

# 基于非负 CP 分解的图像数据监控方法

范金宇<sup>1,2</sup>, 邹杨<sup>1,2</sup>, 熊健<sup>3</sup>, 古勇毅<sup>1,2\*</sup>

(1. 广东财经大学统计与数学学院, 广东 广州 510320; 2. 广东财经大学大数据与教育统计实验室, 广东 广州 510320; 3. 广州大学经济与统计学院, 广东 广州 510320)

**摘要:** 非负张量分解不仅能有效提取图像数据特征, 而且不破坏图像数据的内部结构。因此, 本文基于非负 CANDECOMP/PARAFAC (CP) 分解建立无需额外参数设置和调优的图像数据控制图, 并基于仿真模拟分析该控制图在不同偏移情形下的监控性能。仿真结果显示, 该控制图对图像的位置偏移、面积变化、形状变化和颜色变化都能做出快速预警。为了比较所建立的控制图的性能优劣, 通过一个实际的工业生产中的无纺布图像, 基于相同的参数设置, 将所提出的非负 CP 分解控制图与广义似然比 (generalized likelihood ratio, GLR) 时空控制图、区域增长的指数加权移动平均 (exponentially weighted moving average, EWMA) 时空控制图和基于实时对比 (real time contrasts, RTC) 控制图进行比较。模拟结果显示, 当偏移量大于 2 的时候, 非负 CP 分解控制图的检测性能媲美现有的检测方法; 当偏移量不超过 2 时, 非负 CP 分解控制图能更快速地检测出异常。

**关键词:** 图像数据; 非负张量分解; 特征提取; 控制图

**中图分类号:** O213; TP273 **文献标志码:** A

**引用格式:** 范金宇, 邹杨, 熊健, 等. 基于非负 CP 分解的图像数据监控方法[J]. 山东大学学报(理学版), 2024, 59(1): 27-34.

## Imagedata control chart based on nonnegative CP tensor decomposition

FAN Jinyu<sup>1,2</sup>, ZOU Yang<sup>1,2</sup>, XIONG Jian<sup>3</sup>, GU Yongyi<sup>1,2\*</sup>

(1. School of Statistics and Mathematics, Guangdong University of Finance & Economics, Guangzhou 510320, Guangdong, China; 2. Big data and Educational Statistical Application Laboratory, Guangdong University of Finance & Economics, Guangzhou 510320, Guangdong, China; 3. School of Economics and Statistics, Guangzhou University, Guangzhou 510320, Guangdong, China)

**Abstract:** Nonnegative tensor decomposition is well known for extracting the features of image data effectively and do not destroy the internal structure features of the data at the same time. This paper establishes a control chart for image data based on nonnegative tensor decomposition without any additional parameters. The monitoring performance of the proposed chart is verified by simulation under location changes, area changes, shape changes and color changes of images. Meanwhile, through a real industrial nonwoven fabric image, comparisons of the proposed control chart, the GLR-based spatiotemporal chart, the EWMA and region growing based chart and the RTC chart are conducted with the same parameter settings. The results show that our proposed method is superior to the other methods when shift size is less than or equal to 2 and performs similarly with the other method when the shift size is large than 2.

**Key words:** image data; nonnegative tensor decomposition; feature extraction; control chart

## 0 引言

随着传感器技术的发展, 不仅仅是复杂的多维数据流会反馈到控制台, 越来越多的图像数据也会被收集。图像数据包含了关于被监控过程或产品质量的丰富信息, 因此对表征生产过程或产品质量的图像数据进行有效监控可提高过程运行效率和产品质量。基于图像数据的监控在很多领域都有重要的应用。例如, 红外图像已成功用于土木结构监测<sup>[1]</sup>、机械检查<sup>[2]</sup>、疲劳损伤评估<sup>[3]</sup>和电子印刷电路板监控<sup>[4]</sup>。在钢铁工

收稿日期: 2023-01-13; 网络出版时间: 2023-11-08 16:50:45

网络出版地址: <https://link.cnki.net/urlid/37.1389.N.20231107.1140.004>

基金项目: 国家自然科学基金面上资助项目(12271111); 广州市科技计划项目(202102020419); 全国统计科学研究项目(2021LY014)

第一作者简介: 范金宇(1988—), 女, 讲师, 博士, 研究方向为统计过程控制、高维数据分析。E-mail: jinyufan@gdufe.edu.cn

\* 通信作者简介: 古勇毅(1985—), 男, 副教授, 博士, 研究方向为复分析及其应用。E-mail: gdgyongyi@163.com

业中,CCD(charge-coupled device)相机已被用于产品表面检测<sup>[5]</sup>,而摄像机已被用于监控炉火的形状和颜色从而控制钢管的质量<sup>[6]</sup>。

图像数据被广泛用于过程监控和诊断,许多图像数据的监控方法相继被一些学者研究。Horst 和 Negin (1992)<sup>[7]</sup>首次将工业生产中的图像数据与控制图关联在一起进行研究。他们研究了卷筒纸的尺寸控制、造纸、纺织品和塑料薄膜等生产工艺,并指出使用包含图像数据的控制图可以显著提高生产效率和盈利能力。从图像的像素灰度值出发,Tan 等<sup>[8]</sup>、Lyu 和 Chen<sup>[9]</sup>建立多元控制图实现对产品尺寸的质量监控,但实际生活中消费者不仅仅只关注产品尺寸是否合格,还有产品表面或者纹理是否一致等。Megahed 等<sup>[10]</sup>针对产品图像一致性,或者特定模式时基于图像像素点相互独立且服从正态分布假设下,建立了基于广义似然比(generalized likelihood ratio, GLR)的统计量的时空控制图,如其所述该方法只能检测出图像中仅存在一处的偏移。为了能同时检测出生产过程中的单个或者多个故障,He 等<sup>[11]</sup>将每个图像被划分为大小相等的非重叠区域,并基于 GLR 的多元统计量监测这些区域的平均强度,类似的方法见文献[12]。Bui 和 Apley<sup>[13-14]</sup>使用监督学习算法来表征像素的联合分布,然后开发基于空间移动的统计量来用于监控和诊断与纹理相关的故障。Zuo 等<sup>[15]</sup>考虑实际工业生产中故障的不规则性,提出基于区域增长的指数加权移动平均(exponentially weighted moving average, EWMA)时空图像数据控制图,该方法同样是基于灰度图像的像素点正态分布的假设来建立监控统计量。考虑到图像数据具有高维性,郭晓晓和李涛<sup>[16]</sup>提出基于实时对比(real time contrasts, RTC)方法,通过随机森林分类器的加权分类准确率建立图像数据监控方法,但该方法建立检测统计量时仍是取每个区域的像素均值作为变量值,即将图像转化为长度为  $n$  的一维向量。同样考虑到高维图像数据的复杂性及其内在的相关性,Kazemi 和 Niaki<sup>[17]</sup>提出利用基于主成分分析(principal component analysis, PCA)的霍特林  $T^2$  控制图思想和分类方法建立图像数据监控图,但是其需要假设数据服从正态分布。

直接基于矢量化图像数据的控制图方法不仅会破坏图像数据固有的内在结构,并且图像数据矢量化后通常维度较高,因而难以满足正态分布的假设。基于张量方法对图像数据进行表示和处理有利于充分利用其空间结构信息,并且通过基于张量化图像数据的特征提取,不仅无需图像数据分布的假设,还可以降低图像数据处理的复杂度。因此,本文提出一种基于张量分解的图像数据控制图。主要贡献是通过非负张量分解提取图像数据特征,基于提取特征建立多元指数加权移动平均(multivariate exponentially weighted moving average, MEWMA)控制图,该控制图对图像在位置、面积、形状和颜色上的变化能快速做出预警。通过与现有的图像数据控制图性能比较分析,本文所提的控制图检测性能优良,不受限于图像数据分布的假设,不需要额外的参数设计,简单易行。

## 1 基于非负张量分解的图像数据监控方法

特征提取是对预处理后的图像信息所进行的一组变换,以便在比原始信号维数较低的特征空间上对图像进行有效的描述。也就是说,特征提取不但提取了原始图像信息中最有利于图像辨别的特征,而且极大地降低了原始图像样本的维数。现有的特征提取方法如主成分分析(PCA)、非负矩阵分解、奇异值分解(singular value decomposition, SVD)等都是针对向量或矩阵模式的数据来分析。一张灰度图像的自然表示是二维数组(二阶张量),一张彩色图像的自然表示是三维数组(三阶张量),多张图像即可表示为三阶或四阶张量,这种表示方法不会破坏图像数据内在的空间结构,还可以实现原始信息的无损表达。要建立图像数据的监控方法首先要对图像数据的特征进行提取,即建立基于张量的特征提取方法。张量分解是张量特征提取的有效方法,其能将高阶张量转化为低阶张量,实现降维降阶。张量分解方法在机器学习、数据挖掘、计算机视觉、模式识别等领域有相关研究,形成了一些经典的张量分解方法包括张量主成分分析(multilinear principal component analysis, MPCA)、Tucker 分解、秩一张量分解(tensor rank-one decomposition, TROD)和 CP 分解。这几种分解模型都是对矩阵奇异值分解的高阶推广。它们在面对大规模数据时,克服了经典降维方法如主成分分析(PCA)、非负矩阵分解(nonnegative matrix factorization, NMF)、奇异值分解(SVD)等方法对三阶张量或矩阵数据矢量化的缺陷,较好的保留了原始数据的空间结构和相关性,实现降阶和特征提取。Yan 等<sup>[6]</sup>证明了 CP 分解和 TROD 本质上是相同的,而 MPCA 可以用来求解 Tucker 分解,当 Tucker 分解中的核张量是对角的,且在三个阶上的维度一致时,Tucker 分解就是 CP 分解。此外,CP 分解能实现对数

据的高度压缩,而 Tucker 分解不具有此特征。因此,本文暂且讨论 CP 分解,为了切合工业生产中的实际图像的非负性,进一步讨论非负 CP 分解。它是将张量数据分解成一些秩为 1 的张量的和,是一种可以对图像数据降维和特征提取的方法。

### 1.1 非负 CP 分解

一个  $M$  阶非负张量  $\mathbf{X} \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_M}$  的非负 CP 分解可以表述如下:

$$\min_{\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(M)}} \frac{1}{2} \|\mathbf{X} - [\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(M)}]\|_F^2,$$

使得  $\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(M)} \geq 0$ , 其中  $\mathbf{A}^{(m)} \in \mathbf{C}_+^{J_m \times R}$ ,  $m=1, 2, \dots, M$  是在不同模下待估计的因子矩阵,  $R$  是给定的正整数。

这些待估计的因子矩阵用 Kruskal 算子可以表示为  $R$  个秩一张量的外积形式:

$$[\mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(M)}] = \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \dots \circ \mathbf{v}_r^{(M)},$$

其中  $\mathbf{v}_r^{(m)}$  是  $\mathbf{A}^{(m)} \in \mathbf{C}_+^{J_m \times R}$ ,  $m=1, 2, \dots, M$  的第  $r$  列。一张彩色图像可以表示为三阶张量  $\mathbf{Y} \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ , 其中  $I_1$  和  $I_2$  图像的水平和垂直像素,  $I_3$  是颜色通道, 例如  $I_3=1$  是灰度图像,  $I_3=3$  表示 RGB (red green blue) 彩色图像。样本量为  $N$  的图像数据可以表示为四阶张量  $\mathbf{X}' \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times I_2 \times I_3 \times N}$ , 对于其中一张彩色图像数据  $\mathbf{Y} \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times I_2 \times I_3}$ , 非负 CP 分解的基本模型可表述为, 利用  $R$  个秩为 1 的张量:

$$\mathbf{Y} \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \mathbf{v}_r^{(3)}, \tag{1}$$

其中

$$\begin{aligned} \mathbf{V}^{(1)} &= (\mathbf{v}_1^{(1)}, \mathbf{v}_2^{(1)}, \mathbf{v}_3^{(1)}, \dots, \mathbf{v}_R^{(1)})^T \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times R}, \\ \mathbf{V}^{(2)} &= (\mathbf{v}_1^{(2)}, \mathbf{v}_2^{(2)}, \mathbf{v}_3^{(2)}, \dots, \mathbf{v}_R^{(2)})^T \in \mathbf{C}_+^{I_2 \times R}, \\ \mathbf{V}^{(3)} &= (\mathbf{v}_1^{(3)}, \mathbf{v}_2^{(3)}, \mathbf{v}_3^{(3)}, \dots, \mathbf{v}_R^{(3)})^T \in \mathbf{C}_+^{I_3 \times R}, \end{aligned}$$

并且  $\|\mathbf{v}_r^{(k)}\| = 1$ ,  $k=1, 2, 3$ ,  $r=1, 2, \dots, R$ ,  $\lambda_r > 0$ ,  $\mathbf{v}_r^{(k)}$  是  $I_k$  维的向量。

给定  $R$  (通常  $R$  取值为张量的秩),  $\mathbf{v}_r^{(k)}$  可以通过求解如下优化模型得到

$$\{\mathbf{v}_r^{(k)}, \lambda_r\} = \arg \min_{\mathbf{v}_r^{(k)}, \lambda_r} \|\mathbf{Y} - \sum_{r=1}^R \lambda_r \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \mathbf{v}_r^{(3)}\|_F^2, \tag{2}$$

约束条件为  $\|\mathbf{v}_r^{(k)}\| = 1$ 。

### 1.2 基于非负 CP 分解的控制图设计

利用非负 CP 分解,可以得到每一张图像数据分解的奇异值即  $\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_R)^T$ , 它表示了不同张量之间的信息差异,代表了图像之间的不同之处。因此,本文以  $\boldsymbol{\lambda}$  作为监测特征。现有样本量为  $N$  的图像数据  $\mathbf{X}' = \{\mathbf{Y}_n \in \mathbf{C}_+^{I_1 \times I_2 \times I_3}, n=1, 2, \dots, N\}$ , 则应寻找如下优化:

$$\begin{aligned} \{\mathbf{v}_r^{(k)}, \lambda_r\} &= \arg \min_{\mathbf{v}_r^{(k)}, \lambda_r} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{Y}_n - \sum_{r=1}^R \lambda_r^{(n)} \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \mathbf{v}_r^{(3)}\|_F^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{v}_r^{(k)}, \mu_r} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{Y}_n - \sum_{r=1}^R (\mu_r \mathbf{w}_r^{(4)}(n)) \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \mathbf{v}_r^{(3)}\|_F^2 \\ &= \arg \min_{\mathbf{w}_r^{(k)}, \mu_r} \|\mathbf{X}' - \sum_{r=1}^R \mu_r \mathbf{w}_r^{(1)} \circ \mathbf{w}_r^{(2)} \circ \mathbf{w}_r^{(3)} \circ \mathbf{w}_r^{(4)}\|_F^2, \end{aligned} \tag{3}$$

其中  $\mathbf{v}_r^{(k)} = \mathbf{w}_r^{(k)}$ ,  $\lambda_r = \{\lambda_r^{(n)}\}$ ,  $\lambda_r^{(n)} = \mu_r \mathbf{w}_r^{(4)}(n)$ ,  $k=1, 2, 3$ ,  $r=1, 2, \dots, R$ ,  $n=1, 2, \dots, N$ ,  $\mathbf{w}_r^{(4)}(n)$  是  $\mathbf{w}_r^{(4)}$  的第  $n$  个元素。

通过式(3)的推导,表明利用非负 CP 分解可得到  $N$  张图像的因子矩阵  $\mathbf{w}_r^{(k)}$ ,  $k=1, 2, 3$ , 再基于该因子矩阵得到任意一张图像的非负 CP 分解的奇异值。假设  $\{\mathbf{v}_r^{(k)}, \lambda_k\}$  是  $N$  张受控图像的非负 CP 分解的结果, 利用得到的  $\{\mathbf{v}_r^{(k)}\}$  来计算 Phase II 时刻  $t$  产生的张量数据  $\mathbf{Y}_t$ , 根据式(4)计算得到  $\boldsymbol{\lambda}^{(t)} = \{\lambda_1^{(t)}, \lambda_2^{(t)}, \dots, \lambda_R^{(t)}\}^T$ ,

$$\boldsymbol{\lambda}^{(t)} = \arg \max_{\lambda_r^{(t)}} \|\mathbf{Y}_t - \sum_{r=1}^R \lambda_r^{(t)} \mathbf{v}_r^{(1)} \circ \mathbf{v}_r^{(2)} \circ \mathbf{v}_r^{(3)}\|_F^2. \tag{4}$$

因此,  $\boldsymbol{\lambda}^{(t)}$  就是本文要监测的提取特征, 本文可以对  $\boldsymbol{\lambda}^{(t)}$  建立多元控制图, 包括霍特林  $T^2$  控制图、多元累计和控制图 (multivariate cumulative sum, MCUSUM) 和 MEWMA 统计控制图等。这里建立 MEWMA 控制图与

其他控制图的建立类似。MEWMA 控制图由 Lowery 等<sup>[18]</sup>在 1995 年提出,其对位置中持续的小偏移和中等程度的偏移比较敏感,且也对较小的权重参数敏感。对于 Phase II 过程中时刻  $t$  收集到的图像数据  $Y_t$ , 建立 MEWMA 控制图统计量如下:

$$T_t = \frac{2-\omega}{\omega} \theta'_t \Sigma_0^{-1} \theta_t, \quad (5)$$

称之为非负 CP 分解控制图。其中  $\omega$  是权重系数,  $\theta_t = \omega(\lambda^{(t)} - \bar{\theta}) + (1-\omega)\theta_{t-1}$ 。  $\bar{\theta}, \Sigma_0$  分别是对 Phase I 受控状态下  $N$  张图像数据提取的特征估计出的均值和协方差矩阵。如果  $T_t > h$ , 则图像监控过程失控,即发生报警,  $h$  是控制线,通常由事先给定的平均链长(average run length, ARL)来确定。

### 1.3 非负 CP 分解控制图的实施步骤

(1) 选取来自受控过程的  $N$  张图像数据  $X' = \{Y_n \in C_+^{I_1 \times I_2 \times I_3}, n=1, 2, \dots, N\}$ , 利用非负张量分解得到其估计的因子矩阵  $V^{(i)} = (v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, \dots, v_R^{(i)})^T, i=1, 2, 3, 4$ , 根据因子矩阵  $V^{(1)}, V^{(2)}, V^{(3)}$ , 利用公式(3)计算每张图像数据的特征  $\lambda_r^{(n)} = \mu_r w_r^{(4)}(n), n=1, 2, \dots, N$ , 从而得到  $N$  张受控图像非负张量分解的特征值的均值向量  $\bar{\theta}$  和方差矩阵  $\Sigma_0$ 。

(2) 设定受控时的平均运行长度  $ARL_{0,\omega,R}$ , 产生第一阶段受控图像数据。基于步骤 1 中受控过程的  $N$  张图像计算得到的因子矩阵  $V^{(1)}, V^{(2)}, V^{(3)}$  利用公式(3)计算图像数据的特征  $\lambda^{(t)} = \{\lambda_1^{(t)}, \lambda_2^{(t)}, \dots, \lambda_R^{(t)}\}^T$ ,  $\lambda_r^{(t)} = \mu_r w_r^{(4)}(n), t=1, 2, \dots$ , 将其代入公式(5)计算图像数据的 MEWMA 统计量  $T_t$ , 根据牛顿二分查找法计算出控制线  $h$ 。

(3) 进入在线监控阶段。对于在线过程的一张图像,重复步骤(2)中计算图像数据 MEWMA 统计量的方法计算该张图像的监控统计量,并与控制线  $h$  相比较。若其大于控制线  $h$ , 则系统报警,否则,认为过程受控,控制图将继续监控下一张图像。

## 2 非负 CP 分解控制图的性能模拟

利用仿真实验来评估所提出的非负 CP 分解控制图的性能。当过程参数没有变化时,过程受控;否则称为过程失控。这里受控样本是  $60 \times 60 \times 3$  的彩色图像(黑色背景上加上一个红色圆圈)通过随机模拟产生。模拟参数设置如下:圆的中心位置  $(x, y)$  分别由正态分布模拟产生,  $x, y \sim N(u_{0x} = u_{0y} = 30, \sigma_{0x} = \sigma_{0y} = 1)$ , 颜色参数(RGB)独立的从均值为  $c_0 = (100, 20, 15)$ , 方差  $\sigma_c^2 = c_0$  的正态分布中产生。圆的半径在垂直方向和水平方向的长度都为 10, 即  $r_x = r_y = 10$ 。为了检验非负张量分解控制图对图像在不同情况下偏移的检测性能,特别是偏移发生的数量和偏移区域的不规则性,拟考虑以下偏移情形:

(1) 位置偏移:圆的中心位置均值发生偏移,  $(u_{1x}, u_{1y}) = (u_{0x}, u_{0y}) + \delta_1(\sigma_{0x}, \sigma_{0y})$ ,  $\delta_1$  为偏移大小。

(2) 面积变化:圆的垂直和水平半径都随控制半径成比例变化,  $r_x^1 = (1+\delta_2)r_x, r_y^1 = (1+\delta_2)r_y$  变成椭圆区域,  $\delta_2$  为偏移大小。

(3) 形状变化:根据  $r_x^1 = (1+\delta_3)r_x, r_y^1 = r_y/(1+\delta_3)$  增加轴半径和减少轴半径来改变圆的形状,  $\delta_3$  为偏移大小。

(4) 颜色变化:圆的颜色均值以  $c_1 = c_0 + \delta_4 \sigma_c$  发生偏移,  $\delta_4$  为偏移大小。

为了形象直观,本文在图 1 展示模拟得到的受控图像、位置变化、面积变化、形状变化和颜色变化的失控图像样本。

鉴于模拟次数较少而中值受异常值影响较小,本文同时采用平均链长 ARL 和中值链长(median run length, MRL)作为检出能力的度量,设定相同的受控状态下的  $ARL_0$ , 失控状态下  $ARL_1$  值越小,则控制图的检测性能越好, MRL 同理(其计算方法分别详见王兆军等<sup>[19]</sup>、Steiner 和 Jones<sup>[20]</sup>)。仿真模拟中,模拟产生 5 000 张受控图像,利用非负张量分解计算  $\{v_r^{(k)}, \lambda_r, k=1, 2, 3, r=1, 2, \dots, R\}$  并估计  $\bar{\theta}, \Sigma_0$ 。本文利用牛顿二分查找法计算控制线  $h$ , 模拟次数设置为 1 000, 受控状态下的  $ARL_0 = 200$ , 权重参数  $\omega = 0.1$ , 计算出控制线  $h = 38.75$ 。为了检验基于非负 CP 分解的图像监控图对不同的位置偏移、区域、形状和颜色变化的检测性能,本文仿真 20 张受控图像之后引入偏移,每种组合模拟 1 000 次并计算  $ARL_1$  和  $MRL_1$ 。模拟结果如图 2 所示。图 2(a)—(d)分别展示了位置偏移中  $\delta_1$  从 0 变到 2.5; 面积变化中  $\delta_2$  从 0 变到 0.1; 形状变化中  $\delta_3$  从

0 变到 0.25 和颜色变化中  $\delta_4$  从 0 变到 5 时,非负 CP 分解控制图估计的  $ARL_1$  和  $MRL_1$  的大小。从仿真结果可以看出,本文所提出的非负 CP 分解控制图能较快的检测出图像的各种异常,特别是图像在位置、面积和形状等方面的偏移。具体来讲,当位置偏移  $\delta_1$  升至 2.5 时,非负 CP 分解控制图的  $ARL_1$  就非常接近 0,面积变化  $\delta_2$  从 0 变化到 0.1 时,该控制图  $ARL_1$  迅速从 200 降至 0 附近,形状变化同理。

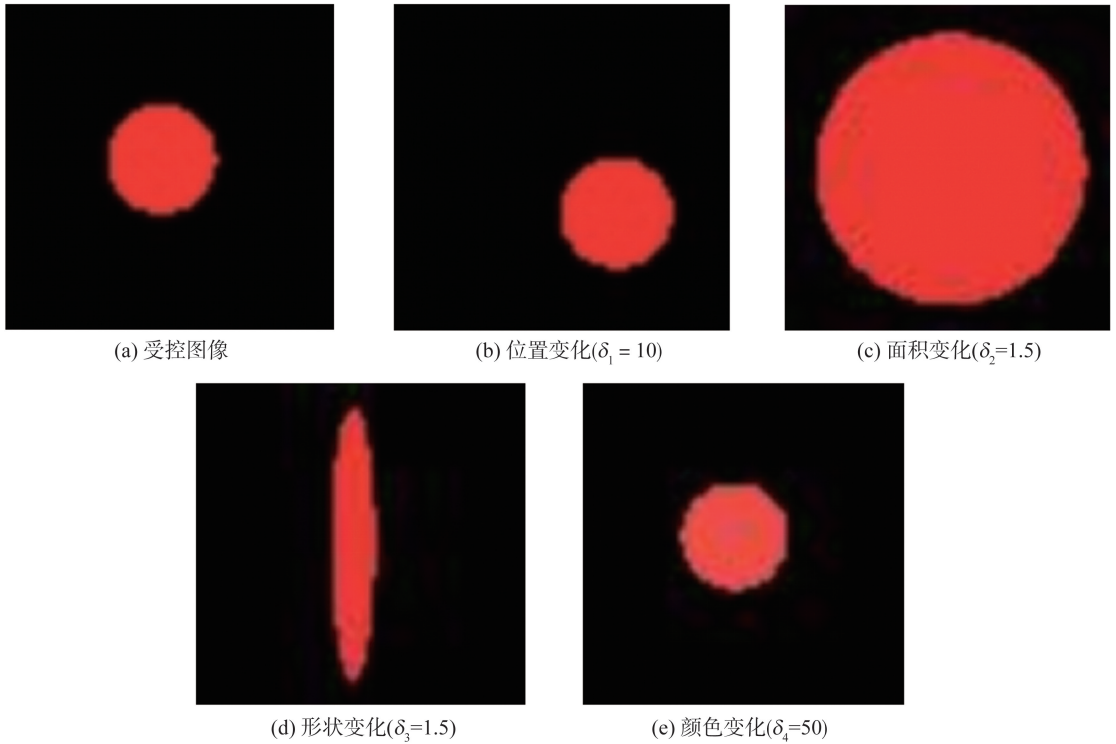


图 1 受控图像样本和失控图像样本  
Fig.1 In-control image and out-of-control images

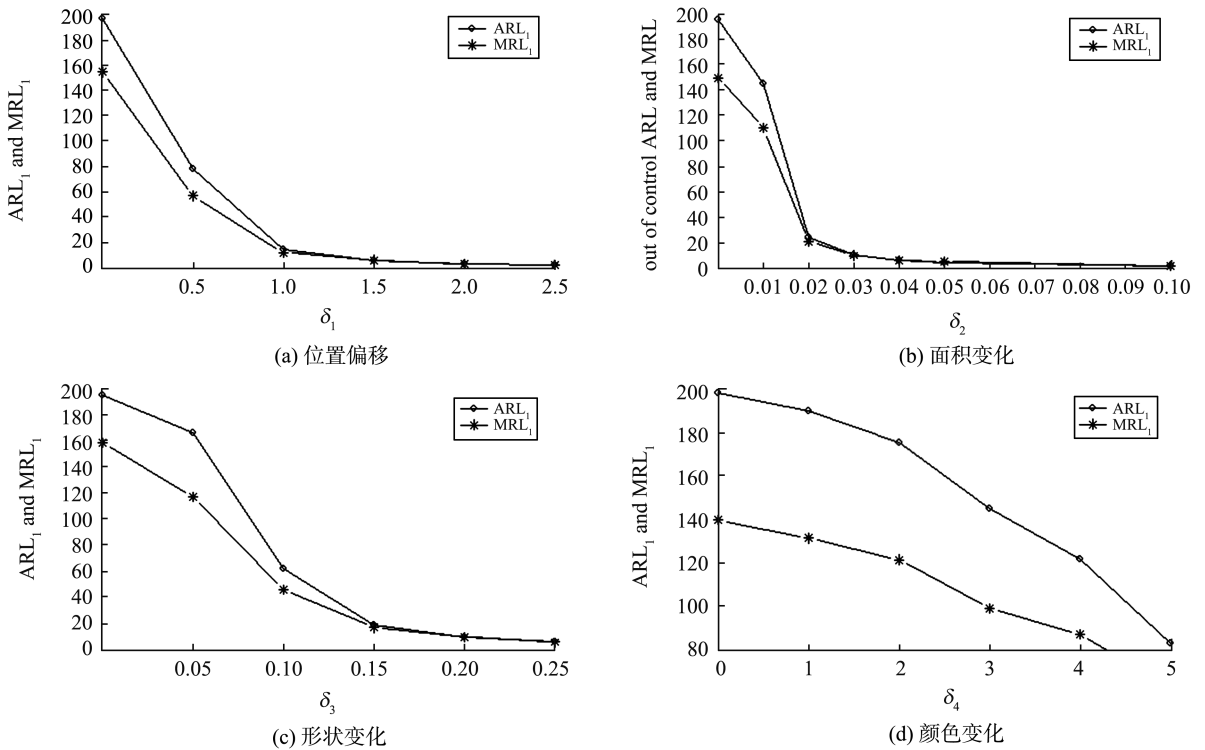
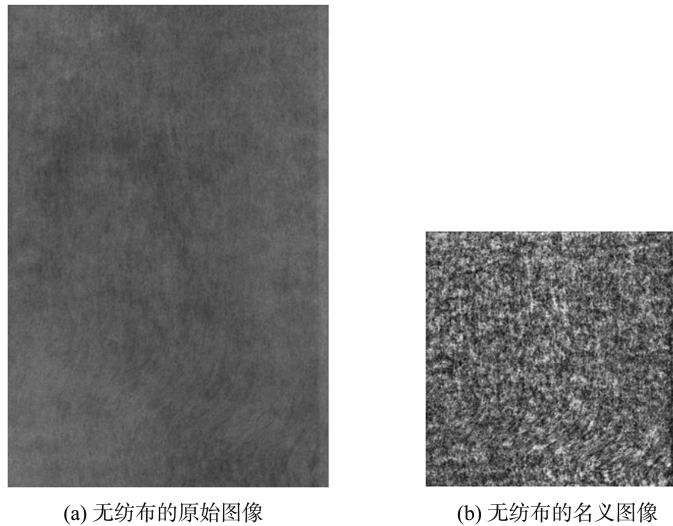


图 2 非负 CP 分解控制图对位置偏移、区域变化、形状变化和颜色变化的  $ARL_1$  和  $MRL_1$   
Fig.2  $ARL_1$  and  $MRL_1$  of nonnegative CP decomposition control chart under location shifts, area changes, shapes changes and color changes

### 3 控制图性能比较分析

为了比较基于非负张量 CP 分解的图像数据控制图的性能优劣,将与 Megahed 等<sup>[10]</sup>提出的基于 GLR 的时空控制图、郭晓晓和李涛<sup>[16]</sup>的基于 RTC 的图像控制图及 Zuo 等<sup>[15]</sup>提出的基于区域增长的 EWMA 时空控制图进行比较。采用相同的非织造纺织印染图像进行实证模拟。基于同样的处理方式,将原始图像(大小为 921×613)通过消除背景和图像尺寸压缩,得到 250×250 的名义图像,如图 3 所示。



(a) 无纺布的原始图像

(b) 无纺布的名义图像

图 3 非织物纺织原始图像和其名义图像

Fig.3 Nonwoven fabric of the original image and the nominal image

在名义图像上添加泊松分布的噪音得到用于 Phase I 模拟的受控图像。具体来讲,新的图像的像素分布服从泊松分布,且泊松分布的均值是名义图像相应位置的像素值。本文产生 1 000 张受控图像,利用非负 CP 分解提取其特征,得到其均值和协方差矩阵。为了保持比较的一致性,这里同样采用 MRL 作为比较标准。在比较控制图性能时,通常设定相同的  $MRL_0$ ,相同漂移下  $MRL_1$  值越小,控制图的监测性能就越好。由于 Megahed 等<sup>[10]</sup>和 Zuo 等<sup>[15]</sup>提出的控制图是针对位置偏移而设定,故在此只比较位置偏移的情况。限于篇幅,只比较其中一种设定,即区域大小划分为  $10 \times 10$ ,偏移的中心位置定为  $(125, 125)$ ,偏移范围  $10 \times 10$ ,偏移量  $\delta = -10, -5, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 5, 10$ ,仿真模拟 1 000 次,其他设定与 Megahed 等<sup>[10]</sup>相同。表 1 是本研究所提的方法与文献中方法的仿真模拟结果对比。

表 1  $MRL_0 = 150$ , 偏移区域  $10 \times 10$  和偏移中心  $(125, 125)$  时, GLR 时空控制图, EWMA 时空控制图, RTC 方法控制图和非负 CP 分解控制图的  $MRL_1$

Table 1  $MRL_1$  for GLR statistic-based control chart, EWMA control chart, RTC-based control chart and nonnegative CP decomposition-based control chart when  $MRL_0 = 150$ , shift region is  $10 \times 10$  and shift center's location is  $(125, 125)$

$\delta$	GLR 时空控制图 <sup>[10]</sup>	EWMA 时空控制图 <sup>[15]</sup>	RTC 方法控制图 <sup>[16]</sup>	非负 CP 分解 控制图
-10	2.0	3.0	6.5	4.0
-5	8.0	6.0	10.0	8.0
-3	31.0	12.0	22.0	16.0
-2	78.0	30.0	49.0	29.0
-1	141.5	101.0	107.5	72.0
1	134.5	85.5	112.0	65.0
2	81.0	29.0	47.5	27.0
3	29.0	12.0	23.0	16.0
5	7.0	6.0	9.0	8.0
10	2.0	3.0	7.0	4.0

从表 1 可以看出本文所提的非负 CP 分解控制图在偏移量较小 ( $|\delta| \leq 2$ ) 时,监控性能是最优的,当偏移量较大 ( $|\delta| > 2$ ) 时,本文所提出的控制图性能完全优于基于 RTC 方法的控制图,略微优于 GLR 时空控制图,但比基于区域增长的 EWMA 时空控制图的性能稍差,这是因为当偏移量较大时,基于区域增长的 EWMA 时空控制图在区域大小划分适合的时候可较为准确地筛选出潜在偏移区域,从而基于该潜在区域建立的 EWMA 控制图能快速检测出偏移的发生,而本文所提的方法仍是基于整张图像的非负 CP 分解特征值建立监控图。

为了比较不同区域划分大小和偏移中心位置对本文所提非负张量分解控制图的检测性能影响,考虑偏移区域  $10 \times 10$  时,三种区域划分大小  $10 \times 10$ 、 $15 \times 15$  和  $20 \times 20$  与三种不同的偏移中心  $(125, 125)$ 、 $(188, 206)$  和  $(158, 78)$  的组合下,非负 CP 分解控制图的平均运行长度  $ARL_1$  和中值链长  $MRL_1$ ,这里受控状态下的  $ARL_0 = 200$  ( $MRL_0 = 150$ )。仿真模拟结果如下表 2 所示,可以看出区域设置即包括偏移中心和区域大小对控制图的性能几乎没有影响,而基于 GLR 时空控制图和区域增长的 EWMA 时空控制图的偏移检测性能都受区域大小设置和偏移中心位置的影响,如在区域增长的 EWMA 时空控制图中,当区域划分较小时,控制图适于检测小范围的偏移,当区域划分较大时,控制图适于检测大范围的偏移。因而他们建议区域大小的划分要根据待识别目标的情况设置。在实际应用中,偏移情况往往是未知的,导致区域大小的设置很难保证匹配所检测的偏移,而本文所提出的控制图不受区域划分大小的影响,并且随着偏移范围增大,检测出偏移能力越强。总体上分析,本文所提的非负 CP 分解控制图无需图像数据分布的假设,不需要进行额外的参数设计,性能优越,方法简单易行。(以上所有算法和仿真模拟都是基于 R 4.1.1 和 Python 3 软件完成,其中图像背景消除,图像压缩等图像预处理工作由 Python 实现,R 软件完成非负 CP 分解、控制线  $h$ 、平均运行长度  $ARL_1$  和中值链长  $MRL_1$  等计算。此外,R 软件和 Python 之间的函数调用通过 reticulate 包来实现)。

表 2 偏移范围  $10 \times 10$  时,不同区域划分及偏移中心下非负 CP 控制图的  $ARL_1$  和  $MRL_1$

Table 2  $ARL_1$  and  $MRL_1$  of the nonnegative CP decomposition-based control chart for different region sizes and shift center's location when shift size is  $10 \times 10$

$ARL_0 = 200$ ( $MRL_0 = 150$ )	偏移量 $\delta$									
	-10	-5	-3	-2	-1	1	2	3	5	10
区域大小	偏移中心 (125, 125)									
10×10	4.0(4)	9.1(8)	18.6(16)	36.0(29)	98.4(72)	90.0(65)	33.6(27)	18.3(16)	8.5(8)	3.8(4)
15×15	3.9(4)	8.8(8)	18.3(16)	36.0(29)	96.5(68)	95.1(67)	35.0(28)	18.0(15)	8.8(8)	3.8(4)
20×20	3.9(4)	8.8(8)	19.3(16)	36.0(28)	103.2(75)	90.0(65)	34.1(27)	18.4(15.5)	8.6(8)	3.9(4)
区域大小	偏移中心 (188, 206)									
10×10	4.0(4)	8.8(8)	18.9(17)	38.1(29)	97.5(70.5)	96.1(67)	34.5(27)	18.3(16)	8.7(8)	3.8(4)
15×15	4.0(4)	9.2(8)	18.7(15.5)	35.2(27)	100.8(72)	94.1(66)	35.0(27)	18.6(16)	8.9(8)	3.9(4)
20×20	3.9(4)	9.1(8)	18.6(16)	34.9(28)	99.1(70)	93.4(66.5)	36.3(27)	18.3(16)	8.7(8)	3.9(4)
区域大小	偏移中心 (158, 78)									
10×10	4.0(4)	9.0(8)	18.5(16)	34.7(27)	99.2(71)	95.7(68)	33.4(26)	18.2(16)	8.9(8)	3.9(4)
15×15	4.0(4)	9.1(8)	18.8(16)	35.1(27)	97.0(72)	90.1(65)	33.4(26)	17.6(15)	9.0(8)	3.9(4)
20×20	4.0(4)	9.0(8)	18.5(16)	34.7(27)	99.2(71)	95.6(68)	33.4(26)	18.2(16)	8.9(8)	3.9(4)

## 4 结语

针对图像数据的高维性,数据分布通常事先难以确定的特点,本文提出了基于非负 CP 张量分解的图像数据控制图,该控制图除了不依赖分布假设外,还能充分利用图像数据的空间结构信息。通过与已有的控制图性能比较发现,本文提出的基于非负 CP 分解的控制图性能优良,特别是对细小的图像异常能做出快速检测。此外,该控制图避开了现有图像数据控制图在故障发生的区域大小设计和偏移数量假定的限制。因此,本文提出的非负 CP 分解控制图可为图像数据监控提供更灵活的选择。值得注意的是,本文所建立的非负 CP 分解控制图没有考虑偏移的稀疏性特征,在今后的研究中,可以在非负张量分解中加入稀疏约束,使得控制图对实际工业生产中的稀疏微小故障能做出快速检测。

## 参考文献:

- [1] MEOLA C. Infrared thermography of masonry structures[J]. *Infrared Physics and Technology*, 2007, 49(3):228-233.
- [2] SEO J J, YOON H, HA H, et al. Infrared thermographic diagnosis mechanism for fault detection of ball bearing under dynamic loading conditions[J]. *Advanced Materials Research*, 2011(295/296/297):1544-1547.
- [3] PASTOR M L, BALANDRAUD X, GRÉDIAC M, et al. Applying infrared thermography to study the heating of 2024-T3 aluminium specimens under fatigue loading[J]. *Infrared Physics & Technology*, 2008, 51(6):505-515.
- [4] VELLVEHI M, PERPIÑÀ X, LAURO G L, et al. Irradiance-based emissivity correction in infrared thermography for electronic applications[J]. *Review of Scientific Instruments*, 2011, 82(11):114901.
- [5] NEOGI N, MOHANTA D K, DUTTA P K. Review of vision-based steel surface inspection systems[J]. *EURASIP Journal on Image and Video Processing*, 2014, 2014(1):1-19.
- [6] YAN H, PAYNABAR K, SHI J J. Image-based process monitoring using low-rank tensor decomposition[J]. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 2015, 12(1):216-227.
- [7] HORST R L, NEGIN M. Vision system for high-resolution dimensional measurements and on-line SPC: web process application[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1992, 28(4):993-997.
- [8] TAN J, CHANG Z, HSIEH F. Implementation of an automated real-time statistical process controller[J]. *Journal of Food Process Engineering*, 1996, 19(1):49-61.
- [9] LYU J J, CHEN M N. Automated visual inspection expert system for multivariate statistical process control chart[J]. *Expert Systems With Applications*, 2009, 36(3):5113-5118.
- [10] MEGAHED F M, WELLS L J, CAMELIO J A, et al. A spatiotemporal method for the monitoring of image data[J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2012, 28(8):967-980.
- [11] HE Z, ZUO L, ZHANG M, et al. An image-based multivariate generalized likelihood ratio control chart for detecting and diagnosing multiple faults in manufactured products[J]. *International Journal of Production Research*, 2016, 54(6):1771-1784.
- [12] 何桢,左玲,张敏. 基于广义似然比的图像数据监控方法[J]. *系统工程学报*, 2016, 31(1):127-134.  
HE Zhen, ZUO Ling, ZHANG Min. Image data process control based on generalized likelihoodratio[J]. *Journal of Systems Engineering*, 2016, 31(1):127-134.
- [13] BUI A T, APLEY D W. A monitoring and diagnostic approach for stochastic textured surfaces[J]. *Technometrics*, 2018, 60(1):1-13.
- [14] BUI A T, APLEY D W. Monitoring for changes in the nature of stochastic textured surfaces[J]. *Journal of Quality Technology*, 2018, 50(4):363-378.
- [15] ZUO L, HE Z, ZHANG M. An EWMA and region growing based control chart for monitoring image data[J]. *Quality Technology and Quantitative Management*, 2020, 17(4):470-485.
- [16] 郭晓晓,李涛. 基于 RTC 方法的图像数据监控研究[J]. *甘肃科学学报*, 2019, 31(1):134-139.  
GUO Xiaoxiao, LI Tao. Image data monitoring based on RTC method[J]. *Journal of Gansu Sciences*, 2019, 31(1):134-139.
- [17] KAZEMI S, NIAKI S T A. Monitoring image-based processes using a PCA-based control chart and a classification technique [J]. *Decision Science Letters*, 2021, 10(1):39-52.
- [18] LOWRY C A, MONTGOMERY D C. A review of multivariate control charts[J]. *IIE Transactions*, 1995, 27(6):800-810.
- [19] 王兆军,巩震,邹长亮. ARL 计算方法综述[J]. *数理统计与管理*, 2011, 30(3):467-497.  
WANG Zhaojun, GONG Zhen, ZOU Changliang. The calculation of average run length: a review[J]. *Application of Statistics and Management*, 2011, 30(3):467-497.
- [20] STEINER S H, JONES M. Risk-adjusted survival time monitoring with an updating exponentially weighted moving average (EWMA) control chart[J]. *Statistics in Medicine*, 2009, 29(4):444-454.

(编辑:胡春燕)