

交互式元素填充动画技术

梁沐,徐鹏飞*,黄惠

(深圳大学计算机与软件学院,广东深圳518060)

摘要:现有的元素填充算法通过逐帧计算或脚本动画的方法帮助设计师加快设计过程,然而无法满足设计师的交互性需求。本文采用笔刷作为交互工具,在物理系统中通过笔刷控制静态元素填充图案中的元素运动生成元素填充动画,利用过滤器消除动画中不可避免的元素抖动,降低元素填充动画设计的门槛。通过物理系统的消融实验以及与现有方法的对比实验,邀请多位测试用户进行用户调研,验证交互式元素填充动画技术具有较高紧密性和稳定性,用户能够交互式设计元素填充动画,利用视频演示实现完整交互。

关键词:元素填充;动画;物理模拟;笔刷设计

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A

引用格式:梁沐,徐鹏飞,黄惠.交互式元素填充动画技术[J].山东大学学报(理学版),2026,61(5):123-138.

Interactive element packing for animation

LIANG Mu, XU Pengfei*, HUANG Hui

(Computer Science and Software Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, Guangdong, China)

Abstract: Existing element packing algorithms attempt to accelerate design process through frame-by-frame computation or scripted animations, yet algorithms fail to meeting designer's interactive needs. In this work, we introduce a brush-based interactive system that allows designers to control the movement of elements within a static element packing pattern, enabling seamless animation generation. The effectiveness of the proposed system for interactive design is demonstrated via ablation studies, comparative experiments with existing methods, and a user study involving multiple participants, showing that it enables users to create personalized element packing animations more conveniently.

Key words: element packing; animation; physics simulation; brush design

0 引言

元素填充动画是基于静态元素填充的一种创新动画设计方法,由连续的静态元素填充图案组成,在游戏、设计和动画影视行业应用较多。静态元素填充是在固定的区域内紧密的填充且具有表达功能的图形元素的艺术形式。元素填充动画是在静态元素填充的基础上,赋予填充元素的动画效果,动画中的每一帧都是一个静态元素填充图案。

创建高质量元素填充动画的核心问题是如何在元素填充动画中保持每一帧填充图案的紧密度和如何在元素填充动画中保持帧与帧之间的平滑过渡。在没有任何算法辅助的情况下,设计师想要生成同时满足填充紧密度、紧密度稳定性和动画流畅性的高质量元素填充动画,首先要手动设计静态元素填充作为动画初始帧,然后设计和分配每个元素路径,最后画出每一帧动画的草稿。尽管 Xing 等^[1]已提出基于人工智能的工作和商业软件对动画补帧,但仍然要手动设计多个静态元素填充图案作为中间帧和结束帧,且动画中填充元

收稿日期:2025-07-30;网络出版时间:2026-03-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62472287);广东省自然科学基金资助项目(2023A1515011297)

第一作者:梁沐(1997—),男,硕士研究生,研究方向为计算机图形学。E-mail:liangmu0311@gmail.com

*通信作者:徐鹏飞(1986—),男,副教授,硕士生导师,博士,研究方向为计算机图形学、人机交互。E-mail:xupengfei.cg@gmail.com

素的运动方向是不可预知的,可能会生成不符合要求的填充动画。

近年来,随着计算机辅助设计的发展,许多研究学者企图通过算法辅助设计师完成令人满意的元素填充动画设计,满足关于元素填充动画的需求,提高元素填充动画设计的效率。例如 Smith 等^[2]针对马赛克艺术设计,提出一种基于优化的方法,该方法能降低相邻图像帧之间的差异而生成流畅动画,但该方法针对的是马赛克艺术,没有考虑图像中填充元素的紧密度,生成的静态元素填充图案影响元素填充动画的细节上的呈现。Saputra 等^[3]通过脚本化动画实现控制元素填充动画,该方法结合生长算法和物理模拟系统,一定程度上降低了设计师设计元素填充动画的难度,加快设计过程,但没有考虑设计师对设计流程的交互和编辑需求,在实际设计过程中并不实用,另外文献[4-5]采用负空间,即填充区域的整体面积减去已填充的面积,对元素填充的紧密度进行度量,但没有考虑填充元素重叠使整体填充图案的质量降。

本文沿用梁沐等^[6]实时的静态元素填充技术保持每一帧元素填充图案的紧密度,通过实时计算的物理系统维持元素填充动画的平滑度。元素填充图案的紧密度采用基于 Hausdorff 距离的紧密度指标,而动画的平滑度是通过紧密度指标的波动性进行度量。

1 相关工作

1.1 动态内容创建

动态内容创建一直是计算机图形学中的一个热门问题,大体可以分为交互式的动态内容创建和非交互式的动态内容创建。

交互式的动态内容创建是指用户可以通过交互系统创建个性化的动态内容,不同的交互操作可以生成不同的动画,这在故事可视化领域十分常见。Kazi 等^[7]提出的创意交互系统可以根据用户的交互操作生成有趣的动画,在儿童教育领域发挥着重要的作用。Willett 等^[8]提供交互工具赋予静态画面动态的运动效果,用于增强网页、标识(logo)和信息图中的视觉呈现。Xing 等^[9]提出的手绘动画自动填充系统,通过手绘关键帧的方式生成动画,同时为了减少设计中的重复操作,系统还可以根据用户已经绘制的内容对未来可能的绘制进行预测和指导。Su 等^[10]采用用户指定的一组稀疏移动控制点,用于提取视频中的角色动作,再通过交互的形式将角色动作迁移至草图(sketch)中。Scott 等^[11]在交互式动画设计系统中引入物理模拟,解决如何描述装置设备在物理系统中的运动的问题。结合 Igarashi 等^[13]提出的尽可能保持刚性的图形变形(as-rigid-as-possible, ARAP)算法,Xing 等^[12]设计3种不同的基于力的物理交互种类,用于创建二维动画的交互系统。与文献[7]一样,文献[13]采用笔刷作为交互工具,使用 ARAP 图形变形算法模拟动画,Smith 等^[14]也提出针对儿童绘画的动画交互系统,该系统使用图形识别技术,自主识别儿童绘画的骨骼结构,将动画库中的动作迁移至儿童绘画中生成动画。Willett 等^[15]强调动画中次级效果的重要性。例如跳舞动画中,肢体舞蹈动作是主要动作,而飘逸的毛发是伴随主要动作的次级效果。该工作在已有的交互设计系统的基础上设计插件,通过基于受力分析的物理模拟,加强动画中的次级效果,有利于展示复杂多样的动画。Zhang 等^[16]利用弹性动力学为骨骼动画或 Nieto 等^[17]提出的基于笼子的变形(caged-based deformation)或刚体模拟添加次级效果。同样关注次级效果的工作还有 Kazi 等^[18]设计的针对夸张动画的动画交互系统,该系统主要用于设计角色的夸张动画。它设计7种几何操作作为动作放大器丰富动画的细节,通过物理模拟和 Müller 等^[19]提出的基于形状匹配变形算法完成生动的夸张动画。Wu 等^[20]则是将 Jacobson 等^[21]提出的剥皮(skinning)算法与 Müller 等^[22]结合基于位置的物理仿真技术结合,通过模拟网格与刚体网格耦合丰富动画细节。

根据输入类型不同,创建非交互式的动态内容,主要分为基于关键帧图片的动态内容创建、基于视频的动态内容创建和基于草图的动态内容创建。除了文献[1]提出的动画补帧技术外,Fan 等^[23]开发分层的变形模型用于角色动画生成,通过首尾帧做插值生成角色动画的连续帧,利用少许锚点控制 ARAP 图形变形算法或是 Sederberg 等^[24]提出的自由变形(free-form deformation),生成流畅的角色动画。基于相关视频的工作与动作迁移,通过捕捉输入的视频进行动作,然后将捕捉到的动作迁移到二维角色上。Rai 等^[25]提出新的算法用于动作迁移,根据用户指定视频中角色动作的骨骼,结合 Floater^[26]提出的均值中心坐标(mean

value coordinates, MVC)或 Jacobson 等^[27]提出的有界双谐波权重(bounded biharmonic weights, BBW)指导二维图形的动画变形。在基于草图的动态内容创建中, Pan 等^[28]提出一种骨骼驱动的、基于非线性最小二乘的优化算法,用于高效制作角色动画。用户绘制动画中每一帧的骨骼草图即可生成对应的动画,且保留了角色局部几何特征。

1.2 元素填充

元素填充是将具有表达功能的图形元素在某个区域内紧凑的填充,减少元素间空隙的一种艺术形式。Kwan 等^[29]采用形状匹配算法,找到当前元素边界与区域边界中最匹配的一对边界,以此确定元素的缩放大小、旋转角度和位置。文献[30-31]将生长算法和物理模拟结合,将装饰元素按大小分为主要元素和次要元素后分别填充,允许元素变形以实现良好的契合效果。元素在区域内的布局直接影响了用户的观感。Reinert 等^[32]提出一种交互式设计元素布局的方法,利用质心 Voronoi 图生成满足用户指定的规则的布局,例如从左到右颜色由深到浅,从上到下形状由小到大。同样考虑到元素填充设计的交互需求,文献[33-35]均采用笔刷作为交互工具,结合用户输入的笔刷计算当前填充区域的方向场,然后利用方向场引导元素的方向,最后利用优化的方法迭代的计算元素摆放位置。但上述方法受限于算法的计算速度,无法达到实时的填充效果。文献[6]通过分部模拟的方法在设计过程中达到了较好的交互性,能够在物理系统中实时设计元素填充,并且支持实时编辑和修改。

1.3 物理模拟

物理模拟是一种通过模拟物理性质和几何形状的仿真技术,一直是计算机图形学中的一个重要研究课题。例如 Hadrich 等^[36]分析树的结构,结合气体和流体物理学提出交互式的山火燃烧模拟系统,用于分析山火的趋势和走向,为阻止山火蔓延提供有效的方法。Baraff 等^[37]针对布料模拟系统中布料与布料之间碰撞响应不足的问题提出布料碰撞响应算法,消除碰撞模拟时产生的伪影。

物理模拟分为基于力学计算的物理模拟、基于冲量计算的物理模拟和基于位置计算的物理模拟。基于力学计算的物理模拟是通过受力分析计算物理系统中每个物体的加速度,而计算物体的速度,最后根据速度计算物体在每个模拟步骤中的位置,例如 Liu 等^[38]提出的质量弹簧系统。该系统计算速度上快,被运用到布料模拟中。Mirtich 等^[39]提出的基于冲量计算的物理模拟系统,通过冲量计算物体的速度,得到物体在每个模拟步骤中的位置。物理模拟系统通过冲量直接计算物体速度,适用于大量刚体碰撞的物理系统。基于位置计算的物理模拟是根据物理系统的相关约束直接计算物体在每个模拟步骤中的位置^[21,40],这种方法快速稳定,适合在交互式的环境下使用,然而位置计算不如基于力学的方法准确。Macklin 等^[41]针对文献[21]存在刚度约束的问题,引入新的约束公式,该约束适用于更广泛的应用条件。

1.4 填充动画

元素填充动画是将元素填充技术应用于动态的视觉艺术形式,填充元素在填充区域内对用户指定的运动生成动画。文献[2]介绍一种基于优化的时间连贯方法,并用于创建元素填充动画,该方法将动画中的图像帧分为许多图块,每个图块代表一个局部区域,调整图块的内部元素和位置生成元素填充动画。基于优化的时间连贯方法的目标是降低相邻图像帧之间的差异,使得连续帧表示流畅动画。本文介绍平滑过渡技术对图块之间的边界平滑处理,使得图块之间更加自然,减少视觉割裂的现象。文献[3]提出基于优化算法和脚本化动画控制的算法,将动画与元素填充布局结合,该算法在优化元素空间分布的同时,为原本静态的填充元素动态分配运动路径,使得元素填充动画不仅具有美学上的平衡性,也具备动态动画的流动感,该算法为静态元素填充图案上每个元素编写脚本化动画,最后循环播放所有元素的脚本化动画。脚本化动画允许设计师为每个元素定义特定的行为,例如平移、旋转、缩放等。设计师使用脚本语言不仅能够对每个元素的动画过程精确控制,而且能设置元素在不同时间点的路径、速度和加速度等。

上述工作利用不同方法都能生成与元素填充动画相似的结果。本文在元素填充和动画的基础上分析如何生成高质量的元素填充动画。图1为一个元素填充动画示例,图1(a)为元素填充动画首帧,填充元素顺时针运动时强调所有选定元素协同运动,即下一帧元素填充图案的紧密度不应波动过大,如图1(c)所示,且帧与帧之间填充图案的填充元素布局需相互联系,随意更改布局无法生成流畅的动画,如图1(d)所示。在保证以上紧密度稳定性和动画流畅度的前提下,还应保持每一帧元素填充图案的高紧密度,如图1(b)所示。

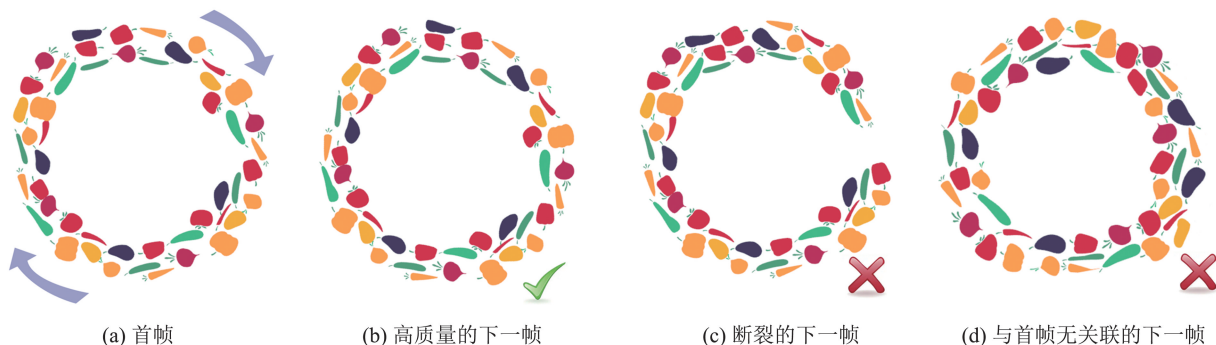


图 1 元素填充动画设计
Fig.1 Element packing animation design

元素填充目前属于一个新兴的设计领域,在以往的工作中对填充密度的度量也处于探索阶段,还没有公认指标。文献[5]提出用基于面积的负空间测量。当填充元素发生重叠时,实际填充效果已经严重影响美观,但该方法计算的负空间仍然会随着元素面积的增大而单调减小。本文对填充密度的度量基础上采用文献[6]的度量方法,完善负空间,增加对元素重叠区域的限制。

上述工作忽略了动画设计本身作为一个设计工具的基础交互性,无法在实际设计过程中为用户带来交互式的设计体验。本文从元素填充动画的动态交互性出发,提出基于物理系统的元素填充动画算法,在交互系统中实时对填充动画渲染和编辑。

2 本文算法

2.1 方法概括

本文在文献[6]提出的实时静态元素填充技术的基础上,将能够实时交互的静态的元素填充技术扩展到动态的元素填充动画。将静态元素填充扩展到动态元素填充动画会遇到 2 个挑战,一是如何确定元素填充动画的效果,二是如何确保元素填充动画的动态性和实时交互性。

针对如何确定元素填充动画效果的问题,本文分析了大量的元素填充动画,将所有元素填充动画的运动方法根据填充元素是否存在增减分为元素替换法和元素循环法;根据填充元素指定运动路径是否存在回路分为有环路径和无环路径,两两组合形成元素填充动画的 4 种情况。2.2 节将会对每种情况进行详细说明。

针对如何确保元素填充动画的动态性和实时交互性的问题,本文沿用对元素的三角化和数学表示^[6],优化物理模拟系统和笔刷交互方法。本文沿用基于力的物理模拟系统框架,优化动画中填充元素的受力分析,为笔刷区域内的处于模拟状态的填充元素设定沿笔刷方向的外部力,确保元素填充动画的动态性。针对不同的元素填充动画效果,设置物理系统中的力强度系数,调整强度系数为笔刷提供不同的交互方法,笔刷设定与物理系统框架共同确保元素填充动画的实时交互性。

2.2 元素填充动画效果

2.2.1 元素替换法

本文提出基于元素增添和删除机制的元素替换法更新所有的填充元素。当用户输入笔刷时,笔刷的起点作为添加元素的关键位置点,用户笔刷的终点作为删除元素的关键位置点。每当动画中要添加新元素时,新元素从笔刷起点处进入动画模拟中,每当有元素移动到笔刷终点处的区域时则删除旧元素。为了保证填充区域边界的可见性,本文算法中将运动到填充区域外的元素删除,使得元素填充动画中的每一帧的填充区域都具有清晰的边界,避免了当笔刷半径过大时,元素在笔刷末端堆积的问题。如图 2 所示,由上至下为元素填充动画的不同帧,每一帧都是静态元素填充图案,通过几个连续帧观察到元素流动的动画效果,并且每个元素都是沿着用户笔刷移动。

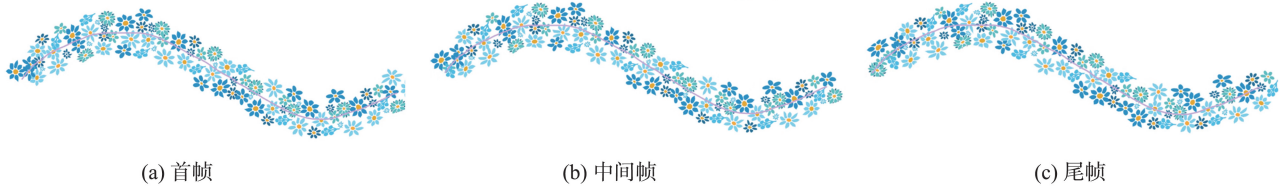


图 2 存在元素增减的无环填充动画
Fig.2 Acyclic packing animation with elements replacement

2.2.2 元素循环法

与元素替换法不同,所有不需要增减元素的元素填充动画都称为元素循环法。元素循环法不删除也不生成新的元素,保持填充元素数量和内容的绝对一致,通常在循环性元素填充动画中使用。较大的元素如果突然被删除,会在填充区域中造成一个短暂性的缺口,模糊了填充区域的边界;类似的,较大的元素突然新增时,会在填充区域造成短暂性的重叠。由于元素循环法不必对元素添加和删除,因此减少填充区域边界的不确定性。为了产生更加自然的元素循环动画,如图 3 所示,在应对元素顺时针循环动画时,本文在首尾相接的区域清除边界力,帮助元素更加自然的穿过边界。



图 3 不存在元素增减的有环填充动画
Fig.3 Ringed packing animation without elements replacement

2.2.3 无环路径

在元素填充动画中,根据填充元素的运动路径是否存在回路,分为无环路径和有环路径。无环路径是指填充元素的运动路径是无环的,没有相交、不存在交叉区域、不会产生回路。例如图 2 为存在元素增减的无环填充动画,图 4 为不存在元素增减的无环填充动画,问号下方的元素向上方移动至汇合,汇合后通过挤压和变形将元素紧密的平铺在填充区域内。这样的交互设计使得特定元素都能获得精确控制,并实现控制元素沿特定路径运动。

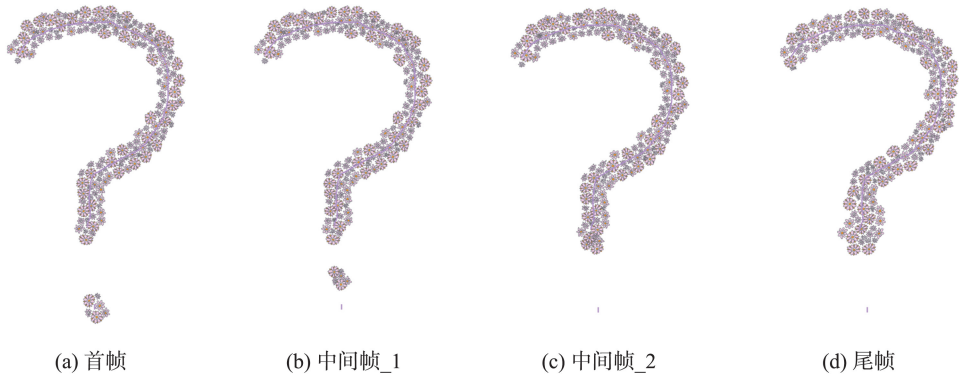


图 4 不存在元素增减的无环填充动画
Fig.4 Acyclic packing animation without elements replacement

在具体算法中,将用户笔刷带来的外部力应用在特定元素上,当元素到达终点时,外部力自然消失。与元素循环法相同,当元素动画中要突破原有填充区域边界时,须调整边界力的强度系数,弱化边界力的作用,使得元素能平滑且自然的顺利通过边界。此外,设计师可以更加自由地进行路径设计和元素填充动画,避免了传统设计方法中可能遇到的冲突或不稳定的动画效果。

2.2.4 有环路径

在静态元素填充设计中,当用户输入的路径为有环路径时,填充元素的排布会保留笔刷的时序性,这有助于用户通过静态的图案分辨出笔刷的方向。而在元素填充动画中,当用户输入路径有环时,填充元素的运动路径也是有环的,此时元素填充动画已经表明笔刷方向,因此本文对笔刷时序性做一定调整。

当有环路径首尾相连时,如图3所示,算法不需要对填充元素进行增减操作,填充区域内无交叉区域,此时填充元素的运动轨迹即为用户输入的笔刷轨迹。对首尾区域边界的清除处理后,元素平滑成为新一轮轨迹的起点,实现循环型的元素填充动画效果。当有环路径首尾不相连时,会增加元素填充动画的复杂性,如图5所示,要对填充元素增减,填充区域内存在交叉区域,此时填充元素的运动轨迹不一定是用户输入的笔刷轨迹。由于交叉区域内的元素的受力复杂、方向模糊且不明确,如按照原有的受力方式计算,所有填充元素的运动轨迹必须遵照用户输入的笔刷轨迹,使得填充元素在交叉区域产生堆积,可能导致填充元素运动不连贯,进而影响填充动画的流畅性。为解决这一问题,本文受物理模拟系统的本质启发,允许元素根据当前的位置以及受力情况判断是否沿着回路运动,即交叉区域的不同元素的运动轨迹可以有差异,同一元素在不同时间经过相同交叉区域时运动轨迹可以不重复。根据存在元素是否增减和元素运动轨迹是否有环分类,所有元素填充动画效果总分为4种情况。元素增减比元素循环使用的情况更加复杂,有环路径比无环路径的情况更加复杂,在同一个物理模拟系统中,这4种情况通过调整力的强度系数完成。



图5 存在元素增减的有环填充动画
Fig.5 Ringed packing animation with elements replacement

2.3 物理模拟系统

本文采用基于力的物理模拟系统框架,设计元素填充动画的流程为:首先用户通过笔刷绘制填充元素的运动轨迹,填充元素沿着笔刷方向在笔刷区域内采样后,进入静态元素填充的物理模拟系统,完成静态元素填充设计图案。随后用户按下播放键,所有元素进入本文提出的元素填充动画的物理模拟系统中进行模拟,得到元素填充动画。本文用最少的交互操作完成用户指定的元素填充动画效果。以下对元素填充动画的物理模拟系统进行详细的介绍。

2.3.1 弹力

弹力是由于三角网格的边和辅助边产生的弹簧力。弹力的计算沿用文献[6]提出的基于胡克定律(Hooke's law)的方法。当某个受力点产生位移,与该受力点相连接的弹簧随之发生拉伸或者收缩,影响到弹簧另一头的受力点,同时弹力的方向也随着弹簧拉伸或收缩而发生改变。如果弹簧向外拉伸,弹簧的两头受到向内的弹力;如果弹簧向内收缩,弹簧的两头则收到向外的弹力。

2.3.2 斥力和引力

斥力是为了防止元素之间产生重叠而添加的力,而引力是为了防止元素之间太过分散而添加的力,斥力与引力的目的是为了保持填充图案的紧密性,本文同样沿用文献[6]提出的方法计算斥力和引力。斥力是一阶的基于距离的计算,元素之间重叠的越多,斥力越大;引力的计算是基于库仑定律(Coulomb's law)。斥力与引力不同时出现,当元素发生重叠,要将重叠的元素快速分离,此时引力为0,而斥力不为0;当元素尚未发生重叠,元素尽量紧凑,此时斥力为0,而引力不为0。在斥力与引力的作用下,发生重叠的元素尽快弹开,相隔太远的元素也尽快拉近。

2.3.3 边界力

在静态元素填充的物理模拟中,边界力是一种保护填充元素不被挤出对应笔刷区域外的力。当填充元

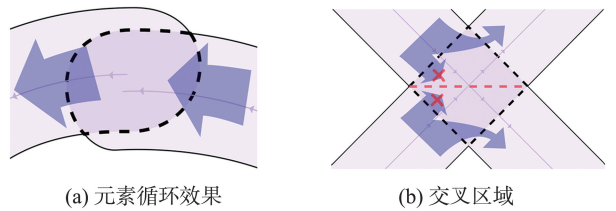
素处于对应笔刷区域内部时,填充元素不受边界力的影响,但当填充元素超出对应笔刷区域时,边界力将所有超出笔刷区域的受力点向笔刷区域内拉近,直至填充元素上的所有受力点均处于笔刷区域内时边界力消失。边界力使得静态元素填充中的填充元素受到笔刷区域的限制,利用填充元素的静态布局判断笔刷的先后顺序关系,维持笔刷时序性。

但在元素填充动画中,多样的动画效果使静态元素填充中的边界力不具有实用性,因此本文在元素填充动画的物理模拟中,对边界力进行特殊处理:针对不同的元素填充动画效果,改变边界力的作用条件和边界力大小,增强边界力的多样性。在无环路径的元素填充动画中,边界力与静态元素填充设计中的边界力发挥相同的作用,当填充元素未超出笔刷区域时,边界力为0;当填充元素超出笔刷区域时,边界力的方向朝向距离笔刷区域最短的方向,边界力的大小与超出边界的距离具有正相关的关系,超出边界的距离越大,受到的边界力越大,越能快速的将元素拉回笔刷区域内部,边界力为

$$F_{\text{bdr}} = k_{\text{bdr}} dn, \tag{1}$$

式中: k_{bdr} 是边界力强度系数, d 为受力点到边界的最短距离, n 为受力点到最近的边界的方向。

在有环路径的元素填充动画中,情况与静态元素填充不同。如图6所示,小箭头表示笔刷方向,大箭头表示元素期望的运动方向。若不存在元素增减的情况,即元素循环流动的效果,笔刷的首尾区域相连,如图6(a)所示。为了增强首尾区域填充元素的流动性,本文清除填充区域首尾的边界,即从边界中删除图6(a)中的虚线,填充元素在笔刷尾部能顺利突破原有边界线,流畅进入笔刷区域头部从而完成元素循环。



(a) 元素循环效果

(b) 交叉区域

图6 需要对边界进行特殊处理的2种情况

Fig.6 Two cases that require special handling of boundaries

若存在元素增减的情况,如图6(b)所示,填充区域中存在交叉区域,模拟过程中多个填充元素同时从多个方向进入或退出交叉区域,出现长时间的元素堆积现象,同时出现大面积空白区域,不利于产生高质量的元素填充动画。如果清除交叉部分的边界,进入交叉区域的元素按照原定轨迹运动时受到的阻力均大于改变原定轨迹运动时受到的阻力,因此所有元素都将在交叉区域改变原有的运动路线,即图6(b)中的所有进入交叉区域的元素不会选择原定的直行轨迹运动,而是在交叉处转弯,形成一道错误的隐形边界,如图6(b)中横向虚线所示,同样不利于产生高质量的元素填充动画,本文提出对交叉部分的边界弱化处理,即弱化图6(b)中虚线边界约束,通过边界力约束支持填充元素按原定轨迹运动,保留笔刷的方向信息的同时,允许填充元素根据当前的方位和受力分析自主更换运动轨迹,避免因堆积现象而影响视觉上的美感。例如图5交叉区域中的洋葱元素,若按照原定轨迹运动,直行至右下方的填充区域,同时交叉区域中的胡萝卜和黄瓜元素则应直行至右上方的填充区域,然而由于元素之间的路径冲突,互相挡住了对方的原定运动路线。根据本文对边界力的弱化,洋葱元素退出交叉区域进入右上方的填充区域,而胡萝卜和黄瓜元素也退出交叉区域进入右下方的填充区域,避免元素堆积的问题。

2.3.4 拉力

元素填充动画的每一帧都是一个静态元素填充图案,为保持动画的动态流畅性,本文采用实时计算的基于力的物理模拟系统,为保持动画的交互性,本文将交互笔刷与物理模拟系统关联,为用户笔刷附上一种拉力,再与物理模拟系统交互。对于笔刷区域内的所有受力点均施加大小恒定、方向为最邻近笔刷方向的拉力,用户可以通过笔刷指导填充元素的运动方向以及朝向,如图7所示,红色边框为未修正的元素朝向,灰色边框为修正后的元素朝向。满足用户的设计交互性的同时避免单独为每个元素分配路径,减少设计所需要的时间。

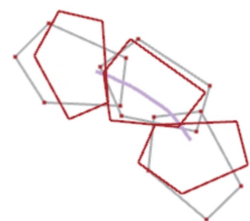


图7 对填充元素朝向进行修正

Fig.7 Azimuth correction of filler elements

填充元素在进行三角化时,根据元素大小自适应调整三角化后的顶点个数,因此面积大的元素受力点个数大于面积小的元素受力点的个数,也就是说面积大的元素整体受到的拉力更大,对应面积大的元素需要更大的拉力使其与面积小的元素运动速度保持一致。对于静态元素填充的工作,并不会出现明显问题,但对于元素填充动画,会带来一个严重的弊端,当大小不

同的元素发生接触时会不可避免的发生抖动,影响动画的美观。对此本文提出基于均值的过滤器(filter)用于消除高频元素的抖动。本文在计算元素下一帧位置时,通过前 K 帧的平均相对位置变化,对物理系统计算出的坐标进行修正,修正后的位置为

$$C = C_{\text{phy}} + \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{k < K} \Delta C_k, \quad (2)$$

式中: C_{phy} 为物理系统计算出的修正前的位置, K 为所取的总帧数, ΔC_k 为从当前帧往前数第 k 帧相对于第 $k+1$ 帧的相对位置变化, $k \in \mathbf{N}$ 。

基于均值的过滤器对数据小幅抖动敏感度低,对大幅抖动敏感度高,专门用于祛除数据高频振动,非常适合动画中解决抖动的任务。本文在实际操作中,修正每个填充元素的中心点轨迹,消除元素抖动。本文中设定 K 为5, K 越大收敛越快,所需的计算量也越大,为了兼顾元素填充动画中的实时交互性,建议 K 为10以下。

2.4 变形算法

诸多动态内容创建的相关工作都运用了各种各样的变形算法。针对元素填充动画设计,填充元素是经过设计师精心设计过的具有信息表达功能的图形,要尽可能的保持其完整性和可识别性,在不降低元素可识别性和完整性的前提下,变形算法有助于提高元素填充的紧密度。本文采用均值中心坐标变形算法,既简单高效又能满足实时形变要求。

3 实验结果与分析

3.1 实验条件

本文提出的元素填充动画设计系统的实验选用台式计算机,中央处理器为 Intel Core i9-13900K,内存为 128 GB 且搭配 3090 显卡。

3.2 消融实验

本文的物理模拟系统中,将笔刷拉力作为填充元素动画的动态基础,动画的特征为填充元素在模拟的过程中受拉力。消融实验包括2个方面:一是针对填充元素动画的物理系统的消融实验,如图8所示;二是针对不同填充元素效果设置边界力。图9所示为不存在元素增减的有环元素动画,图9(a)首尾区域清除边界力,动画更加流畅,圆环更为完整,图9(b)首尾区域保留边界力,视觉上有明显断裂;图10为存在元素增减的有环填充动画,图10(a)交叉区域弱化边界力,填充元素在模拟时更加连贯,图10(b)交叉区域保留边界力时则会出现大面积的空白,影响视觉上的美感。

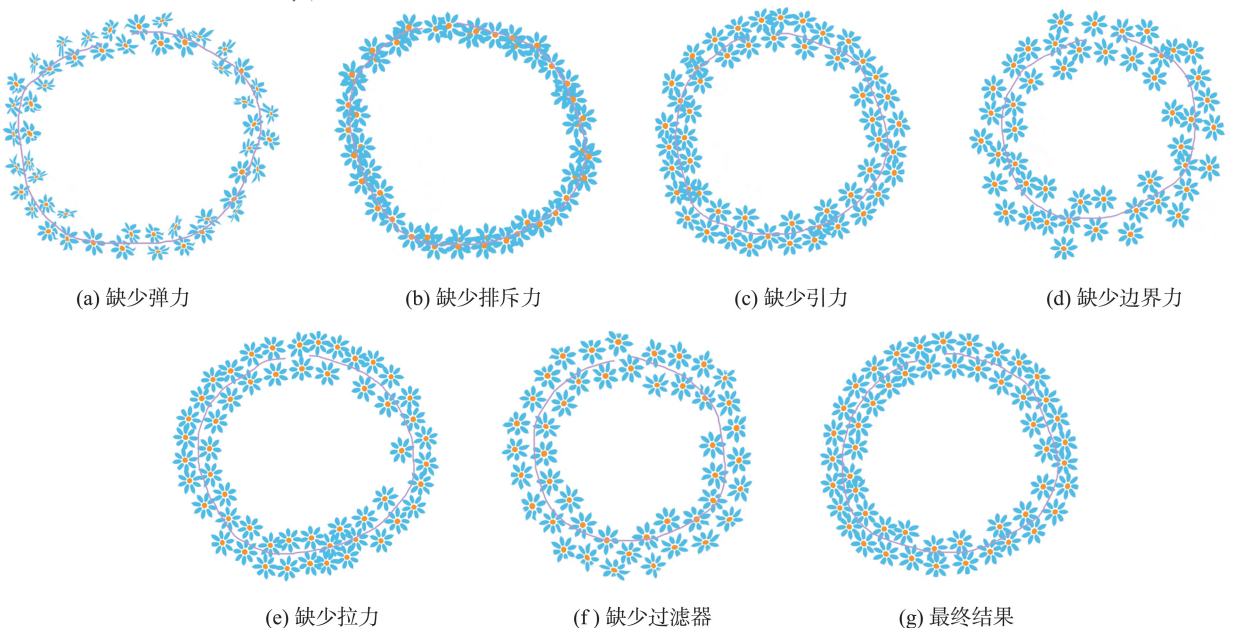
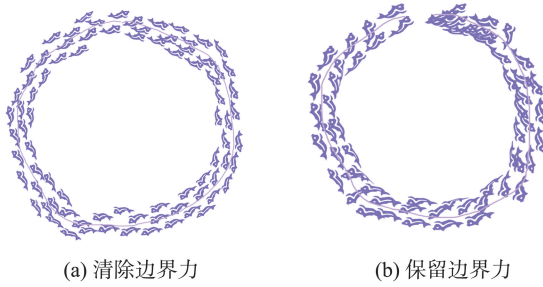


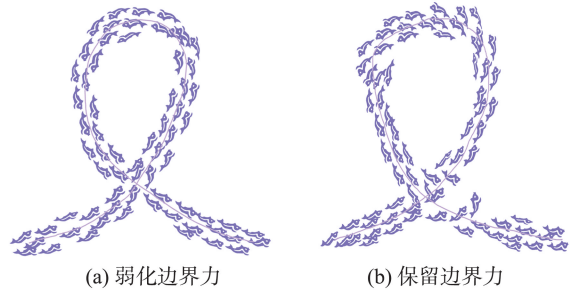
图8 物理系统的消融实验

Fig.8 Ablation study of physical systems



(a) 清除边界力 (b) 保留边界力

图 9 不存在填充元素增减的有环元素动画
Fig.9 Ringed element packing without filler element replacement



(a) 弱化边界力 (b) 保留边界力

图 10 存在填充元素增减的有环元素动画
Fig.10 Ringed element packing with filler element replacement

3.3 用户调研

邀请 8 位用户调研,其中 1 位是设计师,用户任意选择填充元素,随意更改笔刷大小,填充元素大小和采样概率,使用本文系统设计元素填充动画。本节展示所有用户的动画设计中的某几帧。

图 11 为设计师使用本文系统完成的不存在填充元素增减的无环填充元素动画。圆环外的填充元素分别根据不同的运动轨迹融入圆环内部。图 11(a) 为动态填充元素的初始化结果,即静态填充元素结果,图 11(b) 为圆环外填充元素恰好运动到圆环边缘,图 11(c) 为圆环外填充元素逐渐融入圆环内部,图 11(d) 为圆环外填充元素完全融入圆环内。图 12 为存在元素增减的无环填充元素动画设计。图 12(a) — (c) 为流线型的动画效果,填充元素在尾部区域删除,在头部区域生成新的填充元素进入运动轨迹。由图 12 可知,此类动态元素填充对朝向的敏感度低,效果稳定。图 13 为多笔刷的、存在元素增减的有环填充元素动画设计。填充元素本身是具有方向性的,此时填充元素动画对元素朝向的敏感度高,若不对填充元素的朝向进行修正,导致填充元素朝向不一定与其运动方向一致,影响填充元素动画的质量。本文利用拉力修正填充元素的朝向,一定程度上缓解了这个问题。经过一定时间的模拟,在拉力的作用下,元素的朝向逐渐收敛到元素运动方向。如何加速这个收敛问题是未来值得关注的方向之一。

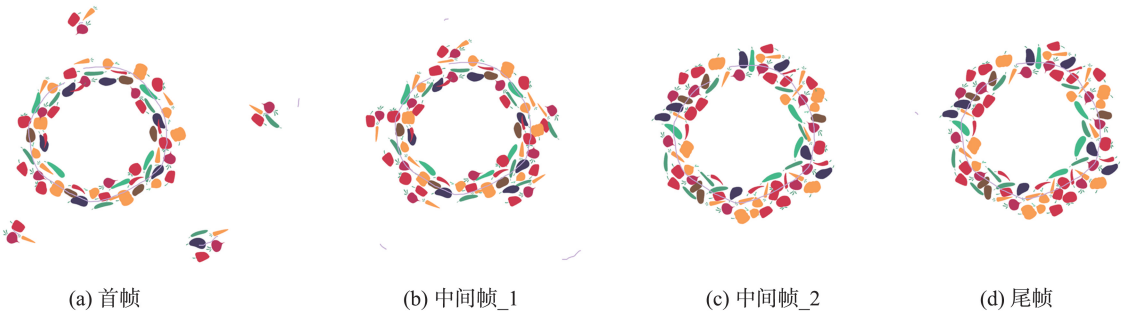


图 11 用户 1 的设计结果(设计师)

Fig.11 Design results of user 1 (Designer)



图 12 用户 2 的设计结果

Fig.12 Design results of user 2



图 13 用户 3 的设计结果

Fig.13 Design results of user 3

图 14 为多笔刷的、不存在元素增减的有环填充元素动画设计。图 14(a) — (c) 分别为填充元素动画的

不同帧,外环与内环组成具有2个独立环形的填充区域,外圈的填充元素沿着逆时针的方向移动,内圈的填充元素沿着顺时针的方向移动,不同环内的填充元素互不干扰。图15-18为测试用户设计的多种填充元素动画效果合成的复杂填充元素动画。图15中眉毛和嘴唇使用存在填充元素增减的无环填充效果,眼睛则不存填充在元素增减的有环填充效果。图16为复杂动画,多种填充元素动画与已有背景(眼睛)协同设计,外圈使用不存在填充元素增减的有环效果。图17为用户使用不同粗细的笔刷绘制的复杂填充元素动画,多种动画效果复合在一起形成流畅的整体动画效果。图18为用户8使用本文系统创建的环环相扣的奥运五环填充元素动画。本文允许交互区域内的填充元素的运动轨迹具有不重复性,也就是说,有的填充元素可以在交互区域进入其他笔刷区域。此设计的特殊之处在于,不同环有不同颜色,环与环之间的颜色不能混合,因此本文对此特殊情况进行处理,增大交叉区域内的填充元素所受的边界力,当交互区域内的元素企图突破边界进入其他区域时,边界能保证填充元素按原定轨迹运动。在填充元素进行初始化采样时,会保留不同笔刷之间的层次顺序,如果一个区域已经存在填充元素,为了避免重叠,系统将不在此区域采集新的填充元素。这对于静态填充元素是可行的方案,然而对于环环相扣的填充元素动画,会造成动画中填充元素空缺,如图19所示。图19(a)为初始化状态,框内保留了笔刷的层级关系。图19(b)为圆环沿箭头方向逆时针运动一段时间后的动画,首帧时的交叉区域运动到非交叉的区域,此时出现圆环内填充元素缺失的现象,如图19(b)中框所示。为解决这个问题,本文允许不同笔刷在交叉区域多次采样。

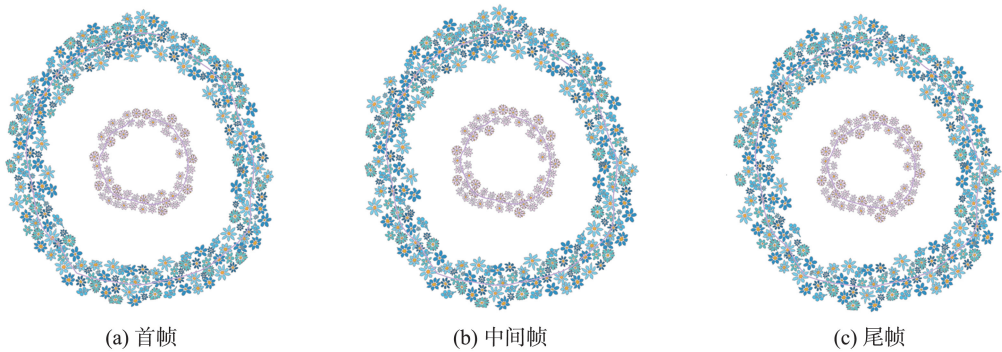


图14 用户4的设计结果
Fig.14 Design results of user 4

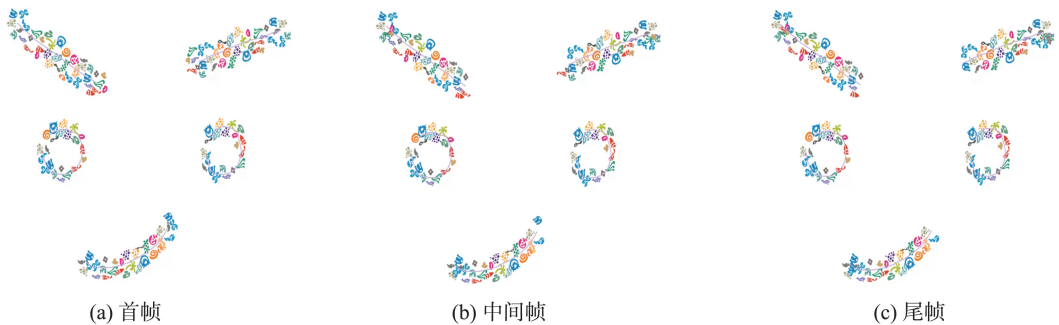


图15 用户5的设计结果
Fig.15 Design results of user 5



图16 用户6的设计结果
Fig.16 Design results of user 6



图 17 用户 7 的设计结果
Fig.17 Design results of user 7

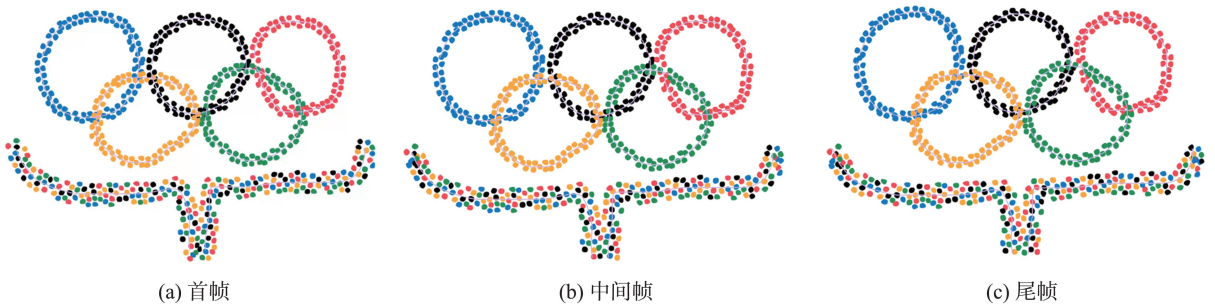


图 18 用户 8 的设计结果
Fig.18 Design results of user 8

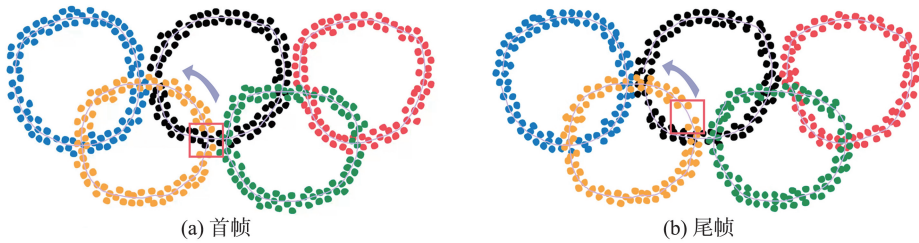


图 19 动画中的填充元素空缺现象
Fig.19 Filler element missing in animation

3.4 对比实验

将本文算法紧密度与目前已存在的能够生成填充元素动画的算法紧密度做对比,包含文献[2-3]提出的 Animosaics 算法和 AnimationPak 算法。将不同算法生成的填充元素动画分别提取相同的帧数,然后计算这些提取的帧中对基于 Hausdoff 距离的紧密度,紧密度越小表示越紧密。本文的对比实验中包含文献[6]提出的静态元素填充方法作为基线。由于静态填充元素没有动态运动过程,紧密度为恒定值。在对比实验中,计算单圆环区域的填充元素在不同算法下的紧密度,如图 20 所示,每 83 s 为 5 帧,在模拟时间内填充元素动画的紧密度均有波动。本文提出的填充元素动画系统紧密度均大于对比算法的紧密度。紧密度与时间的关系说明帧与帧之间的过渡是否平滑,用波动率 s 填充元素动画的稳定性,即

$$s = \frac{\sigma}{\mu}, \tag{3}$$

式中 μ 为平均紧密度, μ 是利用 Hausdoff 距离计算的 200 帧内紧密度平均值。

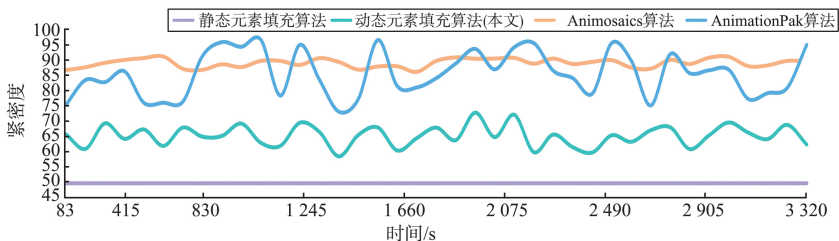


图 20 紧密度对比实验
Fig.20 Comparison experiments of tightness

由表 1 可知,填充元素动画具有动态特性,紧密度一直低于静态填充元素。文献[2]提出的算法主要针对马赛克艺术,但对于紧密度的关注不够。文献[3]利用生长算法改变填充元素大小,同样存在紧密度不够的问题,文献[3]中算法的方差 σ^2 , 标准差 σ 以及波动率均为最高,说明路径分配的算法不稳定。对比实验中各个算法方差、标准差以及波动率,本文提出的元素填充动画算法的紧密度最大。

本文从交互便捷性、填充时效性、填充紧密度和动画流畅度对各个算法综合评分(满分 100 分)。表 2 为所有用户的评分结果,本方法的评分均优于现有的填充方法。

表 2 用户综合评分结果
Table 2 Comprehensive rating results of users

算法	交互便捷性平均分	填充时效性平均分	填充紧密度平均分	动画流畅度平均分
静态元素填充算法 ^[6]	95.0	90.0	85.0	0.0
动态元素填充算法(本文)	95.0	90.0	80.0	85.0
Animosaics ^[2] 算法	0.0	50.0	60.0	60.0
AnimationPak ^[3] 算法	60.0	60.0	70.0	70.0

3.5 更多应用

填充元素动画在静态填充元素图案的基础上为填充元素添加动画效果,用户可以更加自主和便捷的生成个性化的填充元素动画设计。本节包含使用本文元素填充动画算法创建的更多效果展示。

本文的算法可以延续静态元素填充的使用场景,用户选定自己需要的主题元素,自由的创作动态或者静态的装饰图案,在静态填充元素设计完成之后,按下播放键就能设计动态的节日装饰,如图 21 所示。



图 21 动态圣诞花环
Fig.21 Dynamic Christmas wreath

本文的算法可以绘制更多具有复杂多样的交互区域的动态图形,填充元素大体上沿着用户的笔刷方向运动,如图 22 所示。填充元素在每一个交叉区域都根据物理系统自主分析决定运动方向。与静态元素填充相同,本文提出的填充元素动画算法不仅适用于各种手绘图形,而且也能在手绘文字中使用。由于是动态的填充元素,图 23—24 分别为填充元素动画在手写体汉字和字母上的效果。

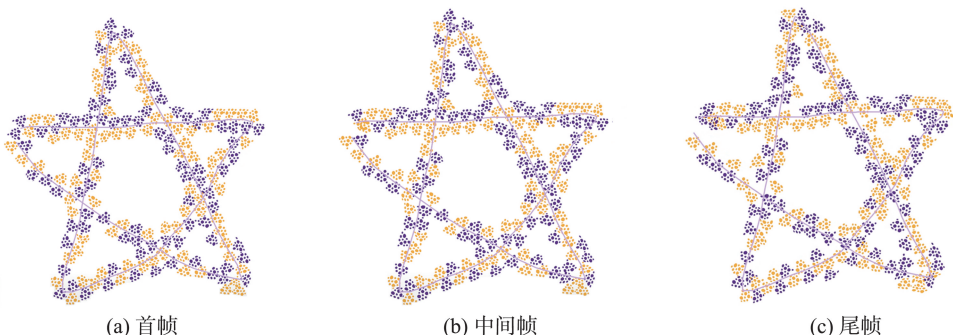


图 22 动态手绘图形
Fig.22 Hand drawn dynamic graphics

表 1 各算法紧密度波动率指标
Table 1 Compactness variability across algorithms

算法	σ^2	σ	s
静态元素填充算法 ^[6]	0.000 0	0.000 0	0.000 0
动态元素填充算法(本文)	11.623 7	3.409 4	0.052 4
Animosaics 算法 ^[2]	2.089 3	1.445 4	0.016 2
AnimationPak 算法 ^[3]	52.378 4	7.237 3	0.084 7

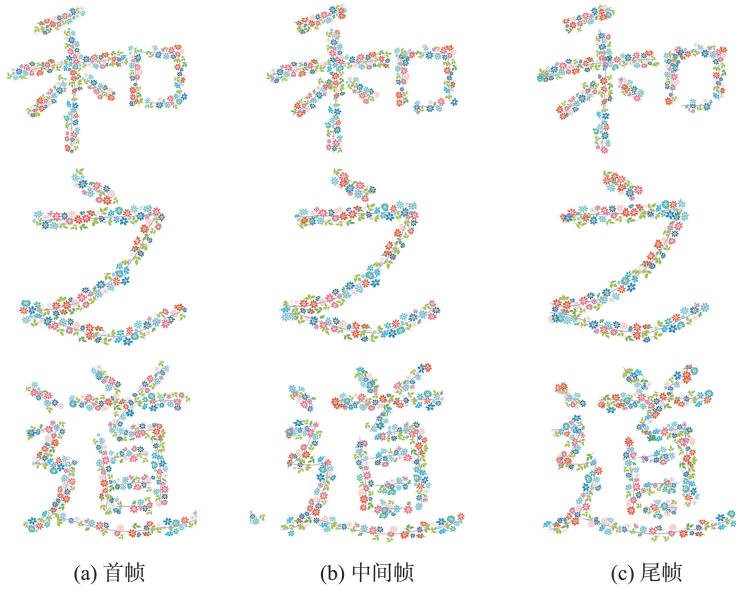


图 23 手写体汉字动画

Fig.23 Handwritten Chinese character animation

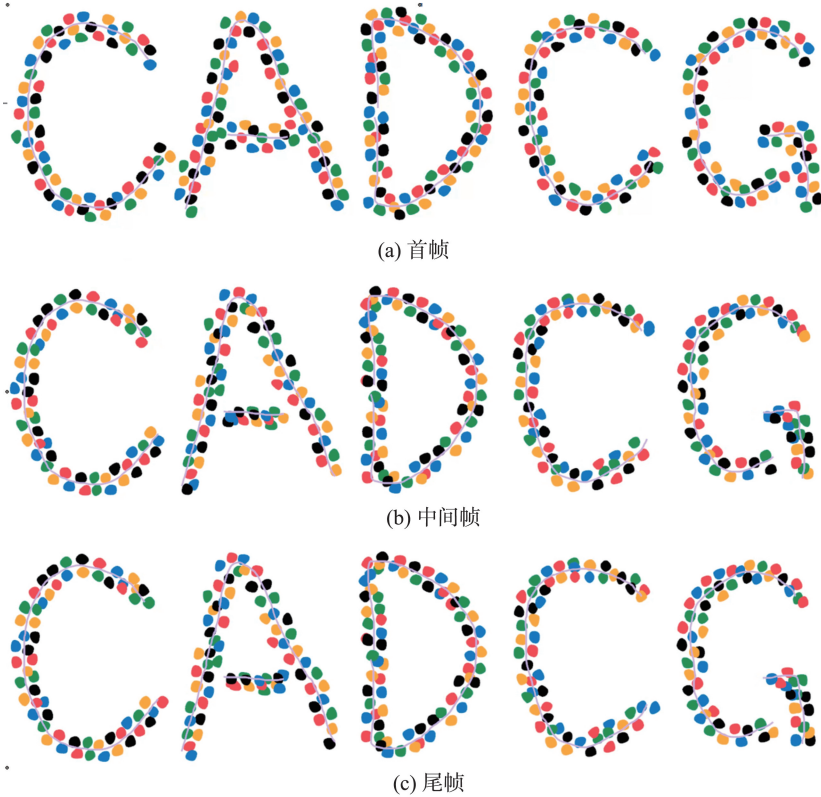


图 24 手写体字母动画

Fig.24 Handwritten letter animation

通过调整笔刷的大小,用户可以填充任意形状的区域,并且在区域内保存了用户的笔刷方向和层级次序,保留填充元素的初始朝向和运动方向。笔刷在填充元素动画中引导填充元素的运动,在填涂区域内实现填充元素动态运动的效果,如图 25 所示,火焰区域内的填充元素沿笔刷方向运动。

3.6 局限性

虽然填充元素动画中的每一帧均为静态元素填充图案,但静态填充元素的重叠比例更小,紧密度也更大。这是填充元素动画的动态性决定的,静态填充元素自动寻位的过程是逐渐收敛的过程,静态填充元素的结果具有稳定性,而填充元素动画一直处于运动中,物理模拟是不稳定的,每一帧都要物理模拟计算,导致填充元素的动画的任意帧的填充效果都不如静态元素填充图案的填充效果好,如图 26 所示。静态元素填充采

用分部模拟达到实时的填充效果。而填充元素动画采用的是全局模拟方法,因此,当同一时刻处于物理模拟中的填充元素过多时,例如同时计算大于500个填充元素时,动画的帧数下降50%。针对这个局限性,未来我们考虑将预存动画的形式取代全局模拟,将生成质量较高的动画预存起来,等到某一时刻与当前帧无缝衔接至预存画面,物理模拟系统停止计算,全局模拟结束。如何找到衔接帧,以及如何从动画中的某一帧运动到衔接帧是重要的问题。



图25 填涂区域内的填充元素动画

Fig.25 Filler element packing animation in painted area

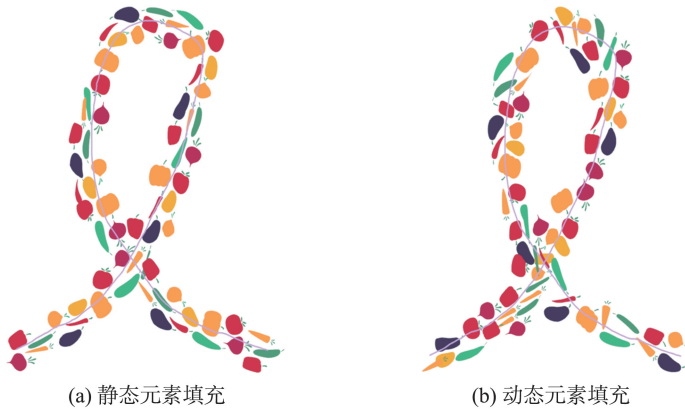


图26 静态填充元素和填充元素动画的差异

Fig.26 The difference between static and dynamic element packing

4 结语

元素填充动画是一种动态视觉艺术,每一帧画面都由一个静态元素图像组成。本文从元素填充动画设计的角度出发,总结元素填充动画设计的常用动画效果,并针对用户在设计过程中的交互需求,开发交互式的元素填充动画设计算法。本文算法沿用了静态元素填充的笔刷交互设计,结合基于力的物理模拟系统和实时变形算法,对力的生成条件和计算方法特殊处理,用最少的用户输入,生成具有多样性的元素填充动画效果。为提升动画效果,本文开发基于均值的过滤器,去除动画中元素的抖动,在保证动画流畅度的前提下,尽可能地保持每一帧静态元素填充图案的紧凑性。通过邀请测试用户使用本文算法完成动态元素填充动画设计并验证该算法的可交互性和实用性。基于 Hausdorff 距离的元素填充紧凑性及稳定性验证该算法的有效性和稳定性,说明本文算法的优势,利用本文算法的用户能在自由创造元素填充动画时应对不同设计任务。

参考文献:

- [1] XING Jinbo, LIU Hanyuan, XIA Menghan, et al. Tooncraft: generative cartoon interpolation[J]. ACM Transactions on Graphics, 2024, 43(6):1-11.
- [2] SMITH K, LIU Yunjun, KLEIN A. AnimosaiCs[C]//Proceedings of the ACM Eurographics Symposium on Computer Animation. New York: ACM, 2005:201-208.
- [3] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P. AnimationPak: packing elements with scripted animations[C]//Proceedings of the 46th Graphics Interface Conference. Toronto: ACM, 2020:393-403.
- [4] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P, et al. RepulsionPak: deformation-driven element packing with repulsion forces [C]//Proceedings of the 44th Graphics Interface Conference. Toronto: ACM, 2018:10-17.

- [5] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P. Improved deformation-driven element packing with repulsionPak[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2019, 27(4):2396-2408.
- [6] 梁沐,徐鹏飞,黄惠. 基于笔刷的交互式元素填充技术[J]. 图学学报,2025,46(1):188-199.
LIANG Mu, XU Pengfei, HUANG Hui. Brush-based interactive element packing[J]. Journal of Graphics, 2025, 46(1):188-199.
- [7] KAZI R H, CHEVALIER F, GROSSMAN T, et al. Kitty: sketching dynamic and interactive illustrations[C]//Proceedings of the 27th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. Hawaii: ACM, 2014:395-405.
- [8] WILLETT N S, KAZI R H, CHEN M, et al. A mixed-initiative interface for animating static pictures[C]//Proceedings of the 31st Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. Busan: ACM, 2018:649-661.
- [9] XING Jun, LI Yiwei, SHIRATORI T, et al. Autocomplete hand-drawn animations[J]. ACM Transactions on Graphics, 2015, 34(6):1-11.
- [10] SU Qingkun, BAI Xue, FU Hongbo, et al. Live sketch: video-driven dynamic deformation of static drawings[C]//Proceedings of the 2018 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. Montreal: ACM, 2018:1-12.
- [11] SCOTT J, DAVIS R. Physink: sketching physical behavior[C]//Proceedings of the 26th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. Andrews: ACM, 2013:9-10.
- [12] XING J, KAZI R H, GROSSMAN T, et al. Energy-brushes: interactive tools for illustrating stylized elemental dynamics[C]//Proceedings of the 29th Annual Symposium on User Interface Software and Technology. Tokyo: ACM, 2016:755-766.
- [13] IGARASHI T, MOSCOVICH T, HUGHES J F. As-rigid-as-possible shape manipulation[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3):1134-1141.
- [14] SMITH H J, ZHENG Q Y, LI Y F, et al. A method for animating children's drawings of the human figure[J]. ACM Transactions on Graphics, 2023, 42(3):1-15.
- [15] WILLETT N S, LI W, POPOVIC J, et al. Secondary motion for performed 2D animation[C]//Proceedings of the 30th Annual ACM Symposium on User Interface Software and Technology. Quebec City: ACM, 2017:97-108.
- [16] ZHANG J E, BANG S, LEVIN D I, et al. Complementary dynamics[J]. ACM Transactions on Graphics, 2020, 39(6):1-11.
- [17] NIETO J R, SUSÍN A. Cage based deformations: a survey[C]//Proceedings of the Deformation Models: Tracking, Animation and Applications. Netherlands: Springer, 2012:75-99.
- [18] KAZI R H, GROSSMAN T, UMETANI N, et al. Motion amplifiers: sketching dynamic illustrations using the principles of 2D animation[C]//Proceedings of the 2016 CHI Conference on Human Factors in Computing Systems. San Jose: ACM, 2016:4599-4609.
- [19] MÜLLER M, HEIDELBERGER B, TESCHNER M, et al. Meshless deformations based on shape matching[J]. ACM Transactions on Graphics, 2005, 24(3):471-478.
- [20] WU Y H, UMETANI N. Two-way coupling of skinning transformations and position based dynamics[C]//Proceedings of the ACM on Computer Graphics and Interactive Techniques. Los Angeles: ACM, 2023:1-18.
- [21] JACOBSON A, DENG Z G, KAVAN L, et al. Skinning: real-time shape deformation[C]//Proceedings of the SIGGRAPH 2014 Courses. Vancouver: ACM, 2014.
- [22] MÜLLER M, HEIDELBERGER B, HENNIX M, et al. Position based dynamics[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2007, 18(2):109-118.
- [23] FAN X Y, BERMANO A H, KIM V G, et al. ToonCap: a layered deformable model for capturing poses from cartoon characters[C]//Proceedings of the Joint Symposium on Computational Aesthetics and Sketch-based Interfaces and Modeling and Non-photorealistic Animation and Rendering. Victoria: ACM, 2018:1-12.
- [24] SEDERBERG T W, PARRY S R. Free-form deformation of solid geometric models[C]//Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. Dallas: ACM, 1986:151-160.
- [25] RAI G, GUPTA S, SHARMA O. SketchAnim: real-time sketch animation transfer from videos[J]. Computer Graphics Forum, 2024, 43(8):15176.
- [26] FLOATER M S. Mean value coordinates[J]. Computer Aided Geometric Design, 2003, 20(1):19-27.
- [27] JACOBSON A, BARAN I, POPOVIC J, et al. Bounded biharmonic weights for real-time deformation[J]. ACM Transactions on Graph, 2011, 30(4):78.
- [28] PAN Junjun, ZHANG Jun. Sketch-based skeleton-driven 2D animation and motion capture[J]. Transactions on edutainment

VI, 2011:164-181.

- [29] KWAN K C, SINN L T, HAN C, et al. Pyramid of arclength descriptor for generating collage of shapes[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2016, 35(6):229-241.
- [30] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P, et al. RepulsionPak: deformation-driven element packing with repulsion forces[C]//*Proceedings of the 44th Graphics Interface conference*. Toronto: ACM, 2018:10-17.
- [31] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P. Improved deformation-driven element packing with repulsion Pak[J]. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 2019, 27(4):2396-2408.
- [32] REINERT B, RITSCHER T, SEIDEL H P. Interactive by-example design of artistic packing layouts[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(6):1-7.
- [33] HSU Chenyuan, LI Yiwei, YOU Lihua, et al. Brushing element fields[C]//*Proceedings of the SIGGRAPH Asia Technical Briefs*. Tokyo: ACM, 2018:1-4.
- [34] HSU Chenyuan, LI Yiwei, YOU Lihua, et al. Autocomplete element fields[C]//*Proceedings of the CHI Conference on Human Factors in Computing Systems*. Hawaii: ACM, 2020:1-13.
- [35] SAPUTRA R A, KAPLAN C S, ASENTE P, et al. FlowPak: flow-based ornamental element packing[C]//*Proceedings of the 43th Graphics Interface Conference*. Waterloo: ACM, 2017:8-15.
- [36] HÄDRICH T, BANUTI D T, PAŁUBICKI W, et al. Fire in paradise: mesoscale simulation of wildfires[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2021, 40(4):1-15.
- [37] BARAFF D, WITKIN A, KASS M. Untangling cloth[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2003, 22(3):862-870.
- [38] LIU T T, BARGTEIL A W, O'BRIEN J F, et al. Fast simulation of mass-spring systems[J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2013, 32(6):1-7.
- [39] MIRTICH B, CANNY J. Impulse-based simulation of rigid bodies[C]//*Proceedings of the 1995 Symposium on Interactive 3D Graphics*. Monterey: ACM, 1995:181-188.
- [40] JAN B, MÜLLER M, MACKLIN M. A survey on position based dynamics[C]//*Proceedings of the European Association for Computer Graphics*. Lyon: Wiley, 2017:1-31.
- [41] MACKLIN M, MÜLLER M, CHENTANEZ N. XPBD: position-based simulation of compliant constrained dynamics[C]//*Proceedings of the 9th International Conference on Motion in Games*. California: ACM, 2016:49-54.

(编辑:陈丽萍)

(上接第122页)

- [13] FENG F, LI C X, DAVVAZ B, et al. Soft sets combined with fuzzy sets and rough sets; a tentative approach[J]. *Soft Computing*, 2010, 14:899-911.
- [14] JUN Y B, YANG X B. A note on the paper-combination of interval-valued fuzzy set and soft set[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2011, 61:1468-1470.
- [15] MAJI P K, BISWAS R, ROY A R. Soft set theory[J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2003, 45:555-562.
- [16] 关欣,刘赢. 毕达哥拉斯犹豫模糊集多属性决策研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2024, 46(3):982-991.
GUAN Xin, LIU Ying. Research on multi-attribute decision-making for Pythagorean hesitation fuzzy sets[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2024, 46(3):982-991.
- [17] ATAGÜN A O. Novel characterizations of rough soft sets: equivalent soft sets in Pawlak approximation space with applications[J]. *Expert Systems With Applications*, 2025, 292:128462.
- [18] BUI Q T, NGUYEN T N, NGUYEN H S, et al. A novel framework for handling uncertainty: intuitionistic fuzzy rough soft set[J]. *Information Sciences*, 2026, 722:122592.

(编辑:陈丽萍)