

# 外部加压的某型船用钢铁磁腔体力磁耦合实验研究

王作帅<sup>1,2</sup>, 左超<sup>1,2</sup>, 肖涵琛<sup>1,2</sup>, 任丽<sup>3\*</sup>, 张海鹏<sup>3</sup>

(1. 海洋电磁探测与控制湖北省重点实验室, 湖北 武汉 430064; 2. 武汉第二船舶设计研究所, 湖北 武汉 430064;  
3. 华中科技大学 电气与电子工程学院 强电磁工程与新技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 在深海资源磁探测领域, 主要通过传感器探测空间磁场异常并结合相关算法确定资源的空间坐标。然而, 铁磁材料构成的水下航行器的力磁耦合效应会导致空间磁场随外壁受压而变化, 从而影响探测准确性。当前研究仅限于内部压力作用下的力磁耦合效应, 因此, 研究外部压力对铁磁腔体周围空间磁场的影响十分必要。该实验采用低磁钢包裹加压的方式, 研究了某型船用钢铁磁腔体在外部压力作用下的力磁耦合效应, 测得了铁磁腔体的固定磁场分布以及在背景磁场作用下的感应磁场分布, 得到了感应磁场以及空间磁场变化量与背景磁场方向之间的关系, 有效解决了实验施加外压困难的问题, 为研究铁磁腔体力磁耦合效应提供了新思路, 也为深海资源磁探测消磁电流的调节提供了一定参考。

**关键词:** 铁磁腔体; 力磁耦合; 外压; 固定磁场; 感应磁场

**中图分类号:** TM93

**文献标识码:** A

**doi:** 10.62756/csjs.1671-7449.2025035

**引用格式:** 王作帅, 左超, 肖涵琛, 等. 外部加压的某型船用钢铁磁腔体力磁耦合实验研究[J]. 测试技术学报, 2025, 39(3): 284-290.

WANG Zuoshuai, ZUO Chao, XIAO Hanchen, et al. Experiment on magneto-mechanical coupling of a marine steel ferromagnetic cavity with external pressure[J]. Journal of Test and Measurement Technology, 2025, 39(3): 284-290.

## Experiment on Magneto-Mechanical Coupling of A Marine Steel Ferromagnetic Cavity with External Pressure

WANG Zuoshuai<sup>1,2</sup>, ZUO Chao<sup>1,2</sup>, XIAO Hanchen<sup>1,2</sup>, REN Li<sup>3\*</sup>, ZHANG Haipeng<sup>3</sup>

(1. Hubei Key Laboratory of Marine Electromagnetic Detection and Control, Wuhan 430064, China;

2. Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430064, China;

3. State Key Laboratory of Advanced Electromagnetic Engineering and Technology, School of Electrical and Electronic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** In the field of deep-sea resource magnetic detection, spatial magnetic field anomalies are detected by sensors and combined with relevant algorithms to determine the spatial coordinates of resources. However, the magneto-mechanical coupling effect of underwater vessels made of ferromagnetic materials leads to changes in the spatial magnetic field as the outer wall is subjected to pressure, thereby affecting detection accuracy. Current research is limited to the effects of internal pressure on magneto-mechanical coupling. Therefore, investigating the influence of external pressure on the spatial magnetic field around ferromagnetic chambers is essential. A method of applying pressure by wrapping with low-

**收稿日期:** 2024-08-21

**作者简介:** 王作帅(1990—), 男, 高级工程师, 博士, 主要从事电磁场防护与应用研究。E-mail: hustwzs@foxmail.com。

\* **通信作者:** 任丽(1968—), 女, 教授, 博士, 主要从事磁场分析与超导电力技术研究。E-mail: renli@mail.hust.edu.cn。

magnetic steel was adopted to investigate the magneto-mechanical coupling effect of a marine steel ferromagnetic chamber under external pressure. The distribution of the fixed magnetic field and the induced magnetic field under the action of the background magnetic field was measured, and the relationship between the induced magnetic field, spatial magnetic field variation, and the direction of the background magnetic field was determined. This study effectively addressed the challenge of applying external pressure in experiments, providing new insights into the study of magneto-mechanical coupling effects of ferromagnetic chambers and offering a reference for adjusting demagnetization currents in deep-sea resource magnetic detection.

**Key words:** ferromagnetic cavity; magneto-mechanical coupling; external pressure; fixed magnetic field; induced magnetic field

## 0 引言

在深海资源磁探测领域,主要通过传感器探测空间磁场异常,并结合相关算法得到资源的空间坐标<sup>[1-3]</sup>。搭载传感器的水下航行器主要由铁磁体构成,其力磁耦合效应会导致空间磁场随外壁受压的改变而改变,从而影响深海资源磁探测的准确性。因此,研究铁磁腔体的力磁耦合效应以获得外部压力对其周围空间磁场的影响是十分必要的。

目前, Jiles-Atherton 理论被广泛用于描述铁磁材料中的力磁耦合效应<sup>[4-6]</sup>。关于力磁耦合效应的研究可以追溯到 1945 年,当时发现磁化过程中存在不可逆成分<sup>[7]</sup>。最初认为在弱磁场下可以忽略磁化的旋转,并认为外部力与磁畴壁上施加的外部磁场等效。然而,随后的实验发现,应力对磁畴的影响是不连续的,与早期理论相矛盾<sup>[8-11]</sup>。因此,根据实验结果引入了接近原理<sup>[12-13]</sup>。基于接近原理, Jiles-Atherton 理论、Smith 均匀能量模型和 Stoner-Wohlfarth 模型相继提出,并经研究人员进行改进,以更准确地描述铁磁材料的力磁耦合效应<sup>[14-20]</sup>。然而,当前对铁磁腔体力磁耦合效应的研究主要集中于仿真计算。在实验领域,受加压条件的限制,当前仅见对腔体外部磁场与内部压力关系的研究,外部压力对铁磁腔体外部磁场的影响尚未被提及<sup>[21]</sup>。由于铁磁腔体在内、外压力作用下其外部磁场变化规律可能不同,因此有必要对外部压力作用下的腔体外部磁场变化进行实验研究。

本文基于搭建的某型船用钢铁磁腔体力磁耦合实验平台,使用低磁钢包裹加压的方式,解决了实验施加外压困难的问题。在腔体外部施加可控压力,研究了恒定背景磁场改变外压的工况下,某型船用钢腔体的力磁耦合效应,为深海资

源磁探测消磁电流的调节提供了一定参考。

## 1 铁磁腔体外部空间组成分析

当铁磁腔体置于背景磁场  $B_0$  中,其外部空间磁场主要由 3 个部分组成:铁磁腔体剩磁产生的固定磁场、铁磁腔体受背景磁场作用产生的感应磁场以及背景磁场的直接作用,即

$$B = B_{\text{res}} + B_{\text{ind}} + B_0, \quad (1)$$

式中:  $B$  为外部空间磁场;  $B_{\text{res}}$  为剩磁产生的固定磁场;  $B_{\text{ind}}$  为铁磁体受背景磁场作用产生的感应磁场。

铁磁体的剩磁是指在外磁场作用下,经历了磁化后,即便移除外部磁场,铁磁材料仍然保留有一定的磁化程度。剩磁的产生与铁磁体内部的微观结构——磁畴有关。在外磁场作用下,磁畴会发生偏转进而重新排列,使得材料整体发生磁化,即使外部磁场移除,磁畴的排列状态也可能保持一定程度的稳定,进而导致材料仍保持一定的磁化状态。铁磁体的感应磁场与铁磁体的性质、背景磁场的大小与方向有关,当背景磁场达到临界值时,感应磁场饱和,不会随背景磁场的增大而增大。

力的作用会导致铁磁体的磁畴发生变化,从而改变空间磁场。当铁磁体、背景磁场、力三者共同作用时,空间磁场可表示为

$$B = B_{\text{res}} + B_{\text{ind}} + B_0 + \Delta B_{\text{res}} + \Delta B_{\text{ind}}, \quad (2)$$

式中:  $\Delta B_{\text{res}}$  为力的作用导致的固定磁场的改变量;  $\Delta B_{\text{ind}}$  表示力的作用导致的感应磁场的改变量。

## 2 实验布置与流程

本文采用铁磁腔体力磁耦合实验平台,使用低磁钢包裹加压的方式,研究了恒定背景磁场改

变外压的工况下,某型船用钢腔体的力磁耦合效应。实验平台主要设备包括低磁钢腔体、某型船用钢铁磁腔体、补偿电流调节系统、三相磁通门

传感器阵列、气泵,辅助设备包括水箱、电源系统、气阀、水阀等,主要设备如图1所示,低磁钢腔体侧面图如图2所示。

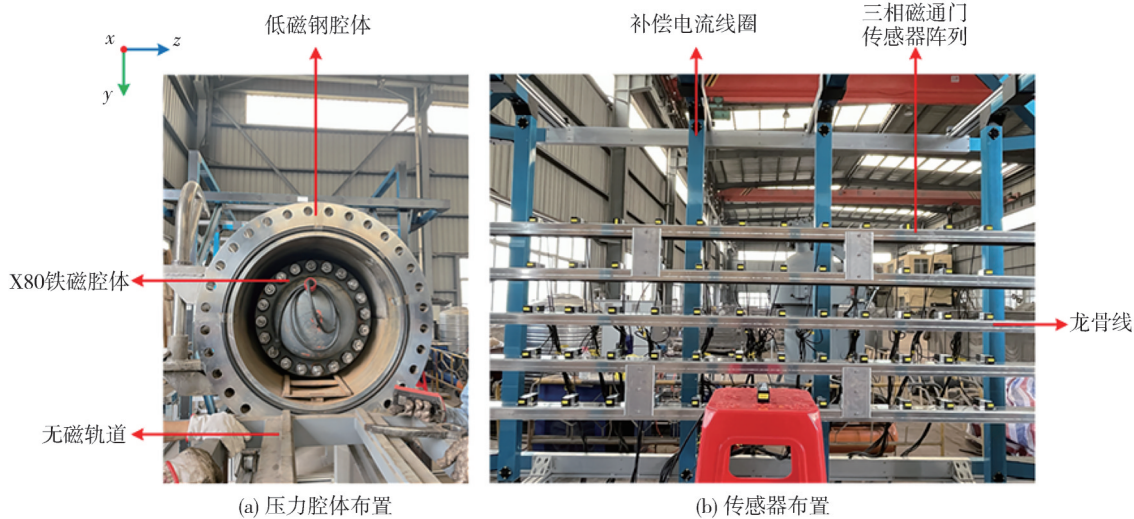


图1 力磁耦合实验设备

Fig. 1 Magneto-mechanical coupling experimental equipment

由图1(a)可知,某型船用钢铁磁腔体置于低磁钢腔体内,低磁钢腔体置于无磁轨道上,低磁钢腔体可在无磁轨道上滑动,以根据实验要求调节实验对象的位置。设定图1(a)中垂直纸面向外为 $x$ 方向, $x$ 轴对应实验空间中腔体中心线所在的直线;向下为 $y$ 方向,对应实验空间中指向地面的方向;向右为 $z$ 方向,对应实验空间中从腔体指向传感器所在平面的方向。加压过程中,先加水将低磁钢腔体与某型船用钢腔体之间的空间注满,再打开气泵进行加压。某型船用钢腔体长度为1470 mm,内径为200 mm,厚度为28 mm,其设计压力为9.0 MPa,工作压力为7.0 MPa。

其几何呈对称性。置于低磁钢中的某型船用钢铁磁腔体几何形状与低磁钢腔体相似,且在同侧装有螺栓。龙骨线上共有12个传感器,序号为1~12,规定从靠近螺栓一侧至远离螺栓一侧,传感器序号逐渐增大。

如图1(b)所示,一竖直平面上布置有60个三相磁通门传感器,传感器分5行排列,每行分布有12个,中间一行传感器所在的直线称为龙骨线,竖直平面与某型船用钢铁磁腔体中心线之间的距离为750 mm。传感器行间的距离为30 mm,每一行相邻传感器之间的距离也为30 mm。三相磁通门传感器的测量范围为 $\pm 100 \mu\text{T}$ ,分辨率为1 nT,正交度误差 $\leq 1^\circ$ ,线性度误差 $\leq 0.01\%$ ,标度误差 $\leq \pm 1\%$ 。图1(b)中的补偿电流线圈有三类,分别与 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 轴交链,通过调节三类补偿电流线圈中的电流,可改变铁磁腔体所在实验空间背景磁场。7种特定背景磁场对应的 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 线圈电流的大小如表1所示。

如图2所示,低磁钢腔体一侧装有螺栓,使



图2 低磁钢腔体侧面图

Fig. 2 Side view of low magnetic steel cavity

表1 不同背景磁场对应的电流大小

Tab. 1 The current magnitude corresponding to different background magnetic fields

背景磁场/nT	$x$ 线圈电流/A	$y$ 线圈电流/A	$z$ 线圈电流/A
零磁	-1.318 4	-0.467 0	-1.405 0
$B_x=10\ 000$	-0.891 5	-0.469 6	-1.402 0
$B_x=20\ 000$	-0.469 4	-0.477 6	-1.402 0
$B_y=10\ 000$	-1.319 8	-0.463 7	-0.967 8
$B_y=20\ 000$	-1.319 8	-0.459 6	-0.531 4
$B_z=10\ 000$	-1.324 8	-0.905 3	-1.402 3
$B_z=20\ 000$	-1.332 2	-1.343 0	-1.400 3

实验采用低磁钢包裹加压的方式对内部某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合效应进行研究,故在

研究前需测量低磁钢腔体单独作用以及低磁钢-某型船用钢铁磁腔体共同作用下的空间磁场,并通过作差的方式排除低磁钢腔体以及低磁钢腔体上的螺栓等铁磁体对测量结果的干扰,以得到某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合特性。实验流程示意图如图 3 所示。

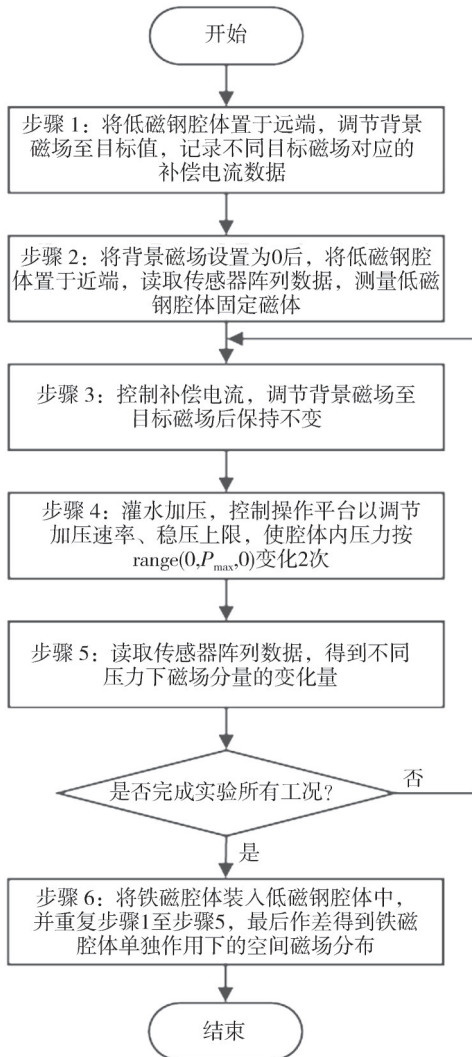


图 3 实验流程图

Fig. 3 Experiment process diagram

### 3 实验结果与分析

经实验测量与数据处理,得到某型船用钢铁磁腔体在龙骨线上的固定磁场分布,如图 4 所示。

由图 4 可知,龙骨线的固定磁场  $x$  分量分布关于  $x$  轴近似为偶函数,  $z$  分量分布关于  $x$  轴近似呈具有正向偏置的奇函数,偏置约为正向 4 000 nT,  $y$  分量恒定为正,且螺栓近端高于螺栓远端。某型船用钢铁磁腔体固定磁场的量级为  $10^4 \sim 10^5$  nT 级。

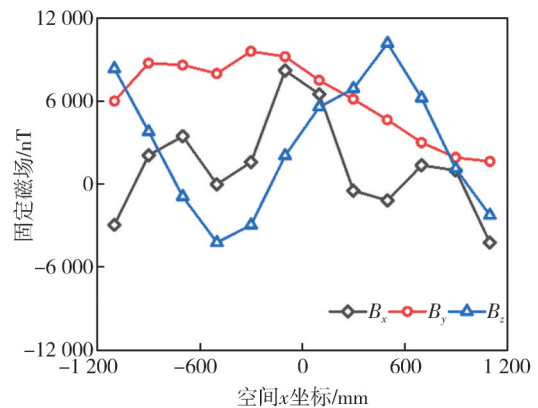


图 4 龙骨线的固定磁场分布

Fig. 4 Fixed magnetic field distribution of keel line

在  $x$  方向施加大小为 45 000 nT 的背景磁场,结合式(1),可得此时某型船用钢铁磁腔体在龙骨线上产生的感应磁场,如图 5 所示。由图 5 可知,某型船用钢铁磁腔体感应磁场的量级为  $10^4 \sim 10^5$  nT 级,龙骨线上的感应磁场  $x$  分量分布关于  $x$  轴近似为偶函数,  $z$  分量分布关于  $x$  轴近似呈具有反向偏置的奇函数,偏置约为反向 2 000 nT,  $y$  分量恒定为负,且未出现类似固定磁场的不对称性,说明螺栓的感应磁场较小。对比图 4 和图 5 可以发现,固定磁场与感应磁场正好反向,说明该铁磁体长期处于一个方向为  $x$  轴反向的背景磁场中,实验过程中施加的正向背景磁场使该铁磁体磁畴发生反向偏转,从而产生了与固定磁场反向的感应磁场。

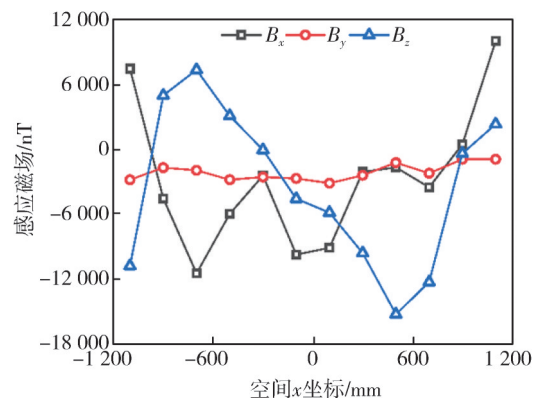


图 5  $B_x=45\ 000$  nT 时龙骨线上的感应磁场

Fig. 5 Induced magnetic field on the keel line at  $B_x=45\ 000$  nT

实验研究了  $x$  方向不同背景磁场大小的作用下某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合效应。当背景磁场分别为  $B_x=15\ 000$  nT 以及  $B_x=45\ 000$  nT 时,测量并记录腔体所受压力为 4 MPa 以及 7 MPa 时龙骨线上的空间磁场变化,如图 6 所示。

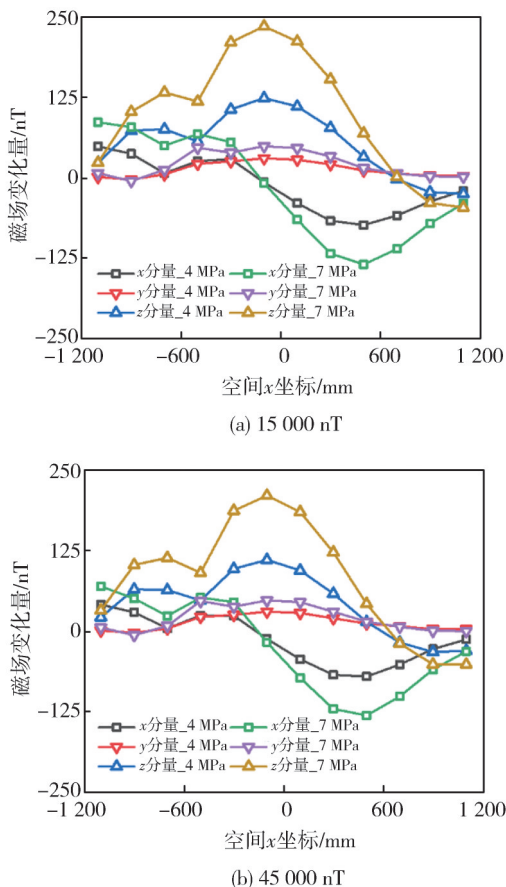


图6  $x$ 方向不同大小背景磁场作用下龙骨线的磁场变化  
Fig. 6 Magnetic field changes of keel lines under different background magnetic fields in the  $x$  direction

由图6可知,当背景磁场在 $x$ 方向上时,腔体

所受压力越大,空间磁场变化越明显,量级为 $10^1 \sim 10^2$  nT级。当背景磁场为 $B_x=15\ 000$  nT且压力为4 MPa时, $z$ 分量变化最为明显,6号传感器的变化量达到124.12 nT,压力增至7 MPa时,6号传感器的 $z$ 分量变化量达到236.19 nT;当背景磁场为 $B_x=45\ 000$  nT且压力为4 MPa时, $z$ 分量变化最为明显,6号传感器的变化量达到110.89 nT,压力增至7 MPa时,6号传感器的 $z$ 分量变化量达到210.96 nT。变化量的 $x$ 分量近似奇函数分布, $y$ 分量近似为0, $z$ 分量近似偶函数分布,且在螺栓所在处有明显的极值出现,这是螺栓的力磁耦合效应比某型船用钢铁磁腔体更显著导致的。对比图6(a)与图6(b)可知, $x$ 方向背景磁场的大小并不会显著影响某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合效应,又已知某型船用钢铁磁腔体长期置于与 $x$ 轴平行的背景磁场中,故可推知若实验施加的背景磁场与铁磁体原本所处的背景磁场同轴,则实验施加的背景磁场的大小几乎不会影响铁磁体的力磁耦合效应。

实验研究了背景磁场的大小对某型船用钢铁磁腔体力磁耦合效应的影响。在零磁、 $B_x=15\ 000$  nT、 $B_y=15\ 000$  nT以及 $B_z=10\ 000$  nT的背景磁场下,实验测量了压力为1 MPa以及7 MPa时空问磁场的变化量,其中龙骨线上的变化量如图7所示。

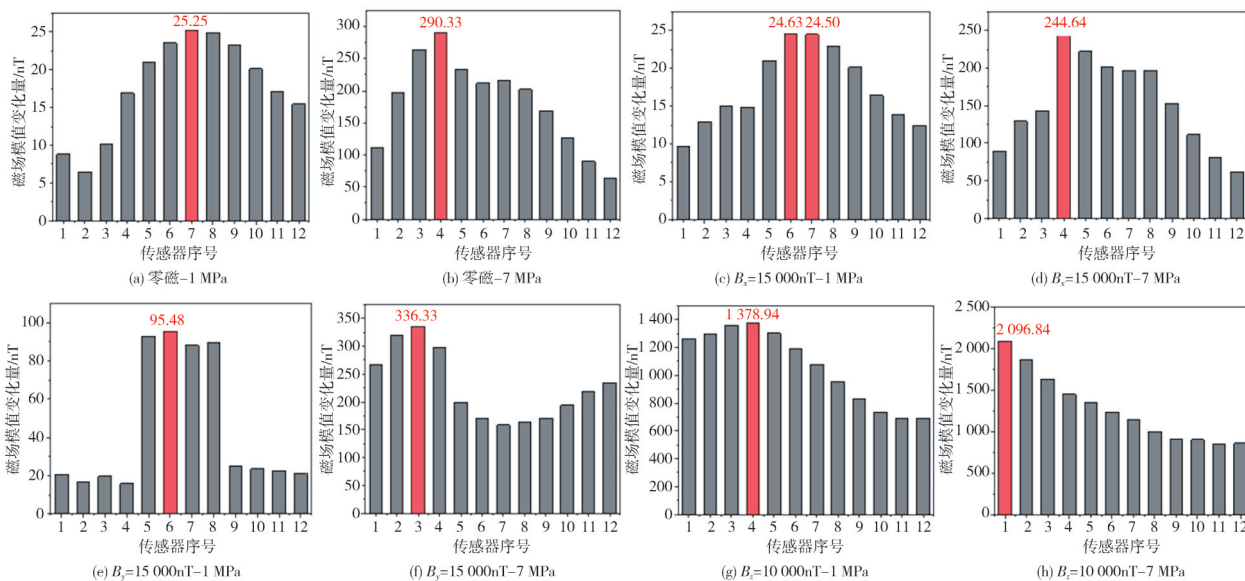


图7 不同背景磁场下压力为1 MPa及7 MPa时龙骨线的磁场变化

Fig. 7 Magnetic field changes of keel lines under different background magnetic fields with pressures of 1 MPa and 7 MPa

由图7可知,空间磁场的变化量随腔体所受压力的增大而增大,且当压力逐渐增大时,磁场

变化最明显的空间点向螺栓侧偏移(即图7中的红色柱状条向左偏移),其原因在于螺栓的力磁耦

合效应较某型船用钢铁磁材料更为明显,故当整体所受压力更大时,螺栓导致的空间磁场变化更为明显。具体来说,当背景磁场为 0 且压力为 1 MPa 时,磁场变化最明显的为 7 号传感器,大小为 25.25 nT,压力增至 7 MPa 后,磁场变化最明显的向左偏移至 4 号传感器,大小为 290.33 nT;当背景磁场为  $B_x=15\ 000$  nT 且压力为 1 MPa 时,磁场变化最明显的为 6、7 号传感器,大小分别为 24.63、24.50 nT,压力增至 7 MPa 后,磁场变化最明显的向左偏移至 4 号传感器,大小为 244.64 nT;当背景磁场为  $B_y=15\ 000$  nT 且压力为 1 MPa 时,磁场变化最明显的为 5、6、7、8 号传感器,大小分别为 92.72、95.48、88.14 和 89.48 nT,压力增至 7 MPa 后,磁场变化最明显的向左偏移至 3 号传感器,大小为 336.33 nT;当背景磁场为  $B_z=10\ 000$  nT 且压力为 1 MPa 时,磁场变化最明显的为 4 号传感器,大小为 1 378.94 nT,压力增至 7 MPa 后,磁场变化最明显的向左偏移至 1 号传感器,大小为 2 096.84 nT。由上述结果可知,当背景磁场为 0 或在  $x$ 、 $y$  方向上且压力为 1 MPa 时,力的作用导致空间磁场的变化量为  $10^1$  nT 级,增大压力至 7 MPa,变化量增至  $10^2$  nT;当背景磁场在  $z$  方向时,力的作用导致空间磁场的变化量为  $10^3$  nT 级,明显高于背景磁场在其他方向时的变化量。

## 4 结 论

本文基于铁磁腔体力磁耦合实验平台,使用低磁钢包裹加压的方式,研究了恒定背景磁场改变外压的工况下某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合效应。实验结果表明,某型船用钢铁磁腔体固定磁场的  $x$  分量关于  $x$  轴近似呈偶函数分布, $z$  分量关于  $x$  轴近似呈具有正向偏置的奇函数分布, $y$  分量恒定为正且由于螺栓的存在而呈现不对称性;当背景磁场在  $x$  方向上时,感应磁场分布与固定磁场方向正好相反,且此时某型船用钢铁磁腔体的力磁耦合效应几乎不受背景磁场大小的影响。与内部压力的作用效果不同,铁磁腔体受到外部压力作用时空间磁场变大,且变化量随腔体所受外部压力的增大而增大,当背景磁场在  $z$  方向上时,力磁耦合效应最为显著,在兆帕级的压力作用下变化量可达固定磁场的 10%。对于形状复杂的铁磁体,随着受力的增大,空间磁场变化峰值

会向力磁耦合效应更明显的部件偏移。

## 参考文献:

- [1] KALUZA A, LINDOW K, STARK R. Investigating challenges of a sustainable use of marine mineral resources [J]. *Procedia Manufacturing*, 2018, 21: 321-328.
- [2] CLARK A, LI C. Marine mineral resources of the South China Sea[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 1993, 11(1): 101-126.
- [3] 李沅,胡冠华,李凯,等.基于磁探测技术的铁磁性目标探测系统设计[J].*测试技术学报*, 2014, 28(3): 268-271.  
LI Yuan, HU Guanhua, LI Kai, et al. Ferromagnetic target detection system design based on magnetic detection technology [J]. *Journal of Test and Measurement Technology*, 2014, 28(3): 268-271. (in Chinese)
- [4] 郑思檬.基于改进 J-A 模型的磁力学关系研究[D].沈阳:沈阳工业大学,2020.
- [5] 李岱岩,张艳丽,荆盈,等.基于 J-A 模型的电工钢片磁致伸缩特性模拟与实验[J].*电工技术学报*, 2022, 37(20): 5081-5091.  
LI Daiyan, ZHANG Yanli, JING Ying, et al. Modeling of magnetostrictive characteristics in an electrical steel sheet based on the J-A model and its experimental verification [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2022, 37(20): 5081-5091. (in Chinese)
- [6] 杨文英,郭久威,王茹,等.继电器电磁机构电磁-热耦合模型建立与计算方法[J].*电工技术学报*, 2017, 32(13): 169-177.  
YANG Wenying, GUO Jiuwei, WANG Ru, et al. Establishing and calculating methods of electromagnetic-thermal coupling model of relay's electromagnetic mechanism[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2017, 32(13): 169-177. (in Chinese)
- [7] BOZORTH R M, WILLIAMS H J. Effect of small stresses on magnetic properties [J]. *Reviews of Modern Physics*, 1945, 17(1): 72-80.
- [8] CRAIK D J, WOOD M J. Magnetization changes induced by stress in a constant applied field[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 1970, 3(7): 1009-1016.
- [9] RUUSKANEN P, KETTUNEN P. Reversible component  $\Delta B_r$  of the stress-induced change in magnetization as a function of magnetic field strength and stress amplitude [J]. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 1991, 98(3): 349-358.
- [10] JILES D C, DEVINE M K. The law of approach as a means of modelling the magneto-mechanical effect [J].

- Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 1995, 140: 1881-1882.
- [11] 田野, 陈海艳, 高富超, 等. 基于双场力磁耦合的管道应力检测方法[J/OL]. 沈阳工业大学学报, 2024. <https://link.cnki.net/urlid/21.1189.T.20240416.1056.002>.  
TIAN Ye, CHEN Haiyan, GAO Fuchao, et al. A pipe stress detection method based on dual-field force magnetic coupling [J/OL]. Journal of Shenyang University of Technology, 2024. <https://link.cnki.net/urlid/21.1189.T.20240416.1056.002>. (in Chinese)
- [12] JILES D C, ATHERTON D L. Theory of the magnetisation process in ferromagnets and its application to the magnetomechanical effect[J]. Journal of Physics D Applied Physics, 1984, 17(6): 1265-1281.
- [13] MAYLIN M G, SQUIRE P T. The effects of stress on induction, differential permeability and Barkhausen count in a ferromagnet [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 1993, 29(6): 3499-3501.
- [14] JILES D C. Theory of the magnetomechanical effect [J]. Journal of Physics D Applied Physics, 1995, 28(8): 1537-1546.
- [15] SMITH R C, DAPINO M J, BRAUN T R, et al. A homogenized energy framework for ferromagnetic hysteresis [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2006, 42(7): 1747-1769.
- [16] STONER E C, WOHLFARTH E P. A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A, Mathematical and Physical Sciences, 1948, 240(826): 599-642.
- [17] 朱育莹, 李琳. 考虑各向异性 and 模型参数应力依赖关系的改进 Sablik-Jiles-Atherton 磁滞模型[J]. 电工技术学报, 2023, 38(17): 4586-4596.  
ZHU Yuying, LI Lin. An improved Sablik-Jiles-Atherton hysteresis model considering anisotropy and stress dependence of model parameters [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(17): 4586-4596. (in Chinese)
- [18] 王旭, 张艳丽, 唐伟, 等. 旋转磁化下逆矢量 Jiles-Atherton 磁滞模型改进[J]. 电工技术学报, 2018, 33(S2): 257-262.  
WANG Xu, ZHANG Yanli, TANG Wei, et al. Improvement of Jiles-Atherton hysteresis model under rotating magnetization [J]. Transaction of China Electrotechnical Society, 2018, 33(S2): 257-262. (in Chinese)
- [19] 李长云, 刘亚魁. 直流偏磁条件下变压器铁心磁化特性的 Jiles-Atherton 修正模型[J]. 电工技术学报, 2017, 32(19): 193-201.  
LI Changyun, LIU Yakui. Modified Jiles-Atherton model of transformer iron core magnetization characteristics with DC bias [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(19): 193-201. (in Chinese)
- [20] 田野, 陈海艳, 阙永彬, 等. 基于改进 J-A 模型的管道力磁解析方法研究[J]. 哈尔滨理工大学学报, 2023. <https://link.cnki.net/urlid/23.1404.N.20230928.1725.002>.  
TIAN Ye, CHEN Haiyan, QUE Yongbin, et al. Study on pipe force magnetic analysis method based on improved J-A model [J]. Journal of Harbin University of Science and Technology, 2023. <https://link.cnki.net/urlid/23.1404.N.20230928.1725.002>. (in Chinese)
- [21] ZHANG H, WANG Z, LONG J, et al. Research on the magnetomechanical coupling effect of ferromagnetic cavity based on improved Jiles-Atherton theory [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2023, 72: 6007210.