

## 特约论文



马小陆 博士,安徽工业大学电气与信息工程学院教授、硕士生导师,主要研究方向涵盖车联网、智能交通、机器人和嵌入式系统,先后主持国家发改委物联网专项、安徽省科技重大专项、安徽省科技攻关、重大产学研项目等科研项目 20 余项,发表学术论文 30 多篇,主编安徽省规划教材等嵌入式方向教材 4 部,获授权发明专利 14 项(转化 1 项)、实用新型专利 6 项(全部转化)及软件著作权 1 项,研究成果荣获安徽省科技进步三等奖 1 项、中国智能交通协会科技进步三等奖 1 项、芜湖市科技进步三等奖 1 项,并参与制定工信部 V2X 行业标准 1 项。

## 动态事件触发二阶多智能体系统的预定时间比例一致性

李 诺<sup>1</sup>,马小陆<sup>1</sup>,洪 鹏<sup>1</sup>,余胜安<sup>1</sup>,谭毅波<sup>2</sup>

(1. 安徽工业大学 电气与信息工程学院,安徽 马鞍山 243032; 2. 郑州大学 电气与信息工程学院,郑州 450001)

**摘要:** 针对一般线性二阶多智能体系统的协同控制问题,提出一种基于动态事件触发的分布式预定时间控制策略,重点解决系统在用户自定义时间内实现比例一致性的关键技术难题。通过反推法设计控制协议,在位置和速度状态中引入比例参数,使各智能体在预定时间内快速实现比例一致,并可通过参数配置灵活实现普通一致性、二分一致性或分群一致性等多样化协同模式;同时构建基于内部动态变量的时变触发机制,实现事件触发条件的动态调整,降低系统能量耗散及控制器更新频次。基于代数图论、线性矩阵不等式以及 Lyapunov 稳定性理论,严格证明系统在预定时间内的收敛性及触发机制无 Zeno 行为的特性。数值仿真结果表明:相较于固定时间控制策略,本文策略的收敛时间更易获取和调节,收敛时间更接近预估值,且收敛速率及整体系统性能指标更优;与静态事件触发控制策略相比,在保证相同通信性能的前提下可有效降低系统能耗。特别地,本文研究利用生成式模型预测多智能体动态演化趋势、结合强化学习自主调节比例参数配置,增强了系统对未知扰动的适应能力。因此,本文研究不仅为多智能体系统协同控制提供了理论严谨的解决方案,同时为生成式人工智能技术的集成提供了潜在接口。

**关键词:** 比例一致性; 预定时间; 二阶多智能体系统; 动态事件触发; 反推法; 线性系统; 分布式控制; 生成式人工智能

**中图分类号:** TP 273 **文献标志码:** A **doi:** 10.12415/j.issn.1671-7872.24118



收稿日期: 2024-07-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(61472282, 62172004, 62072002); 安徽省高校协同创新项目(GXXT-2023-020)

作者简介: 李诺(2001—),女,安徽淮南人,硕士生,主要研究方向为多智能体系统、预定时间控制。

通信作者: 马小陆(1979—),男,安徽芜湖人,博士/博士后,教授,主要研究方向为嵌入式、车联网、机器人。

引文格式: 李诺,马小陆,洪鹏,等. 动态事件触发二阶多智能体系统的预定时间比例一致性[J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2025, 42(3):287-297, 305.

# Predefined Time Proportional Consensus for Second-order Multi-agent Systems with Dynamic Event Triggering

LI Nuo<sup>1</sup>, MA Xiaolu<sup>1</sup>, HONG Peng<sup>1</sup>, SHE Shengan<sup>1</sup>, TAN Yibo<sup>2</sup>

(1. School of Electrical & Information Engineering, Anhui University of Technology, Maanshan 243032, China;

2. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** A distributed prescribed-time control strategy based on dynamic event triggering was proposed for the cooperative control problem of general linear second-order multi-agent systems, with a focus on addressing the key technical challenge of achieving proportional consensus within user-defined time. The control protocol was designed using backstepping method, where proportional parameters were introduced in both position and velocity states to enable rapid achievement of proportional consensus within prescribed time, while allowing flexible realization of diverse cooperative modes including ordinary consensus, bipartite consensus, or cluster consensus through parameter configuration. A time-varying triggering mechanism based on internal dynamic variables was constructed to dynamically adjust event-triggering conditions, effectively reducing system energy dissipation and controller update frequency. The convergence of the system within prescribed time and the absence of Zeno behavior in the triggering mechanism were rigorously proved by integrating algebraic graph theory, linear matrix inequalities, and Lyapunov stability theory. Numerical simulation results demonstrate that compared with fixed-time control strategies, the proposed strategy exhibits more easily obtainable and adjustable convergence time, with actual convergence time being closer to the preset value, while showing superior convergence rate and overall system performance metrics. When compared with static event-triggered control strategies, it effectively reduces system energy consumption while maintaining equivalent communication performance. In particular, this study investigates the use of generative models to predict the dynamic evolution trends of multi-agent systems and combines reinforcement learning to autonomously adjust the proportional parameter configurations, thereby enhancing the system's adaptability to unknown disturbances. Consequently, the research presented in this paper not only offers a theoretically rigorous solution for the coordinated control of multi-agent systems but also provides a potential interface for the integration of generative artificial intelligence technologies.

**Keywords:** proportional consensus; predefined time; second-order multi-agent systems; dynamic event triggering; backward method; linear system; distributed control; generative artificial intelligence

分布式多智能体系统 (multi-agent systems, MASs) 协同控制技术近年来取得了显著进展, 其已成功应用于智能交通<sup>[1-2]</sup>、分布式传感器网络<sup>[3]</sup>和无人机编队<sup>[4-5]</sup>等关键领域。作为 MASs 的核心问题, 一致性控制致力于通过分布式控制策略实现智能体状态协同, 然而实际工程应用中通信时延、数据丢包等网络约束以及环境扰动带来的不确定性严重制约了控制性能。当前, 生成式人工智能 (artificial intelligence, AI) 技术 (如深度强化学习、生成对抗网络) 在复杂系统建模与优化方面展现出独特优势: 一方面, 基于强化学习的自适应算法可动态优化控制参数以应对环境突变; 另一方面, 生成式模型能准确预测系统动态演化趋势。在此背景下, 研究动态事件触发的预定时间比例一致性控制, 不仅能够解决

传统方法在时变环境下的适应性问题, 更能通过与生成式 AI 的深度融合, 实现系统资源利用效率的智能化提升, 为 MASs 的自主协同控制开辟新途径。

在多智能体系统控制领域, 时间控制方法主要分为有限时间控制<sup>[6-8]</sup>和固定时间控制<sup>[9-11]</sup>两类。固定时间控制因其收敛时间与初始条件无关、仅取决于设计参数的独特优势, 在收敛速率、鲁棒性和控制精度方面表现突出, 已备受学者们的关注。Ning 等<sup>[10]</sup>和 Wu 等<sup>[11]</sup>分别在有向图和无向图条件下解决了领导者跟随固定时间一致性问题。为提升系统性能, 预定时间控制方法应运而生, Sánchez-torres 等<sup>[12]</sup>提出的预定时间一致性概念使收敛时间预估更加精确; Ni 等<sup>[13]</sup>和 Aldana 等<sup>[14]</sup>则分别在二阶 MASs 和切换拓扑条件下实现了预定时间一致性

控制。然而,现有的连续更新控制策略存在通信消耗大的问题,难以满足实际工程应用中对资源效率的要求,需开发更高效的通信机制。

为降低通信消耗,事件触发机制在多智能体系统控制中得到广泛应用。Dimarogonas等<sup>[15]</sup>开创性地将事件触发机制应用于多机器人系统一致性控制,显著减少了控制器更新频率。Girard<sup>[16]</sup>进一步提出动态事件触发机制,通过内部动态变量实现触发条件的自适应调节;Wen等<sup>[17]</sup>和Liu等<sup>[18]</sup>分别结合滑模控制和固定时间控制,提升了系统抗干扰能力;Chen等<sup>[19]</sup>则实现了预定时间二分一致性控制。然而,现有研究多集中于普通一致性控制,难以满足实际应用中多样化的比例关系需求。比例一致性作为更一般的框架,可通过参数选择实现普通一致性、分群一致性<sup>[20]</sup>、二分一致性<sup>[21]</sup>视为比例一致性<sup>[22-24]</sup>等特例。Meng等<sup>[23]</sup>和Zhang等<sup>[24]</sup>虽研究了比例一致性问题,但动态事件触发下的预定时间比例一致性研究仍未考虑。鉴于此,本文将动态事件触发机制与预定时间比例一致性控制相结合,为多机器人、航天器等应用提供新思路,同时通过与生成式人工智能的深度融合,显著提升系统对未知环境的适应能力。

## 1 预备知识与问题描述

智能体一致性问题的研究是一个多学科交叉融合的领域,其理论基础涵盖控制理论、稳定性理论、代数图论等。其中,代数图论作为研究网络拓扑结构的重要数学工具,为分析智能体之间的通信连接关系和信息交互机制提供了严谨的数学描述框架。

### 1.1 预备知识

#### 1.1.1 代数图论

$M$ 个智能体可视为 $M$ 个节点,系统的通信拓扑图可用无向图 $G=(V,\varepsilon,A)$ 表示,其中节点集 $V=\{v_1,v_2,\dots,v_M\}$ ,边集 $\varepsilon\subseteq V\times V$ 。若 $(v_i,v_j)\in\varepsilon\neq(v_j,v_i)\in\varepsilon$ ,表示智能体 $j$ 可接收到智能体 $i$ 的信息,则图 $G$ 为有向图,从 $v_i$ 到 $v_j$ 的有向路径被称为有向边;若 $(v_i,v_j)\in\varepsilon=(v_j,v_i)\in\varepsilon$ ,表示智能体 $j$ 与 $i$ 可互相通信,则图 $G$ 为无向图。对于图 $G$ 的邻接矩阵 $A=[a_{ij}]_{M\times M}$ ,是具有元素 $a_{ij}$ 的加权矩阵,其对角线元素 $a_{ii}=0$ ,当 $(v_i,v_j)\in\varepsilon,i\neq j$ 时, $a_{ij}=1$ ,否则 $a_{ij}=0$ 。定义顶点 $v_i$ 的度 $d_i$ 为与第 $i$ 个顶点连接点的个数,其中 $d_i=\sum_{j=1,j\neq i}^M a_{ij}$ ,定义度矩阵 $D\in R^{M\times M}$ , $D=\text{diag}\{d_1,d_2,\dots,d_M\}$ 。定义图 $G$ 的Laplacian矩阵 $L=[l_{ij}]_{M\times M}$ , $L=D-A$ ,其中 $l_{ii}=\sum_{j=1,j\neq i}^M |a_{ij}|,l_{ij}=-a_{ij},\forall i\neq j$ 。若任意两节点间存在至

少一条路径,则图 $G$ 是连通的。

#### 1.1.2 相关定义和引理

**引理1**<sup>[25]</sup> 如果存在一个正定函数 $V(x):\mathbf{R}^M\rightarrow\mathbf{R}$ , $\forall x\in\mathbf{R}^M$ 且 $V(x)=0\Leftrightarrow x=0$ ,使式(1)成立

$$\dot{V}(x)\leq-\frac{\pi}{\alpha T}(V(x)^{1-\frac{\alpha}{2}}+V(x)^{1+\frac{\alpha}{2}}) \quad (1)$$

其中,当预定时间常数 $T>0,0<\alpha<1$ 时,系统原点在预定时间常数 $T$ 内实现全局预定时间稳定。

**引理2**<sup>[26]</sup> 对于一个连通的无向图 $G$ ,以下性质成立:

- 1)  $L$ 有一个零特征值,其余的特征值为正数;
- 2) Laplacian矩阵 $L$ 为半正定,且非零最小特征值 $\lambda_2(L)$ 满足

$$\lambda_2(L)=\min_{\substack{\|\mathbf{x}\|\neq 0, \\ \sum_{i=1}^M x_i=0}} \frac{\mathbf{x}^T L \mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^2} > 0 \quad (2)$$

- 3) 对于任意 $\mathbf{x}=[x_1,x_2,\dots,x_M]^T\in\mathbf{R}^M$ 有

$$\mathbf{x}^T L \mathbf{x} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_{ij} (x_j - x_i)^2 \quad (3)$$

因此,如果 $\mathbf{1}^T = 0$ ,也即 $\sum_{i=1}^M x_i = 0$ 时有

$$\lambda_2(L) \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^T L \mathbf{x} \leq \lambda_{\max}(L) \mathbf{x}^T \mathbf{x} \quad (4)$$

**引理3**<sup>[27]</sup> 对于实数 $\sigma_1,\sigma_2,\dots,\sigma_M\in\mathbf{R}^+,q>1,0<p\leq 1$ ,有

$$M^{1-p} \left( \sum_{i=1}^M \sigma_i \right)^p \geq \sum_{i=1}^M \sigma_i^p \geq \left( \sum_{i=1}^M \sigma_i \right)^p \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^M \sigma_i^q \geq M^{1-q} \left( \sum_{i=1}^M \sigma_i \right)^q \quad (6)$$

### 1.2 问题描述

考虑到二阶MASs由 $M$ 个智能体组成,智能体 $i$ 的动力学方程可写为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = u_i(t) \end{cases}, i=1,\dots,M \quad (7)$$

其中: $x_i(t)\in\mathbf{R}$ ,表示智能体 $i$ 的位置状态变量; $v_i(t)\in\mathbf{R}$ ,表示智能体 $i$ 的速度状态变量; $u_i(t)\in\mathbf{R}$ ,表示系统的控制输入。

**定义1** 对于二阶MASs,如果存在一个设定的时间常数 $T$ 使系统在任意初值的条件下,对于任意的 $i,j=1,2,\dots,M$ ,满足 $t>T$ 时有

$$\lim_{t\rightarrow T} |s_i x_i(t) - s_j x_j(t)| = 0 \\ \lim_{t\rightarrow T} |s_i v_i(t) - s_j v_j(t)| = 0 \quad (8)$$

$$s_i x_i(t) = s_j x_j(t), s_i v_i(t) = s_j v_j(t), \forall t \geq T$$

那么闭环系统就可实现预定时间的比例一致。其中

$s_i, s_j, i = 1, 2, \dots, M$ , 为比例系数。

**假设 1** MASs 的固定通信拓扑图  $G$  为无向图。

## 2 动态事件触发的分布式预定时间控制策略

针对多个智能体在预定时间内实现比例一致性的控制问题, 提出基于动态事件触发的预定时间控制策略。通过在位置和速度状态变量中引入比例参数, 确保所有智能体在预定时间内快速达到比例一致性。特别地, 通过合理选择比例参数使所提策略拓展为普通一致性、二分一致性或分群一致性等多种协同模式。

### 2.1 预定时间控制器的设计

定义位置状态误差为

$$y_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij}(s_i x_i(t) - s_j x_j(t)) \quad (9)$$

其中智能体  $j$  为智能体  $i$  的邻居。采用反推法设计预定时间二阶控制器, 提出的速度跟踪误差为:

$$\tilde{v}_i(t) = v_i(t) - v_i^*(t) \quad (10)$$

若虚拟速度能在预定时间  $T_1$  内被真实速度跟踪, 且虚拟速度能确保所有智能体在预定时间  $T_2$  内达到相同状态, 则系统可在  $T_2 (T_2 > T_1)$  内实现二阶比例一致性。因此, 设计虚拟速度  $v_i^*(t)$  为

$$v_i^*(t) = -k_1 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1+\alpha} - k_2 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1-\alpha} \quad (11)$$

其中:  $k_1 = \pi M^{\frac{\alpha}{2}} / ((2\lambda_2(L))^{1+\frac{\alpha}{2}} \alpha T_2)$ ;  $k_2 = \pi / ((2\lambda_2(L))^{1-\frac{\alpha}{2}} \alpha T_2)$ ;  $0 < \alpha < 1$ ;  $\lambda_2(L)$  为 Laplacian 矩阵  $L$  的第二最小特征值;  $\text{sig}^\gamma = |\rho|^\gamma \text{sign} \rho$ 。

对式 (10) 求导并结合式 (7), (11) 得

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{v}}_i(t) = & u_i(t) + k_1(1 + \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t)|^\alpha z_i(t) + \\ & k_2(1 - \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t)|^{-\alpha} z_i(t) \end{aligned} \quad (12)$$

定义速度状态误差  $z_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij}(s_i v_i(t) - s_j v_j(t))$ 。为使真实速度可在预定时间  $T_1$  内跟踪虚拟速度, 设计预定时间控制器为:

$$\begin{aligned} u_i = & -k_1(1 + \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t_k^i)|^\alpha z_i(t_k^i) - \\ & k_2(1 - \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t_k^i)|^{-\alpha} z_i(t_k^i) - k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1+\alpha} - \\ & k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1-\alpha} - k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)] \end{aligned} \quad (13)$$

其中:  $k_3 = \pi M^{\frac{\alpha}{2}} / (2^{1+\frac{\alpha}{2}} (1 - \beta) \alpha T_1)$ ;  $k_4 = \pi / (2^{1-\frac{\alpha}{2}} (1 - \beta) \alpha T_1)$ ;  $0 < \beta < 1$ ;  $k_5 > 0$ ;  $t_k^i$  为智能体  $i$  的最新事件触发时刻,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 。

定义测量误差为:

$$\begin{aligned} E_i(t) = & k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1+\alpha} + k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1-\alpha} + \\ & k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)] + \xi_i - k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1+\alpha} - \\ & k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1-\alpha} - k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)] - \zeta_i \end{aligned} \quad (14)$$

令  $E = [E_1, E_2, \dots, E_M]^T$ , 其中

$$\begin{cases} \xi_i = k_1(1 + \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t_k^i)|^\alpha z_i(t_k^i) + \\ \quad k_2(1 - \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t_k^i)|^{-\alpha} z_i(t_k^i) \\ \zeta_i = k_1(1 + \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t)|^\alpha z_i(t) + \\ \quad k_2(1 - \alpha) \text{sign} s_i |y_i(t)|^{-\alpha} z_i(t) \end{cases}$$

由式 (12)~(14) 可得

$$\dot{\tilde{v}}_i(t) = -k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1+\alpha} - k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1-\alpha} - k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)] - E_i(t) \quad (15)$$

针对受控制器 (式 (13)) 作用的 MASs (式 (7)), 本文设计如下动态事件触发函数:

$$g_i(t) = \theta (\|E_i(t)\| - k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1+\alpha} - k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1-\alpha} - k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|) \quad (16)$$

其中  $\theta > 0$ , 为设计参数。对于智能体  $i$ , 当满足  $g_i(t) \geq 0$  触发条件时, 控制输入  $u_i(t)$  自动更新。该机制通过引入内部动态变量  $\eta_i$  实现触发阈值的自适应调节, 其动态特性由以下微分方程描述:

$$\begin{aligned} \dot{\eta}_i(t) = & \delta \|\tilde{v}_i(t)\| (k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1+\alpha} + k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1-\alpha} + k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\| - \\ & \|E_i(t)\|) - c_1 \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - c_2 \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \eta_i^2(t) \end{aligned} \quad (17)$$

其中  $\delta \in (0, 1)$ ;  $c_1 = \pi M^{\frac{\alpha}{2}} / (\alpha T_2)$ ;  $c_2 = \pi / (\alpha T_2)$ ;  $c_3 > 0$ ;  $\eta_i(0) > 0$ 。

定义触发条件为:

$$t_{k+1}^i = \inf \{g_i(t) - \eta_i(t) \geq 0\} \quad (18)$$

该触发条件可保证当满足  $t \in (t_k^i, t_{k+1}^i)$  时,  $g_i(t) \leq \eta_i(t)$ , 意味着

$$\|E_i(t)\| \leq k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1+\alpha} + k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1-\alpha} + k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\| + \frac{\eta_i(t)}{\theta} \quad (19)$$

另外由式 (17), (18) 知, 当  $t > 0$  时, 有

$$\eta_i(t) \geq -c_1 \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - c_2 \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \eta_i^2(t) - \frac{\delta}{\theta} \|\tilde{v}_i(t)\| \eta_i(t) \quad (20)$$

应用比较原理, 有

$$\eta_i(t) \geq \eta_i(0) e^{\int_0^t \phi_i(s) ds} > 0 \quad (21)$$

其中  $\phi_i(t) = -c_1 \eta_i^{\frac{\alpha}{2}}(t) - c_2 \eta_i^{-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \eta_i(t) - \frac{\delta}{\theta} \|\tilde{v}_i(t)\|$ 。

### 2.2 预定时间控制器的收敛性

在动态系统评估中, 收敛速度是衡量控制策略有效性的关键指标。基于此, 综合运用代数图论、线性矩阵不等式以及 Lyapunov 稳定性理论, 证明在本文设计控制器作用制下, 二阶多智能体系统能在预定时间内实现比例一致, 且动态事件触发时刻可避免 Zeno 行为。

**定理 1** 考虑基于动态触发函数 (式 (16))、触发条件 (式 (18)) 及控制器 (式 (13)) 作用下的二阶 MASs (式 (7)), 当满足以下条件时:

$$2\sqrt{(1-\beta)k_3c_3} = \frac{1-\delta}{\theta} \quad (22)$$

MASs 在固定拓扑下可实现预定时间比例一致性。

**证明** 真实速度  $v_i(t)$  可在预定时间  $T_1$  内追踪到虚拟速度  $v_i^*(t)$ 。

选定 Lyapunov 函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i^2(t) \quad (23)$$

求导得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i(t) (-E_i(t) - k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1+\alpha} - k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1-\alpha} - \\ &k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]) \leq \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i(t) (k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1+\alpha} + k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1-\alpha} + \\ &k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|) - k_3 \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^{2+\alpha} - k_4 \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^{2-\alpha} - \\ &k_5 \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^2 \leq -k_3(1-\beta) \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^{2+\alpha} - \\ &k_4(1-\beta) \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^{2-\alpha} - k_5(1-\beta) \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^2 \leq \\ &-k_3(1-\beta) \sum_{i=1}^M (|\tilde{v}_i(t)|^2)^{1+\frac{\alpha}{2}} - k_4(1-\beta) \sum_{i=1}^M (|\tilde{v}_i(t)|^2)^{1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (24)$$

由引理 3 可得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M (|\tilde{v}_i(t)|^2)^{1+\frac{\alpha}{2}} &\geq M^{-\frac{\alpha}{2}} \left( \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i^2(t) \right)^{1+\frac{\alpha}{2}} \\ \sum_{i=1}^M (|\tilde{v}_i(t)|^2)^{1-\frac{\alpha}{2}} &\geq \left( \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i^2(t) \right)^{1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned}$$

则式 (24) 可写成:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &\leq -k_3(1-\beta) M^{\frac{\alpha}{2}} \left( \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^2 \right)^{1+\frac{\alpha}{2}} - \\ &k_4(1-\beta) \left( \sum_{i=1}^M |\tilde{v}_i(t)|^2 \right)^{1-\frac{\alpha}{2}} \leq -k_3(1-\beta) 2^{1+\frac{\alpha}{2}} M^{-\frac{\alpha}{2}} V_1^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - \\ &2^{1-\frac{\alpha}{2}} k_4(1-\beta) V_1^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) \leq -\frac{\pi}{\alpha T} \left( V_1^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) + V_1^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

通过构造关于虚拟速度追踪误差  $\tilde{v}_i(t)$  的 Lyapunov 函数, 确保误差在系统稳定时趋于零, 根据引理 1 可证二阶 MASs 的真实速度能在预定时间  $T_1$  内追踪到虚拟速度。

为证明系统在预定义时间  $T_2$  内实现了比例一致性, 当  $t \in [T_1, T_2)$  时, 构造 Lyapunov 函数:

$$W(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_\eta(t) \quad (26)$$

$$\text{令 } V_2(t) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(t) \mathbf{S}^T \mathbf{L} \mathbf{S} \mathbf{x}(t), \quad V_\eta(t) = \sum_{i=1}^M \eta_i(t). \quad \text{其中}$$

$$\mathbf{S} = \text{diag}\{s_i \text{sign} s_i\}。$$

结合式 (15), (17) 对式 (26) 求导:

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= \sum_{i=1}^M \tilde{v}_i(t) (-E_i(t) - k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1+\alpha} - k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{1-\alpha} - \\ &k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]) + \sum_{i=1}^M y_i(t) \dot{\mathbf{x}}(t) + \sum_{i=1}^M \delta \|\tilde{v}_i(t)\| (k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1+\alpha} + \\ &k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{1-\alpha} + k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\| - \|E_i(t)\|) - c_1 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - \\ &c_2 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2(t) \end{aligned} \quad (27)$$

当  $\tilde{v}_i(t) = 0$  时,

$$\begin{aligned} v_i(t) &= v_i^*(t) = -k_1 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1+\alpha} - \\ &k_2 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1-\alpha} \end{aligned} \quad (28)$$

从式 (7) 可得到:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M y_i(t) \dot{\mathbf{x}}(t) &= \sum_{i=1}^M y_i(t) (-k_1 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1+\alpha} - \\ &k_2 \text{sign}(s_i) \text{sig}[y_i(t)]^{1-\alpha}) \leq -k_1 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2+\alpha} - \\ &k_2 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2-\alpha} \end{aligned} \quad (29)$$

将式 (29) 代入式 (27) 可得到:

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) &= \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i(t)\| \|E_i(t)\| - k_3 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2+\alpha} - k_4 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2-\alpha} - \\ &k_5 \|\tilde{v}_i(t)\|^2 - k_1 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2+\alpha} - k_2 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2-\alpha} + \\ &\sum_{i=1}^M \delta (k_3 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{2+\alpha} + k_4 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^{2-\alpha} + k_5 \beta \|\tilde{v}_i(t)\|^2) - \\ &\sum_{i=1}^M \delta \|\tilde{v}_i(t)\| \|E_i(t)\| - c_1 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - c_2 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - \\ &c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2(t) \leq (1-\delta) \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i(t)\| \|E_i(t)\| + \\ &\sum_{i=1}^M (1-\beta\delta) (-k_3 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2+\alpha} - k_4 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2-\alpha} - k_5 \|\tilde{v}_i(t)\|^2) - \\ &k_1 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2+\alpha} - k_2 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2-\alpha} - c_1 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - \\ &c_2 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2(t) \end{aligned} \quad (30)$$

进而

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) \leq & \frac{(1-\delta)}{\theta} \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i(t)\| \eta_i(t) + \sum_{i=1}^M (1-\beta) (-k_3 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2+\alpha} - \\ & k_4 \|\tilde{v}_i(t)\|^{2-\alpha} - k_5 \|\tilde{v}_i(t)\|^2) - k_1 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2+\alpha} - k_2 \sum_{i=1}^M \|y_i(t)\|^{2-\alpha} - \\ & c_1 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) - c_2 \sum_{i=1}^M \eta_i^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) - c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2(t) \end{aligned} \quad (31)$$

根据条件(式(22))可知  $k_5(1-\beta) \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i\|^2 + c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2 - \frac{(1-\delta)}{\theta} \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i\| \eta_i = (\sqrt{k_5(1-\beta)} \|\tilde{v}_i\| - \sqrt{c_3} \eta_i)^2 \geq 0$ , 因此  $k_5(1-\beta) \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i\|^2 + c_3 \sum_{i=1}^M \eta_i^2 > \frac{(1-\delta)}{\theta} \sum_{i=1}^M \|\tilde{v}_i\| \eta_i$ , 结合引理 3 可得:

$$\begin{aligned} \dot{W}(t) \leq & -(1-\beta)k_3 M^{-\frac{\alpha}{2}} (2V_1(t))^{1+\frac{\alpha}{2}} - \\ & (1-\beta)k_4 (2V_1(t))^{1-\frac{\alpha}{2}} - k_1 M^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \sum_{i=1}^M y_i^2(t) \right]^{1+\frac{\alpha}{2}} - \\ & k_2 \left[ \sum_{i=1}^M y_i^2(t) \right]^{1-\frac{\alpha}{2}} - c_1 M^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \sum_{i=1}^M \eta_i(t) \right]^{1+\frac{\alpha}{2}} - c_2 \left[ \sum_{i=1}^M \eta_i(t) \right]^{1-\frac{\alpha}{2}} \end{aligned} \quad (32)$$

结合引理 2 有

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^M y_i^2 &= (\mathbf{L}^{\frac{1}{2}} \mathbf{S} \mathbf{x})^T \mathbf{L} (\mathbf{L}^{\frac{1}{2}} \mathbf{S} \mathbf{x}) \geq \lambda_2(\mathbf{L}) \mathbf{x}^T \mathbf{S}^T \mathbf{L} \mathbf{S} \mathbf{x} = 2\lambda_2(\mathbf{L}) V_2 \\ \dot{W}(t) \leq & -(1-\beta)k_3 M^{-\frac{\alpha}{2}} (2V_1(t))^{1+\frac{\alpha}{2}} - (1-\beta)k_4 (2V_1(t))^{1-\frac{\alpha}{2}} - \\ & k_1 M^{-\frac{\alpha}{2}} [2\lambda_2(\mathbf{L}) V_2(t)]^{1+\frac{\alpha}{2}} - k_2 [2\lambda_2(\mathbf{L}) V_2(t)]^{1-\frac{\alpha}{2}} - \\ & c_1 M^{-\frac{\alpha}{2}} \left[ \sum_{i=1}^M \eta_i(t) \right]^{1+\frac{\alpha}{2}} - c_2 \left[ \sum_{i=1}^M \eta_i(t) \right]^{1-\frac{\alpha}{2}} \leq -\frac{\pi}{\alpha T} \left( V_1^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) + \right. \\ & \left. V_2^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) + V_\eta^{1+\frac{\alpha}{2}}(t) \right) - \frac{\pi}{\alpha T} \left( V_1^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) + V_2^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) + V_\eta^{1-\frac{\alpha}{2}}(t) \right) \leq \\ & -\frac{\pi}{\alpha T} \left( (W(t))^{1+\frac{\alpha}{2}} + (W(t))^{1-\frac{\alpha}{2}} \right) \end{aligned} \quad (33)$$

由此证明二阶 MASs 可实现预定时间比例一致性。

**定理 2** 对于二阶 MASs(式(7)), 使用控制器(式(13))和动态触发函数(式(16))、触发条件(式(18)), 实现实际预定时间比例一致性, 系统不会具有 Zeno 行为。

**证明** 定义  $\psi_i(t) = \frac{\|E_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|}$ , 求导有

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i(t) &= \frac{\|\dot{E}_i(t)\| \|\tilde{v}_i(t)\| - \|E_i(t)\| \|\dot{\tilde{v}}_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|^2} \leq \\ & \frac{\|\dot{E}_i(t)\| \|\tilde{v}_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|} + \frac{\|E_i(t)\| \|\dot{\tilde{v}}_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|^2} \leq \\ & \left( \|\dot{R}_i(t)\| + \frac{\|E_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|} \right) \frac{\|\dot{\tilde{v}}_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|} \end{aligned} \quad (34)$$

其中控制输入  $R_i(t)$  表示控制器(式(13))未采用动态事件触发机制时的控制协议。在定理 1 给出动态事件触发条件后, 证明在控制器(式(13))作用下二阶 MASs 的稳定性。该控制器可实时更新控制输入, 即控制器  $R_i(t)$  比控制器(式(13))更保守。证明在控制器  $R_i(t)$  作用下, 二阶 MASs 仍可实现预定时间一致性, 故  $\dot{R}_i(t)$  必定有界。设其绝对值的最大值为  $\chi_1$ , 则有

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_i(t) \leq & (\chi_1 + \psi_i(t)) \frac{\|\dot{\tilde{v}}_i(t)\|}{\|\tilde{v}_i(t)\|} \leq (\chi_1 + \psi_i(t)) (k_3(1+\alpha) [\tilde{v}_i(t)]^\alpha + \\ & k_4(1-\alpha) \text{sig}[\tilde{v}_i(t)]^{-\alpha} + k_5 + \psi_i(t)) \end{aligned} \quad (35)$$

另考虑到  $\|\tilde{v}_i(t)\| = \sqrt{\tilde{v}_i^2(t)} = \sqrt{2V_1(t)} \leq \sqrt{2V_1(0)}$ , 则式(35)可写成:

$$\dot{\psi}_i(t) \leq (\chi_1 + \psi_i(t)) (\chi_2 + \psi_i(t)) \leq (\chi_1 + \chi_2 + \psi_i(t))^2 \quad (36)$$

其中  $\chi_2 = k_3(1+\alpha)(2V_1(0))^{\frac{\alpha}{2}} + k_4(1-\alpha)(2V_1(0))^{-\frac{\alpha}{2}} + k_5$ 。

$\psi_i(t)$  满足上界条件:

$$\psi_i(t) \leq \omega_i(t, \omega_0^i) \quad (37)$$

其中  $\omega_i(t, \omega_0^i)$  是  $\dot{\omega}_i \leq (\chi_1 + \chi_2 + \psi_i(t))^2$ ,  $\omega_i(0, \omega_0^i) = \omega_0^i$  的解。

微分方程式(37)的解为:

$$\omega_i(\tau_i, 0) = \frac{\tau_i(\chi_1 + \chi_2)^2}{1 - \tau_i(\chi_1 + \chi_2)^2} \quad (38)$$

通过对事件触发函数的分析, 可以证明跟随者智能体的触发时间  $\tau_i$  具有下界, 即

$$\omega_i(\tau_i, 0) = k_5 \beta \quad (39)$$

因此

$$\tau_i = \frac{k_5 \beta}{(\chi_1 + \chi_2)(\chi_1 + \chi_2 + k_5 \beta)} > 0 \quad (40)$$

从而证明系统触发间隔存在正下界, 这一结论从理论上排除了 Zeno 行为出现的可能性。

### 3 仿真实例

采用 Matlab R2022a 对式(7)描述的 5 个智能体进行数值仿真, 设计两组实验验证所提策略的有效性: 第一组实验在固定拓扑下测试不同初始状态的表现; 第二组实验对比本文预定时间策略与固定时间策略及静态事件触发策略的性能。系统通信拓扑结构如图 1。

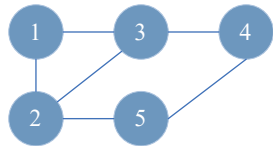


图1 系统通信拓扑示意图

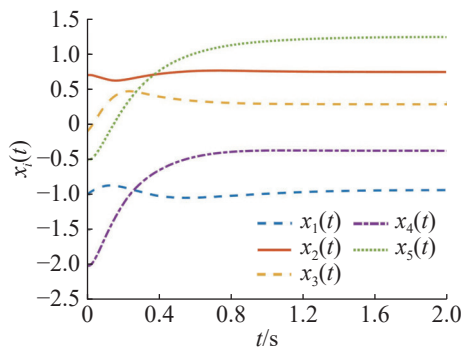
Fig. 1 Schematic diagram of the system communication topology

从通信拓扑图可推导出 Laplacian 矩阵  $L$  为:

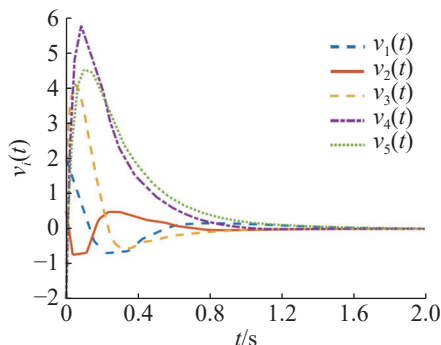
$$L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

### 3.1 控制策略的有效性仿真验证

设定两个初始状态不同的多智能体系统 (MASs), 在给定拓扑结构下进行预定时间比例一致性控制实验。第一组实验, 设定各智能体初始状态  $x(0) = [-1, 0.7, -0.1, -2, -0.5]^T$ ,  $v(0) = [2, 0.5, 1.9, -2, -1]^T$ , 比例系数  $s_1 = -0.4, s_2 = 0.5, s_3 = 1.3, s_4 = -1, s_5 = 0.3$ 。通过计算获得第二最小特征值  $\lambda_2(L) = 1.382$ , 根据定理 1 推导出系统收敛时间上界  $T_1 = 2.5, T_2 = 4$ 。同时, 根据触发条件 (式 (18)) 和定理 1, 2, 设定预定时间比例一致性控制器需要的参数  $\alpha = 0.3, \beta = 0.5$ 。实验过程中设定仿真时长  $t = 2$  s, 步长为 0.001。预定时间比例一致性控制实验结果如图 2~5。



(a) 位置变化轨迹



(b) 速度变化轨迹

图2 第一组实验的状态变化轨迹

Fig. 2 State transition trajectory of the first experimental group

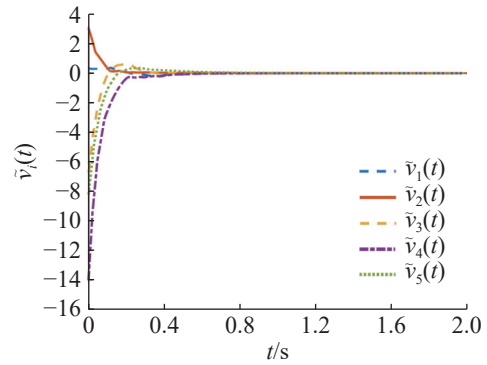


图3 第一组实验的速度跟踪误差

Fig. 3 Speed tracking error in the first experimental group

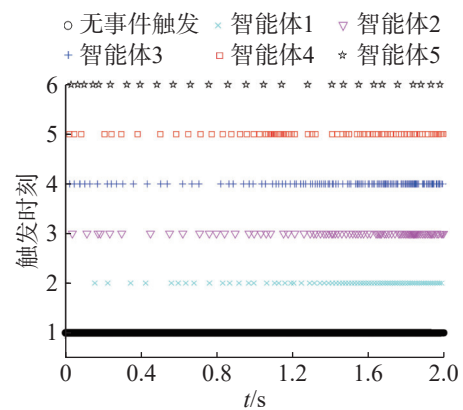


图4 第一组实验触发时刻

Fig. 4 Triggering moment in the first experimental group

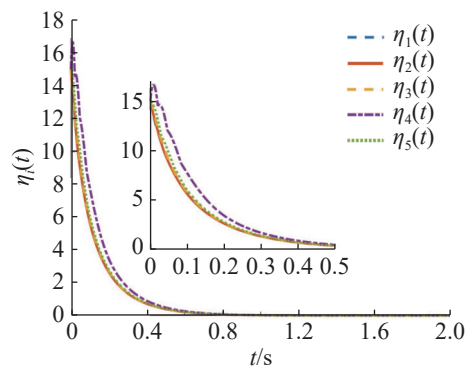


图5 第一组实验的动态变量变化曲线

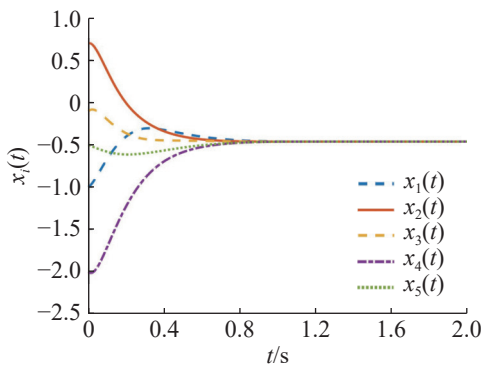
Fig. 5 Dynamic variable variation curve of the first experimental group

由图 2, 3 可看出: 本文控制策略可使所有智能体在 1.5 s 预定时间内按设定比例快速收敛, 其中速度跟踪误差在 1.0 s 内趋于 0 时。由图 4, 5 可看出: 该策略在固定拓扑下能有效节约通信资源, 系统不存在 Zeno 行为, 验证了定理 2, 各智能体触发次数见表 1 中的第一组数据; 当系统达成比例一致性时, 各智能体内部动态变量均能收敛到 0 的有界邻域内。这些结果验证了控制策略在收敛性能、资源优化和稳定性方面的综合优势。

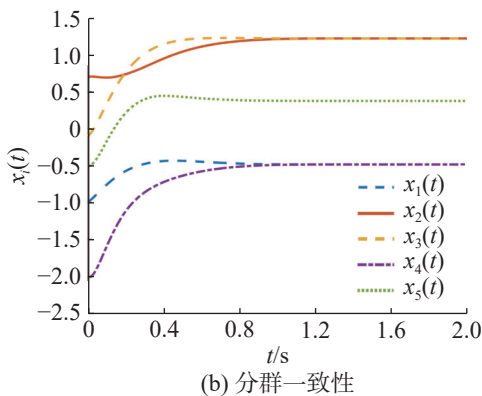
表 1 各智能体的事件触发次数  
Tab. 1 Event triggering count of each intelligent agent

策略	触发次数/次				
	智能体 1	智能体 2	智能体 3	智能体 4	智能体 5
动态事件触发的预定时间比例一致性(3.1节第一组)	69	86	119	72	27
动态事件触发的预定时间比例一致性(3.1节第二组)	102	64	123	75	47
静态事件触发的预定时间比例一致性(3.2.2节)	226	172	394	284	68

为证明所提控制策略在系统比例一致性方面的普适性,选择适当的特定比例 ( $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = s_5 = 1$  及  $s_1 = s_4 = -1, s_2 = s_3 = 0.4, s_5 = 1.3$ ) 进行仿真实验,结果如图 6。图 6 可看出:在本文所提控制策略下,当设置比例参数为 1 时,系统实现了普通一致性,所有智能体状态完全同步;在分群一致性模式下,5 个智能体呈现三簇收敛特性,其中智能体 1 与 4 在同一子群,智能体 2 与 3 在同一子群,智能体 5 独立于另一子群,二阶 MASs 实现了分群一致性。这两种模式下的收敛过程均满足预定时间稳定性要求,且动态事件触发机制有效维持了系统性能与通信效率的平衡。实验结果证实了控制策略在实现多样化协同模式方面的优越性能,其分群控制能力可满足复杂应用场景的协同需求。



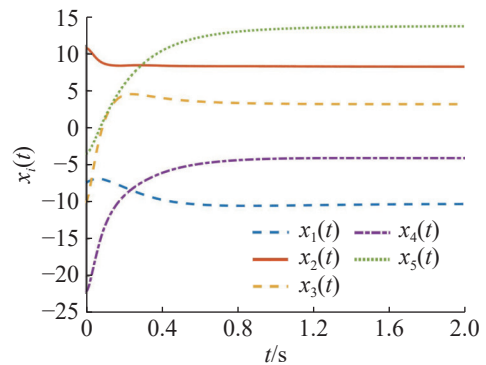
(a) 普通一致性



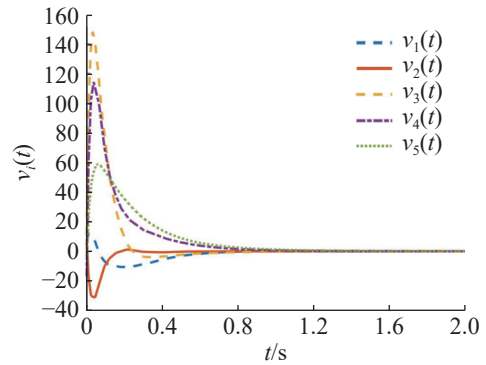
(b) 分群一致性

图 6 2 种不同比例下的一致性  
Fig. 6 Consistency under two different ratios

第二组实验中,设定系统各智能体初始状态  $\mathbf{x}(0) = [-7.4, 10.7, -10.1, -22, -3.5]^T$ ,  $\mathbf{v}(0) = [7, 6.5, 10.9, -17, -3]^T$ ,其他参数保持不变,进行预定时间比例一致性控制实验,结果如图 7~10。



(a) 位置变化轨迹



(b) 速度变化轨迹

图 7 第二组实验的状态变化轨迹

Fig. 7 State transition trajectory of the second experimental group

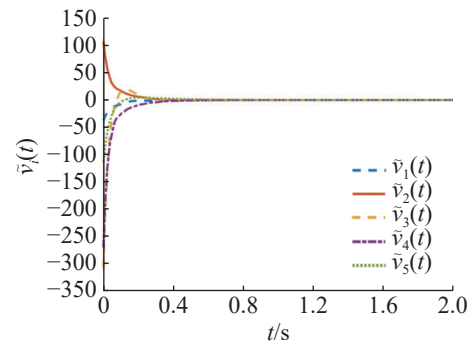


图 8 第二组实验速度跟踪误差

Fig. 8 Velocity tracking error in the second experimental group

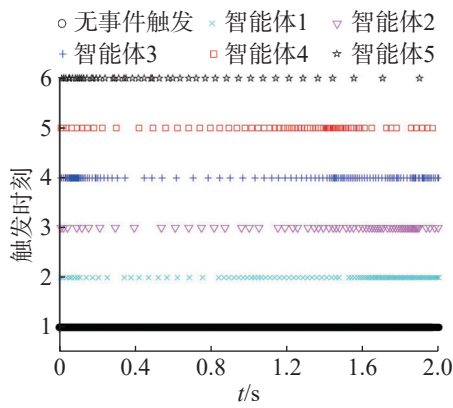


图9 第二组实验的触发时刻

Fig. 9 Triggering instant of the second experimental group

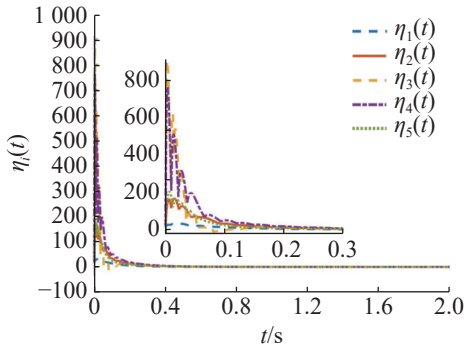


图10 第二组实验的动态变量变化曲线

Fig. 10 Dynamic variable variation curve of the second experimental group

从图 7~10 可看出: 在本文所提控制策略下, 不同状态条件下系统仍可在 1.5 s 内实现状态比例一致性, 且满足预定收敛时间上界要求; 各智能体追踪速度误差保持 1.0 s 内的收敛特性; 各智能体触发次数维持较低水平, 见表 1 中的第二组数据; 各智能体内部动态变量仍在系统达成比例一致性时均收敛到 0 邻域的有界区域。这些结果验证了控制策略对初始条件的鲁棒性, 其预定时间收敛性能和通信效率不受初始状态变化的影响。

### 3.2 控制策略的优越性仿真实证

#### 3.2.1 与动态事件触发固定控制策略的对比

为验证本文所提策略的优越性, 将其与文献 [28] 中基于动态事件触发固定时间控制策略进行对比。由于所考虑的系统不同, 2 种策略采用的控制器也有所差异, 为体现对比的公平性, 设置比例参数  $s_1 = s_2 = s_3 = s_4 = s_5 = 1$ , 得出文献 [28] 中和本文控制器的方程分别如下:

$$u_i = -\rho_1 \alpha [y_i(t_k^i)]^{\alpha-1} z_i(t_k^i) - \rho_3 [\tilde{v}_i(t_k^i)]^\gamma - \rho_2 \beta (1 - \tanh^2(\beta y_i(t_k^i))) z_i(t_k^i) - \rho_4 \tilde{v}_i(t_k^i) - \rho_5 \tanh(\beta \tilde{v}_i(t_k^i)) \quad (41)$$

$$u_i = -k_1(1 + \alpha) \text{sign}(s_i) |y_i(t_k^i)|^\alpha z_i(t_k^i) - k_2(1 - \alpha) \text{sign}(s_i) |y_i(t_k^i)|^{-\alpha} z_i(t_k^i) - k_3 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1+\alpha} - k_4 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)]^{1-\alpha} - k_5 \text{sig}[\tilde{v}_i(t_k^i)] \quad (42)$$

其中控制器 (式 (41)) 的参数  $\rho_1 = 0.08, \rho_2 = 1.8, \rho_3 = 0.5, \rho_4 = 2, \rho_5 = 3, \alpha = 2.2, \gamma = 1.4, \beta = 16$ 。

此外, 文献 [28] 中的触发函数和内部动态变量满足如下条件:

$$g_i(t) = \theta (|E_i(t)| - \rho_3 \xi |\tilde{v}_i^\gamma(t)| - \rho_4 \xi |\tilde{v}_i(t)| - \rho_5 \xi) \quad (43)$$

$$\eta_i(t) = \delta |\tilde{v}_i(t)| (\rho_3 \xi |\tilde{v}_i^\gamma(t)| + \rho_4 \xi |\tilde{v}_i(t)| + \rho_5 \xi - |E_i(t)|) - \rho_6 \eta_i^{\frac{\gamma+1}{2}}(t) - \rho_7 \eta_i^{\frac{1}{2}}(t) - \rho_8 \eta_i^2(t) \quad (44)$$

其中  $\rho_6 = 0.5, \rho_7 = 0.4, \rho_8 = 3.125, \theta = 0.2, \delta = 0.5, \xi = 0.5, \eta_i(0) = 50$ 。文中触发函数 (式 (16)) 和内部动态变量 (式 (17)) 参数与文献 [28] 保持一致。需要特别注意的是时间参数  $T$ , 为确保对比的公平性, 该参数由文献 [28] 中的时间函数进行确定, 即

$$T_1 \leq \bar{T}_1 = \frac{2}{\beta q} + \frac{2^{(\gamma+1)/2}}{\tilde{\alpha} q (\gamma - 1)} \quad (45)$$

$$T_2 \leq \frac{2}{\beta q} + \frac{2^{(\gamma+1)/2}}{\tilde{\alpha} q} + \frac{\sqrt{2}}{(\rho_2 - \nu - \vartheta) q \sqrt{\lambda_2}} + \frac{1}{\rho_1 (\alpha - 1) M^{(1-\alpha)/2} q (2\lambda_2)^{(\alpha-1)/2}} \quad (46)$$

其中,  $\tilde{\alpha} = \min\{\rho_3(1 - \xi)M^{(1-\gamma)/2}2^{(1+\gamma)/2}, \rho_6 M^{(1-\gamma)/2}\}$ ,  $\tilde{\beta} = \min\{\sqrt{2}((1 - \xi)\rho_5 - \varpi), \rho_7\}$ ,  $\vartheta = \min\left\{\frac{\sqrt{2}M\rho_5 k}{\beta(1 - q)\tilde{\beta}}, \left(\frac{2^\gamma M\rho_5 k}{\beta(1 - q)\tilde{\alpha}}\right)^{1/(1+\gamma)}\right\}, q \in (0, 1), \varpi = 0$ 。

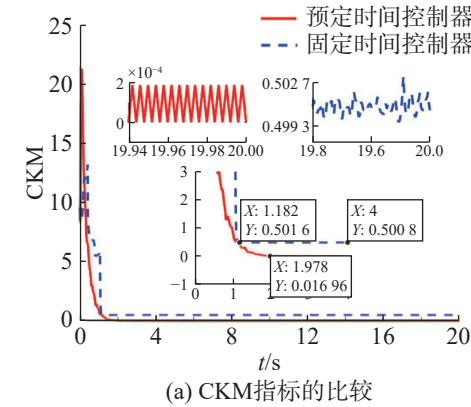
已知非零最小特征值  $\lambda_2(L) = 1.3820$ , 选取  $q = 0.9$ , 将其代入式 (45), (46) 可得时间参数  $T_1 = 23.1655$ ,  $T_2 = 31.7676$ 。为直观比较 2 种控制策略的性能表现, 采用反映 MASs 收敛速率的一致性保持位置误差指标 (consensus-keeping error metric, CKM), 其数学表达式具体如下:

$$C = \sqrt{\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M |x_i - x_j|^2} \quad (47)$$

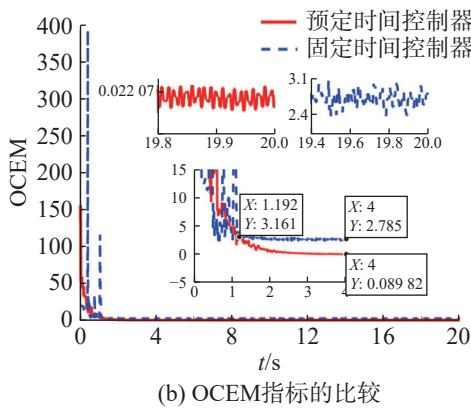
采用反映 MASs 控制器保守性的总体控制努力指标 (overall control effort metric, OCEM), 其数学表达式具体如下:

$$O = \sqrt{\sum_{i=1}^M |u_i|^2} \quad (48)$$

设置仿真时间  $t = 20$  s, 步长为 0.002, 系统的初始状态,  $\mathbf{x}(0) = [-1, 0.7, -0.1, -2, -0.5]^T$ ,  $\mathbf{v}(0) = [2, 0.5, 1.9, -2, -1]^T$ , 2 种控制策略的仿真结果如图 11。



(a) CKM指标的比较



(b) OCEM指标的比较

图11 2种控制策略作用下的系统指标

Fig. 11 System performance metrics under two control strategies

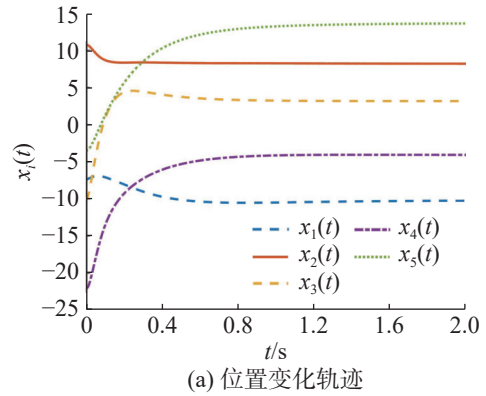
从图 11 可看出:在固定时间控制策略作用下,系统能够在 1.182 s 内实现 CKM 为 0.501 6 的状态一致性;而在预定时间控制策略作用下,系统在 1.978 s 实现 CKM 为  $1.696 \times 10^{-2}$  的状态一致性。但随运行时间的延长,采用预定时间控制策略的系统最终误差稳定在  $2 \times 10^{-4}$ , 相较于固定时间控制策略,其保守性更小。此外,预定时间控制器的输入 OCEM 相较于固定时间控制器更小,这在实际工程应用中有助于减缓硬件损耗,延长设备的使用寿命。

### 3.2.2 与静态事件触发预定控制策略的对比

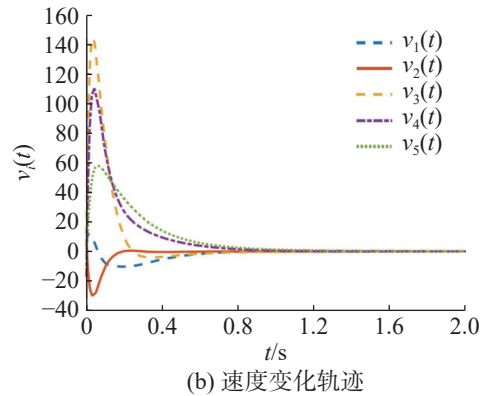
为进一步验证本文所提策略在减少系统触发事件数量方面的优势,将其与静态事件触发策略进行比较。设置静态事件触发条件如下:

$$t_{k+1}^i = \inf \{ t > t_k^i | g_i(t) \geq 0 \} \quad (49)$$

设定系统各智能体的初始状态  $\mathbf{x}(0) = [-7.4, 10.7, -10.1, -22, -3.5]^T$ ,  $\mathbf{v}(0) = [7, 6.5, 10.9, -17, -3]^T$ , 其他参数与 3.1 节相同。针对具有控制器(式(13))和触发条件(式(49))的二阶 MASs(式(7)),进行预定时间比例一致性控制对比实验,结果如图 12~13。在静态触发条件下,各智能体触发次数如表 1。



(a) 位置变化轨迹



(b) 速度变化轨迹

图12 静态事件触发下的状态变化轨迹

Fig. 12 State transition trajectory under static event triggering

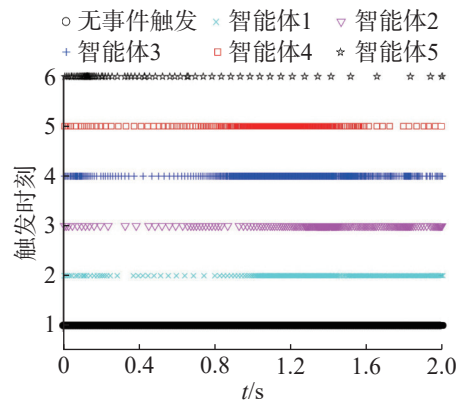


图13 静态事件触发下的触发时刻

Fig. 13 Trigger moment under static event triggering

由图 12, 13 可看出:在保持相近收敛速度的前提下,采用静态事件触发控制的 MASs 触发频率显著高于本文策略;与静态事件触发策略相比,本文提出的动态事件触发控制策略能有效减少触发次数,同时维持相同的控制性能。

## 4 结论

针对二阶多智能体系统(MASs)的预定时间比例一致性问题,提出一种具有分布式动态事件触发机制的预定时间控制策略。一方面,通过预设时间

参数提前设定系统收敛时间的上界,提高系统的运行效率和准确性,确保系统能够在预定时间内完成期望任务,且收敛速率不依赖系统初始值。另一方面,构建动态事件触发策略大幅减少触发事件的发生次数,从而降低系统能耗,并排除 Zeno 行为。仿真实验结果表明:所提策略在收敛效率和通信能耗方面均实现了系统性能的显著提升,且在收敛性与整体性能指标上均优于固定时间控制策略及静态事件触发控制策略。

然而,本研究仍存在一定局限性,仅考虑固定拓扑结构下一般线性二阶 MASs,未考虑系统扰动情况以及通信环境复杂的情况。未来研究可进一步结合生成式人工智能技术,如利用生成式模型预测系统动态变化以优化事件触发阈值,或通过数据驱动方法自动调整比例参数,从而提升系统在复杂环境下的自适应能力。此外,生成式人工智能还可用于模拟多智能体交互场景,辅助设计更高效的分布式控制策略,为工业自动化和智能装备领域提供更强大的技术支持。

#### 参考文献:

- [1] WANG Y, YAN Y, SHEN T, et al. An event-triggered scheme for state estimation of preceding vehicles under connected vehicle environment[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, 2023, 8(1):583–593.
- [2] GAO Z, GUO G. Fixed-time sliding mode formation control of AUVs based on a disturbance observer[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2020, 7(2):539–545.
- [3] SONG C, FAN Y. Coverage control for mobile sensor networks with limited communication ranges on a circle[J]. *Automatica*, 2018, 92:155–161.
- [4] 李曹妍,郭振川,郑冬冬,等.基于分布式模型预测控制的多机器人协同编队[J]. *兵工学报*, 2023, 44(S2):178–190.
- [5] XIAO B, CAO L, XU S, et al. Robust tracking control of robot manipulators with actuator faults and joint velocity measurement uncertainty[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2020, 25(3):1354–1365.
- [6] 娄如思,王璐瑶,马丹.二阶非线性多智能体系统有限时间分布式优化[J]. *控制理论与应用*, 2021, 38(7):1015–1022.
- [7] NAIR R R, BEHERA L, KUMAR S. Event-triggered finite-time integral sliding mode controller for consensus-based formation of multirobot systems with disturbances[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2019, 27(1):39–47.
- [8] LI G P, WANG X Y, LI S H. Finite-time consensus algorithms of leader-follower higher-order multi-agent systems with uncertain nonlinearities[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(16):11939–11952.
- [9] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8):2106–2110.
- [10] NING B, HAN Q L, ZUO Z. Practical fixed-time consensus for integrator-type multi-agent systems: a time base, generator approach[J]. *Automatica*, 2019, 105(7):406–414.
- [11] WU Y, WANG Z. Fuzzy adaptive practical fixed-time consensus for second-order nonlinear multiagent systems under actuator faults[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(3):1150–1162.
- [12] SÁNCHEZ-TORRES J D, SANCHEZ E N, LOUKIANOV A G. Predefined-time stability of dynamical systems with sliding modes[C]//2015 American Control Conference. Chicago, IL, USA: IEEE, 2015:5842–5846.
- [13] NI J K, LIU L, TANG Y, LIU C. Predefined-time consensus tracking of second-order multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2021, 51(4):2550–2560.
- [14] ALDANA R, GOMEZ-GUTIERREZ D, TORRES J, et al. A class of robust consensus algorithms with predefined-time convergence under switching topologies[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29:6179–6198.
- [15] DIMAROGONAS D V, FRAZZOLI E, JOHANSSON K H. Distributed event-triggered control for multi-agent systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(5):1291–1297.
- [16] GIRARD A. Dynamic triggering mechanisms for event-triggered control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2015, 60(7):1992–1997.
- [17] WEN L, YU S, ZHAO Y, et al. Finite-time dynamic event-triggered consensus of multi-agent systems with disturbances via integral sliding mode[J]. *International Journal of Control*, 2021, 96(2):72–281.
- [18] LIU J, WU Y, SUN M W, SUN C Y. Fixed-time cooperative tracking for delayed disturbed multi-agent systems under dynamic event-triggered control[J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2022, 9(5):930–933.
- [19] CHEN X, YU H, HAO F. Prescribed-time event-triggered bipartite consensus of multiagent systems[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 52(4):2589–2598.

- 网络的RV减速器故障诊断[J/OL]. 安徽科技学院学报, (2024-12-16). <https://link.cnki.net/urlid/34.1300.N.20241216.1250.006>.
- SUN X X, JIANG B C, CHEN Z J, et al. Fault diagnosis of RV reducer based on digital twin and BP neural network[J/OL]. Journal of Anhui Science and Technology University, (2024-12-16). <https://link.cnki.net/urlid/34.1300.N.20241216.1250.006>.
- [21] NAIK N S, CHAUBEY H K. Weed detection and classification in sesame crops using region-based convolution neural networks[J]. *Neural Computing and Applications*, 2024, 36(30):18961–18977.
- [22] CRNJANSKI J, KRSTIĆ M, TOTOVIĆ A, et al. Adaptive sigmoid-like and PReLU activation functions for all-optical perceptron[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(9):2003–2006.
- [23] SUDAR K M, NAGARAJ P, MUNESWARAN V, et al. Dermo classify: a dermatologist skin disease detection and classification using DCNN[J]. *Research on Biomedical Engineering*, 2024, 41(1):13.
- [24] 王静, 白云. 基于改进YOLOv5s的车辆目标检测算法[J]. 信息与电脑(理论版), 2022, 34(10):80–83.
- WANG J, BAI Y. Vehicle detection based on improved YOLOv5s[J]. *Information & Computer*, 2022, 34(10):80–83.
- [25] LIU S H, REN Y S, LI L T, et al. Micro-expression recognition based on SqueezeNet and C3D[J]. *Multimedia Systems*, 2022, 28(6):2227–2236.
- [26] LIU Y, YUAN K, LI T, et al. NDT method for line laser welding based on deep learning and one-dimensional time-series data[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(15):7837.
- 责任编辑:何莉
- 
- (上接第297页)
- [20] YU J, XIAO F, CAO M. Lag group consensus of high-order multiagent systems in directed network settings[J]. *Ieee transactions on systems, man, and cybernetics: Systems*, 2023, 53(7):4442–4452.
- [21] 马小陆, 谭毅波, 梅宏. 符号图下含扰动的多智能体系统预定时间二分一致性[J]. 控制与决策, 2024, 39(5):1517–1526.
- [22] ROY S. Scaled consensus[J]. *Automatica*, 2015, 51:259–262.
- [23] MENG D, JIA Y. Robust consensus algorithms for multiscale coordination control of multi-vehicle systems with disturbance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(2):1107–1119.
- [24] ZHANG Z, CHEN S M, ZHENG Y. Leader-following scaled consensus of second-order multi-agent systems under directed topologies[J]. *International Journal of Systems Science*, 2019, 50(14):2604–2615.
- [25] MUNOZ-VAZQUEZ A J, SÁNCHEZ-TORRES J D, JIMENEZ-RODRIGUEZ E. Predefined-time robust stabilization of robotic manipulators[J]. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 2019, 24(3):1033–1040.
- [26] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9):1520–1533.
- [27] HU B, GUAN Z H, FU M Y. Distributed event-driven control for finite-time consensus[J]. *Automatica*, 2019, 103:88–95.
- [28] LIU J, SHI J L, YUAN X, et al. Dynamic event-based nonsingular practical fixed-time second-order consensus[J]. *IEEE Transactions on Network Science and Engineering*, 2024, 11(2):1959–1970.
- 责任编辑:何莉