

# 基于MZ调制器伊辛机的网络最大割优化算法

陆平平, 陈志乐, 丁成祥, 王东

(安徽工业大学 微电子与数据科学学院, 安徽 马鞍山 243032)

**摘要:** 针对传统枚举算法在求解组合优化问题时计算时间随问题规模指数增长的问题, 提出一种基于Mach-Zehnder (MZ) 调制器的伊辛机仿真算法。通过余弦函数模拟MZ调制器的干涉输出特性, 并引入高斯随机数模拟系统噪声, 结合数值迭代模拟系统动力学演化。实验选取16和100顶点的规则网络、小世界网络和随机网络的最大割问题进行测试, 结果表明: 该算法对16顶点网络的成功率达到100%, 对100顶点随机网络仍保持88%的成功率; 在计算效率方面, 求解25顶点规则网络时, 伊辛算法仅需0.42 s, 较枚举法的29.93 s具有显著优势。本研究为复杂网络优化问题提供了高效解决方案, 并为MZ伊辛机的实验设计提供了理论参考。

**关键词:** 组合优化; 图; 伊辛机; 最大割; 小世界网络; 规则网络; 随机网络

中图分类号: O 437.4 文献标志码: A doi: 10.12415/j.issn.1671-7872.24061



## Network Max-cut Optimization Algorithm Based on MZ Modulator Ising Machine

LU Pingping, CHEN Zhile, DING Chengxiang, WANG Dong

(School of Microelectronics & Data Science, Anhui University of Technology, Maanshan 243032, China)

**Abstract:** To address the issue of exponential growth in computation time with problem size in traditional enumeration algorithms for solving combinatorial optimization problems, a simulated Ising machine algorithm based on Mach-Zehnder (MZ) modulators was proposed. The interference output characteristics of the MZ modulator were modeled using a cosine function, and Gaussian random noise was introduced to simulate system noise, combined with numerical iteration to simulate the system's dynamic evolution. Experiments were conducted on max-cut problems in regular, small-world, and random networks with 16 and 100 vertices. The results demonstrate that a success rate of 100% is achieved for 16-vertex networks, while an 88% success rate is maintained for 100-vertex random networks. In terms of computational efficiency, the Ising algorithm requires only 0.42 s for solving a 25-vertex regular network, showing a significant advantage over the enumeration method (29.93 s). This study provides an efficient solution for complex network optimization problems and offers theoretical references for the experimental design of MZ modulator-based Ising machines.

**Keywords:** combination optimization; graph; Ising machine; maximum cut; small-world network; regular network; random network

收稿日期: 2024-03-23

基金项目: 国家自然科学基金项目 (62175001)

作者简介: 陆平平 (2000—), 女, 江苏连云港人, 硕士生, 主要研究方向为光电技术和光量子信息。

通信作者: 王东 (1980—), 男, 山西忻州人, 博士, 教授, 主要研究方向为光电技术和光量子信息。

引文格式: 陆平平, 陈志乐, 丁成祥, 等. 基于MZ调制器伊辛机的网络最大割优化算法 [J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2025, 42(5):520-527.

伊辛模型作为描述自旋相变的经典数学模型, 通过将物理系统的振幅、相位和偏振等特性映射到自旋模型, 为构建求解组合优化问题的伊辛机提供了理论基础。相比于受冯诺依曼瓶颈和摩尔定律制约的传统计算机<sup>[1-2]</sup>, 伊辛机将组合优化问题转换为伊辛基态搜索问题<sup>[3]</sup>, 具有天然的并行性、高速和低功耗等显著优势, 正逐渐发展为新一代专用优化求解器。这一独特优势在无人机集群作战系统任务分配<sup>[4]</sup>和智能机器人路径优化<sup>[5]</sup>等实际应用中尤为重要。最大割问题作为典型的非确定性多项式时间困难问题<sup>[6]</sup>, 在图像分割、统计物理和电路设计等领域具有重要应用价值<sup>[7-8]</sup>。虽然枚举法理论上可获得精确解<sup>[9]</sup>, 但其计算复杂度随问题规模呈指数增长。基于伊辛机原理的求解方法通过将最大割问题映射为自旋相互作用系统, 利用动力学演化寻找基态, 为解决该问题提供了新思路。因此, 开发实用化伊辛机系统或设计高效仿真算法, 对推动组合优化问题的工程应用具有重要意义。

在物理实现层面, 研究者已开发出多种基于不同物理原理的伊辛机系统: 在光学领域, 主要包括基于简并光学参量振荡器<sup>[10-13]</sup>(degenerate optical parametric oscillator, DOPO)、马赫-曾德尔(Mach-Zehnder, MZ)调制器<sup>[14-15]</sup>阵列和空间光调制器<sup>[16-17]</sup>(spatial light modulators, SLM)的相干伊辛机(coherent Ising machine, CIM); 在电子学领域, 则涵盖基于电控磁隧道结<sup>[18]</sup>(magnetic tunnel junction, MTJ)、微机电系统<sup>[19-21]</sup>(micro-electro-mechanical system, MEMs)等多种实现方案。这些物理系统的快速发展催生了模拟退火算法<sup>[22]</sup>、量子绝热算法<sup>[23]</sup>以及量子-经典混合优化算法<sup>[24]</sup>。其中, Wang 等<sup>[3]</sup>构建的 DOPO 网络采用光学相位编码自旋态, 成功求解了 20 阶以下的三次图问题; Inagaki 等<sup>[25]</sup>开发的基于 DOPO 的 CIM 系统, 通过双泵浦四波混频技术构建人工自旋网络, 实现了 DOPO CIM 在低温环境下对一维伊辛自旋动态过程的精确模拟。随后, Inagaki 等<sup>[11]</sup>通过在 DOPO CIM 系统中引入实时测量反馈回路, 将求解规模扩展至 2 000 自旋的任意拓扑结构最大割问题。然而, DOPO CIM 系统仍面临设备精密复杂、制造成本高昂以及需要低温运行环境等固有局限性。相比之下, Chen 等<sup>[18]</sup>提出的电控 MTJ 伊辛机方案, 通过电流调控磁化方向实现自旋状态切换, 兼具高工作频率和低功耗优势, 但其实际应用仍受限于写入速度和温度敏感性的限制。Böhm 等<sup>[14]</sup>提出的 MZ 调制器方案采用光场强度编码自旋态,

具备室温工作、效益和系统集成度高等优势, 已成功应用于图像去噪<sup>[26]</sup>和玻尔兹曼采样效率优化<sup>[15]</sup>等领域。相较于 DOPO 伊辛机和电控 MTJ 伊辛机系统, 该方案在实现成本、运行稳定性和系统小型化方面展现出明显优势。为此, 本文基于 MZ 伊辛机的这些显著特点, 构建其动力学演化算法, 分析其动力学演化过程, 旨在为最大割问题提供一种高效可靠的求解方案。

## 1 算法基础

提出一种基于 Mach-Zehnder (MZ) 调制器的伊辛机仿真算法, 以提升组合优化问题的求解效率。该算法的理论基础包含三大模块: 最大割问题的数学模型构建; 网络图拓扑特征的解析与建模方法; 基于 MZ 调制器的伊辛机算法实现。

### 1.1 最大割问题

伊辛模型的哈密顿量 ( $H$ ) 可表示为:

$$H = -\frac{1}{2} \sum_{j,l}^N J_{jl} \sigma_j \sigma_l \quad (1)$$

其中:  $N$  为自旋总数;  $J$  表示耦合矩阵, 为对称矩阵, 且  $J_{jj} = 0$ ,  $J_{jl} > 0$  时耦合呈铁磁性,  $J_{jl} < 0$  时耦合呈反铁磁性;  $j, l$  表示自旋所在位置 ( $j, l \in \{1, 2, \dots, N\}$ );  $\sigma_{jl} = \pm 1$ , 且  $\sigma = +1$  表示自旋向上,  $\sigma = -1$  表示自旋向下。

最大割问题指在无向图  $G = (V, E)$  中, 将顶点集合  $V$  分割成 2 个互不相交的子集  $V_1$  和  $V_2$  ( $V_1 \cup V_2 = V$ ,  $V_1 \cap V_2 = \emptyset$ ), 使得连接上述 2 个子集所有边的权重之和达到最大值。其中  $E$  代表图中边的集合, 连接这 2 个集合的边称为割边, 其权重之和可表示为:

$$\text{CUT}(\sigma) = \sum_{j \in V_1, l \in V_2} w_{jl} = \frac{1}{4} \left( \sum_{j,l \in V} w_{jl} - \sum_{j,l \in V} w_{jl} \sigma_j \sigma_l \right) \quad (2)$$

其中  $w_{jl}$  表示边的权重, 当连接点  $j$  和  $l$  的边处于集合  $E$  时,  $w_{jl} = w_{lj}$ ; 若边  $(j, l) \notin E$ , 则  $w_{jl} = 0$ 。若点  $j \in V_1$ , 则令  $\sigma_j = 1$ ; 反之  $j \in V_2$ , 则令  $\sigma_j = -1$ 。由于  $V_1$  和  $V_2$  是 2 个没有交集的顶点集合, 因此在图分割过程中每条边仅能被切割 1 次。当伊辛自旋系统的耦合矩阵  $-J$  与无向图的权重矩阵  $w$  相等时, 则式 (1) 为:

$$\text{CUT}(\sigma) = -\frac{1}{4} \sum_{j,l \in V} J_{jl} - \frac{1}{2} H \quad (3)$$

因此, 求解最大割问题等价于最小化式 (2) 的哈密顿量  $H$ <sup>[21]</sup>, 系统基态能量对应最大割值。图 1 为 5 顶点加权无向图的最大切割示例, 通过枚举法确定其最大割值  $\text{CUT} = 18$ 。图中割边将顶点划分为 2 个子集  $\{A, D, E\}$  和  $\{B, C\}$ , 边集为  $\{(A, B), (A, C), (D, B), (D, C), (E, B), (E, C)\}$ 。

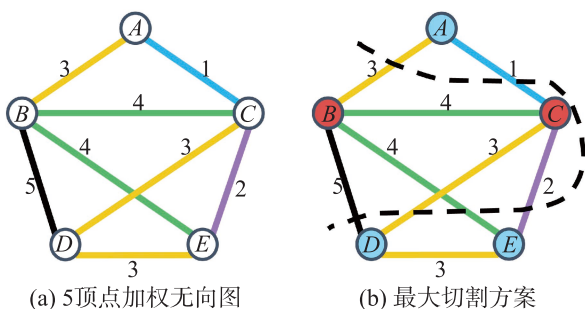


图1 最大割问题的示例

Fig. 1 An example of max-cut problem

对于加权无向图的最大割问题,当图规模较小时,采用枚举法可获得精确解。但随着顶点和边数的增加,传统计算机面临计算效率急剧下降的困境。为此,本研究将最大割问题转换为伊辛机的基态搜索问题,其核心转换原理如图2。

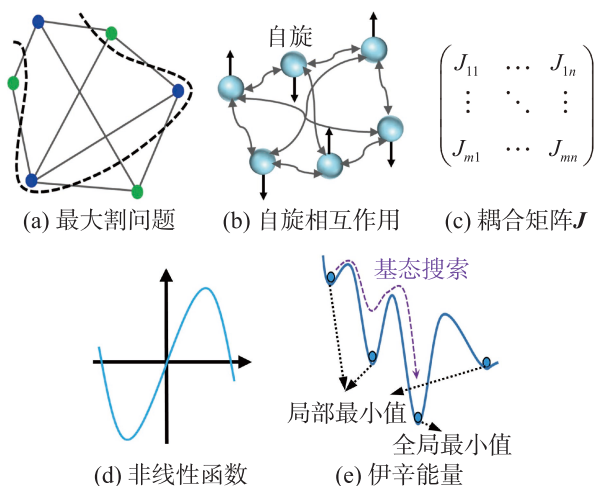


图2 伊辛机求解最大割问题的示意图

Fig. 2 Schematic diagram of solving max-cut problems by Ising machine

图2(a)所示为边权为1的6顶点无向图最大割问题实例,其中绿色和蓝色顶点分别代表2个分割子集。这种图分割问题可等价转化为伊辛模型的基态搜索问题。图2(b)进一步表明,图中顶点状态对应自旋向上/向下取向,而边的权值则反映自旋之间的耦合强度。如图2(c)所示,通过耦合矩阵 $J$ 定量描述自旋相互作用,其矩阵元与无向图的边权直接对应。如图2(d)所示,伊辛机的核心实现原理在于自旋基态搜索和耦合强度调控。这些功能可通过物理系统的非线性机制实现,如DOPO中的相位敏感放大或MZ调制器的双稳态输出特性。在迭代演化过程中,伊辛机通过动态更新自旋网络状态,使系统能量持续降低直至达到全局最小能量态(图2(e))。当系统能量收敛至全局最小值时,对应的自旋构型即为组合优化问题的最优解,此时割边的总权重达

到理论最大值。这一求解过程充分体现了伊辛机在组合优化问题求解中的独特优势。

## 1.2 网络图

1998年,Watts等<sup>[27]</sup>提出了具有小世界特性的网络模型及其生成算法。该网络模型在传染疾病传播<sup>[28]</sup>、网络舆情扩散<sup>[29]</sup>和脑科学研究<sup>[30]</sup>等领域发挥重要作用。文中采用Watts-Strogatz算法构建网络拓扑结构:首先确定网络顶点规模和各顶点连接边数,然后以概率 $p_N$ 对连接边进行随机重连,最终生成具有小世界特性的网络图用于最大割问题求解。 $p_N = 0$ 时,系统生成初始规则网络; $0 < p_N < 1$ 时,通过对规则网络部分边重新连接,形成具有小世界特性的网络; $p_N = 1$ 时,所有边完全随机重连,生成随机网络。需要特别注意的是,边重连过程保持网络总边数恒定,仅改变顶点间的连接方式。图3为16和100顶点的规则网络及其对应的小世界网络和随机网络。对于16顶点规则网络,设置各顶点与最近8个邻点连接;对于100顶点规则网络,设置各顶点与最近20个邻点连接。小世界网络和随机网络的边则在规则网络的基础上分别以 $p_N = 0.1$ 和 $p_N = 1.0$ 的概率进行重新排列。在算法实现过程中,这6类网络的生成过程同步构建相应的伊辛模型耦合矩阵,为后续最大割问题求解建立计算基础。

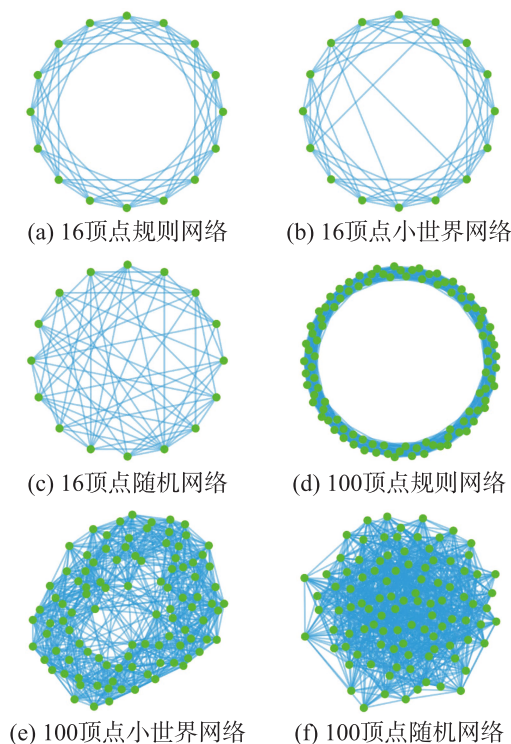


图3 具有16,100顶点的网络

Fig. 3 Networks with 16 and 100 vertices

## 1.3 MZ伊辛机

图4为MZ伊辛机系统的示意图。

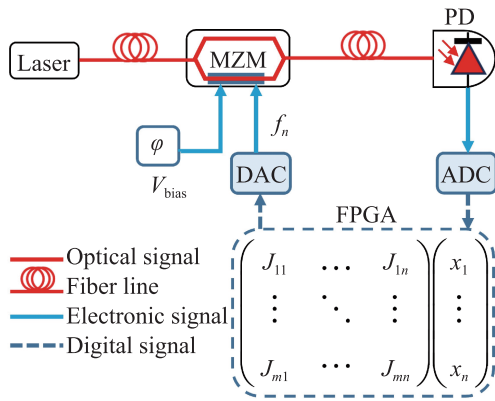


图4 MZ 伊辛机工作原理示意图

Fig. 4 Schematic diagram of MZ Ising machine working principle

在该系统中, 激光器 (Laser) 输出的连续光波经光纤耦合进入马赫-曾德尔调制器 (MZM), 通过时分复用 MZM 对光载波进行强度调制。调制后的光信号由高速光电探测器 (photodetector, PD) 转换为时分复用的电压信号序列  $\{x_n\}$  ( $n$  为时分复用比特序号)。最后利用符号函数将电压信号的正/负极性映射为自旋的向上/向下状态, 实现光域到自旋域的编码转换, 其数学表述为:

$$\sigma_n = \text{sig}_n(x_n[k]) = \begin{cases} 1, & x_n[k] > 0 \\ -1, & x_n[k] \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

其中  $x_n > 0$  时编码为自旋向上态,  $x_n \leq 0$  时编码为自旋向下态。该模拟信号序列通过模数转换器 (analog to digital converter, ADC) 数字化后, 通过现场可编程门阵列 (field programmable gate array, FPGA) 将耦合矩阵  $J$  与 ADC 采集的信号进行矩阵乘法运算, 生成反馈时间序列信号  $f_n$ 。此数字信号经数模转换器 (digital to analog converter, DAC) 转换后反馈到 MZM, 完成 1 次完整的迭代过程。系统通过 PD 检测输出光信号, 经上述循环实现多次迭代。经过  $k$  次迭代后, 第  $n$  个时分复用比特的自旋振幅  $x_n[k+1]$  可表示为<sup>[14]</sup>:

$$x_n[k+1] = \cos^2(f_n[k] + [\xi_n] - \varphi) - \frac{1}{2} \quad (5)$$

$$f_n[k] = \alpha x_n[k] + \beta \sum_m J_{mn} x_m[k] \quad (6)$$

其中:  $f_n$  表示光电电压信号经 ADC, FPGA 和 DAC 等运算产生的反馈项;  $[\xi_n]$  为注入 MZM 的模拟白噪声, 在实际计算中用高斯随机数代替;  $\varphi$  为直流偏置电压产生的相位调制, 设置为  $\pi/4$ , 在没有反馈信号时使 MZM 的输出光功率为最大光功率的 1/2;  $\alpha$  为反馈自耦合系数;  $\beta$  为反馈互耦合系数。余弦函数对应 MZM 两臂的光学干涉, 提供系统演化所需的非线性。

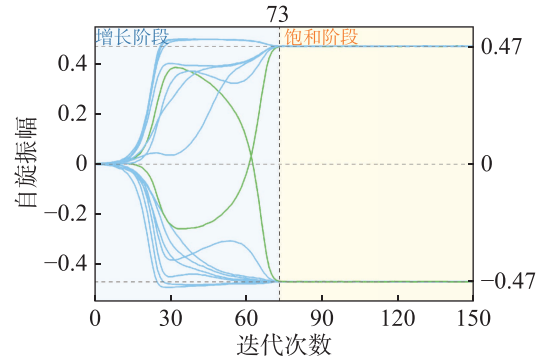
在数值仿真过程中, 无需构建实际 MZ 伊辛机硬件系统, 仅需通过软件迭代求解式 (5) 即可模拟系统动力学演化。在耦合矩阵  $J$  的作用下, 各节点的自旋振幅将逐渐收敛至伊辛模型基态对应的稳定值。式 (5) 中的噪声项  $\xi_n$  可通过伪随机数生成算法实现, 从而完整复现物理系统的随机扰动特性。

## 2 算法仿真

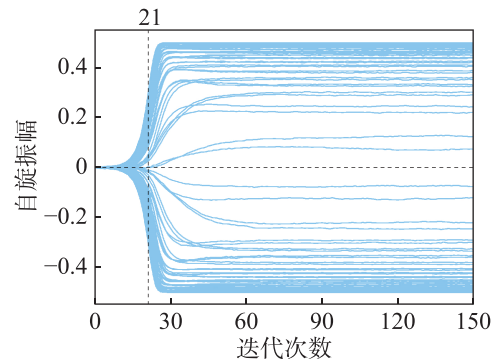
为实现最大割问题的高效求解, 文中构建 MZ 伊辛机的非线性动力学模型, 通过参数优化确定最佳工作点, 为算法实现提供技术支撑。

### 2.1 动力学行为

伊辛机有效工作的关键前提是自旋系统能产生分岔现象。图 5 为 MZ 伊辛机仿真算法对包含 16, 100 顶点规则网络的动力学演化过程。在图 5(a) 的 16 自旋规则网络中, 设置  $\alpha = 0.90, \beta = 0.2$ ; 图 5(b) 的 100 自旋规则网络中, 设置  $\alpha = 0.84, \beta = 0.1$ , 2 个系统注入噪声的标准差均为 0.001。初始无反馈时,  $x_n[k] = 0$ , 记作第 0 次迭代, 所有自旋振幅为零。从第 1 次迭代开始, 在噪声扰动和反馈耦合的共同作用下, 各振幅值开始分岔演化。



(a) 16 自旋规则网络的自旋演化



(b) 100 自旋规则网络的自旋演化

图5 MZ 伊辛机求解规则网络 ( $N=16,100$ ) 的动力学演化  
Fig. 5 Dynamic evolution of the regular networks of  $N = 16, 100$  solved by MZ Ising machine

观察图 5 可看出: 自旋振幅变化曲线表现出一

定的不对称性,这是因为系统注入了随机噪声,这种随机扰动会导致自旋振幅分岔行为随机变化。 $N = 16$ 时,随着迭代次数的增加,自旋振幅呈振荡增长趋势,部分自旋正向增长,部分则负向演化,形成分岔现象。值得注意的是,某些自旋(如图中绿曲线所示)在较大振幅时会发生翻转现象。迭代至 63 次时,所有自旋振幅完成分岔;迭代至 73 次时,自旋振幅停止增长并进入饱和状态。 $N = 100$ 时,系统表现出类似的动力学行为,但分岔速度更快,仅需 21 次迭代所有自旋振幅即可完成分岔。上述结果表明,该仿真算法能够准确模拟实际伊辛机的动力学演化过程,可有效复现包括分岔、翻转和饱和等关键物理现象。

观察图 5 还可发现,由于噪声的影响,不同演化曲线的形状存在差异,如在 100 自旋规则网络的仿真中(图 5(b)),自旋振幅并未随迭代次数增加而趋于一致。然而,只要自旋振幅能够实现分岔,即可通过符号函数将振幅映射为离散的自旋向上或自旋向下状态,从而计算出伊辛系统的基态能量并得到最大割值。因此,自旋振幅的最终收敛值不趋于一致并不影响 MZ 伊辛机求解最大割问题的成功率。值得注意的是,自旋分岔发生的迭代次数具有随机性。在实际应用中,为提升计算效率,需尽可能减少迭代次数;但若迭代次数太少,可能会导致自旋分岔未完全形成,反而降低求解成功率。因此,需要根据问题规模选取合适的迭代次数,在保证足够成功率的前提下实现计算资源的最优配置。

## 2.2 参数选取

伊辛机的求解成功率是评估其性能的关键指标。为优化 MZ 伊辛机性能,文中采用参数扫描策略确定最优反馈参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 。针对 16, 100 顶点规则网络及对应的小世界网络和随机网络,设置 500 次迭代并重复实验 10 次,基于基态搜索的成功率优化参数 $\alpha$ 和 $\beta$ 。首先在较大范围进行粗搜索,随后在最优区域缩小步长精调。以规则网络为例,设置参数选取范围 $\alpha, \beta \in [0.1, 1]$ ,选取步长为 0.1,在噪声标准差为 0.04 的条件下,通过系统扫描获得最优参数组合,结果如图 6, 7。

图 6 结果显示,对于小规模网络( $N=16$ ),简单参数设置即可实现 100% 的成功率;而图 7 表明,当自旋规模增至 100 时,参数敏感性显著增强,需采用先粗后精的两阶段优化策略。即先在大范围( $\alpha, \beta \in [0.1, 1]$ )进行粗略选取,再缩小范围( $\alpha \in [0.7, 1]$ ,  $\beta \in [0, 0.1]$ )进行精细选取(步长从 0.1 缩小到 0.01),

确保找到较高的成功率,这些参数可直接作为实际伊辛机的工作参数。

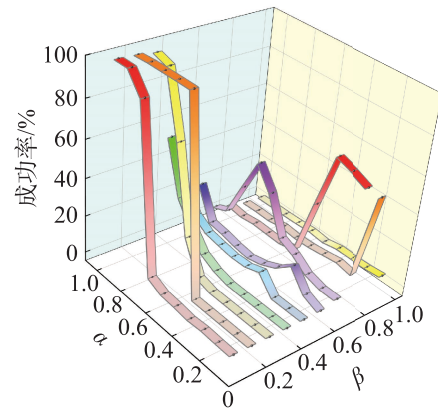
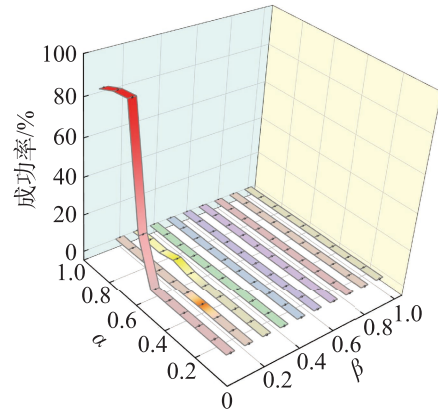
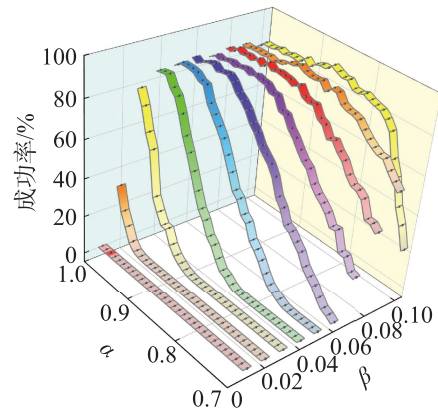


图6 MZ 伊辛机在规则网络( $N = 16$ )中的基态搜索成功率  
Fig. 6 Ground-state search success rate of the MZ Ising machine in regular networks ( $N = 16$ )



(a) 步长为0.1时



(b) 步长为0.01时

图7 MZ 伊辛机在规则网络( $N = 100$ )中的基态搜索成功率

Fig. 7 Ground-state search success rate of the MZ Ising machine in regular networks ( $N = 100$ )

## 3 最大割问题求解

基于前述理论与仿真基础,针对规则网络、小

世界网络和随机网络等不同拓扑结构, 系统评估算法在实际优化问题中的性能。

### 3.1 求解过程

基于图 3 所示的网络拓扑结构, 将其边权值转换为耦合矩阵, 随后输入 MZ 伊辛机系统进行运算, 获得系统的基态能量和网络最大割值。实验采用图 6, 7 优化确定的参数组合, 并设置所有自旋耦合权重为 1。图 8 为 16, 100 节点规则网络的系统能量演化与最大割值收敛特性。

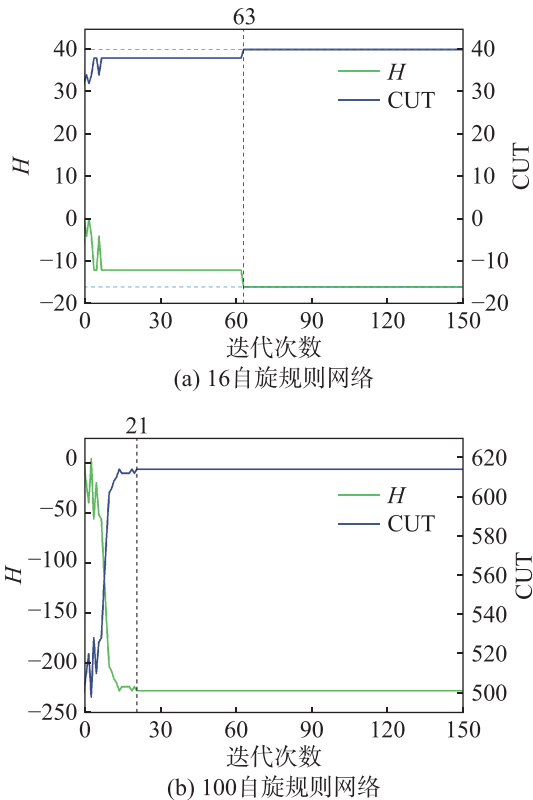


图8 系统能量演化与最大割值收敛特性曲线

Fig. 8 System energy evolution and convergence behavior of the max-cut value

由图 8 可看出: 随迭代次数的增加, 伊辛能量逐渐降低而割值持续上升。对于  $N = 16$  的规则网络, 系统在 63 次迭代时达到稳定状态, 获得基态能量 ( $H = -16$ ) 及最大割值 ( $CUT = 40$ ); 对于  $N = 100$  的规则网络, 由于自旋规模增大导致系统动力学行为更为复杂, 在迭代初期表现出显著的能量波动和割值振荡, 但仍在 21 次时收敛至基态能量 ( $H = -614$ ), 并求得最大割值 ( $CUT = 614$ )。上述结果证实 MZ 伊辛机在搜索系统达到基态的同时能准确求解网络的最大割值。为定量评估算法性能, 分别采用 MZ 伊辛机仿真算法与枚举法在 Intel(R) Core(TM) i9-12900K 平台进行对比测试, 结果如表 1。表中数据为重复 10 次实验的平均值。

表 1 MZ 伊辛机与枚举法的计算性能指标对比

Tab. 1 Comparison of computational performance metrics between the MZ Ising machine and the enumeration method

方法	顶点数	计算时间/s	占用内存/MB
MZ伊辛机	25	0.42	19
	100	0.43	21
枚举法	25	29.93	6 656
	100	—	$9.22 \times 10^{20}$ (TB)

实验数据对比分析表明 (表 1), MZ 伊辛机在计算效率方面具有显著优势: 对于  $N = 100$  的大规模网络, 枚举法需要处理  $2^{100}$  种可能情况, 内存需求激增至  $9.22 \times 10^{20}$  TB, 远超普通计算机的运算能力; 而 MZ 伊辛机仅需 0.43 s 计算时间和 21 MB 内存即可完成求解。该对比结果验证了 MZ 伊辛机求解大规模组合优化问题时兼具计算高效性和资源经济性的双重优势。

### 3.2 切割方案与成功率

图 9 为 MZ 伊辛机求解网络最大割问题的最终切割方案, 图中的点表示 MZ 伊辛机到达最低能量时自旋所处的构型, 黄色顶点表示自旋处于向上状态, 绿色顶点表示自旋处于向下状态。在演化初期, 由于噪声扰动, 自旋构型呈现无序分布; 随着迭代次数的增加, 伊辛能量持续下降, 自旋构型逐步趋于稳定; 当伊辛能量降至最小时, 系统进入稳定状态, 此时的自旋构型即为最优切割方案, 对应图 9 未加权网络图最大割问题的求解结果。上述结果表明, MZ 伊辛机在求解规则网络、小世界网络和随机网络的最大割问题时均能获得有效的分割方案, 其中小世界网络作为介于规则与随机网络之间的过渡类型, 同样展现出良好的计算性能。

为进一步揭示 MZ 伊辛机求解最大割问题的性能特征, 对小规模 ( $N = 16$ ) 和较大规模 ( $N = 100$ ) 网络的最大割问题进行测试 (重复计算 100 次, 每次进行 500 次迭代), 结果如图 10。由图 10 可看出: 对于小规模网络 ( $N = 16$ ), 系统展现出卓越的可靠性, 在规则网络、小世界网络和随机网络的基态搜索成功率均达到 100%。问题规模扩大至  $N = 100$  时, 成功率呈现分化, 在求解规则网络的最大割问题表现较好, 成功率可达 88%; 求解小世界网络和随机网络的最大割问题的成功率分别为 58%, 45%。由此表明 MZ 伊辛机的求解效能受问题规模和网络复杂程度的影响, 问题规模越大、计算越复杂, 系统求解的成功率越低。对于较大规模复杂网络, 通过适当增加

迭代次数可有效提升能量收敛至最小值的概率, 这为实际应用中的参数优化提供了参考。

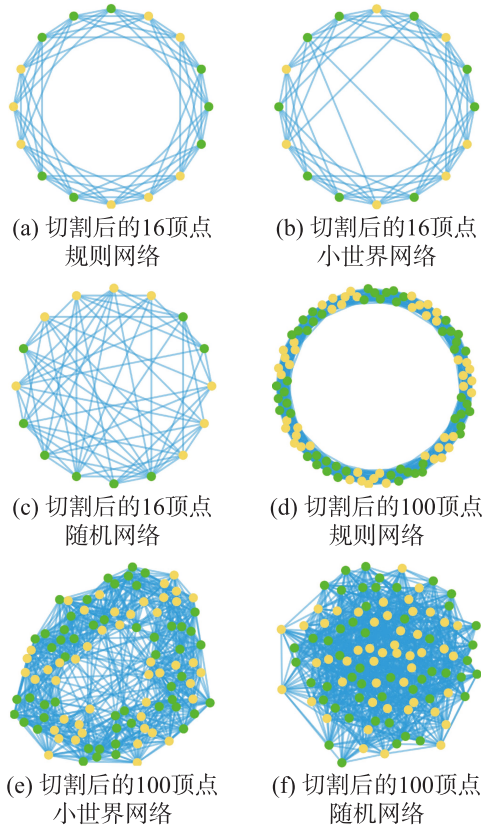


图9 未加权网络最大割问题的求解结果

Fig. 9 Results for the maximum cut problem on unweighted network

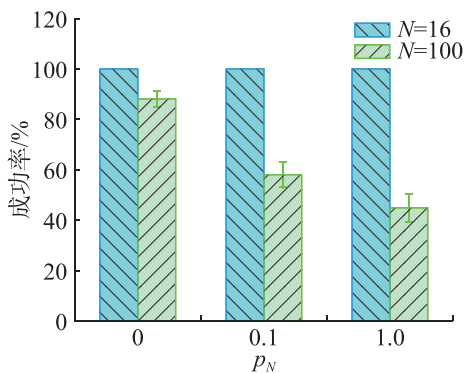


图10 MZ 伊辛机求解网络最大割问题的成功率

Fig. 10 Success rate of the MZ Ising machine for solving the network maximum cut problem

## 4 结论

基于 MZ 伊辛机在 CPU 为 Intel(R) Core(TM) i9-12900K 计算机上构建相应算法, 模拟 MZ 伊辛机的动力学行为, 且对网络图的最大割问题进行求解, 得到如下主要结论:

1) 对于规则网络、小世界网络和随机网络, 当

自耦合系数控制在 0.7~1.0 之间、互耦合系数设定在 0~0.2 时, 系统能够实现自旋分岔, 此时求解各类网络最大割问题的成功率较高。

2) 网络规模较小时, 系统求解规则网络、小世界网络和随机网络最大割问题的成功率达 100%。但网络规模和复杂程度的增大时, 系统求解的成功率会降至 45%, 此时可通过监测系统能量演化判断伊辛机求解状态。

3) MZ 伊辛机仿真算法可以完成枚举法难以完成的任务, 具有系统要求低、速度快、占用内存低的优点, 这种高效特性使其特别适合处理大规模组合优化问题。

本文研究验证了 MZ 伊辛机在复杂网络优化中的实用价值, 其建立的参数优化方法和性能评估标准可为光电子伊辛机的实验设计提供重要理论依据和技术参考。

## 参考文献:

- [1] 梁林俊, 鲁楠, 王扬. 光计算技术发展与应用研究 [J]. 信息技术与政策, 2023(6):40-46.  
LIANG L J, LU N, WANG Y. Research on development and application of optical computing technology[J]. Information and Communications Technology and Policy, 2023(6):40-46.
- [2] MOHSENI N, MCMAHON P L, BYRNES T. Ising machines as hardware solvers of combinatorial optimization problems[J]. Nature Reviews Physics, 2022, 4(6):363-379.
- [3] WANG Z, MARANDI A, WEN K, et al. Coherent Ising machine based on degenerate optical parametric oscillators[J]. Physical Review A, 2013, 88(6):063853.
- [4] 黄峰, 李战武, 潘紫微, 等. 无人机群反舰作战动态目标弹药分配模型 [J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2022, 39(2):196-201,209.  
HUANG F, LI Z W, PAN Z W, et al. Dynamic target ammunition assignment model for unmanned-air-vehicles anti-ship combat[J]. Journal of Anhui University of Technology (Natural Science), 2022, 39(2):196-201,209.
- [5] 赵卫东, 唐顾杰, 宋江一. 基于改进 JPS 与三次 B 样条插值的路径规划算法 [J]. 安徽工业大学学报(自然科学版), 2022, 39(2):189-195.  
ZHAO W D, TANG G J, SONG J Y. Path planning algorithm based on improved JPS and cubic B-spline interpolation[J]. Journal of Anhui University of Technology (Natural Science), 2022, 39(2):189-195.
- [6] KARP R M. Reducibility among combinatorial problems [M]//50 Years of Integer Programming 1958-2008. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009:219-241.

- [7] BARAHONA F, GRÖTSCHEL M, JÜNGER M, et al. An application of combinatorial optimization to statistical physics and circuit layout design[J]. *Operations Research*, 1988, 36(3):493–513.
- [8] VERGHESE A, BYRON D, AMANN A, et al. Max-cut problem implementation and analysis on a quantum computer[C]//2022 33rd Irish Signals and Systems Conference. Cork, Ireland: IEEE, 2022:1–6.
- [9] DELLA CROCE F, KAMINSKI M J, PASCHOS V T. An exact algorithm for MAX-CUT in sparse graphs[J]. *Operations Research Letters*, 2007, 35(3):403–408.
- [10] HONJO T, SONOBE T, INABA K, et al. 100000-spin coherent Ising machine[J]. *Science Advances*, 2021, 7(40):eabh0952.
- [11] INAGAKI T, HARIBARA Y, IGARASHI K, et al. A coherent Ising machine for 2000-node optimization problems[J]. *Science*, 2016, 354(6312):603–606.
- [12] MCMAHON P L, MARANDI A, HARIBARA Y, et al. A fully programmable 100-spin coherent Ising machine with all-to-all connections[J]. *Science*, 2016, 354(6312):614–617.
- [13] MARANDI A, WANG Z, TAKATA K, et al. Network of time-multiplexed optical parametric oscillators as a coherent Ising machine[J]. *Nature Photonics*, 2014, 8:937–942.
- [14] BÖHM F, VERSCHAFFELT G, VAN DER SANDE G. A poor man's coherent Ising machine based on opto-electronic feedback systems for solving optimization problems[J]. *Nature Communications*, 2019, 10(1):3538.
- [15] BÖHM F, ALONSO-URQUIJO D, VERSCHAFFELT G, et al. Noise-injected analog Ising machines enable ultrafast statistical sampling and machine learning[J]. *Nature Communications*, 2022, 13(1):5847.
- [16] KUMAR S, LI Z T, BU T, et al. Observation of distinct phase transitions in a nonlinear optical Ising machine[J]. *Communications Physics*, 2023, 6:31.
- [17] PIERANGELI D, MARCUCCI G, CONTI C. Large-scale photonic Ising machine by spatial light modulation[J]. *Physical Review Letters*, 2019, 122(21):213902.
- [18] CHEN W H, TANG H D, WANG Y, et al. E-spin: a stochastic Ising spin based on electrically-controlled MTJ for constructing large-scale Ising annealing systems[J]. *Micromachines*, 2023, 14(2):258.
- [19] EZAWA M, LEBRASSEUR E, MITA Y. Ising machine based on bistable microelectromechanical systems[J]. *Journal of the Physical Society of Japan*, 2022, 91(11):114601.
- [20] DAN Y H, FAN Z Y, CHEN Q, et al. Optoelectronic integrated circuits for analog optical computing: development and challenge[J]. *Frontiers in Physics*, 2022, 10:1064693.
- [21] ZHANG Y, DENG Y, LIN Y N, et al. Oscillator-network-based Ising machine[J]. *Micromachines*, 2022, 13(7):1016.
- [22] TIUNOV E S, ULANOV A E, LVOVSKY A I. Annealing by simulating the coherent Ising machine[J]. *Optics Express*, 2019, 27(7):10288–10295.
- [23] LI L, LIU H J, HUANG N, et al. Accuracy-enhanced coherent Ising machine using the quantum adiabatic theorem[J]. *Optics Express*, 2021, 29(12):18530–18539.
- [24] CHANDARANA P, PAUL K, GARCIA-DE-ANDOIN M, et al. Photonic counterdiabatic quantum optimization algorithm[J]. *Communications Physics*, 2024, 7:315.
- [25] INAGAKI T, INABA K, HAMERLY R, et al. Large-scale Ising spin network based on degenerate optical parametric oscillators[J]. *Nature Photonics*, 2016, 10:415–419.
- [26] MWAMSOJO N, LEHMANN F, MERGHEM K, et al. Optoelectronic coherent Ising machine for combinatorial optimization problems[J]. *Optics Letters*, 2023, 48(8):2150–2153.
- [27] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of 'small-world' networks[J]. *Nature*, 1998, 393(6684):440–442.
- [28] BASSETT D S, BULLMORE E. Small-world brain networks[J]. *The Neuroscientist*, 2006, 12(6):512–523.
- [29] 周沁悦, 吴志彬, 徐玖平. 小世界无标度网络中考虑回音室的舆情演化[J]. *系统工程学报*, 2023, 38(6):753–764.
- ZHOU Q Y, WU Z B, XU J P. Opinion dynamics model considering echo chamber effect in small-world scale-free networks[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2023, 38(6):753–764.
- [30] MOY W, AHMED I, CHIU P W, et al. A 1968-node coupled ring oscillator circuit for combinatorial optimization problem solving[J]. *Nature Electronics*, 2022, 5:310–317.

责任编辑: 丁吉海