果如图 12 和图 13 所示。

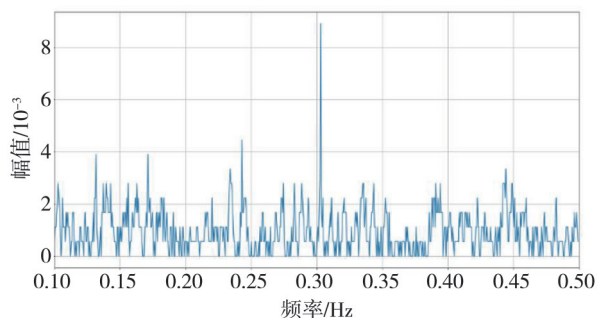
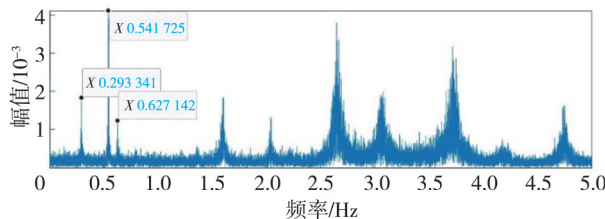


图 12 GNSS 挠度数据频谱特征

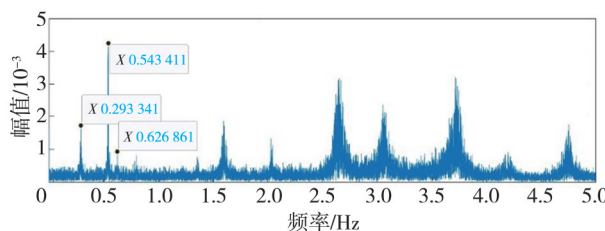
Fig. 12 Spectral characteristics of GNSS deflection data

通过频谱分析可知,GNSS 挠度数据仅能识别到1阶频率,识别的1阶频率约为0.311 Hz,与有限元计算方法获得的理论值接近,相对误差为0.32%,而对于2阶及其以上的频率,通过对GNSS 挠度数据进行频谱分析无法识别,即GNSS 挠度数据对高频振动不敏感。而加速度传感器可以准确地识别出泰东黄河大桥的前3阶频率,上游侧加速度传感器测点的前3阶频率分别为0.293,0.542和0.627 Hz,与有限元计算方

法获得的前3阶频率的相对误差分别为5.07%,6.85%和2.77%;下游侧加速度传感器测点的前3阶频率分别为0.293,0.543和0.627 Hz,与有限元计算方法获得的前3阶频率的相对误差分别为5.07%,7.18%和2.77%。



(a) 上游侧



(b) 下游侧

图 13 加速度数据频谱特征

Fig. 13 Spectral characteristics of acceleration data

由此可知,GNSS 能较容易地识别结构低频振动,而加速度计对高频振动更敏感,能识别出高频部分的模态频率。因而,通过融合GNSS 挠度数据和加速度传感器数据的方法能弥补GNSS 位移数据的不足,既能监测到低阶频率成分,也能监测到高频成分,保证桥梁健康监测的完整性和准确性。

3.2 数据融合分析

首先使用插值法对GNSS—RTK 数据进行重采样,将其采样时间序列与加速度数据对齐,之后通过前文构建的基于自适应Kalman滤波器,在两种数据的公共时刻进行滤波器状态更新与位移预测,实现桥梁位移重构,融合后的位移数据如图 14 所示。

对融合后上、下游侧跨中GNSS 挠度数据进行频谱分析,得到的结果如图 15 所示。由图可知,基于自适应Kalman滤波重构的位移数据不仅能识别低频模态频率,也可以准确地获得高频部分的模态频率,上游侧融合重构的GNSS 位移数据频谱分析得到的前3阶频率分别为0.294,0.545和0.627 Hz,与有限元计算方法获得的前3阶频率的相对误差分别为5.19%,7.50%和2.79%;下游侧融合重构的GNSS 位移数据频谱

分析得到的前 3 阶频率分别为 0.293, 0.545 和 0.627 Hz, 与有限元计算方法获得的前三阶频率的相对误差分别为 4.85%, 7.50% 和 2.79%。

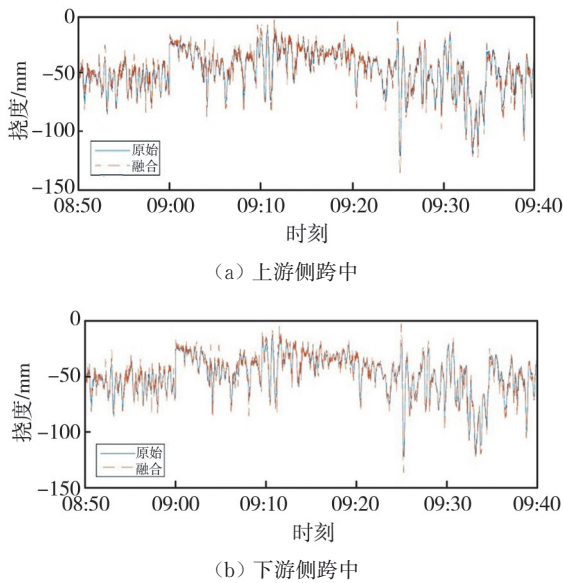


图 14 GNSS 挠度数据融合

Fig. 14 GNSS deflection data fusion

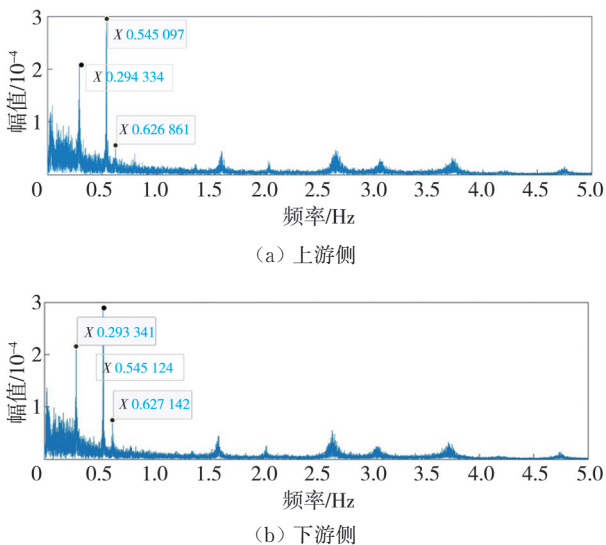


图 15 GNSS 挠度融合数据频谱特征

Fig. 15 Spectral characteristics of GNSS deflection fusion data

综上所述, 融合后数据不仅可以在低频部分与 GNSS 位移数据吻合较好, 也可以在高频部分准确可靠地与加速度传感器获得的位移数据保持一致性, 从而表现出融合后位移数据的高阶频谱特征, 这表明本文提出的位移重构方法可以有效地减少位移数据中的噪声污染, 使动态分量信息更加清晰, 通过融合加速度传感器数据可以弥补 GNSS-RTK 高频响应特征, 拓宽频率带宽。该方法充分发挥了 GNSS 传感器对低频信号敏感, 加

速度传感器对高频信号更加敏感的不同特点, 通过数据融合算法提高了位移数据在桥梁健康监测过程中的可靠性和准确性。

4 结 论

本文研究了基于自适应 Kalman 滤波 GNSS-RTK 与加速度数据融合的大跨桥梁位移重构方法, 利用 Kalman 滤波技术对实测的加速度传感器数据与 GNSS-RTK 挠度数据进行融合, 融合重构后的数据可以有效地补偿传感器漂移与测量噪声等因素对加速度计与 GNSS-RTK 挠度数据的影响, 减小挠度测量的误差, 提高运算精度, 解决 GNSS 对高频不敏感的问题。

1) GNSS 位移数据宜识别出低阶模态频率, 加速度传感器更宜识别出高阶模态频率, 本文提出方法融合了加速度数据重构的结构位移数据, 弥补了低频位移的高频信息缺失, 两者优势互补提高了位移精度, 进而保证了桥梁健康监测系统在桥梁运营性能评估过程中的可靠性和准确性。

2) 从重构前后的数据对比来看, 基于自适应 Kalman 滤波方法对于桥梁健康监测位移数据具有较好的抗噪效果, 可以有效地减少位移数据中的噪声污染, 使动态分量信息更加清晰。

3) 相对于依赖单个传感器可能由于不可抗力因素而导致的传感器失效或者数据可靠性降低, 通过本文方法可以对多种传感器数据进行深度融合重构, 增加桥梁健康监测系统的抗干扰性能和容错性能, 从而提高系统运营过程中的稳定性和可靠性。

随着桥梁健康监测技术的发展, 越来越多的传感器用于动态位移监测, 本文提出的基于自适应 Kalman 滤波技术位移重构方法如何对传感器进行深度集成, 如何提高监测系统的精度和可靠性, 并对不同传感器的监测数据进行融合与挖掘是后续研究的重点, 下一步计划与毫米波雷达或图像识别的视频位移计等新型高精度、高频率传感设备测量结果比对验证。

参考文献:

[1] LIU Y, DENG Y, CAI C S. Deflection monitoring and assessment for a suspension bridge using a connected pipe system: a case study in China[J]. Structural Control & Health Monitoring, 2015, 22(12): 1408-1425.

- [2] 刘小玲, 黄侨, 任远, 等. 大跨度钢斜拉桥主梁监测挠度的评估与预警[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(9): 98-104.
LIU Xiaoling, HUANG Qiao, REN Yuan, et al. Assessment and early warning on the monitoring girder deflection of the long-span steel cable-stayed bridge [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(9): 98-104. (in Chinese)
- [3] SEO J, HU J W, LEE J. Summary review of structural health monitoring applications for highway bridges [J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2016, 30(4): 04015072.
- [4] LI X, GE L, AMBIKAI RAJAH E, et al. Full-scale structural monitoring using an integrated GPS and accelerometer system [J]. GPS Solutions, 2006, 10(4): 233-247.
- [5] YU J Y, MENG X L, YAN B F, et al. Global navigation satellite system-based positioning technology for structural health monitoring: a review [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2020, 27(1). DOI: 10.1002/stc.2467.
- [6] ZHANG R C, GAO C F, PAN S G, et al. Fusion of GNSS and speedometer based on VMD and its application in bridge deformation monitoring [J]. Sensors, 2020, 20(3). DOI: 10.3390/s20030694.
- [7] KARIM E, HATEM H, OSAMA T, et al. Calibration of GNSS positioning receivers [J]. Journal of Measurement Science and Instrumentation, 2021, 12(2): 160-169.
- [8] 周颖, 张立迅, 刘彤, 等. 基于计算机视觉的结构系统识别[J]. 土木工程学报, 2018, 51(11): 17-23.
ZHOU Ying, ZHANG Lixun, LIU Tong, et al. Structural system identification based on computer vision [J]. China Civil Engineering Journal, 2018, 51(11): 17-23. (in Chinese)
- [9] FENG D M, FENG M Q. Vision-based multipoint displacement measurement for structural health monitoring [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2016, 23(5): 876-890.
- [10] ZHOU L, GUO J M, WEN X L, et al. Monitoring and analysis of dynamic characteristics of super high-rise buildings using GB-RAR: a case study of the wgc under construction, China [J]. Applied Sciences, 2020, 10(3): 808.
- [11] ZHANG L X, LIU P, YAN X, et al. Middle displacement monitoring of medium-small span bridges based on laser technology [J]. Structural Control and Health Monitoring, 2020, 27(4). DOI: 10.1002/stc.2509.
- [12] 余加勇, 邵旭东, 晏班夫, 等. 基于全球导航卫星系统的桥梁健康监测方法研究进展 [J]. 中国公路学报, 2016, 29(4): 30-41.
YU Jiayong, SHAO Xudong, YAN Banfu, et al. Research and development on global navigation satellite system technology for bridge health monitoring [J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(4): 30-41. (in Chinese)
- [13] WANG Z C, GENG D, REN W X, et al. Strain modes based dynamic displacement estimation of beam structures with strain sensors [J]. Smart Materials and Structures, 2014, 23(12): 125045.
- [14] PARK K T, KIM S H, PARK H S, et al. The determination of bridge displacement using measured acceleration [J]. Engineering Structures, 2005, 27(3): 371-378.
- [15] PARK J W, SIM S H, JUNG H J, et al. Development of a wireless displacement measurement system using acceleration responses [J]. Sensors, 2013, 13(7): 8377-8392.
- [16] THONG Y K, WOOLFSON M S, CROWE J A, et al. Numerical double integration of acceleration measurements in noise [J]. Measurement, 2004, 36(1): 73-92.
- [17] LI X X, GE M R, ZHANG Y, et al. High-rate coseismic displacements from tightly integrated processing of raw GPS and accelerometer data [J]. Geophysical Journal International, 2013, 195(1): 612-624.
- [18] SMYTH A, WU M. Multi-rate Kalman filtering for the data fusion of displacement and acceleration response measurements in dynamic system monitoring [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 706-723.
- [19] KIM K, CHOI J, KOO G, et al. Dynamic displacement estimation by fusing biased high-sampling rate acceleration and low-sampling rate displacement measurements using two-stage Kalman estimator [J]. Smart Structures and Systems, 2016, 17(4): 647-667.
- [20] HONG Y H, LEE S G, LEE H S. Design of the FEM-FIR filter for displacement reconstruction using accelerations and displacements measured at different sampling rates [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 38(2): 460-481.
- [21] XU Y, BROWN JOHN J M W, HESTER D, et al. Long-span bridges: enhanced data fusion of GPS displacement and deck accelerations [J]. Engineering Structures, 2017, 147: 639-651.
- [22] 曾竞聪, 施袁锋, 戴靠山, 等. 基于自适应卡尔曼滤

- 波加速度与位移融合的结构位移实时估计[J]. 工程科学与技术, 2023, 55(4): 189-195.
- ZENG Jingcong, SHI Yuanfeng, DAI Kaoshan, et al. Real-time Structural displacement estimation by fusing acceleration and displacement data with adaptive kalman filter [J]. *Advanced Engineering Sciences* 2023, 55(4): 189-195. (in Chinese)
- [23] PSIMOULIS P A, STIROS S C. A supervised learning computer-based algorithm to derive the amplitude of oscillations of structures using noisy GPS and Robotic Theodolites (RTS) records [J]. *Computers & Structures*, 2012, 92: 337-348.
- [24] GUO F Z, LI X F, LI J X. Continuous rotation north-finding algorithm based on constrained adaptive Kalman filter [J]. *Journal of Measurement Science and Instrumentation*, 2021, 12 (2): 133-145.
- [25] 何伟嘉, 黄嘉俊, 张靖奇, 等. 基于金枪鱼算法的最大似然信号方位与频率联合估计[J]. *测试技术学报*, 2023, 37(1): 66-71.
- HE Weijia, HUANG Jiajun, ZHANG Jingqi, et al. Joint angle-frequency estimation with maximum likelihood based on tuna swarm optimization algorithm [J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2023, 37(1): 66-71. (in Chinese)
- [26] LI Z, CHANG C C. Adaptive quantification of noise variance using subspace technique [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2013, 139(4): 469-478.
- [27] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. *Journal of Basic Engineering*, 1960, 82(3): 35-45.
- [28] 赵嘉梁, 李世中, 赵紫良. 基于扩展卡尔曼滤波的无人机航姿算法 [J]. *中北大学学报(自然科学版)*, 2023, 44(3): 118-123.
- ZHAO Jialiang, LI Shizhong, ZHAO Ziliang. UAV attitude and heading algorithm based on extended Kalman filter [J]. *Journal of North University of China (Natural Science Edition)*, 2023, 44(3): 118-123. (in Chinese)
- [29] DAN S. *Optimal smoothing: optimal state estimation: Kalman, H-infinity, and nonlinear approaches* [M]. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc, 2006: 263-296.
- [30] 中华人民共和国交通运输部. *公路桥梁结构监测技术规范: JT/T 1037-2022* [S]. 北京: 人民交通出版社.
- [31] ISHII K, IWAI T, NAKAMURA S. Numerical analysis of a path-length-resolved spectrum of time-varying scattered light field [J]. *Journal of the Optical Society of America A, Optics, Image Science and Vision*, 2008, 25(3): 718-724.