

基于改进蝴蝶算法的水文地质参数优化

韦修喜¹, 彭茂松², 黄华娟^{1*}

(1. 广西民族大学人工智能学院, 广西 南宁 530006; 2. 广西民族大学电子信息学院, 广西 南宁 530006)

摘要: 针对水文地质参数求解精度不足以及传统配线法等策略在求参过程中效率低下等问题, 提出一种基于黄金正弦加权蝴蝶优化算法的水文地质参数优化策略。首先在蝴蝶优化算法的全局与局部搜索阶段引入黄金正弦算子, 缩小算法解空间; 其次引入自适应权重, 调整算法后期种群个体移动步长与搜索方向。通过6个基准测试函数的寻优对比测试结果表明: 黄金正弦加权蝴蝶优化算法的寻优精度较高且收敛速度较快。将该优化策略应用于水文地质参数导水系数与贮水系数的优化以达到最小降深误差, 并与粒子群优化算法、配线法等优化策略进行实验对比。结果表明黄金正弦加权蝴蝶优化算法能有效优化水文地质参数并提高泰斯公式计算性能, 获得更小抽水降深误差, 为后续抽水试验提供了新方法。

关键词: 蝴蝶优化算法; 黄金正弦算子; 自适应权重; 水文地质参数; 抽水试验

中图分类号: TP183 **文献标志码:** A

引用格式: 韦修喜, 彭茂松, 黄华娟. 基于改进蝴蝶算法的水文地质参数优化[J]. 山东大学学报(理学版), 2024, 59(3): 37-50.

Optimization of hydrogeological parameters based on improved butterfly optimization algorithm

WEI Xiuxi¹, PENG Maosong², HUANG Huajuan^{1*}

(1. College of Artificial Intelligence, Guangxi Minzu University, Nanning 530006, Guangxi, China; 2. College of Electronic Information, Guangxi Minzu University, Nanning 530006, Guangxi, China)

Abstract: In order to solve the problems of insufficient accuracy of hydrogeological parameters and low efficiency of traditional routing methods, an optimization strategy of hydrogeological parameters based on golden sine weighted butterfly optimization algorithm (GSWBOA) is proposed. Firstly, the golden sine operator is introduced in the global and local search phase of butterfly optimization algorithm to reduce the solution space of the algorithm. Secondly, adaptive weights are introduced to adjust the individual moving step size and search direction in the later stage of the algorithm. The comparison test results of 6 benchmark test functions show that the GSWBOA has higher optimization accuracy and faster convergence. The optimization strategy is applied to the optimization of hydrogeological parameters water conductivity coefficient and water storage coefficient to achieve the minimum depth reduction error, and the optimization strategy is compared with particle swarm optimization algorithm, wiring method and other optimization strategies. The results show that the golden sinusoidal weighted butterfly optimization algorithm can effectively optimize the hydrogeological parameters, improve the calculation performance of Theis formula, and obtain a smaller drawdown error, which provides a new method for the subsequent pumping test.

Key words: butterfly optimization algorithm; golden sine operator; adaptive weight coefficient; hydrogeological parameters; pumping test

0 引言

水文地质参数是地下水资源数值模拟以及资源预报、开发利用与保护与科学管理的重要依据。确定水

收稿日期: 2023-04-25; 网络出版时间: 2023-12-20 16:56:54

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/37.1389.N.20231220.1010.002>

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62266007); 广西自然科学基金资助项目(2021GXNSFAA220068)

第一作者: 韦修喜(1980—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为机器学习、计算智能及应用. E-mail: weixiuxi@163.com

* 通信作者: 黄华娟(1984—), 女, 博士, 副教授, 研究方向为机器学习、数据挖掘. E-mail: hhj-025@163.com

文地质参数通常使用注水试验、压力试验、抽水试验等方法,其中抽水试验法是确定参数的重要方法^[1]。众多学者对不同地区的水文地质进行了研究探索:Fabbrocino 等^[2]使用地理信息系统(geographic information system, GIS)与水文地质参数对意大利伊斯基亚火山岛地下水环流的脆弱性进行评估;Akhter 等^[3]利用抽水试验及地表电阻率和泰森技术进行估算求解巴基斯坦印度河流域的水文地质参数;Samadi^[4]通过利用模拟的水文地质参数对卡尚含水层的地下水污染和脆弱性进行评估,进而评估人类健康风险。因此优化水文地质参数对于研究不同地域含水层及地下水资源等有极为重要的科学意义与价值。近年来,已有多种方法如配线法^[5]、Jacob 直线图解法^[6]、粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)^[7]、线性规划^[8]、多重数据同化集合平滑器算法(ensemble smoother with multiple data assimilation, ES-MDA)^[9]等被用于优化水文地质参数。传统人工配线法存在较大主观性,求解效率低且精度不高;Jacob 直线图解法与 ES-MDA 等方法使用条件不受限且参数繁多,导致求解过程较为复杂;经典智能算法 PSO 等寻优精度不高,且随着众多新型群智能优化算法的提出,方法亟待更新改进。

蝴蝶优化算法(butterfly optimization algorithm, BOA)是由 Arora 与 Singh 受蝴蝶的群体觅食行为所启发而提出的群智能优化算法^[10]。该算法通过每只蝴蝶个体感应空气中的其他同伴所散发的香味浓度来进行合作式的搜寻食物。该算法的优点在于结构简单且关键的控制参数较少,算法的时间复杂度较低,被广泛应用于 WSN 节点定位^[11]、疾病预测^[12]、特征选择^[13]等领域。但搜索精度不高且容易陷入局部最优的缺点使得该算法仍然需要进行不断的改进。由此,许多学者对原算法提出各种优化与改进。Arora 等^[14]提出了引入混沌的改进蝴蝶优化算法,有效的避免了算法陷入局部最优,引入混沌较好的提升了算法中群的多样性。Sankalap 等^[15]提出了一种基于自动学习机的蝴蝶优化算法,在收敛精度方面有较好的提高,同时在处理高维应用问题上有较好的鲁棒性。陈俊等^[16]提出了利用余弦相似度改进蝴蝶优化算法,让算法自适应平衡全局搜索与局部搜索能力,在收敛精度上进一步提升。张小萍等^[17]提出了引入动态方差高斯变异的蝴蝶优化算法,利用高斯变异对算法后期的种群进行扰动,保持算法后期的种群多样性。

针对水文地质参数优化问题,本文提出一种黄金正弦加权蝴蝶优化算法(golden sine weighted butterfly optimization algorithm, GSWBOA)。首先在 BOA 的全局与局部搜索阶段引入黄金正弦算子,缩小算法解空间,使整个种群向目标最优值方向进行收缩,提高算法搜索效率;其次引入自适应权重限制种群个体的移动步长与前进方向,保证算法后期较高的寻优精度与收敛速度。改进后算法通过对 6 个基准测试函数的寻优实验并与多种优化算法进行比较,结果表明 GSWBOA 的寻优精度较高且收敛速度较快。本文重点将 GSWBOA 应用于两组不同的水文地质参数优化仿真实验:单观测孔定流量抽水试验与多观测孔定流量抽水试验中,并与现有的多种反演求参策略进行对比。GSWBOA 可获得泰斯(Theis)公式中更优的导水系数与贮水系数以达到最小降深误差值,表明该方法对优化水文地质参数具有一定的有效性且提高了 Theis 公式的计算性能。GSWBOA 在该应用领域具有较强的竞争力,为后续含水层抽水试验提供了新方法。

1 水文地质参数优化模型

为更好地研究水文地质参数,本文通过计算观测井在抽水试验中的水位降深数据对关键参数,即导水系数 T 与贮水系数 S 进行优化求解。利用 Theis 公式计算在不同条件下观测井中的含水层降深数据,并与实际测量的数据进行对比。引入 GSWBOA 优化策略,求解在计算与实际观测数据误差最小情况下的含水层地质参数。通过该优化模型可提高 Theis 公式计算效率,保证抽水试验的准确性与试验的简便性。

Theis 公式的假定条件^[18]为:

- 1) 含水层均质各向同性且同等厚,侧向无限延伸,产状水平;
- 2) 抽水试验前,天然状态下的水力坡度为 0;
- 3) 完整井的单次定流量完整抽水试验中,抽水井径假定为无限小;
- 4) 含水层中水流服从达西(Darcy)定律;
- 5) 水头下降引起的地下水释放完成时间忽略不计。

在平面上无限展布,均质向同性的承压含水层中的完整井进行抽水试验,且当该含水层满足 Theis 公式的假定条件时,则观测井中的水位降深可以表示为^[6]

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W, \quad (1)$$

$$W = \ln \frac{2.25 T t}{d^2 S}, \quad (2)$$

其中 s 即为水位降深, Q 为抽水井流量, T 为导水系数, W 为 Theis 井函数, t 为抽水试验消耗时间, d 为观测孔到抽水试验井的距离, S 为含水层贮水系数。

为保证实验计算水位降深与实测水位降深误差尽可能小,通过 Theis 公式构建目标函数为

$$\min f(T, S) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (s - \hat{s})^2$$

$$\text{s.t. } T \in [T_{\min}, T_{\max}], \quad S \in [S_{\min}, S_{\max}], \quad (3)$$

其中 s 和 \hat{s} 分别为计算的水位降深与实测水位降深; i 为观测孔序号,且 $i=1, 2, \dots, N$; T 和 S 分别为待优化参数:导水系数与贮水系数。通过上述目标函数可将该问题简化为约束的工程优化问题。旨在多个观测孔水位降深与实测水位降深的误差达到最小值时,求解最优导水系数与贮水系数。

2 蝴蝶优化算法

蝴蝶优化算法是 Arora 等^[10]受蝴蝶的觅食与寻偶等的群体行为启发而提出的新型群智能优化算法。在觅食或寻偶过程中,蝴蝶通过散发的香味浓度来进行相互的吸引,即根据不同个体可嗅得在空气中其他同伴所散发的香味,调整前进方向。在算法中,Arora 等利用算法的适应度值与香味浓度进行联系。每只蝴蝶都在算法初始化时进行计算自身的香味浓度与适应度值,其中每一只蝴蝶个体都根据转换概率向当前香味最浓的最优个体移动靠近,此称为全局搜索阶段。此转换概率 P 为模拟自然界中的不确定因素,算法通过使用此转换概率与 $[0, 1]$ 间的随机数进行比较来决定蝴蝶的搜索行为,数值设置为 0.8。当蝴蝶感知不到其它蝴蝶所散发的香味时则在周围的区域进行随机搜索,此称为局部搜索阶段。

算法中的香味浓度计算公式为

$$f = cI^\alpha, \quad (4)$$

式中: f 为香味浓度; c 为感觉因子系数,即蝴蝶能感知香味的能力系数,取值范围为 $[0, 1]$; I 为刺激强度; α 为幂指数,取值范围为 $[0, 1]$ 。

感觉因子的更新公式为

$$c^{t+1} = c^t + \frac{b}{c^t \times N_m}, \quad (5)$$

其中 c^{t+1} 与 c^t 分别为第 $t+1$ 与第 t 次迭代时的感觉因子系数; b 常取 0.025; N_m 为最大迭代次数。

全局搜索的迭代更新公式为

$$x_i^{t+1} = x_i^t + (r^2 \times g^* - x_i^t) \times f_i, \quad (6)$$

其中 x_i^{t+1} 与 x_i^t 分别为第 $t+1$ 与第 t 次迭代时第 i 只蝴蝶的位置空间; r 为在 $[0, 1]$ 之间的随机数; g^* 为当前的最优个体所在位置; f_i 为第 i 只蝴蝶的香味浓度值。

局部搜索的迭代更新公式为

$$x_i^{t+1} = x_i^t + (r^2 \times x_j^t - x_k^t) \times f_i, \quad (7)$$

其中 x_j^t 与 x_k^t 分别表示第 t 次迭代时第 j 只和第 k 只蝴蝶个体的位置空间,该两只蝴蝶属于同一种群; r 为在 $[0, 1]$ 之间的随机数。

3 黄金正弦加权蝴蝶优化算法 GSWBOA

3.1 算法改进动机

无免费午餐(no free lunch, NFL)定理揭示了每个元启发式算法都存在一定的局限性。Crawford 等^[19]在原算法基本结构中进行一定的改进与调整以提高其工作性能。这些改进可以是一些搜索方式的融合,将

一种算法的最佳搜索方式嵌入到另一种算法的结构当中,或是根据处理问题的性质而添加一些参数或自适应参数修改搜索机制。本文则根据该思想将黄金正弦算子融入 BOA 的全局与局部搜索中,缩小后期算法的解空间,引入自适应权重参数对基础 BOA 中种群个体的搜索步长进行改进调整并提出 GSWBOA。

3.2 黄金正弦算子

黄金正弦算法(golden sine algorithm, Gold-SA)是由 Tanyildizi 等^[20]提出的一种新型元启发式算法。正弦函数是一个周期函数,可以完整扫描单位圆上的所有点。该扫描过程与群智能优化算法中种群个体在目标解空间内寻优过程类似。与群智能算法不同之处,Gold-SA 通过在算法迭代过程中不断缩小当前解空间的方式,即当前搜索空间不断逼近最优目标值,提高算法后期的搜索效率与寻优精度。

在基础 BOA 中,蝴蝶个体的局部搜索与全局搜索效率较低,算法后期较容易陷入局部最优。将黄金正弦算子引入 BOA,利用黄金比例系数的特性缩小解空间,全面提高算法性能,因此将原算法的全局搜索过程添加算子

$$x_i^{t+1} = x_i^t \times |\sin r_1| + r_2 \times \sin r_1 \times |\theta_1 \times g^* - \theta_2 \times x_i^t|。 \quad (8)$$

局部搜索添加算子

$$x_i^{t+1} = x_i^t \times |\sin r_1| + r_2 \times \sin r_1 \times |\theta_1 \times g^* - \theta_2 \times x_i^t|。 \quad (9)$$

式(8)与(9)中 r_1 和 r_2 都为随机数,其中 r_1 控制当前个体下一次迭代中的移动步长, $r_1 \in [0, 2\pi]$; 而 r_2 则控制当前个体下次迭代中的前进方向, $r_2 \in [0, \pi]$ 。 θ_1 和 θ_2 为黄金比例系数,计算式分别为

$$\theta_1 = a \times (1 - \tau) + b \times \tau, \quad (10)$$

$$\theta_2 = a \times \tau + b \times (1 - \tau), \quad (11)$$

式中: τ 为黄金分割系数,且 $\tau = (\sqrt{5} - 1)/2$; a 与 b 的初始值分别为 $-\pi$ 和 π ,且 a 与 b 会在迭代过程中随着个体适应度值进行动态调整,即若当前个体适应度值更优于全局最优适应度值时, $b = \theta_2$, 否则 $a = \theta_1$ 。通过上述操作 θ_1 与 θ_2 随之进行更新。

综上,通过 θ_1 与 θ_2 两黄金比例系数并根据个体适应度值动态调整位置,保证种群始终以最有个体位置为中心进行搜索,达到不断缩小个体搜索空间的目的。结合 r_1 与 r_2 控制移动步长与方向,引导个体靠近当前全局最优值,弥补了 BOA 迭代后期的种群个体因不受限制导致搜索效率低下这一缺点。引入黄金正弦算子改进算法搜索方式,加快了寻优速度,同时避免算法陷入局部最优。

3.3 自适应权重系数

BOA 算法中并未设置蝴蝶个体的搜索步长,在算法运行过程中个体自由度较高但搜索步长不受限制,导致搜索前期寻优速度快但后期搜索精度较低,容易陷入局部最优或远离全局最优值。为避免该状况对蝴蝶个体搜索步长进行限制,许多学者提出为算法的搜索过程引入权重系数 ω ,即不同的搜索情况对应不同的 ω 。若将 ω 设置为固定值则与改进前并无太大差别,因此 Ghasemi 等^[21]提出了需根据搜索进程进行动态调整。本文提出一种根据个体适应度值进行自适应调整的权重系数,其计算公式为

$$\omega_i = \frac{F_b - F_w}{F_i - F_w}, \quad (12)$$

其中 F_i 为当前个体的适应度值, F_b 与 F_w 分别为当前全局最优与最差适应度值。若当前个体适应度值接近全局最差值,则该个体的权重系数更大,个体移动步长更大防止陷入局部最优值;若当前个体适应度值与全局最差值相差较大,即更接近全局最优值,则个体的权重系数更小,更小的移动步长保证算法后期种群的高精度搜索,避免个体跳过全局最优值降低了算法性能。结合黄金正弦算子对个体的控制,算法可在一次迭代中两次调整移动步长与方向,让算法维持较高搜索效率。

全局搜索阶段公式更新为

$$x_i^{t+1} = \omega_i \times [x_i^t + (r^2 \times g^* - x_i^t) \times f_i]。 \quad (13)$$

局部搜索公式为

$$x_i^{t+1} = \omega_i \times [x_i^t + (r^2 \times x_j^t - x_k^t) \times f_i]。 \quad (14)$$

3.4 GSWBOA 运行步骤

综上策略,提出黄金正弦加权蝴蝶优化算法(GSWBOA)。GSWBOA 运行步骤如下:

步骤 1 随机生成 N 个蝴蝶个体的初始位置、初始化最大迭代次数 N_m 、转换概率 P 、感觉因子 c 、幂指数 α 。

步骤 2 根据公式(10)与(11)计算黄金比例参数 θ_1 和 θ_2 。

步骤 3 根据公式(4)计算第 i 只蝴蝶的香味浓度,即个体适应度值。种群所有个体适应度计算完毕则进行步骤 8。

步骤 4 根据公式(12)更新自适应权重系数 ω 。

步骤 5 根据 P 与随机数 r 的大小比较选择搜索方式:若 $P > r$,则进行步骤 6 全局搜索;若否,则进行步骤 5 局部搜索。

步骤 6 根据公式(13)以全局搜索方式更新蝴蝶个体当前位置,并利用公式(8)缩小全局解空间,计算完成后返回步骤 2。

步骤 7 根据公式(14)蝴蝶个体在附近进行局部搜索,并利用公式(9)缩小局部解空间,计算完成后返回步骤 2。

步骤 8 根据公式(5)更新种群感觉因子。

步骤 9 若达到结束条件或最大迭代次数则运行结束;否则返回步骤 2。

3.5 GSWBOA 时间复杂度分析

时间复杂度是评价算法性能的重要指标,可直观反映算法的运行效率。GSWBOA 算法与基本 BOA 算法对比时间复杂度的改变主要集中在优化部分。基本的 BOA 中,设置种群数量为 N ,空间维度为 D ,迭代次数为 M ,指定适应度函数则为 $f(D)$,时间复杂度描述符号为 O 。基本 BOA 算法的时间复杂度为

$$T_B = N \times M \times (f(D) + D) = O(f(D) + D)。$$

GSWBOA 中相对于 BOA 是将原本的全局和局部的搜索过程进行了改进,引入了黄金正弦算子与自适应权重。在全局搜索阶段引入的算子设消耗时间为 t_1 ,则时间复杂度改变为

$$T_g = M \times [f(D) + D \times t_1]。$$

在局部搜索阶段引入的算子设消耗时间为 t_2 ,时间复杂度改变为

$$T_l = M \times [f(D) + D \times t_2]。$$

同时算法引入了自适应权重系数,消耗时间设为 t_3 。故综上所述,GSWBOA 的总时间复杂度为

$$T_G = N \times M \times [2 \times f(D) + t_1 \times D + t_2 \times D + t_3] = N \times M \times [2 \times f(D) + (t_1 + t_2) \times D + t_3] = O(f(D) + D)。$$

从时间复杂度的角度可见 GSWBOA 算法相较于 BOA 算法仅有部分迭代过程增加了时间复杂度,并未改变算法时间复杂度的数量级。故本文提出的 GSWBOA 的算法时间复杂度较小。

4 仿真实验结果与应用分析

为验证本文提出算法的有效性,本章详细分析两组仿真实验:第 1 组实验用 BOA、动态高斯变异的蝴蝶优化算法(butterfly optimization algorithm with dynamic variance Gaussian mutation, DGBOA)、相量粒子群算法(phasor particle swarm optimization, PPSO)、灰狼优化算法(grey wolf optimization, GWO)、混合策略改进的蝴蝶优化算法(mixed strategy to improve butterfly optimization algorithm, MSBOA)与 GSWBOA 分别对 6 个基准测试函数进行对比测试 GSWBOA 算法的性能;第 2 组实验是针对水文地质参数进行优化,并同 PSO、人工配线法等策略分别在单观测孔定流量和多观测孔定流量条件下进行抽水试验对比,进一步验证 GSWBOA 的性能以及处理该应用问题的有效性。所有算法的运行环境为:64 位 Windows 10 操作系统, CPU 为 AMD Ryzen 4800H,频率为 2.9 GHz,内存大小 16 GB,代码编程环境为 MATLAB R2018b。

4.1 测试函数仿真实验

为验证改进算法 GSWBOA 的寻优高效性,本文选取 6 个基准测试函数对算法性能进行测试实验,并使用了 BOA、DGBOA^[17]、PPSO^[21]、GWO^[22]以及 MSBOA^[23]进行参照对比实验。同时,各算法的起始参数设置如表 1 所示。对于 BOA、DGBOA、MSBOA 和 GSWBOA,都需要设置以下参数:幂指数 α 、感觉因子 c 、自适应权重幂指数 b 以及转换概率 P 。 P_{\min} 和 P_{\max} 分别代表最小和最大转换概率。在 MSBOA 中, C 为搜索模式的判断阈值,将余弦相似度大于阈值的个体与当前个体的适应度进行比较,并利用位置更新公式调整适应度较差个体的位置。 α 和 δ 分别为位置更新方程中的旋转算子和扩展算子常数,其中 β 为自适应权重参数

计算公式的影响因子。DGBOA 中引入了高斯变异,分别设置最大方差 σ_{\max} 和最小方差 σ_{\min} 。GWO 需要预先设定 α, β, δ 狼的位置和得分。根据实验问题的维数设置每个狼群的位置,每个狼群的得分为无穷大,便于求解最小值问题。算法 PPSO 和 WOA 无需预设参数,此处不予列出。

表 1 各算法参数
Table 1 Parameters of Algorithms

算法	参数设置
BOA	$\alpha=0.1, c=0.01, P=0.8$
GSWBOA	$\alpha=0.1, c=0.01, P=0.8, a=-\pi, b=\pi, \tau=(\sqrt{5}-1)/2$
DGBOA	$\alpha=0.1, c=0.01, \sigma_{\max}=1.5, \sigma_{\min}=0.4, P_{\max}=0.8, P_{\min}=0.3$
GWO	$\alpha, \beta, \delta=+\infty$
MSBOA	$C=0.5, \alpha_{\max}=1, \alpha_{\min}=1e-4, \delta=1, P_{\max}=0.9, P_{\min}=0.6, \beta=1$

为更好地展示改进算法的优越性能,选取 6 个单峰函数和多峰函数。这些函数具有不同维度数,实验可从维度数和函数复杂度的角度验证算法搜索的效率和鲁棒性。每个函数的详细信息如表 2 所示。测试将种群大小设置为 100,最大迭代次数设置为 500。实验函数测试结果如表 3 所示。

表 2 测试函数详细信息
Table 2 Information of test functions

代号	函数表达式	定义域	维度	最优值
F_1	$F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]$	30	0
F_2	$F_2(x) = \sum_{i=1}^D (10^6)^{\frac{i-1}{D-1}} x_i^2$	$[-100, 100]$	50	0
F_3	$F_3(x) = x_1^2 + 10^6 \sum_{i=2}^D x_i^2$	$[-100, 100]$	50	0
F_4	$F_4(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i)\right) + 20 + e$	$[-32, 32]$	50	8.88E-16
F_5	$F_5(x) = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	30	0
F_6	$F_6(x) = \left[\frac{1}{D-1} \sum_{i=1}^{D-1} (\sqrt{s_i} (\sin(50s_i^{0.2}) + 1)) \right]^2, s_i = \sqrt{x_i^2 + x_{i+1}^2}$	$[-100, 100]$	50	0

表 3 不同算法寻优结果
Table 3 Optimization results of different algorithms

函数	算法	最差值	最优值	平均值	标准差	运行时间/s
F_1	BOA	7.06E+04	1.07E-11	1.08E+03	6.65E+03	0.153 17
	MSBOA	4.80E+04	0.00E+00	3.40E+02	3.22E+03	2.388 90
	DGBOA	6.65E+04	1.65E-09	9.46E+02	6.07E+03	0.502 14
	GSWBOA	3.71E-03	0.00E+00	7.43E-06	1.66E-04	0.168 31
	PPSO	3.04E+04	6.03E-05	9.61E+01	1.53E+03	0.135 65
	GWO	5.78E+04	3.92E-40	4.42E+02	3.86E+03	0.259 07
F_2	BOA	3.56E+09	1.24E-11	2.57E+07	2.44E+08	0.881 89
	MSBOA	2.66E+09	0.00E+00	1.18E+07	1.51E+08	6.571 10
	DGBOA	3.79E+09	1.51E-09	2.63E+07	2.59E+08	1.289 00
	GSWBOA	1.24E+03	0.00E+00	2.47E+00	5.53E+01	0.900 74
	PPSO	2.22E+09	4.35E+02	1.54E+07	1.45E+08	0.531 52
	GWO	4.92E+09	1.60E-25	2.63E+07	2.76E+08	0.750 64
F_3	BOA	9.22E+10	1.36E-11	4.83E+08	5.35E+09	0.195 42
	MSBOA	4.27E+10	0.00E+00	1.46E+08	2.09E+09	3.165 60
	DGBOA	8.30E+10	1.55E-09	4.35E+08	4.81E+09	0.592 81
	GSWBOA	1.06E+04	0.00E+00	2.13E+01	4.75E+02	0.207 82
	PPSO	6.28E+10	5.77E+01	3.19E+08	3.77E+09	0.160 43
	GWO	1.25E+11	4.38E-23	1.19E+09	8.96E+09	0.409 04

续表

函数	算法	最差值	最优值	平均值	标准差	运行时间/s
F_4	BOA	2.15E+01	5.37E-10	5.47E+00	8.88E+00	0.327 86
	MSBOA	2.12E+01	8.88E-16	9.60E+00	1.05E+01	11.450 10
	DGBOA	2.14E+01	4.30E-08	7.19E+00	9.68E+00	0.742 90
	GSWBOA	2.97E+00	8.88E-16	6.08E-03	1.33E-01	0.278 86
	PPSO	2.11E+01	2.00E+01	2.00E+01	4.94E-02	0.200 83
	GWO	2.15E+01	2.10E+01	2.10E+01	3.94E-02	0.472 05
F_5	BOA	3.84E+02	0.00E+00	1.03E+02	1.15E+02	0.217 50
	MSBOA	1.10E+00	0.00E+00	3.17E-02	1.22E-01	17.951 20
	DGBOA	3.87E+02	2.84E-12	8.55E+01	1.07E+02	0.562 25
	GSWBOA	1.72E+02	0.00E+00	3.44E-01	7.69E+00	0.213 58
	PPSO	3.44E+02	9.45E-05	3.20E+00	2.65E+01	0.152 93
	GWO	4.54E+02	0.00E+00	1.92E+01	6.25E+01	0.275 94
F_6	BOA	1.08E+01	2.38E-06	1.42E+00	2.78E+00	2.357 80
	MSBOA	2.54E+00	0.00E+00	2.35E-02	1.59E-01	5.307 70
	DGBOA	1.15E+01	1.97E-03	1.32E+00	2.66E+00	2.672 40
	GSWBOA	1.00E-01	0.00E+00	2.39E-04	4.54E-03	1.137 50
	PPSO	9.31E+00	2.79E-02	1.42E-01	7.40E-01	1.259 90
	GWO	1.04E+01	1.39E-08	4.06E-01	1.48E+00	1.487 40

实验结果表明,GSWBOA 相比其它对比算法具有一定的性能优势。由表 3 数据可见,对于前两个单峰测试函数 F_1 和 F_2 的优化结果,GSWBOA 的优化均值和标准差都较小且明显优于对比算法,说明该算法具有良好的稳定性。与改进算法 MSBOA 和 DGBOA 相比,GSWBOA 具有更少的运行时。

从算法复杂度分析,GSWBOA 用更精简的改进方法获得更高效的改进结果。与 PPSO 相比,GSWBOA 具有更高的搜索精度,能够在更短的时间内获得函数的最优值。搜索效率明显高于其他基本算法和改进算法。从最差值分析可以看出,GSWBOA 通过缩小解空间,使得每次优化初始点的适应度值优于其他算法。随着迭代的进行,算法陷入局部最优值的概率大幅降低。虽然没有一个算法达到函数 F_3 的最优值,但 GSWBOA 的搜索结果最接近最优值,搜索效率较高。对比算法均陷入局部最优值,偏差较大。结果表明,GSWBOA 在低维多峰函数中仍能表现出较强的搜索性能和抗干扰性。

由表 3 可知,针对前三个单峰测试函数 F_1 、 F_2 和 F_3 的寻优结果,GSWBOA 的寻优平均值和标准差均较小,该两项指标明显优于其他算法,说明该算法具有较好的稳定性。GSWBOA 相较于改进算法 MSBOA 与 DGBOA 运行时间更少,从算法复杂度方面分析可知 GSWBOA 利用更为精简的改进方式获得更为高效的改进结果。与 PPSO 算法相比,GSWBOA 寻优精度更高,该算法能够在更短时间内求得函数的最优值,寻优效率明显高于其他算法。从最差值分析可见,GSWBOA 通过缩小解空间的方式让每次寻优初始点的适应度值优于其余算法,随着迭代进行,大幅减小算法陷入局部最优值的概率。

函数 F_4 、 F_5 和 F_6 都为高维多峰函数,在寻优精度和效率上对优化算法有更进一步的要求。从平均值与标准差可看出 GSWBOA 能够更为精确、稳定地在最优值附近进行搜索。从最优值结果进行分析,与改进算法 MSBOA 的收敛精度不相上下,都能求得三个函数的理论最优值,而本文的 GSWBOA 搜索时间更少,收敛速度更快;而相比于 DGBOA,则 GSWBOA 的稳定性与精度方面皆优于前者。与原算法 BOA 相比,在搜索精度和收敛效率方面皆有数量级的提升。可见 GSWBOA 算法的综合改进效果较好,算法性能与 BOA 相比有较强的提升。

为更好展示算法的性能并验证算法改进的意义,需要进行统计检验。为判断 GSWBOA 的收敛结果是否与其他算法不同,在显著性水平为 5% 的情况下进行 Wilcoxon 秩和检验。将 GSWBOA 与其他 6 种优化算法的历史最优值进行对比,验证所生成的结果。一般认为小于显著性水平,即小于 0.05,则认为两种比较算法差异显著。如表 4 所示,GSWBOA 与其他算法的秩和检验结果的 p 值均远小于置信水平,即 GSWBOA 与其它算法在统计学上有显著差异。

表4 Wilcoxon 秩和检验结果 p
Table 4 Results of the Wilcoxon rank sum test

GSWBOA	BOA	MSBOA	DGBOA	PPSO	GWO
F_1	2.82E-184	3.42E-117	2.36E-184	8.24E-185	6.73E-182
F_2	3.81E-184	3.89E-116	3.96E-184	1.58E-186	4.28E-183
F_3	1.19E-180	5.02E-110	1.27E-180	7.78E-183	2.42E-179
F_4	2.75E-180	6.36E-64	5.07E-181	3.18E-214	4.58E-202
F_5	7.47E-168	2.25E-48	4.29E-184	2.05E-183	5.85E-186
F_6	2.33E-181	2.87E-109	3.64E-182	4.73E-182	1.80E-178

在图1、2中可以看到各个算法对不同函数的测试收敛曲线,图3、4则展示了不同函数的箱线图。实验证明 GSWBOA 与上述算法相比具有一定的性能优势。

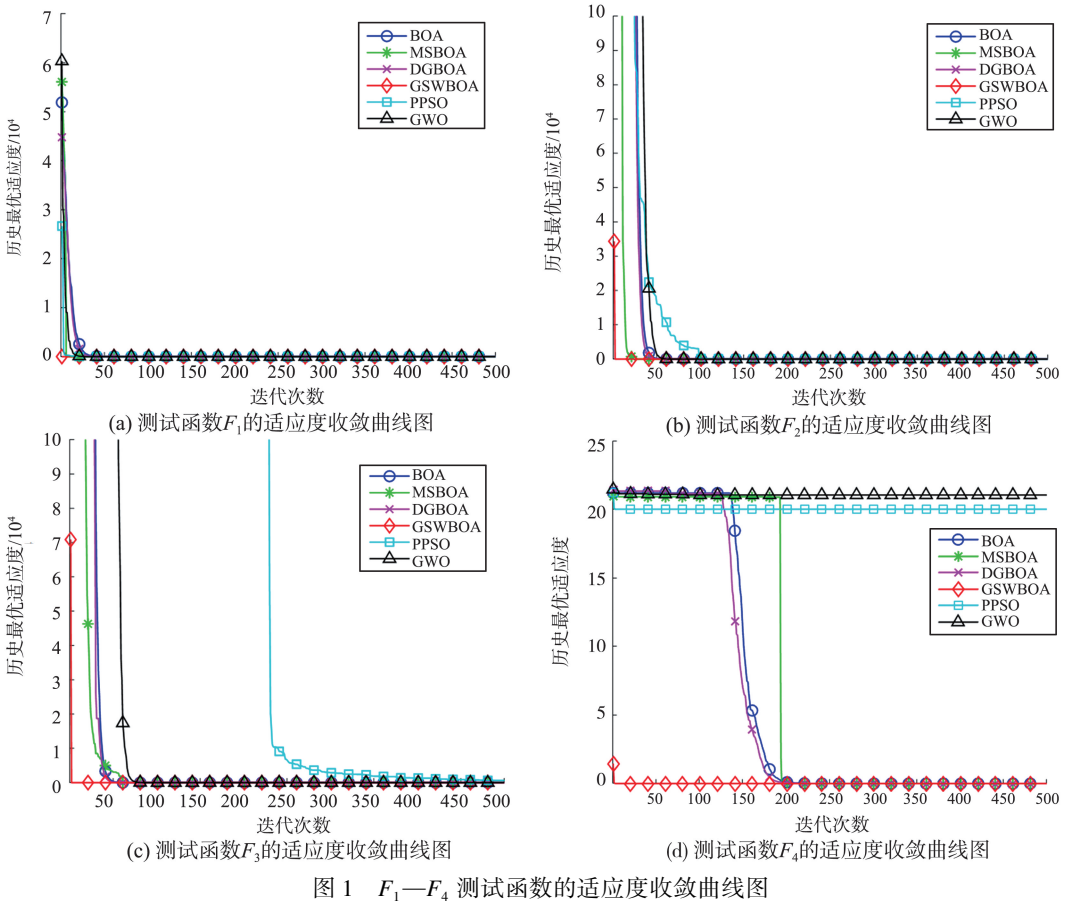


Fig.1 Convergence curves graphs of test functions F_1-F_4

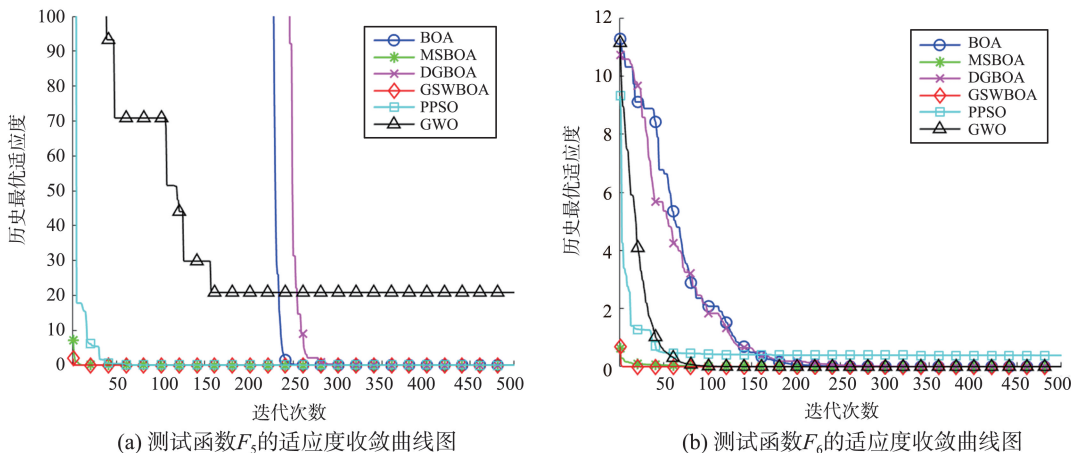


Fig.2 Convergence curves graphs of test functions F_5, F_6

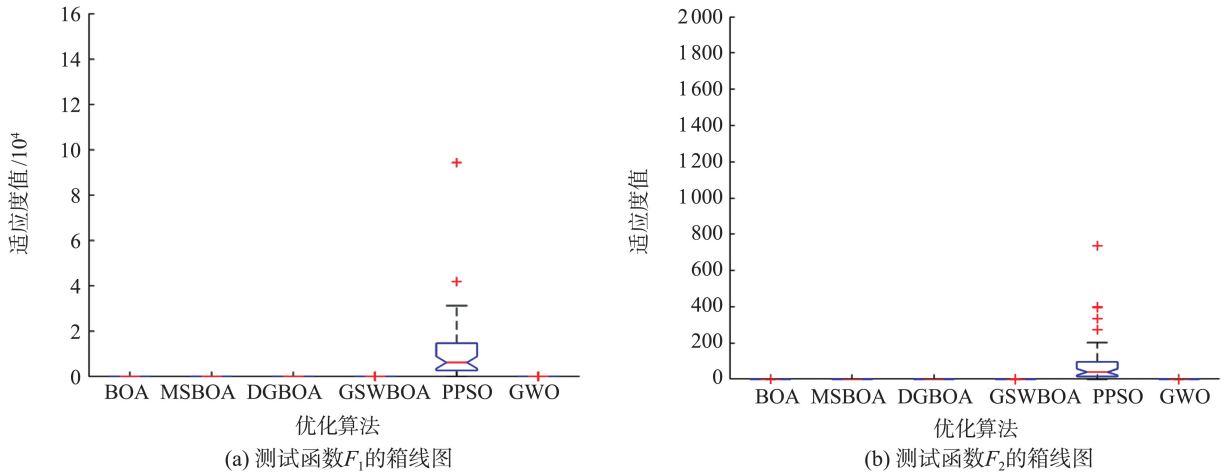


图3 F_1, F_2 测试函数的箱线图
Fig.3 Boxplot of test functions F_1, F_2

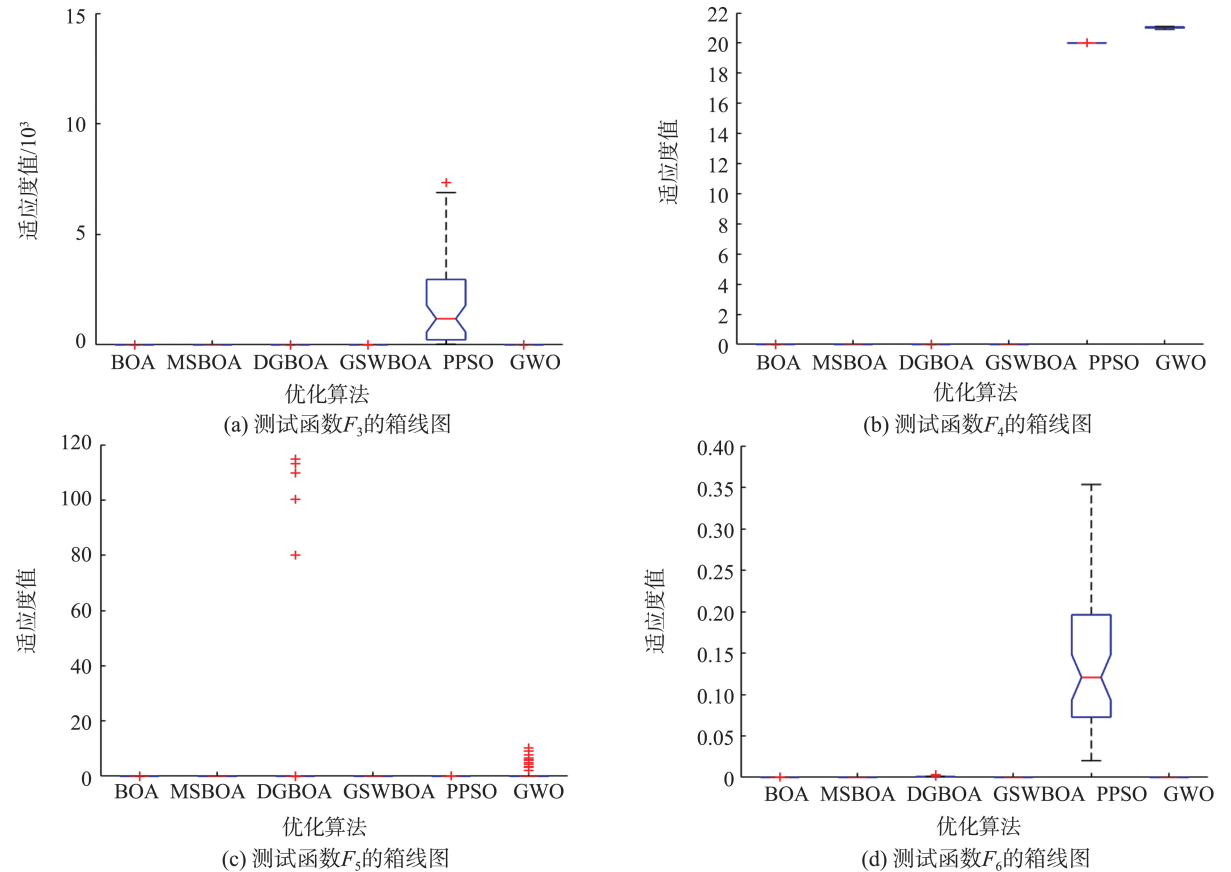


图4 F_3-F_6 测试函数的箱线图
Fig.4 Boxplot of test functions F_3-F_6

通过仿真实验对比可见,GSWBOA 在上述的测试函数中都收敛到最优值,算法在收敛效果与搜索精度方面都优于改进前的 BOA 算法。相比于改进算法 MSBOA 与 DGBOA,GSWBOA 的收敛效率更高,大多在迭代 200 次内基本收敛并迅速达到目标最优值。

测试中 BOA 收敛效果较差,基本都陷入了局部最优,且所需迭代次数较多,效率较低,说明对于 BOA 的改进具有一定的必要性。在单峰函数测试中,DGBOA、PPSO 和 GWO 都陷入了局部最优。说明在单峰高维函数的求解中,GSWBOA 与其他优化算法相比具有一定的竞争优势。在多峰测试函数 F_4 到 F_6 中,GSWBOA 优势更为显著。图 1 与图 2 的多峰函数中,只有 GSWBOA 与 MSBOA 达到了目标最优值,而 GSWBOA 的收敛速度更快且迭代次数更少。与另一改进算法 DGBOA 相比,GSWBOA 在改进方法上更具有有效性与针对性,搜索效率更高。

在图3、4的箱线图中测试改进算法 GSWBOA 性能较为稳定,基本无异常值,且偏差很小。从整体上看,基本算法 BOA 与改进算法 MSBOA、DGBOA 及 GSWBOA 的稳定性都较为良好。除图4(c)函数 F_5 中算法 PPSO 表现较为稳定以外,其余测试函数的中位数都与 GSWBOA 相差较大,后者更接近函数的理论最优值,且 GSWBOA 并无异常值。在箱线图中 GSWBOA 较为稳定且中位数都基本为目标最优值,算法较为稳定。相较于 DGBOA,GSWBOA 基本不存在较大偏差的异常值,数值基本接近目标最优值。综合的实验结果比较,表明 GSWBOA 具有较好的收敛效率和鲁棒性,算法性能稳定。

4.2 水文地质参数优化

基于 GSWBOA 的水文地质参数优化目标为:对 Theis 公式中导水系数 T 与贮水系数 S 进行优化,使得优化后的计算水位降深与实测水位降深之间的误差最小。将该应用优化问题抽象为获得目标函数公式(3)最小值的工程应用问题。该部分分别使用单观测孔定流量和多观测孔定流量进行两组降深误差对比实验,即对比在不同条件下的抽水试验中 GSWBOA 对导水系数与贮水系数的优化效果,并与 PSO、人工配线法等优化策略进行实验结果对比,验证 GSWBOA 对于优化该应用问题的有效性。

4.2.1 单观测孔定流量抽水试验

在某个满足 Theis 井模型条件的承压含水层进行单观测孔定流量的抽水试验。抽水试验井以 $Q = 60 \text{ m}^3/\text{h}$ 的固定流量进行抽水,观测孔与该抽水井之间距离为 $r = 125 \text{ m}$ 。抽水过程中,观测孔内不同时刻的水位降深如表5所示^[6], t 为时间, s 为降深。

表5 单观测孔数据
Table 5 Single well observation data

编号	t/min	s/m	编号	t/min	s/m
1	10	0.16	10	210	1.55
2	20	0.48	11	270	1.70
3	30	0.54	12	330	1.83
4	40	0.65	13	400	1.89
5	60	0.75	14	450	1.98
6	80	1.00	15	645	2.17
7	100	1.12	16	870	2.38
8	120	1.22	17	990	2.46
9	150	1.36	18	1 185	2.54

实验中 PSO 与 GSWBOA 初始设置种群大小为 50,最大迭代次数为 100,导水系数与贮水系数的搜索范围设置为 $[0, 1 000]$,并进行 50 次独立试验并取得平均值。不同策略的优化效果如图5所示,其中图5(a)为分别利用人工配线法、PSO 与 GSWBOA 策略对 Theis 公式演算并优化后的降深与实际降深的对比曲线图,图5(b)为不同策略优化后的降深误差收敛图。优化后的最优导水系数与贮水系数与 PSO、配线法以及 LinWPSO^[24]策略的优化结果对比如表6所示。

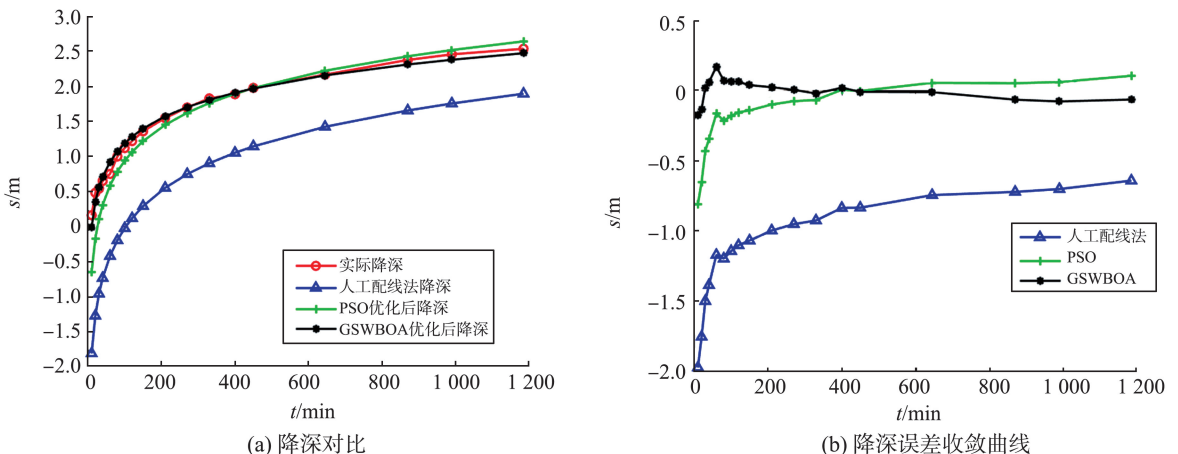


图5 单孔观测优化对比

Fig.5 Optimization comparison of single well observation

表6 不同策略优化结果对比
Table 6 Comparison of optimization results of different strategies[6]

策略	$T/(m^2/d)$	S	误差
GSWBOA	219.381 1	0.000 224 79	0.006 195
PSO	198.860 1	0.000 264 69	0.007 639
人工配线法	197.670 0	0.000 298 70	0.009 642
LinWPSO ^[6]	216.892 2	0.000 229 94	0.007 339

如图5(a)所示,3种策略分别利用 Theis 公式计算所得降深与实际降深之间误差对比,其中人工配线法所得降深数据明显与实际数据偏差较大且存在错误数据,可见该策略的主观性与低效性。PSO 数据曲线更优于人工配线法,与实际降深误差更小,但仍存在错误数据。GSWBOA 计算所得降深数据误差小于人工配线法以及 PSO,且与实际降深曲线几乎重合,表明利用 GSWBOA 策略优化导水与贮水系数后提高了 Theis 公式的计算效率与性能。

通过图5(b)可知,人工配线法与 PSO 策略起始降深误差大,随着抽水试验的进行误差逐步减小但仍与实际降深偏差较大,与 GSWBOA 策略相比收敛精度不高。GSWBOA 利用黄金正弦算子持续缩小解空间,让算法前期保持较快收敛速度,后期通过自适应权重控制搜索个体步长进行高精度寻优,避免因算法种群不受限而降低算法性能。综上图3可知 GSWBOA 策略优化效果更为明显,通过优化导水与贮水系数获得更为精确的降深数据。分析表6可见,GSWBOA 策略优化导水系数与贮水系数后通过 Theis 公式计算所得误差与 PSO、人工配线法以及 LinWPSO 策略优化结果相比明显更优。可见在单观测孔定流量抽水试验中,GSWBOA 优化水文地质参数后能获得更小的降深误差,且该算法本身具有较好的鲁棒性。

4.2.2 多观测孔定流量抽水试验

在某一承压含水层进行多孔观测抽水试验,水井以 $Q=79 m^3/h$ 的固定流量进行2小时的抽水,并在该水井附近设置8个观测孔。各观测孔与抽水井的距离及各个观测孔内的水位降深数据如表7所示^[24]。

表7 观测孔数据
Table 7 Observation wells data

抽水试验参数	1	2	3	4	5	6	7	8
距抽水井距离/m	8.8	10.7	13.4	18.3	25.9	30.5	38.1	49.7
s/m	4.54	4.21	3.87	3.57	3.08	2.93	2.62	2.13

此试验设置参数为 PSO 与 GSWBOA 初始种群大小为 50,最大迭代次数为 100,导水系数与贮水系数的搜索范围设置为 $[0,1 000]$,并进行 50 次独立试验并取得平均值。图6为不同策略进行抽水试验的优化效果图,其中图6(a)为多孔观测下计算降深与实际降深的数据对比曲线图,图6(b)为各策略优化下的降深数据误差对比曲线。可见 GSWBOA 策略对于该应用问题具有一定的优势。优化后的最优导水系数与贮水系数与 PSO、配线法以及最小二乘法^[6]策略的优化结果对比如表8所示。

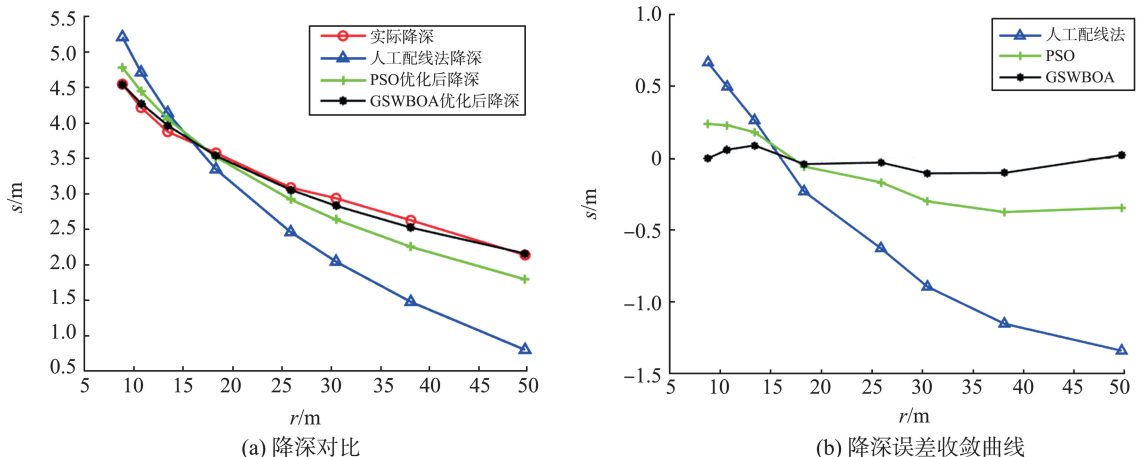


图6 多孔观测优化对比
Fig.6 Optimization comparison of multiple wells observation

表 8 不同策略优化结果对比
Table 8 Comparison of optimization results of different strategies

策略	$T/(m^2/d)$	S	误差大小
GSWBOA	225.964 90	0.000 616 78	0.003 091 20
PSO	205.136 60	0.000 936 04	0.007 359 80
人工配线法	237.400 00	0.000 448 41	1.904 250 00
最小二乘法 ^[6]	229.791 70	0.000 604 48	0.005 701 20

图 6(a)中,人工配线法计算降深与实际降深偏差较大,与 PSO 及 GSWBOA 相比性能较低,可见在该实际运算应用场景中并不适用。PSO 与 GSWBOA 策略优化计算结果与实际降深数据相差较小,两种策略对导水与贮水系数的优化方式明显优于人工配线法。其中 GSWBOA 策略比 PSO 所得数值更接近实际数据,具有一定的应用优势。

对于图 6(b)收敛曲线,人工配线法计算所得误差值逐步增大,策略本身稳定性及精度都较差。PSO 优化策略计算精度较配线法更高,与实际数据偏差较小且寻优过程较为稳定。本文提出的 GSWBOA 优化策略则进一步减小计算误差,寻优前期计算误差较小,后期通过收缩目标解空间进行高精度搜索,保证寻优种群稳定在最优值附近。可见 GSWBOA 对水文地质参数优化的有效性。

由表 8 可知,人工配线法所得误差最大,引入优化策略 PSO 及最小二乘法后,计算效率提高且实验误差减小,但可进一步提高精度,即并未获得最优导水与贮水系数。本文提出的 GSWBOA 策略计算所得误差值相比其余三种更小,且仍有可提升空间。综上表明,在多观测孔定流量抽水试验中,GSWBOA 仍能获得更优的水文地质参数以及更小的降深误差,在该应用领域具有一定的竞争力。

5 实验结果分析

GSWBOA 在 BOA 基础上引入了黄金正弦算子,在算法迭代过程中不断收缩解空间,随着迭代的进行算法寻优精度不断提高。通过表 3 可见,算法取得的最差值较其他优化算法都更小,并在短时间内取得最优值,表明算法搜索能力较强。通过以上改进手段有效提升了 BOA 的性能,且未显著增加算法运行的时间复杂度。

从图 1、2 中各测试函数收敛结果可见,GSWBOA 基本在 100 次迭代内快速收敛,收敛效率与精度都较高。算法的高效性在解决多峰高维函数时更为显著:通过 F_5 和 F_6 的收敛图可见,其余算法在寻优时基本都陷入了局部最优的情况,GSWBOA 则通过及时调整搜索步长避免了这种弊端。通过图 3、4 的箱线图可知,GSWBOA 有着较强的鲁棒性,在求解不同特征以及维度数的测试函数最优值时较少出现异常值,保证算法在解决实际应用问题的稳定性能。

针对水文地质参数优化问题,GSWBOA 在两种不同条件下的抽水试验表现出较强的寻优性能。不同于传统配线法以及 PSO 的优化策略,GSWBOA 自适应的调整寻优空间以及个体搜索步长,在试验运行过程中不断调整整个搜索方式,而非单一对参数进行调整。对于 Theis 公式的优化目标参数,算法首先参考实际观测值,将实际观测值视为全局最优值来不断计算、调整最适宜的导水与贮水参数,最终求解出当前条件下的最优参数值,提升了 Theis 公式的计算效率。

综上所述,GSWBOA 的优化效果较 BOA 更加优秀,在基准函数测试优化实验中有高效的寻优性能,且在解决水文地质参数的优化问题中同样具有一定优势。拓宽了算法的应用场景与学术研究价值。

6 结论

针对水文地质参数求解精度不足以及传统配线法等策略在求解参数过程中效率低下等问题,本文提出了一种黄金正弦加权蝴蝶优化算法(GSWBOA)用于水文地质参数优化应用问题的研究。GSWBOA 通过融入了黄金正弦算子来改进 BOA 算法原有的搜索方式;其次引入自适应权重提高算法的寻优精度,避免算法后期易陷入局部最优的缺点。通过与 5 种群智能优化算法对 6 个基准测试函数的寻优实验进行验证 GSWBOA 的基本寻优性能,实验结果表明 GSWBOA 收敛精度较高,寻优能力与稳定性较强。对于水文地

质参数优化问题,GSWBOA 能够有效协调算法的全局勘探和局部开发能力,与其它对比算法策略相比,GSWBOA 在不同条件下的仿真抽水试验中,都能较为有效的获得较优的导水与贮水系数,使得计算降深与实际降深数据保持较小的误差进行后续的抽水试验。可见本文提出的 GSWBOA 在该领域具有较强的竞争力。后期将对该算法进一步的性能改进与优化并在阶梯状变流量、间断性阶梯状等的抽水试验中进行更为全面的研究。

参考文献:

- [1] 赵衍杰,张志超,王桂林,等. 基于抽水试验确定含水层水文地质参数计算方法[J]. 山西建筑, 2022, 48(8):93-95.
ZHAO Yanjie, ZHANG Zhichao, WANG Guilin, et al. Discussion on calculation method of determining hydrogeological parameters of aquifer based on pumping test[J]. Shanxi Architecture, 2022, 48(8):93-95.
- [2] FABBROCINO S, SESSA EB, DE VITA S, et al. A GIS-based hydrogeological approach to the assessment of the groundwater circulation in the Ischia volcanic island (Italy)[J/OL]. *Frontiers in Earth Science*, 2022[2023-04-25]. <https://doi.org/10.3389/feart.2022.883719>.
- [3] AKHTER G, GE Y, HASAN M, et al. Estimation of hydrogeological parameters by using pumping, laboratory data, surface resistivity and thiesen technique in lower bari doab (Indus Basin), Pakistan[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(6):1-19.
- [4] SAMADI J. Modelling hydrogeological parameters to assess groundwater pollution and vulnerability in Kashan aquifer: novel calibration-validation of multivariate statistical methods and human health risk considerations[J/OL]. *Environmental Research*, 2022[2023-04-25]. <https://doi.org/10.1016/j.envres.2022.113028>.
- [5] 周志芳,王萍,李雅冰,等. 一种求解承压含水层水文地质参数的新配线法[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2019, 47(1):7-12.
ZHOU Zhifang, WANG Ping, LI Yabing, et al. A new type curve method for estimating hydrogeological parameters of confined aquifers[J]. *Journal of Hohai University (Natural Sciences)*, 2019, 47(1):7-12.
- [6] 张勇,党承华,东栋,等. 水文地质参数智能优化计算[M]. 北京: 科学出版社, 2019:120-135.
ZHANG Yong, DANG Chenghua, DONG Dong, et al. Intelligent optimization calculation of hydrogeological parameters[M]. Beijing: Science Press, 2019:120-135.
- [7] 段国荣,刘元会. 用差异演化-粒子群混合算法确定含水层参数[J]. 西安科技大学学报, 2019, 39(3):549-554.
DUAN Guorong, LIU Yuanhui. Differential evolution-particle swarm optimization mixed algorithm determine aquifer parameters[J]. *Journal of Xi'an University of Science and Technology*, 2019, 39(3):549-554.
- [8] 刘淑惠,肖长来,梁秀娟. 基于线性、非线性规划的双辽市水文地质参数计算方法[J]. 水电能源科学, 2020, 38(4):72-75.
LIU Shuhui, XIAO Changlai, LIANG Xiujuan. A method for calculating hydrogeological parameters of Shuangliao city based on linear and nonlinear programming[J]. *Water Resources and Power*, 2020, 38(4):72-75.
- [9] 周念清,张瑞城,江思珉,等. ES-MDA 算法融合 ERT 数据联合反演地下水污染源与含水层参数[J]. 南水北调与水利科技(中英文), 2022, 20(3):478-486.
ZHOU Nianqing, ZHANG Ruicheng, JIANG Simin, et al. Joint inversion of contaminant source and aquifer parameters by assimilating ERT data with the ES-MDA algorithm[J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology*, 2022, 20(3):478-486.
- [10] ARORA S, SINGH S. Butterfly optimization algorithm: a novel approach for global optimization[J]. *Soft Computing*, 2019, 23(3):715-734.
- [11] ARORA S, SINGH S. Node localization in wireless sensor networks using butterfly optimization algorithm[J]. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 2017, 42(8):3325-3335.
- [12] DUBEY A K. Optimized hybrid learning for multi-disease prediction enabled by lion with butterfly optimization algorithm[J]. *Sādhanā*, 2021, 46(2):1-27.
- [13] TUBISHAT M, ALSWAITTI M, MIRJALILI S, et al. Dynamic butterfly optimization algorithm for feature selection[J]. *IEEE Access*, 2020, 8:194303-194314.
- [14] ARORA S, SINGH S. An improved butterfly optimization algorithm with chaos[J]. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 2017, 32(1):1079-1088.
- [15] ARORA S, ANAND P. Learning automata-based butterfly optimization algorithm for engineering design problems[J]. *International Journal of Computational Materials Science and Engineering*, 2018, 7(4):1-28.
- [16] 陈俊,何庆. 基于余弦相似度的改进蝴蝶优化算法[J]. 计算机应用, 2021, 41(9):2668-2677.
CHEN Jun, HE Qing. Improved butterfly optimization algorithm based on cosine similarity[J]. *Journal of Computer Applications*, 2021, 41(9):2668-2677.

- [17] 张小萍, 谭欢. 具有动态方差高斯变异的蝴蝶优化算法[J]. 云南师范大学学报(自然科学版), 2022, 42(3):31-36.
ZHANG Xiaoping, TAN Huan. Butterfly optimization algorithm with dynamic variance Gaussian mutation[J]. Journal of Yunnan Normal University (Natural Sciences Edition), 2022, 42(3):31-36.
- [18] 邱淑伟, 吴亚敏, 柯昱琪, 等. 基于遍历搜索算法的水文地质参数优化求解[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2020, 50(6):1854-1861.
QIU Shuwei, WU Yamin, KE Yuqi, et al. Optimization of hydrogeological parameters based on ergodic search algorithm[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2020, 50(6):1854-1861.
- [19] CRAWFORD B, SOTO R, DE LA FUENTE MELLA H, et al. Binary fruit fly swarm algorithms for the set covering problem[J]. Computers, Materials and Continua, 2022, 71(2):4295-4318.
- [20] TANYILDIZI E, DEMIR G. Golden sine algorithm: a novel math-inspired algorithm[J]. Advances in Electrical and Computer Engineering, 2017, 17(2):71-78.
- [21] GHASEMI M, AKBARI E, RAHIMNEJAD A, et al. Phasor particle swarm optimization: a simple and efficient variant of PSO[J]. Soft Computing, 2019, 23(19):9701-9718.
- [22] 郝芃斐, 池瑞, 屈志坚, 等. 求解铁路物流配送中心选址问题的改进灰狼优化算法[J]. 计算机应用, 2021, 41(10):2905-2911.
HAO Pengfei, CHI Rui, QU Zhijian, et al. Improved grey wolf optimizer for location selection problem of railway logistics distribution center[J]. Journal of Computer Applications, 2021, 41(10):2905-2911.
- [23] 宁杰琼, 何庆. 混合策略改进的蝴蝶优化算法[J]. 计算机应用研究, 2021, 38(6):1718-1723, 1738.
NING Jieqiong, HE Qing. Mixed strategy to improve butterfly optimization algorithm[J]. Application Research of Computers, 2021, 38(6):1718-1723, 1738.

(编辑:甄鹏)

(上接第36页)

- [15] DU M, WANG R, JI R, et al. Robp a robust border-peeling clustering using Cauchy kernel[J]. Information Sciences, 2021, 571:375-400.
- [16] 陈延伟, 赵兴旺. 基于边界点检测的变密度聚类算法[J]. 计算机应用, 2022, 42(8):2450-2460.
CHEN Yanwei, ZHAO Xingwang. Varied density clustering algorithm based on border point detection[J]. Journal of Computer Applications, 2022, 42(8):2450-2460.
- [17] 张柏恺, 杨德刚, 冯骥. 一种去除聚类数量 k 和邻域参数 c 设置的自适应聚类算法[J]. 计算机工程与科学, 2021, 43(10):1838-1847.
ZHANG Bokai, YANG Degang, FENG Ji. A self-adaptive clustering algorithm without neighborhood parameter k and cluster number c [J]. Computer Engineering & Science, 2021, 43(10):1838-1847.
- [18] DUNN J C. A fuzzy relative of the isodata process and its use in detecting compact well-separated clusters[J]. Journal of Cybernetics, 1973, 3:32-57.
- [19] KARAYIANNIS N B. Meca: maximum entropy clustering algorithm[C]//Proceedings of 3rd IEEE International Conference on Fuzzy Systems. Piscataway: IEEE, 1994:630-635.
- [20] GAN G, WU J, YANG Z. A fuzzy subspace algorithm for clustering high dimensional data[C]//Proceedings of 2nd International Conference on Advanced Data Mining and Applications. Berlin: Springer, 2006:271-278.
- [21] FAZENDEIRO P, DE OLIVEIRA J V. Observer-biased fuzzy clustering[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2014, 23(1):85-97.
- [22] KRISHNAPURAM R, KELLER J M. The possibilistic c -means algorithm: insights and recommendations[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 1996, 4(3):385-393.
- [23] ZHANG D Q, CHEN S C. Clustering incomplete data using kernel-based fuzzy c -means algorithm[J]. Neural Processing Letters, 2003, 18(3):155-162.
- [24] HUANG H C, CHUANG Y Y, CHEN C S. Multiple kernel fuzzy clustering[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2011, 20(1):120-134.
- [25] DING S, DU M, SUN T, et al. An entropy-based density peaks clustering algorithm for mixed type data employing fuzzy neighborhood[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 133:294-313.

(编辑:于善清)