

二阶线性多智能体系统动态事件触发实际固定时间一致性

王川豪,李宗刚*,宁小刚,陈引娟

(1.兰州交通大学机电工程学院,甘肃兰州730070;2.兰州交通大学机器人研究所,甘肃兰州730070)

摘要:针对二阶线性多智能体系统事件触发实际固定时间一致性中多采用静态触发条件,存在触发次数过多、系统能耗较高的问题,提出2种动态事件触发实际固定时间一致性控制协议。基于跟踪误差、包含双曲正切函数的控制器提出连续通信一致性控制协议,在事件触发条件中引入受智能体相对状态实时调整的内部动态变量,实时调整智能体的触发阈值。利用智能体触发时刻的信息提出间歇通信一致性控制协议,避免智能体间的连续通信。验证了在2种控制协议下,系统都能够实现实际固定时间一致性,且避免了收敛时间受限于智能体初始状态的问题及Zeno行为。仿真结果表明,相较于现有静态事件触发方案,所提动态事件触发方案减少了智能体的触发次数,从而减少系统能量损耗,更适用于通信计算资源有限的实际系统。

关键词:二阶线性多智能体系统;动态事件触发;触发阈值;初始状态;实际固定时间一致性

中图分类号:TP273

文献标志码:A

引用格式:王川豪,李宗刚,宁小刚,等.二阶线性多智能体系统动态事件触发实际固定时间一致性[J].山东大学学报(理学版),2026,61(3):111-123,134.

Dynamic event-triggered practical fixed-time consensus for second-order linear multi-agent systems

WANG Chuanhao, LI Zonggang*, NING Xiaogang, CHEN Yinjuan

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, Gansu, China; 2. Institute of Robotics, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, Gansu, China)

Abstract: Aiming at the problem that the second-order linear multi-agent systems event-triggered actual fixed-time consensus mostly adopts static triggering conditions, with too many triggering times and high system energy consumption, two dynamic event-triggered actual fixed-time consensus control protocols are proposed. Based on the controller with tracking error and hyperbolic tangent function, a continuous communication consensus control protocol is proposed. The internal dynamic variables adjusted by the relative state of the agent in real time are introduced in the event triggering condition, and the trigger threshold of the agent is adjusted in real time. The intermittent communication consensus control protocol uses the information of the agent trigger time to avoid continuous communication between agents. It is verified that under the two control protocols, the system can achieve the actual fixed-time consistency, and avoid the problems that the convergence time is limited by the initial state of the agent and the Zeno behavior. The simulation results show that compared with the existing static event-triggered scheme, the proposed dynamic event-triggered scheme reduces the number of triggers of the agent, thereby reducing the energy loss of the system, and is more suitable for the actual system with limited communication computing resources.

Key words: second-order linear multi-agent system; dynamic event trigger; trigger threshold; starting state; practical fixed-time consensus

0 引言

多智能体协同控制作为控制领域的热点问题,在多机器人编队^[1]、智能交通调度^[2]、传感器网络运

收稿日期:2024-01-25;网络出版时间:2025-01-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61663020);甘肃省高等学校产业支撑计划资助项目(2022CYZC-33)

第一作者:王川豪(1998—),男,硕士研究生,研究方向为多智能体系统一致性. E-mail: 956980005@qq.com

*通信作者:李宗刚(1975—),男,教授,博士生导师,博士,研究方向为智能仿生机器人与多机器人系统协同控制. E-mail: lizongg@126.com

作^[3-4]等实际系统中有着广泛应用。多智能体系统的一致性是指设计合适的控制协议,使得系统中的智能体在相互通信和协同合作下,不断更新自己的状态,最终实现智能体之间的状态一致^[5]。

在多智能体系统一致性问题的众多研究中,系统的收敛速度被视为评估控制器性能的关键指标,受到研究人员的重点关注。有限时间一致性控制具有收敛速率快、控制精度高、扰动抑制能力强等优点,能使多智能体系统在有限时间内较快地实现一致性。Tong等^[6]针对一阶多智能体系统,提出一种分布式一致性协议,实现系统在固定拓扑下的有限时间一致性。Zhao等^[7]针对二阶多智能体系统,通过非奇异终端滑模控制,实现有限时间内跟随者与领导者的状态同步。但是,以上有限时间一致性控制的收敛时间受限于智能体初始状态,在智能体初始状态差异过大或不明确的情况下,收敛时间会很长甚至难以计算。实际应用中的一些多智能体系统,比如航天器姿态同步、多机器人编队、机器人灭火搜救等,需要在特定的时间内实现一致性,并且其智能体初始状态往往是未知的。为解决有限时间一致性中收敛时间受限于智能体初始状态的问题,研究者提出固定时间一致性控制算法,它能保证不同初始状态的系统都能在特定的时间内实现一致性。Zhang等^[8]设计一种分布式一致性协议,实现固定拓扑下的一阶多智能体系统固定时间一致性。Defoort等^[9]针对一阶非线性多智能体系统,提出一种基于局部信息的分布式控制协议,解决系统固定时间一致性追踪问题。Zhao等^[10]针对一阶受扰多智能体系统,设计一种分布式固定时间一致性协议,得到系统可解固定时间一致性的充分条件。在实际系统中,二阶多智能体系统需要智能体的位置状态和速度状态来刻画,相较于一阶多智能体系统,控制策略设计更为复杂,应用更为广泛。Zhou等^[11]针对二阶受扰多智能体系统,设计估计未知速度状态的观测器和基于积分滑模控制的固定时间一致性算法,实现系统的固定时间一致性。孙小童等^[12]设计扰动观测器来估计系统匹配扰动并在分布式协议中引入正弦补偿函数,实现有非匹配扰动的二阶多智能体系统的固定时间一致性。Li等^[13]设计基于系统状态的相关信息调整控制参数的固定时间一致性控制协议,解决二阶多智能体系统固定时间一致性追踪问题。Wang等^[14]设计一种连续的积分终端滑模控制协议,有效消除奇异性和抖振,实现二阶多智能体系统固定时间内跟随者与领导者的状态同步。

然而,文献[8-14]提出的控制算法均需要控制器连续更新。这会造成系统通信计算资源的浪费,在实际资源有限的系统中往往很难实现。由此,事件触发机制被应用到多智能体系统中,即当设计的触发函数达到触发阈值时,智能体才进行状态采集并更新控制器,从而节省系统通信计算资源,更能应对实际系统能量有限的问题。事件触发机制主要分为静态事件触发^[15-20]与动态事件触发^[21-23]。采用静态事件触发机制,Liu等^[15]针对一阶多智能体系统,设计2种事件触发固定时间一致性控制协议,证明在集中式和分布式下系统都能在固定时间内收敛。Liu等^[16]在控制协议中设计一个避免智能体连续通信的触发函数,实现一阶多智能体系统固定时间一致性,进一步节省系统通信资源。Liu等^[17]设计一种事件触发固定时间一致性控制协议,实现具有输入时滞和不确定扰动的一阶多智能体系统固定时间一致性。Ran等^[18]结合反步设计思想和事件触发机制,实现二阶多智能体系统事件触发有限时间一致性。Zhou等^[19]在控制协议中设计一个完全分布式的触发函数,定义一个饱和函数来改进控制算法,在解决抖振问题的同时实现二阶多智能体系统事件触发固定时间一致性。刘剑^[20]基于反步法构建智能体虚拟速度,设计基于跟踪误差函数的控制器,解决二阶线性多智能体系统事件触发固定时间一致性问题。动态事件触发机制相较于静态事件触发机制具有更高的灵活性,通过引入内部动态变量,使得事件触发条件的阈值根据智能体状态改变而相应调整,从而改善静态事件触发机制中触发函数阈值未耦合智能体状态造成的系统触发次数过多、通信计算资源消耗较大的情况,提高事件触发机制的自适应能力。运用动态事件触发机制,Liu等^[21]针对一阶多智能体系统,设计一种动态事件触发固定时间一致性控制协议,实现系统的固定时间一致性。孙梦薇等^[22]提出一种基于动态事件触发机制的固定时间一致性协议,解决切换拓扑下一阶多智能体系统固定时间平均一致性问题。邓甲等^[23]设计一种基于内部动态变量的完全分布式动态事件触发策略,得到了二阶多智能体系统可解渐近一致性的充分条件且避免了智能体连续通信。

受以上研究启发,本文以二阶线性多智能体系统为研究对象,解决其动态事件触发实际固定时间一致性问题,在触发条件中引入与智能体状态耦合的内部动态变量,设计了2种动态事件触发实际固定时间一致性控制协议。本文的主要贡献如下:

(1)不同于文献[18]中的有限时间一致性控制,本文所设计的控制协议能使多智能体系统在固定时间内实现状态的收敛,可以通过调节控制器参数设定收敛时间上界,从而避免有限时间一致性控制中收敛时间

受限于智能体初始状态的问题。

(2)相较于文献[15,18,20]采用的静态事件触发机制,本文在事件触发条件中引入与智能体状态耦合的内部动态变量,自适应调节动态事件触发函数的阈值,提高事件触发机制的自适应能力,减少系统触发次数,节省系统通信计算资源。同时还设计间歇通信下的动态事件触发一致性控制协议,避免智能体之间的连续通信,更符合实际需求。

(3)与文献[21]研究的一阶多智能体系统不同,本文以二阶多智能体系统为研究对象,同时考虑智能体的位置状态信息和速度状态信息,控制协议较一阶多智能体系统更为复杂,更能准确刻画实际系统中的大多数二阶多智能体系统。

1 预备知识与问题描述

1.1 代数图论

本文考虑的多智能体系统由 N 个智能体构成。用无向图 $\mathcal{G} = \{\mathcal{V}, \mathcal{E}\}$ 表示智能体的通信网络拓扑,其中 $\mathcal{V} = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示节点集, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$ 表示边集。边 $(i, j) \in \mathcal{E}$ 表示节点 j 为节点 i 的邻居,且节点 i 和节点 j 可以相互交换信息。节点 i 的邻居节点集合用 $\Xi_i = \{j \in \mathcal{V} | (i, j) \in \mathcal{E}\}$ 。在 2 个节点至少通过一条路径相连的情况下,该无向图连通。图的邻接矩阵为 $A \in \mathbf{R}^{N \times N}$, a_{ij} 为 A 第 i 行第 j 列的元素,如果 $(i, j) \in \mathcal{E}$,则 $a_{ij} = a_{ji} > 0$,否则 $a_{ij} = a_{ji} = 0$ 。假设对于任意 $i \in \mathcal{V}$ 都有 $a_{ii} = 0$ 。图 \mathcal{G} 的拉普拉斯矩阵为 $L = \Delta - A$,其中 $\Delta = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_N\}$,且 $d_i = \sum_{j \in \Xi_i} a_{ij}$ 。由于 $L\mathbf{1}_N = 0\mathbf{1}_N$, $\mathbf{1}_N$ 为元素为 1 的 N 维列向量,所以 0 是 L 的特征值。将 L 的特征值进行排列,即 $0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$ 。如果无向图 \mathcal{G} 是连通的,则 $\lambda_2 > 0$ 。

1.2 重要引理

在本文中,考虑如下动态系统:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = g(t, \mathbf{x}(t)), \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^N$ 表示状态向量, $g(t, \mathbf{x}(t)) : \mathbf{R}_+ \times \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$ 是未知非线性函数。

定义 1^[24] 如果系统(1)的原点是渐近稳定的且有一个收敛时间 $T(x_0) > 0$,使得系统任何解 $\mathbf{x}(t, x_0)$ 可以在 $T(x_0)$ 内达到平衡,那么系统的原点是全局有限时间稳定的。如果有 $T_{\max} > 0$,使得对于系统任何初始状态都满足收敛时间 $T \leq T_{\max}$,那么它是全局固定时间稳定的。

引理 1^[20] 考虑系统(1),假设存在一个 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}(t))$,满足

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) \leq -aV^p(\mathbf{x}(t)) - bV^q(\mathbf{x}(t)), \quad (2)$$

其中, $a, b, p \in (0, 1)$, $q \in (1, +\infty)$,则所研究系统(1)的原点是固定时间稳定的。此外,稳定时间 T 满足 $T \leq T_{\max} = \frac{1}{a(1-p)} + \frac{1}{b(q-1)}$, T_{\max} 为稳定时间的上界。

引理 2^[18] 考虑系统(1),假设存在一个 Lyapunov 函数 $V(\mathbf{x}(t))$,满足

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t)) \leq -aV^p(\mathbf{x}(t)) - bV^q(\mathbf{x}(t)) + \Phi, \quad (3)$$

其中, $a, b, \Phi > 0$, $p \in (0, 1)$, $q \in (1, +\infty)$,则所研究系统(1)的原点是实际固定时间稳定的,并且系统剩余误差的集合为 $\left\{ \lim_{t \rightarrow T} \mathbf{x}(t) \mid V(\mathbf{x}(t)) \leq \min \left\{ a^{-\frac{1}{p}} \left(\frac{\Phi}{1-\theta} \right)^{\frac{1}{p}}, b^{-\frac{1}{q}} \left(\frac{\Phi}{1-\theta} \right)^{\frac{1}{q}} \right\} \right\}$, $0 < \theta < 1$ 。此外,稳定时间 T 满足 $T \leq$

$$T_{\max} = \frac{1}{a\theta(1-p)} + \frac{1}{b\theta(q-1)}.$$

引理 3^[24] 设 \mathcal{G} 是 N 阶无向图, L 是相关的 Laplacian 矩阵,有以下结论。

(1) 当且仅当 \mathcal{G} 连通时,将 L 的特征值进行排列,即 $0 = \lambda_1 < \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_N$ 。

(2) 连通无向图 \mathcal{G} 的 Laplacian 矩阵 L 的非零最小特征值 λ_2 满足 $\lambda_2 = \min_{\|\mathbf{x}\| \neq 0, \mathbf{1}_N^T \mathbf{x} = 0} \frac{\mathbf{x}^T L \mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|^2} > 0$,其中 $\mathbf{x} =$

$\text{col}(x_1, x_2, \dots, x_N)$, 故当 $\sum_{i=1}^N x_i = 0$ 时, 有 $\lambda_2 \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} \leq \lambda_{\max} \mathbf{x}^T \mathbf{x}$ 。

$$(3) \text{ 对任意 } \mathbf{x}, \text{ 有 } \mathbf{x}^T \mathbf{L} \mathbf{x} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i - x_j)^2。$$

引理 4^[22] 对于实数 $y_1, y_2, \dots, y_N \in \mathbf{R}$, $0 < p \leq 1$, $1 < q < \infty$, 有

$$N^{1-p} \left(\sum_{i=1}^N |y_i| \right)^p \geq \sum_{i=1}^N |y_i|^p \geq \left(\sum_{i=1}^N |y_i| \right)^p, \quad N^{1-q} \left(\sum_{i=1}^N |y_i| \right)^q \leq \sum_{i=1}^N |y_i|^q \leq \left(\sum_{i=1}^N |y_i| \right)^q。$$

引理 5^[22] 对于任意实数 $y \in \mathbf{R}$, 有 $0 \leq |y| - y \tanh(\vartheta y) \leq \frac{\kappa}{\vartheta}$, 其中, $\kappa = 0.2785$, $\vartheta \gg 1$ 。

注 1 固定时间一致性控制协议与实际固定时间一致性控制协议都可以使系统在固定时间内收敛, 其不同点是: 在固定时间一致性控制协议下, 系统收敛到一致时, 智能体之间的位置状态和速度状态都完全相同; 在实际固定时间一致性控制协议下, 系统收敛到一致时, 智能体之间的位置状态和速度状态都存在误差, 且误差在一定范围内。由于大多数实际系统在收敛到一致时, 智能体之间的位置状态和速度状态都会存在误差, 因此实际固定时间一致性控制协议更适用于大多数实际系统。

1.3 问题描述

本文选取的二阶多智能体系统由 N 个二阶智能体构成, 第 i 个智能体的动力学形式为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{v}_i(t), \\ \dot{\mathbf{v}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t), \end{cases} \quad (4)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, N$, $\mathbf{x}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 是智能体 i 的位置状态; $\mathbf{v}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 是智能体 i 的速度状态, $\mathbf{u}_i(t) \in \mathbf{R}^n$ 是智能体 i 的控制输入。为了更清晰地呈现研究内容, 保持其一般性, 本文取维数 $n = 1$ 。对于多维 ($n \geq 2$) 的多智能体系统, 可运用克罗内克积运算进行求解。

考虑实际多智能体系统的通信计算资源限制, 本文以二阶线性多智能体系统为研究对象, 采取反步法和动态事件触发方法, 设计动态事件触发实际固定时间一致性控制协议, 使得多智能体系统在固定时间内达到一致, 并节省系统通信计算资源。为实现控制目标, 多智能体系统(4)满足以下假设。

假设 1 无向通信拓扑图 \mathcal{G} 具有连通属性。

定义 2 如果多智能体系统 $\Omega_1 > 0$, $\Omega_2 > 0$ 和一个设定时间 $T(\mathbf{x}_0)$, 使得当 $t \geq T(\mathbf{x}_0)$ 时, 对于任意一个智能体 i 都满足 $|x_i(t) - x_j(t)| \leq \Omega_1$ 和 $|v_i(t) - v_j(t)| \leq \Omega_2$, 则多智能体系统(4)可以实现实际有限时间一致性。如果存在 $T_{\max} > 0$ 满足 $T(\mathbf{x}_0) \leq T_{\max}$, $\forall \mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$, 则系统能实现实际固定时间一致性。

2 动态事件触发实际固定时间一致性

2.1 连续通信下动态事件触发实际固定时间一致性控制协议设计

本节解决了连续通信下二阶线性多智能体系统动态事件触发实际固定时间一致性问题。基于反步法构建智能体虚拟速度 $\tilde{v}_i(t)$, 设计基于跟踪误差的控制器来保证智能体的真实速度 $v_i(t)$ 可以在固定时间内跟踪上虚拟速度 $\tilde{v}_i(t)$, 引入与智能体状态耦合的内部动态变量, 实时调整智能体的触发条件, 减少系统触发次数, 节省了系统通信计算资源。

构建虚拟速度 $\tilde{v}_i(t)$ 为

$$\tilde{v}_i(t) = -\alpha_1 \chi_i^\beta(t) - \alpha_2 \tanh(\vartheta \chi_i(t)) + \zeta, \quad (5)$$

其中 $\chi_i(t)$ 定义为

$$\chi_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)), \quad (6)$$

并且 α_1 、 α_2 、 ζ 是正常数, $\beta \in (1, \infty)$, $\vartheta \gg 1$ 。

定义智能体 i 的跟踪误差 $e_i(t)$ 为

$$e_i(t) = v_i(t) - \tilde{v}_i(t) = v_i(t) + \alpha_1 \chi_i^\beta(t) + \alpha_2 \tanh(\vartheta \chi_i(t)) - \zeta, \quad (7)$$

将 $e_i(t)$ 对 t 求导可得

$$\dot{e}_i(t) = u_i(t) + \alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) z_i(t) + \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) z_i(t) = -(E_i(t) + \alpha_3 e_i^\gamma(t) + \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t))). \quad (8)$$

设计基于跟踪误差的控制律

$$u_i(t) = -\alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t_k^i) z_i(t_k^i) - \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t_k^i))) z_i(t_k^i) - \alpha_3 e_i^\gamma(t_k^i) - \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t_k^i)), \quad (9)$$

其中 $z_i(t)$ 定义为

$$z_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} (v_j(t) - v_i(t)), \quad (10)$$

并且 α_3, α_4 是正常数, t_k^i 是智能体 i 最新的触发时刻, $\gamma \in (1, \infty)$ 是正奇数之比。

设计如下的测量误差:

$$E_i(t) = \alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t_k^i) z_i(t_k^i) + \alpha_3 e_i^\gamma(t_k^i) + \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t_k^i)) + \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t_k^i))) z_i(t_k^i) - \alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) z_i(t) - \alpha_3 e_i^\gamma(t) - \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t)) - \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) z_i(t), \quad (11)$$

根据上述测量误差, 控制律 $u_i(t)$ 可以被改写为

$$u_i(t) = -E_i(t) - \alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) z_i(t) - \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) z_i(t) - \alpha_3 e_i^\gamma(t) - \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t)). \quad (12)$$

设计智能体 i 的触发函数为

$$\varphi_i(t) = H(|E_i(t)| - \eta \alpha_3 |e_i^\gamma(t)| - \eta \alpha_4), \quad (13)$$

其中, $H > 0, \eta \in (0, 1)$ 。

设计内部动态变量 $\phi_i(t)$ 为

$$\dot{\phi}_i(t) = \delta |e_i(t)| (\eta \alpha_3 |e_i^\gamma(t)| + \eta \alpha_4 - |E_i(t)|) - \alpha_5 \phi_i^{\frac{\gamma+1}{2}}(t) - \alpha_6 \phi_i^{\frac{1}{2}}(t) - \alpha_7 |e_i(t)| \phi_i(t), \quad (14)$$

其中, $\delta \in (0, 1), \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7 > 0, \phi_i(0) > 0$ 是设计参数。

连续通信下动态事件触发条件为

$$t_{k+1}^i = \inf \{ t > t_k^i \mid \phi_i(t) \geq \varphi_i(t) \}, \quad k = 0, 1, \dots, N. \quad (15)$$

注 2 在任何 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时, 智能体 i 都满足 $\varphi_i(t) \leq \phi_i(t)$, 此时有 $|E_i(t)| \leq \frac{\phi_i(t)}{H} + \eta \alpha_3 |e_i^\gamma(t)| + \eta \alpha_4$ 始终成立。

2.2 稳定性分析

定理 1 对于所考虑的系统(4), 通信拓扑满足假设 1, 智能体的控制器和动态事件触发条件分别由式(9)和(15)给出, 如果以下不等式成立:

$$\alpha_7 \geq \frac{1-\delta}{H}, \quad (16)$$

$$\alpha_2 \geq \zeta + \Gamma, \quad (17)$$

则系统(4)可以实现实际固定时间一致性, 其中 Γ 为系统剩余误差的上界, 可根据引理 2 和以下证明结果求得。

证明 考虑 Lyapunov 函数

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(t) + \sum_{i=1}^N \phi_i(t), \quad (18)$$

令 $V_2(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e_i^2(t), V_3(t) = \sum_{i=1}^N \phi_i(t)$, 则对 $V_1(t)$ 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= \sum_{i=1}^N e_i(t) \dot{e}_i(t) + \sum_{i=1}^N \dot{\phi}_i(t) = \sum_{i=1}^N e_i(t) (-E_i(t) - \alpha_3 e_i^\gamma(t) - \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t))) + \sum_{i=1}^N \dot{\phi}_i(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^N |e_i(t)| |E_i(t)| - \alpha_3 \sum_{i=1}^N e_i^{\gamma+1}(t) - \alpha_4 \sum_{i=1}^N |e_i(t)| \tanh(\vartheta e_i(t)) + \sum_{i=1}^N \dot{\phi}_i(t) \\ &\leq \sum_{i=1}^N |e_i(t)| |E_i(t)| - \alpha_3 \sum_{i=1}^N e_i^{\gamma+1}(t) - \alpha_4 \sum_{i=1}^N |e_i(t)| + \frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta} + \sum_{i=1}^N \delta |e_i(t)| (\eta \alpha_3 |e_i^\gamma(t)| + \eta \alpha_4 - |E_i(t)|) \\ &\quad - \alpha_5 \sum_{i=1}^N \phi_i^{\frac{\gamma+1}{2}}(t) - \alpha_6 \sum_{i=1}^N \phi_i^{\frac{1}{2}}(t) - \alpha_7 \sum_{i=1}^N |e_i(t)| \phi_i(t) \\ &= \sum_{i=1}^N |e_i(t)| (|E_i(t)| + \delta \eta \alpha_3 |e_i^\gamma(t)| + \delta \eta \alpha_4 - \delta |E_i(t)|) - \alpha_3 \sum_{i=1}^N e_i^{\gamma+1}(t) - \alpha_4 \sum_{i=1}^N |e_i(t)| \end{aligned}$$

$$+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta}-\alpha_5\sum_{i=1}^N\phi_i^{\frac{\gamma+1}{2}}(t)-\alpha_6\sum_{i=1}^N\phi_i^{\frac{1}{2}}(t)-\alpha_7\sum_{i=1}^N|e_i(t)|\phi_i(t). \quad (19)$$

根据注2,式(19)可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & -\left(\alpha_7-\frac{1-\delta}{H}\right)\sum_{i=1}^N|e_i(t)|\phi_i(t)-\alpha_3(1-\eta)\sum_{i=1}^Ne_i^{\gamma+1}(t)-\alpha_4(1-\eta)\sum_{i=1}^N|e_i(t)| \\ & -\alpha_5\sum_{i=1}^N\phi_i^{\frac{\gamma+1}{2}}(t)-\alpha_6\sum_{i=1}^N\phi_i^{\frac{1}{2}}(t)+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta}. \end{aligned} \quad (20)$$

根据定理1和引理4可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & -\alpha_3(1-\eta)N^{\frac{1-\gamma}{2}}\left(\sum_{i=1}^Ne_i^2(t)\right)^{\frac{\gamma+1}{2}}-\alpha_5N^{\frac{1-\gamma}{2}}\left(\sum_{i=1}^N\phi_i(t)\right)^{\frac{\gamma+1}{2}} \\ & -\alpha_4(1-\eta)\left(\sum_{i=1}^Ne_i^2(t)\right)^{\frac{1}{2}}-\alpha_6\left(\sum_{i=1}^N\phi_i(t)\right)^{\frac{1}{2}}+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta} \\ \leq & -\alpha_3(1-\eta)N^{\frac{1-\gamma}{2}}(2V_2(t))^{\frac{\gamma+1}{2}}-\alpha_5N^{\frac{1-\gamma}{2}}V_3^{\frac{\gamma+1}{2}}(t)-\alpha_4(1-\eta)\left(2V_2(t)\right)^{\frac{1}{2}}-\alpha_6V_3^{\frac{1}{2}}(t)+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta} \\ \leq & -\Lambda_1(V_2^{\frac{1}{2}}(t)+V_3^{\frac{1}{2}}(t))-\Lambda_2(V_2^{\frac{\gamma+1}{2}}(t)+V_3^{\frac{\gamma+1}{2}}(t))+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta} \\ \leq & -\Lambda_1V_1^{\frac{1}{2}}(t)-\Lambda_22^{\frac{1-\gamma}{2}}V_1^{\frac{\gamma+1}{2}}(t)+\frac{N\alpha_4\kappa}{\vartheta}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\Lambda_1 = \min\{\sqrt{2}\alpha_4(1-\eta), \alpha_6\}$, $\Lambda_2 = \min\{\alpha_3(1-\eta)2^{\frac{\gamma+1}{2}}N^{\frac{1-\gamma}{2}}, \alpha_5N^{\frac{1-\gamma}{2}}\}$.

剩余误差的集合为

$$\left\{\lim_{t \rightarrow T} \mathbf{x}(t) \mid V_1(t) \leq \min\left\{\left(\frac{N\alpha_4\kappa}{\Lambda_1\vartheta(1-\theta)}\right)^2, 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\left(\frac{N\alpha_4\kappa}{\Lambda_2\vartheta(1-\theta)}\right)^{\frac{2}{\gamma+1}}\right\}\right\}, \quad (22)$$

得 $|e_i(t)| \leq \|e_i(t)\| \leq \Gamma = \min\left\{\left(\frac{N\alpha_4\kappa}{\Lambda_1\vartheta(1-\theta)}\right)^2, 2^{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}\left(\frac{N\alpha_4\kappa}{\Lambda_2\vartheta(1-\theta)}\right)^{\frac{2}{\gamma+1}}\right\}$, 进而 $e_i(t)$ 将在稳定时间 T_1 内收敛到一致, 其中 $\theta \in (0, 1)$, 该稳定时间 T_1 满足

$$T_1 \leq T_{\max}^1 = \frac{2}{\Lambda_1\theta} + \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}}}{\Lambda_2\theta(\gamma-1)}, \quad (23)$$

而且当 $|e_i(t)| \leq \Gamma$, 等式 $v_i(t) = e_i(t) + \tilde{v}_i(t) = e_i(t) - \alpha_1\chi_i^\beta(t) - \alpha_2\tanh(\vartheta\chi_i(t)) + \zeta$ 成立.

然后, 考虑 Lyapunov 函数

$$V_4(t) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T(t)\mathbf{L}\mathbf{x}(t), \quad (24)$$

对 $V_4(t)$ 关于时间 t 求导可得

$$\dot{V}_4(t) = \mathbf{x}^T(t)\mathbf{L}\dot{\mathbf{x}}(t) = \sum_{i=1}^N\chi_i(t)v_i(t) = \sum_{i=1}^N\chi_i(t)(e_i(t) - \alpha_1\chi_i^\beta(t) - \alpha_2\tanh(\vartheta\chi_i(t)) + \zeta). \quad (25)$$

根据引理5, 式(25)可转化为

$$\dot{V}_4(t) \leq -\alpha_1\sum_{i=1}^N\chi_i^{\beta+1}(t) - \alpha_2\sum_{i=1}^N|\chi_i(t)| + \zeta\sum_{i=1}^N|\chi_i(t)| + \sum_{i=1}^N|\chi_i(t)||e_i(t)| + \frac{N\alpha_2\kappa}{\vartheta}. \quad (26)$$

根据引理4, 式(26)可转化为

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) \leq & -(\alpha_2 - \zeta - \Gamma)\left(\sum_{i=1}^N\chi_i^2(t)\right)^{\frac{1}{2}} - \alpha_1N^{\frac{1-\beta}{2}}\left(\sum_{i=1}^N\chi_i^2(t)\right)^{\frac{\beta+1}{2}} + \frac{N\alpha_2\kappa}{\vartheta} \\ \leq & -(\alpha_2 - \zeta - \Gamma)(2\lambda_2V_4(t))^{\frac{1}{2}} - \alpha_1N^{\frac{1-\beta}{2}}(2\lambda_2V_4(t))^{\frac{\beta+1}{2}} + \frac{N\alpha_2\kappa}{\vartheta}, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 λ_2 是矩阵 \mathbf{L} 的第2最小特征值. 剩余误差集合为

$$\left\{\lim_{t \rightarrow T} \mathbf{x}(t) \mid V_4(t) \leq \min\left\{(2\lambda_2)^{-1}\left(\frac{N\alpha_2\kappa}{\vartheta(1-\theta)(\alpha_2 - \zeta - \Gamma)}\right)^2, \frac{N}{2\lambda_2}\left(\frac{\alpha_2\kappa}{\alpha_1\vartheta(1-\theta)}\right)^{\frac{2}{\beta+1}}\right\}\right\}, \quad (28)$$

其中, $T=T_1+T_2$, $\theta \in (0,1)$, 并且稳定时间 T_2 满足

$$T_2 \leq T_{\max}^2 = \frac{\sqrt{2}}{(\alpha_2 - \zeta - \Gamma)\theta\sqrt{\lambda_2}} + \frac{2}{\alpha_1(\beta-1)N^{\frac{1-\beta}{2}}\theta(2\lambda_2)^{\frac{\beta+1}{2}}}, \quad (29)$$

所以,式(4)可以实现实际固定时间一致性,并且总的稳定时间为

$$T = T_1 + T_2 \leq T_{\max} = T_{\max}^1 + T_{\max}^2 = \frac{2}{\Lambda_1\theta} + \frac{2^{\frac{\gamma+1}{2}}}{\Lambda_2\theta(\gamma-1)} + \frac{\sqrt{2}}{(\alpha_2 - \zeta - \Gamma)\theta\sqrt{\lambda_2}} + \frac{2}{\alpha_1(\beta-1)N^{\frac{1-\beta}{2}}\theta(2\lambda_2)^{\frac{\beta+1}{2}}}, \quad (30)$$

进而有 $|v_i(t)| = |e_i(t) + \bar{v}_i(t)| \leq |-\alpha_1\chi_i^\beta(t) - \alpha_2 \tanh(\vartheta\chi_i(t)) + \zeta| + \Gamma$ 。所以,在连续通信下,智能体的速度 $v_i(t)$ 将在稳定时间 T 内收敛到一致,并且处在 $\zeta + \Gamma$ 附近的一个邻域内。

注3 与文献[18]中的二阶线性多智能体系统静态事件触发有限时间一致性控制协议相比,本文设计的二阶线性多智能体系统动态事件触发实际固定时间一致性控制协议能使系统在固定时间内收敛,避免系统收敛时间受限于智能体初始状态的问题,节省系统通信和计算资源。与文献[20]中的二阶线性多智能体系统静态事件触发实际固定时间一致性控制协议相比,本文设计的动态事件触发一致性控制协议,在触发条件中引入与智能体状态耦合的内部动态变量,实时调整智能体的触发函数阈值,提高事件触发机制的自适应能力,减少系统触发次数,节省系统通信和计算资源。

2.3 芝诺(Zeno)行为排除

定理2 对于系统(4),根据式(15)可知,不存在 Zeno 行为。

证明 由式(6)可以得到 $\sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) = \mathbf{x}^T(t) \mathbf{L} \mathbf{x}(t)$ 。因此有 $\lambda_2 \mathbf{x}^T(t) \mathbf{L} \mathbf{x}(t) \leq \sum_{i=1}^N \chi_i^2(t) \leq \lambda_N \mathbf{x}^T(t) \mathbf{L} \mathbf{x}(t)$,进而可得 $|\chi_i(t)| < \|\chi(t)\| \leq \sqrt{2\lambda_N V_4(0)}$,其中 $V_4(0) = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(0) \mathbf{L} \mathbf{x}(0)$ 。

根据式(10),可得

$$|z_i(t)| = \left| \sum_{j=1}^N a_{ij}(v_i(t) - v_j(t)) \right| \leq \|e(t)\|_1 + (l_{ii} - 1) \|e(t)\|_2 + 2\alpha_1 l_{ii} \|\chi(t)\|_2 + 2\alpha_2 l_{ii} \leq \omega_{i1}, \quad (31)$$

其中, $\omega_{i1} = (l_{ii} - 1 + N^{\frac{1}{2}})(2V_1(0))^{\frac{1}{2}} + 2\alpha_2 l_{ii} + 2\alpha_1 l_{ii}(2\lambda_N V_4(0))^{\frac{\beta-1}{2}}$,并且 λ_N 是拉普拉斯矩阵 \mathbf{L} 的最大特征值。

根据式(11),可以计算得到

$$\begin{aligned} D^+ |E_i(t)| &\leq |\dot{E}_i(t)| \\ &= |(-\alpha_3 e_i^\gamma(t) - \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t)))' - (\alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) z_i(t))' - (\alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) z_i(t))'| \\ &\leq |-(\alpha_3 \gamma e_i^{\gamma-1}(t) + \alpha_4 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta e_i(t)))) \dot{e}_i(t) - (\alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) + \alpha_2 \vartheta (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t)))) \dot{z}_i(t) \\ &\quad - z_i(t) \dot{\chi}_i(t) \alpha_1 \beta (\beta - 1) \chi_i^{\beta-2}(t) + 2\alpha_2 \vartheta^2 z_i(t) \dot{\chi}_i(t) \tanh(\vartheta \chi_i(t)) (1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t)))| \\ &\leq |(\alpha_3 \gamma e_i^{\gamma-1}(t) + \alpha_4 \vartheta) \dot{e}_i(t) + (\alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) + \alpha_2 \vartheta) \dot{z}_i(t) + z_i(t) \dot{\chi}_i(t) \alpha_1 \beta (\beta - 1) \chi_i^{\beta-2}(t) + 2\alpha_2 \vartheta^2 z_i(t) \dot{\chi}_i(t)|. \end{aligned} \quad (32)$$

令 $\omega_2 = |\alpha_3 \gamma (2V_2(0))^{\frac{\gamma-1}{2}} + \alpha_4 \vartheta|$, $\omega_3 = |\alpha_1 \beta (2\lambda_N V_4(0))^{\frac{\beta-1}{2}} + \alpha_2 \vartheta|$, $\omega_4 = |(\alpha_1 \beta (\beta - 1) (2\lambda_N V_4(0))^{\frac{\beta-2}{2}} + 2\alpha_2 \vartheta^2)|$,式(32)可转化为

$$\begin{aligned} D^+ |E_i(t)| &\leq \omega_2 |\dot{e}_i(t)| + \omega_3 |\dot{z}_i(t)| + \omega_4 z_i^2(t) \\ &\leq \omega_2 |u_i(t)| + \omega_2 |\alpha_1 \beta (2\lambda_N V_4(0))^{\frac{\beta-1}{2}} + \alpha_2 \vartheta| |z_i(t)| + \omega_3 |\dot{z}_i(t)| + \omega_4 z_i^2(t) \\ &\leq \omega_2 |u_i(t_k^i)| + \omega_{i1} \omega_2 \omega_3 + \omega_{i1}^2 \omega_4 + \omega_3 \left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_{k_j(t)}^j) \right|. \end{aligned} \quad (33)$$

令 $\psi(t_k^i, t_{k_j(t)}^j) = \omega_2 |u_i(t_k^i)| + \omega_{i1} \omega_2 \omega_3 + \omega_{i1}^2 \omega_4 + \omega_3 \left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_{k_j(t)}^j) \right|$, $\psi(t_k^i, t_{k_j(t)}^j)$ 有一个上界 $\bar{\psi}$, $t_{k_j(t)}^j$ 是智能体 j 的最新触发时刻。

由于 $E_i(t_k^i) = 0$,基于式(33),则有

$$|E_i(t)| \leq E_i(t_k^i) + \int_{t_k^i}^t |\dot{E}_i(s)| ds \leq \int_{t_k^i}^t \psi(t_k^i, t_{k_j(t)}^j) ds. \quad (34)$$

又由式(15)、(34)可知

$$|E_i(t_{k+1}^i)| = \frac{\phi_i(t_{k+1}^i)}{H} + \eta\alpha_3 |e_i^\gamma(t_{k+1}^i)| + \eta\alpha_4 \leq \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \psi(t_k^i, t_{k_j(t)}^j) ds \leq \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \bar{\psi} ds \leq \bar{\psi}(t_{k+1}^i - t_k^i), \quad (35)$$

可以得到 $t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{\eta\alpha_4}{\bar{\psi}} > 0$, 所以多智能体系统不会发生 Zeno 行为。

2.4 间歇通信下动态事件触发实际固定时间一致性控制

由于 2.1 节中式 (15) 的监测需要在连续通信环境下进行, 会消耗过多的系统通信资源, 因此, 设计一种间歇通信下动态事件触发实际固定时间一致性控制协议, 在实现系统一致性的同时, 解决连续通信问题。

定义函数

$$\bar{\Xi}_i(t) = \alpha_1 \beta \chi_i^{\beta-1}(t) z_i(t) + \alpha_2 \vartheta(1 - \tanh^2(\vartheta \chi_i(t))) z_i(t). \quad (36)$$

定义 $Y_i(t) = |E_i(t)| + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t)|$, 与 2.3 节相似, 可以计算得到

$$\begin{aligned} D^+ Y_i(t) &\leq |\dot{E}_i(t)| + \frac{\eta}{1+\eta} |\dot{\bar{\Xi}}_i(t)| \leq \omega_2 |\dot{e}_i(t)| + \frac{(1+2\eta)\omega_3}{1+\eta} |\dot{z}_i(t)| + \frac{(1+2\eta)\omega_4}{1+\eta} z_i^2(t) \\ &\leq \omega_2 |u_i(t_k^i)| + \omega_{i1} \omega_2 \omega_3 + \frac{(1+2\eta)\omega_{i1}^2 \omega_4}{1+\eta} + \frac{(1+2\eta)\omega_3}{1+\eta} \left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_{k_j(t)}^j) \right|. \end{aligned} \quad (37)$$

令 $\bar{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^j) = \omega_2 |u_i(t_k^i)| + \omega_{i1} \omega_2 \omega_3 + \frac{(1+2\eta)\omega_{i1}^2 \omega_4}{1+\eta} + \frac{(1+2\eta)\omega_3}{1+\eta} \left| \sum_{j=1}^N l_{ij} u_j(t_{k_j(t)}^j) \right|$, 设计智能体 i 的触发函数为

$$\bar{\varphi}_i(t) = \bar{E}_i(t) + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t_k^i)| - \bar{\chi}_i(t_k^i) - \mathfrak{S} \Theta_i(t), \quad (38)$$

其中, $\mathfrak{S} > 1$ 是设计参数, $\Theta_i(t)$ 为动态变量,

$$\bar{E}_i(t) = \int_{t_k^i}^t \bar{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^j) ds, \quad \bar{\chi}_i(t_k^i) = \frac{\eta}{1+\eta} |\alpha_3 e_i^\gamma(t_k^i) + \alpha_4 \tanh(\vartheta e_i(t_k^i)) + \bar{\Xi}_i(t_k^i)|.$$

设计间歇通信下动态事件触发条件为

$$t_{k+1}^i = \inf \{ t > t_k^i \mid \bar{\varphi}_i(t) \geq 0 \}, \quad k=0, 1, \dots, N. \quad (39)$$

定理 3 对于所考虑的二阶多智能体系统 (4), 通信拓扑满足假设 1, 智能体的控制器和动态事件触发条件分别由式 (9) 和 (39) 给出, 如果以下不等式成立:

$$\alpha_7 \geq \frac{1-\delta}{H}, \quad (40)$$

$$\alpha_2 \geq \zeta + \Gamma, \quad (41)$$

$$\mathfrak{S} \Theta_i(t) \leq \frac{\phi_i(t)}{H(1+\eta)}, \quad (42)$$

则在间歇通信下, 系统可以实现实际固定时间一致性, 且不存在 Zeno 行为。

证明 当 $t \in [t_k^i, t_{k+1}^i)$ 时, 由动态事件式 (39) 可知

$$\bar{E}_i(t) + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t_k^i)| \leq \bar{\chi}_i(t_k^i) + \mathfrak{S} \Theta_i(t), \quad (43)$$

类似于式 (32) 和 (33), 可以计算得到

$$|E_i(t)| + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t)| \leq \bar{E}_i(t) + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t_k^i)| \leq \bar{\chi}_i(t_k^i) + \mathfrak{S} \Theta_i(t), \quad (44)$$

根据式 (11)、(36) 和定理 3, 可以计算得到

$$|E_i(t)| \leq \frac{\phi_i(t)}{H} + \eta\alpha_3 |e_i^\gamma(t)| + \eta\alpha_4, \quad (45)$$

可见, 间歇通信下的动态事件触发条件式 (39) 可以确保式 (45) 成立, 即可以确保 $\varphi_i(t) \leq \phi_i(t)$ 。关于在间歇通信下系统实现实际固定时间一致性的证明与定理 1 中证明相同, 这里不再证明。接下来, 证明系统不存

在Zeno行为。由式(39)可知,当 $\bar{\varphi}_i(t_{k+1}^i) = 0$ 时,智能体的下一事件会触发,有

$$\bar{E}_i(t_{k+1}^i) + \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t_k^i)| = \bar{\chi}_i(t_k^i) + \mathfrak{S}\Theta_i(t_{k+1}^i), \tag{46}$$

根据 $\bar{E}_i(t)$ 的定义可知

$$\bar{E}_i(t_{k+1}^i) = \int_{t_k^i}^{t_{k+1}^i} \tilde{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^i) ds \leq \tilde{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^i) (t_{k+1}^i - t_k^i), \tag{47}$$

根据式(46)和(47),可以计算得到

$$t_{k+1}^i - t_k^i \geq \frac{\bar{\chi}_i(t_k^i) + \mathfrak{S}\Theta_i(t_{k+1}^i) - \frac{\eta}{1+\eta} |\bar{\Xi}_i(t_k^i)|}{\tilde{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^i)} > 0. \tag{48}$$

因此,系统在实现实际固定时间一致性的过程中不会发生Zeno行为。

注4 在间歇通信下的式中,只使用了 $\tilde{\psi}(t_k^i, t_{k_j(t)}^i)$ 、 $\bar{\Xi}_i(t_k^i)$ 和 $e_i(t_k^i)$ 等信息,即只使用了智能体触发时刻的信息来决定 t_{k+1}^i ,即在式的监测中避免连续通信,可以节省系统的通信资源。这种间歇通信的静态事件触发控制方法在文献[18,20]中都有应用,本节设计一种间歇通信下动态事件触发实际固定时间一致性控制协议,在实现间歇通信下系统实际固定时间一致性的同时,提高事件触发机制的自适应能力。

注5 在智能体间歇通信下,系统的通信资源得以节省。然而,由于此时式使用的不是智能体的实时信息,而是智能体触发时刻的信息,因此,由间歇通信下式所决定的系统触发次数会大于由连续通信下式所决定的系统触发次数,以保证间歇通信下系统的控制性能稳定。

3 实例仿真

3.1 仿真验证

本文考虑的二阶多智能体系统通信拓扑如图1所示。

在此通信拓扑图中,每一条连接边的权重设定为1, $\lambda_2 = 1.382$ 。取系统初始状态 $\mathbf{x}(0) = [4.2, 2.5, 0.2, -0.5, 2.6]^T$, $\mathbf{v}(0) = [-40, 10, 34, 45, -45]^T$ 。

对于任意 i ,设计参数为 $\gamma = 9/5$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 4$, $\alpha_3 = 2.5$, $\alpha_4 = 3$, $\alpha_5 = 2$, $\alpha_6 = 3$, $\alpha_7 = 2$, $\beta = 2$, $H = 0.2$, $\eta = 0.5$, $\delta = 0.8$, $\theta = 0.2$, $\vartheta = 80$, $\zeta = 1.5$, $\varphi_i(0) = 280$ 。由上述参数可以得 $\Gamma = 0.01$,并且可以验证这些设计参数符合定理1中的条件。通过式(30)计算得到稳定时间上界 $T \approx 8.5$ s。图2—6分别展示了连续通信下多智能体系统在所设计一致性控制协议下的仿真结果。

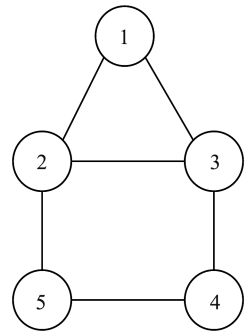


图1 通信拓扑图
Fig.1 Communication topology

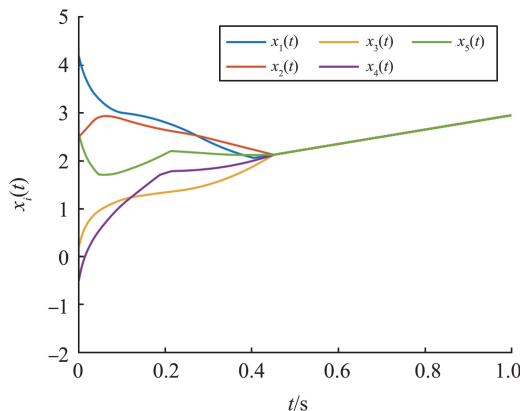


图2 智能体的位置变化
Fig.2 Position state evolution of agents

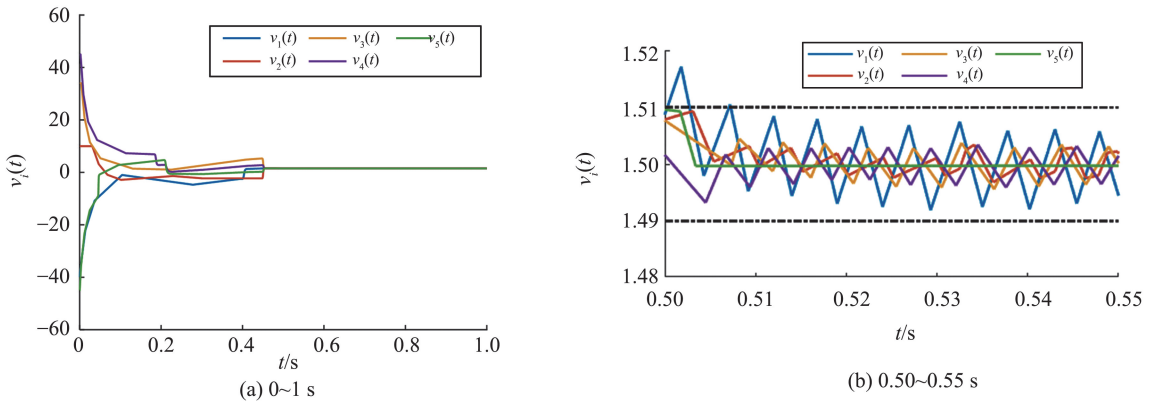


图 3 智能体在不同时间段的速度变化
Fig.3 Speed state evolution of agents

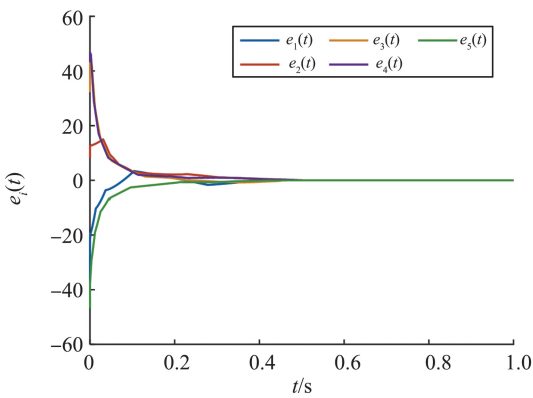


图 4 智能体的跟踪误差
Fig.4 Tracking error of agents

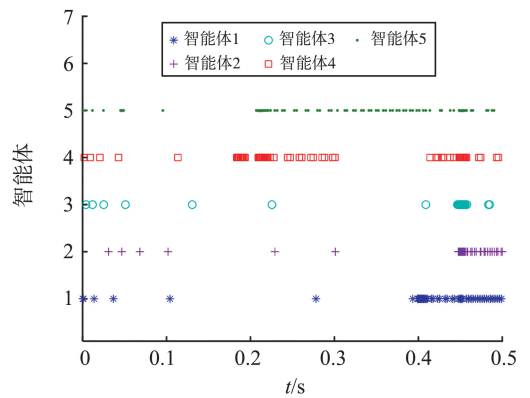


图 5 智能体的触发时刻
Fig.5 Triggering instants of agents

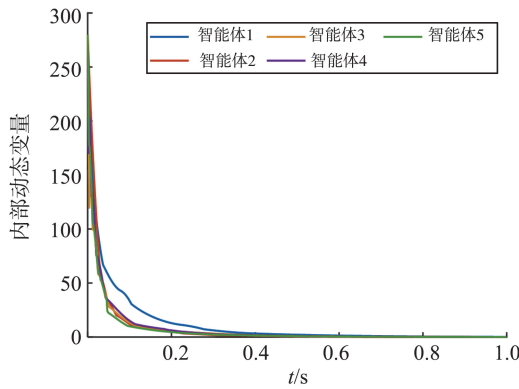


图 6 智能体的内部动态变量变化
Fig.6 Internal dynamic variable changes of agents

图 2 和图 3 分别展示连续通信下二阶多智能体系统在动态事件触发机制下的智能体位置变化和智能体速度变化。5 个智能体的速度在 $t=0.51$ s 时收敛到 $\zeta+\Gamma=1.51$ 的邻域 $(1.49, 1.51)$ 内, 并且此时智能体的位置也收敛到一致。图 4 展示智能体的跟踪误差变化, 图 5 显示智能体各自的触发时刻, 可以看出系统不会发生 Zeno 行为。图 6 刻画智能体内部动态变量的变化, 智能体在控制过程前期相对状态误差较大, 内部动态变量随着时间自适应变化, 最后趋近于一致, 可通过实时调整智能体的触发条件, 减少系统触发次数。

对间歇通信下二阶线性多智能体系统动态事件触发实际固定时间一致性问题进行仿真实验。取 $\aleph=3$, $\Theta_i(t)=13e^{-27t}$, 保证其他设计参数与连续通信下设计参数相同。可以验证, 系统满足定理 3 中的条件。图 7—10 展示了间歇通信下多智能体系统实际固定时间一致性的仿真结果。

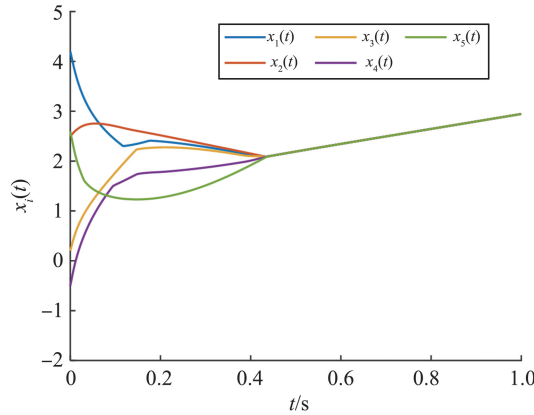


图7 智能体的位置变化
Fig.7 Position state evolution of agents

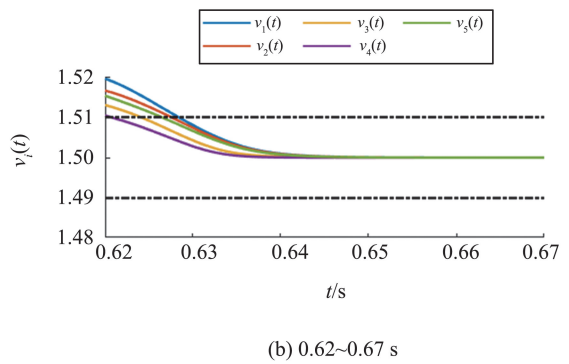
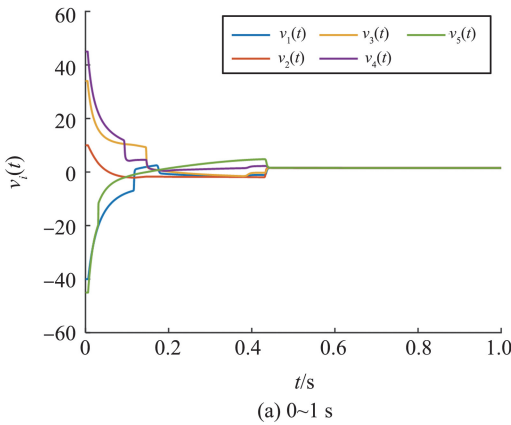


图8 智能体在不同时间段的速度变化
Fig.8 Speed state evolution of agents

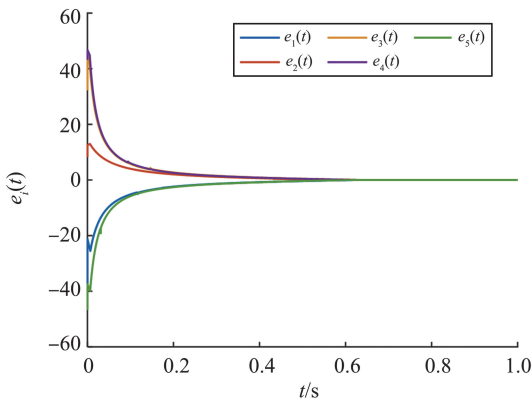


图9 智能体的跟踪误差
Fig.9 Tracking error of agents

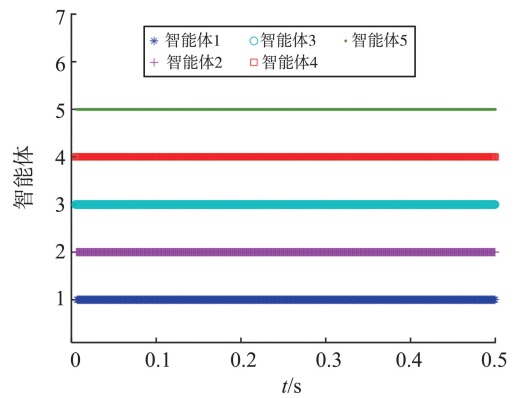


图10 智能体的触发时刻
Fig.10 Triggering instants of agents

图7和图8分别展示二阶多智能体系统在间歇通信动态事件触发控制协议下的智能体位置变化和速度变化,系统实现了实际固定时间一致性。图9展示智能体的跟踪误差变化,跟踪误差最后收敛到0。图10刻画智能体的触发时刻,可以看出系统不存在Zeno行为,但是相较于连续通信下的系统一致性,该系统产生更多的智能体事件触发时刻。

注6 对连续通信动态事件触发控制协议所取参数进行分析,在设计参数满足定理1的情况下,根据式(22)、(28)和(30)可知,增大设计参数 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \theta, \vartheta$,减小设计参数 γ, β, η ,能提高收敛速度。增大设计参数 $\alpha_3, \alpha_5, \alpha_6, \vartheta$,减小设计参数 α_4, θ, η ,能缩小智能体之间的速度误差范围 Ω_2 ;增大设计参数 $\alpha_3, \alpha_5, \alpha_6, \vartheta$,减小设计参数 $\alpha_4, \theta, \eta, \beta$,能缩小智能体之间的位置误差范围 Ω_1 。设计者可以依据实际工程应用的具体需求选择合适的设计参数,在满足系统收敛时间要求的同时,尽可能减小智能体之间

的状态误差。

3.2 对比实验分析

为了展示本文所设计的连续通信动态事件触发控制协议在减少系统触发次数,节省系统通信计算资源等方面的优点,本文将其与相应的连续通信静态事件触发控制协议进行比较。

相应的连续通信静态事件触发条件为

$$t_{k+1}^i = \inf \{ t > t_k^i \mid \varphi_i(t) \geq 0 \}, \quad k=0,1,\dots,N. \quad (49)$$

在系统初始状态和各设计参数与动态事件触发,初始状态和设计参数相同的情况下,针对具有式(9)和(49)的多智能体系统,其实际固定时间一致性仿真结果如图11—14所示。

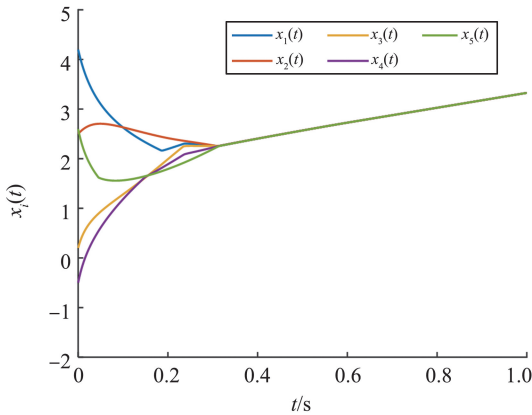


图11 智能体的位置变化
Fig.11 Position state evolution of agents

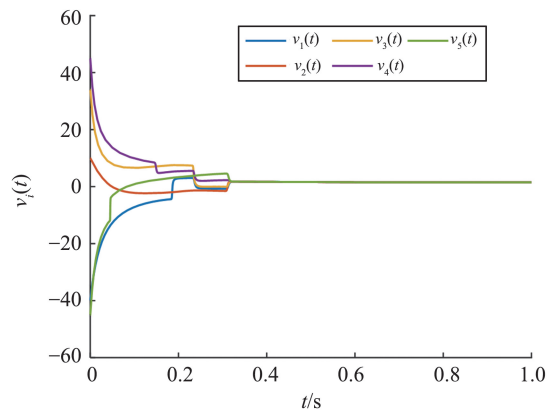


图12 智能体的速度变化
Fig.12 Speed state evolution of agents

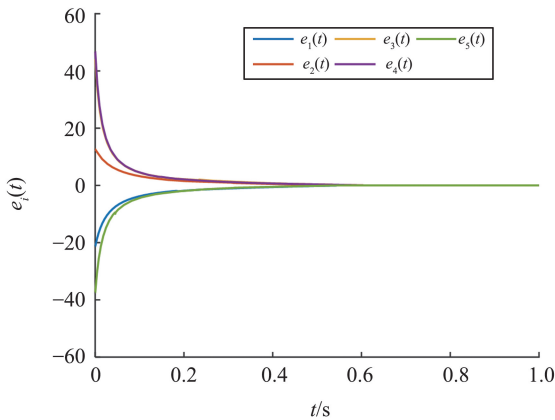


图13 智能体的跟踪误差
Fig.13 Tracking error of agents

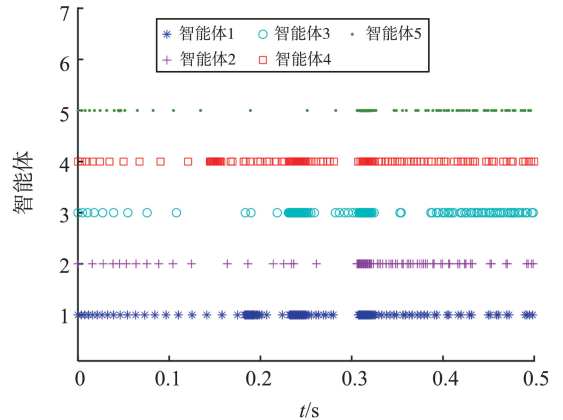


图14 智能体的触发时刻
Fig.14 Triggering instants of agents

图11—13刻画在静态事件触发下智能体的位置变化、速度变化和跟踪误差变化。图14展示智能体的触发时刻,与动态事件触发控制下的图5对比可以看出动态事件触发机制能减少触发次数,减少系统能源损耗。在2种不同触发机制下,智能体前0.5s内的触发次数如表1所示。

表1 不同触发机制下智能体的触发次数
Table 1 Number of triggers of each agent under different triggering mechanisms

触发条件	各智能体触发次数					总触发次数
	智能体 1	智能体 2	智能体 3	智能体 4	智能体 5	
式(49)	782	340	554	614	414	2 704
式(15)	212	190	150	304	120	976

从表1中数据可以看出,与静态事件触发机制相比,动态事件触发机制可以减少系统触发次数,从而降低系统能源损耗。

4 结论

本文以二阶线性多智能体系统为研究对象,结合动态事件触发机制,实现系统动态事件触发实际固定时间一致性。结合反步法构建智能体虚拟速度,基于智能体相对位置状态和相对速度状态,设计基于跟踪误差的控制器,并在事件触发条件中引入与智能体状态耦合的内部动态变量,创新性地提出一种连续通信下的动态事件触发实际固定时间一致性控制策略。在满足系统一致性控制时间需求的同时,减少系统触发次数,节省系统通信计算资源且避免了 Zeno 行为。在此基础上,还提出一种间歇通信下动态事件触发实际固定时间一致性控制策略,解决智能体之间的连续通信问题,节省了系统通信资源。未来将针对切换拓扑下的二阶线性多智能体系统,研究其动态事件触发固定时间一致性。

参考文献:

- [1] 王晨阳,杨丽曼,李运华. 基于两级滑模控制的多移动机器人映射领航编队控制策略[J]. 北京航空航天大学学报, 2023, 49(11):3108-3114.
WANG Chenyang, YANG Liman, LI Yunhua. A mapping leader formation control strategy for multiple mobile robots based on two-stage sliding mode control[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2023, 49(11):3108-3114.
- [2] 杨兆升,刘喜敏,卢守峰. 基于混合遗传算法的多 Agent 交通控制系统[J]. 交通运输系统工程与信息, 2006(1):64-67,95.
YANG Zhaosheng, LIU Ximin, LU Shoufeng. Multi-agent traffic control system based on hybrid genetic algorithm[J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2006(1):64-67,95.
- [3] GE Xiaohua, HAN Qinglong. Distributed event-triggered H_∞ filtering over sensor networks with communication delays[J]. Information Sciences, 2015, 291:128-142.
- [4] 宋金波,董宏丽,申雨轩,等. 重放攻击下多智能体系统 H_∞ 一致性 PID 控制[J]. 控制理论与应用, 2024, 41(4):658-666.
SONG Jinbo, DONG Hongli, SHEN Yuxuan, et al. H_∞ -consensus PID control of multi-agent systems under replay attack[J]. Control Theory & Applications, 2024, 41(4):658-666.
- [5] YU Wenwu, CHEN Guanrong, CAO Ming. Some necessary and sufficient conditions for second-order consensus in multi-agent dynamical systems[J]. Automatica, 2010, 46(6):1089-1095.
- [6] TONG Ping, CHEN Shihua, WANG Lei. Finite-time consensus of multi-agent systems with continuous time-varying interaction topology[J]. Neurocomputing, 2018, 284:187-193.
- [7] ZHAO Liwei, HUA Changchun. Finite-time consensus tracking of second-order multi-agent systems via nonsingular TSM[J]. Nonlinear dynamics, 2014, 75:311-318.
- [8] ZHANG Bin, JIA Yingmin. Fixed-time consensus protocols for multi-agent systems with linear and nonlinear state measurements[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 82(4):1683-1690.
- [9] DEFOORT M, POLYAKOV A, DEMESURE G, et al. Leader-follower fixed-time consensus for multi-agent systems with unknown non-linear inherent dynamics[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(14):2165-2170.
- [10] ZHAO Meng, GU Chan, ZHAO Le, et al. Fixed-Time leader-following consensus tracking control for nonlinear multi-agent systems under jointly connected graph[J]. Entropy, 2022, 24(8):1130.
- [11] ZHOU Ding, ZHANG An, YANG Pan. Fixed-time output feedback consensus of second-order multi-agent systems with settling time estimation[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2020, 18(8):2061-2074.
- [12] 孙小童,郭戈,张鹏飞. 非匹配扰动下的多智能体系统固定时间一致跟踪[J]. 自动化学报, 2021, 47(6):1368-1376.
SUN Xiaotong, GUO Ge, ZHANG Pengfei. Fixed-time consensus tracking of multi-agent systems under unmatched disturbances[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(6):1368-1376.
- [13] LI Guofei, WU Yunjie, LIU Xiaocen. Adaptive fixed-time consensus tracking control method for second-order multi-agent systems with disturbances[J]. Journal of the Franklin Institute, 2020, 357(3):1516-1531.
- [14] WANG Chunyan, WEN Guoguang, PENG Zhaoxia, et al. Integral sliding-mode fixed-time consensus tracking for second-order non-linear and time delay multi-agent systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2019, 356(6):3692-3710.
- [15] LIU Jian, YU Yao, WANG Qing, et al. Fixed-time event-triggered consensus control for multi-agent systems with nonlinear uncertainties[J]. Neurocomputing, 2017, 260:497-504.
- [16] LIU Jian, ZHANG Yanling, YU Yao, et al. Fixed-time event-triggered consensus for nonlinear multiagent systems without continuous communications[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2018, 49(11):2221-2229.
- [17] LIU Jian, ZHANG Yanling, SUN Changyin, et al. Fixed-time consensus of multi-agent systems with input delay and uncertain disturbances via event-triggered control[J]. Information Sciences, 2019, 480:261-272.