

# 十字形PEC短柱偏压性能及承载力计算方法研究

李媛萍<sup>1,2\*</sup>, 林启颖<sup>1</sup>, 李国飞<sup>1</sup>

(1. 暨南大学 力学与建筑工程学院, 广州 510632; 2. 暨南大学“重大工程灾害与控制”教育部重点实验室, 广州 510632)

**摘要:** 本文采用有限元模拟和理论分析相结合的方法,研究了十字形PEC短柱的偏压力学性能并推导出其偏压承载力计算公式。首先利用ABAQUS有限元软件进行数值建模,分别考察在大偏压和小偏压作用下试件的破坏模式和破坏机理,并通过参数分析,研究混凝土强度、钢材强度、加载角和肢厚比等参数对试件力学性能的影响规律。研究结果表明:在大偏压和小偏压破坏时,主钢件均非全截面屈服,而是在中性轴附近存在弹性核;在小偏心受压时,提高混凝土强度等级可明显增加试件的极限承载力,而在大偏心受压时,提高混凝土强度等级对极限承载力的影响会随着偏心距的增大而减小;提高钢材强度等级无论在大、小偏压情况下均可有效提高十字形PEC柱的极限承载力。另外,本文还分别推导了十字形PEC柱在单偏压和双偏压作用下的荷载-弯矩曲线简化计算公式,经验证公式具有较好的准确性,可为工程应用提供参考。

**关键词:** 十字形PEC短柱; 单向偏压; 双向偏压; 极限承载力; 荷载-弯矩曲线

中图分类号: TU398<sup>+</sup>.9

文献标志码: A

文章编号: 1671-9379(2025)06-0074-11

DOI: 10.13969/j.jzgjz.20231211001

## Study on Eccentric Compression Performance and Bearing Capacity Calculation Method of Cross-Shaped PEC Stub Columns

LI Yuanping<sup>1,2\*</sup>, LIN Qiyang<sup>1</sup>, LI Guofei<sup>1</sup>

(1. School of Mechanics and Construction Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China; 2. MOE Key Lab of Disaster Forecast and Control in Engineering, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

\*Corresponding author: tliyp@jnu.edu.cn

**Abstract:** This study utilizes a combination of theoretical analysis and finite element simulation to investigate the eccentric mechanical characteristics of the cross-shaped partially-encased composite (PEC) stub column, deriving a calculation formula for the eccentric bearing capacity. First, numerical modeling was performed using the ABAQUS finite element software to analyze the failure mode and mechanism of the specimen under large and small eccentricities. Parameter analysis was then conducted to explore the influence of parameters such as concrete strength, steel strength, loading angle, and limb-thickness ratio on the mechanical characteristics of the specimen. The results reveal that under eccentric compression, the profile steel does not yield in full section, but an elastic core is observed near the neutral axis. Increasing concrete strength significantly enhances the ultimate bearing capacity of specimens subjected to small eccentric compression. However, the effect diminishes with larger eccentric distances under large eccentric compression. Augmenting steel strength proves to be more effective in improving the bending capacity of the cross-shaped PEC column under both small and large eccentricities. Additionally, simplified calculation formulas for the  $N-M$  curves of cross-shaped PEC columns under uniaxial and biaxial eccentric compression were derived. Verification confirms the formulas have good accuracy and can provide a reference for engineering applications.

收稿日期: 2023-12-11

作者简介:

李媛萍(1972—),女,博士,副教授,主要从事钢结构和组合结构、非线性振动方面的研究。E-mail: tliyp@jnu.edu.cn。(通信作者)

林启颖(1998—),男,硕士研究生,主要从事组合结构方面的研究。

**Keywords:** cross-shaped PEC stub column; uniaxial eccentric compression; biaxial eccentric compression; ultimate bearing capacity; load-moment curve

部分包覆钢-混凝土组合柱(简称 PEC 柱)是在单 H 型钢或正交双 H 型钢的外周轮廓范围内填充混凝土形成的一种外包式钢-混凝土组合柱<sup>[1]</sup>,由于其在受力性能、耐火性、可预制性、可装配性以及施工速度等方面均表现优异而受到了国内外学者的广泛关注。目前,关于单 H 型钢组成的矩形 PEC 柱,国内的陈以一等<sup>[2-4]</sup>、赵根田等<sup>[5-6]</sup>团队,国外的 BEGUM 等<sup>[7-8]</sup>、CHICOINE 等<sup>[9]</sup>团队进行过深入研究,取得的研究成果也比较完善,但对于正交双 H 型钢组成的异形 PEC 柱的研究尚处于起步阶段,现有的少量研究成果大多集中于异形 PEC 柱的轴压性能,对其偏压力学性能的研究成果较少。文献[10]采用有限元模拟的方法,研究十字形 PEC 柱的偏压力学性能,总结了偏心距、混凝土强度等级以及拉杆间距等因素对十字形 PEC 柱极限承载力的影响规律。文献[11]进行了十字形 PEC 柱的轴压及偏压试验,研究了十字形 PEC 柱的破坏模式和破坏机理,并推导了十字形 PEC 柱单向偏压极限承载力计算公式,该文献在公式推导时对于主钢件的处理是基于全截面塑性假设,而从其实验结果可知,PEC 柱的破坏形态为混凝土压溃和钢翼缘的局部屈曲,而主钢件并非处于全截面塑性而是存在一定的“弹性核”,在本文后续所进行的有限元模拟结果也显示在偏压极限状态下主钢件并未达到全截面塑性状态,因此,有必要重新划分截面的应力区。此外,目前欧规 EN 1994-1-1<sup>[12]</sup>、中国规程<sup>[1]</sup>均只给出了矩形 PEC 柱的计算公式,对于异形 PEC 柱并没有提供其承载力计算公式,而文献[13]的研究成果表明,用矩形 PEC 柱的计算公式计算异形 PEC 柱的承载力存在较大的误差,会给工程应用带来一定的安全隐患。基于以上情况,本文将分别推导十字形 PEC 柱的单向和双向偏压承载力计算公式,以便为其工程应用提供参考。

文献[14]研究结果表明,设置系杆可提高十字形 PEC 柱的极限承载力和延性,因此,本文以如图 1 所示的带横向系杆的等肢十字形 PEC 柱为研究对象,通过 ABAQUS 有限元软件模拟,分析其在大、小偏压作用下的破坏模式和破坏机理,并通过参数分析,得到影响其偏压极限承载力的因素,最后,通过不同受力阶段的十字形 PEC 柱横截面内应力的分布特点,分别推导出十字形 PEC 柱单向和双向偏压极限承载力的计算公式,并对公式的精度和适用性进行验证。

## 1 有限元模型的建立与验证

### 1.1 有限元模型的建立

本文十字形 PEC 柱有限元模型主要由主钢件、混凝

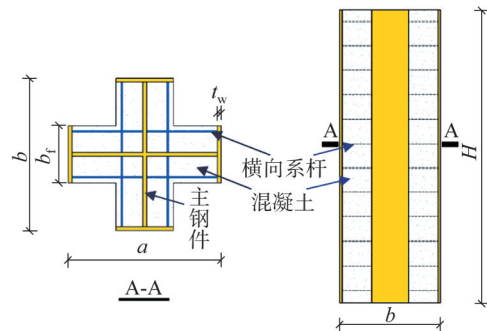


图 1 十字形 PEC 柱截面图和立面图

Fig. 1 Section and elevation of cross-shaped PEC column

土、横向系杆及端板组成,其中主钢件采用壳单元 S4R 模拟,混凝土采用实体单元 C3D8R 模拟,横向系杆采用梁单元 B31 模拟,柱端两侧的加载板采用离散刚体 R3D4 模拟。在材料属性上,主钢件及横向系杆均采用二折线理想弹塑性本构模型;采用塑性损伤模型来模拟混凝土偏压荷载作用下的刚度损伤和不可恢复变形,受压本构采用 MANDER<sup>[15]</sup>本构模型进行计算,受拉本构则采用规范<sup>[16]</sup>提供的混凝土单轴受拉应力应变关系。

为了使有限元模拟结果更符合实际情况,建立模型时在柱两端设置刚体加载板,并将加载板和加载板上的参考点进行耦合。在参考点上施加竖向的位移荷载,并通过修改试件参考点的坐标值来改变试件的偏心距  $e$  及加载角  $\theta$ ;在设置边界条件时,限制试件两端在  $x$ 、 $y$  轴方向的平移,并限制试件在偏压加载过程中发生扭转,即  $U_x=0$ 、 $U_y=0$ 、 $U_{Rz}=0$ ,其中  $U_x$ 、 $U_y$ 、 $U_{Rz}$  分别为  $x$ 、 $y$  方向的位移及  $z$  方向的转角。在构件的接触上,主钢件和混凝土接触采用面与面接触,切向方向选择罚接触,摩擦系数设置为 0.5<sup>[17-18]</sup>,法向方向选择硬接触;拉杆和主钢件之间采用绑定接触,并内置到混凝土中。有限元模型如图 2 所示。

### 1.2 有限元模型的验证

为验证本文所建立的有限元模型是否正确,选择文献[11]中的部分十字形 PEC 柱偏压试验结果进行验证,试件的具体尺寸及参数如表 1 所示,有限元与试验的荷载-位移曲线和破坏现象对比结果如图 3、图 4 所示。由图中可以发现:有限元模拟结果和试验得到的荷载-位移曲线吻合较好,且极限承载力的最大误差不超过 4%;在破坏现象上,有限元模型可以较好地模拟出试验试件翼缘鼓曲以及跨中混凝土的破坏,因此可以认为:本文建立

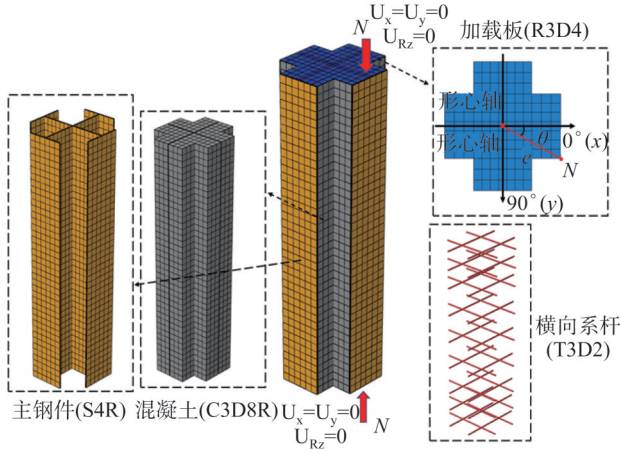


图2 十字形PEC柱有限元模型

Fig. 2 FEM of cross-shaped PEC column

后续的模拟分析。

## 2 十字形PEC柱单向偏压受力分析

为进一步研究十字形PEC柱的偏压力学性能,对图1所示的等肢十字形PEC柱进行建模计算,其中试件尺寸为 $a \times b \times b_f = 400 \text{ mm} \times 400 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ ,  $H = 1\ 200 \text{ mm}$ ,  $t_w = 6 \text{ mm}$ ,混凝土强度等级为C40,钢材强度等级为Q345,钢材弹性模量取206 000 MPa,泊松比取0.3,系杆直径为8 mm,系杆间距为100 mm。沿y轴负方向施加相对偏心距 $e/b$ 分别为0、0.1、0.2、0.3、0.5、1.0和10.0时的位移荷载,得到其荷载-弯矩( $N-M$ )曲线,如图5所示。由图5可知:当偏心距接近0.5时,该试件的抗弯极限承载力达到最大,该点为偏压临界点,相对偏心距小于0.5时为小偏心受压(AC段),相对偏心距大于0.5时为大偏心受压(CD段)。

的有限元模型能够较好地模拟试件的受力状态,可用于

表1 文献[11]中PEC柱试件的基本参数

Table 1 Basic parameters of PEC column specimens in reference [11]

试件编号	$a \times b \times t_w \times H / \text{mm}$	偏心距/mm	腹板钢材屈服强度/MPa	翼缘钢材屈服强度/MPa	混凝土抗压强度/MPa	钢材弹性模量/GPa	横向系杆半径/mm
EXC3-e30-C40-S355	240×240×3×700	30	420.4	418.3	40.6	204	3
EXC5-e30-C40-S355	240×240×5×700	30	420.4	418.3	40.6	204	3
EXC5-e90-C40-S355	240×240×5×700	90	420.4	418.3	40.6	204	3

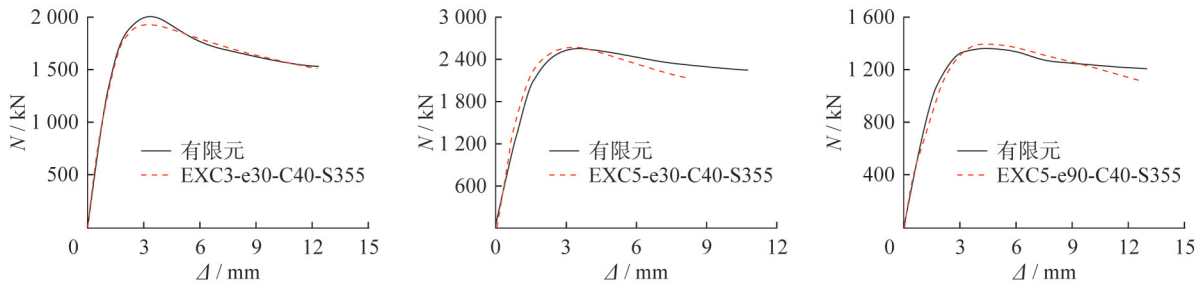


图3 荷载-位移曲线对比

Fig. 3 Comparison of load-displacement curves

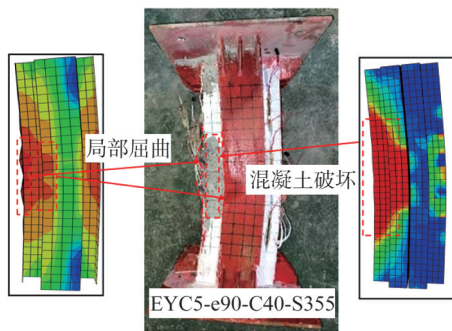


图4 试验和有限元破坏现象对比

Fig. 4 Comparison of failure phenomenon between FEA and test

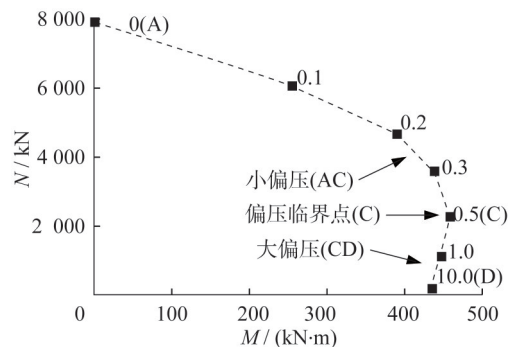


图5 十字形PEC柱N-M曲线

Fig. 5 N-M curve of cross-shaped PEC column

### 2.1 小偏心受压

为研究十字形 PEC 柱小偏心受压破坏机理,本文选取  $N-M$  曲线小偏压段(AC 段)中相对偏心距为 0.1 时的破坏情况进行分析,图 6a)为其在偏压破坏的情况下主钢件、横向系杆及混凝土的应力云图。

从图 6a)中可以看出,由试件跨中截面混凝土应力云图可知中性轴位置出现在距离中心轴约 120 mm 处,中性轴上部为受拉区,下部为受压区。此时试件主钢件受压区翼缘应力达到 417 MPa 时屈服,跨中翼缘出现了细微的局部屈曲,而受拉区则有部分腹板并未屈服。横向系杆由于抵抗主钢件翼缘的屈曲以及核心混凝土的膨胀也达到了屈服应力而受拉屈服;在主钢件以及横向系杆共同约束作用下,核心区的混凝土仍可以继续承载,而不会

使截面承载力发生陡降。

### 2.2 大偏心受压

对于十字形 PEC 柱大偏压下的破坏机理,本文选取  $N-M$  曲线大偏压段(CD 段)中相对偏心距为 1 时的破坏情况进行分析,构件偏压破坏后的应力云图如图 6b)所示。

从图 6b)中可以看出,试件的中性轴位于中心轴附近。中性轴下部受压区主钢件腹板应力达到 371 MPa 而受压屈服,受压区翼缘出现局部屈曲现象;而上部受拉区主钢件腹板应力同样达到 408 MPa 而受拉屈服,但在中心轴附近有小部分腹板仍处于弹性阶段。横向系杆在截面受压区发生横向受拉屈服,而受拉区的横向系杆仍处于弹性阶段。

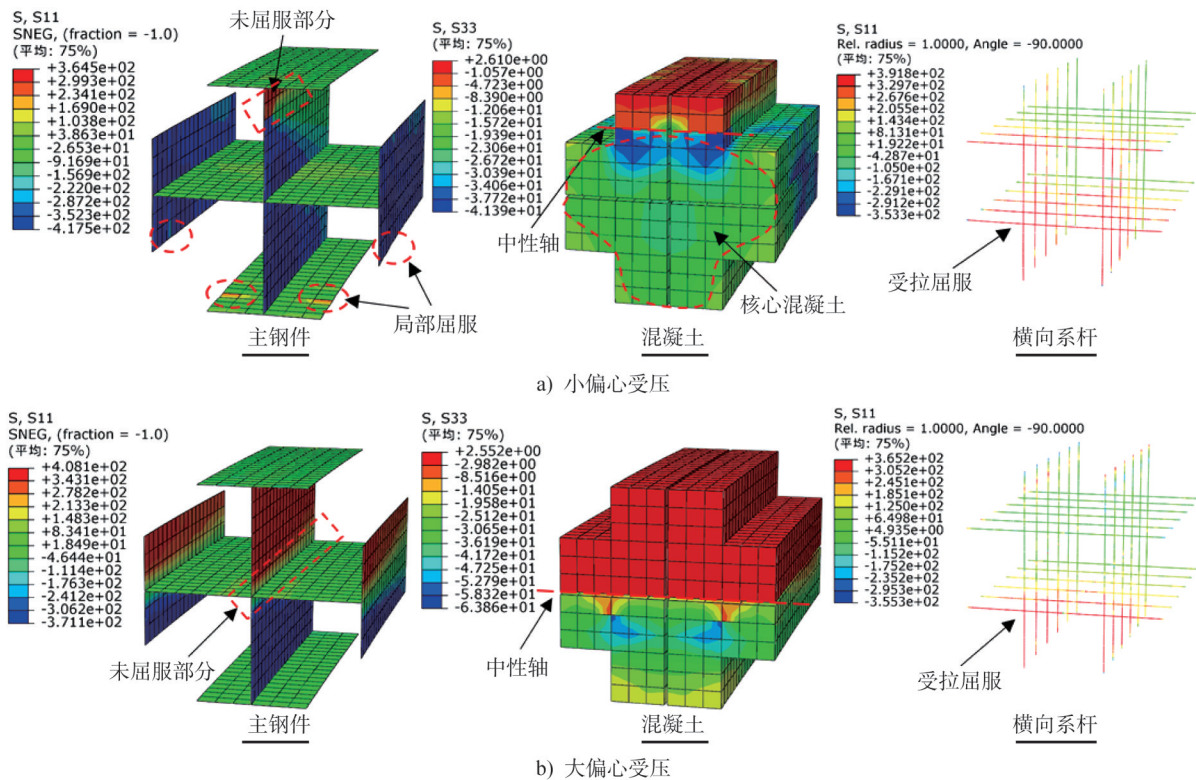


图 6 十字形 PEC 柱偏心受压破坏构件跨中截面应力云图(单位:MPa)

Fig. 6 Stress contour of eccentric compression failure member of cross-shaped PEC column (unit:MPa)

## 3 参数分析

在分析了十字形 PEC 柱偏压破坏模式的基础上,本节仍采用第二节所建立的有限元模型,通过改变其混凝土强度  $f_c$ 、钢材强度  $f_y$ 、相对偏心距  $e/b$ 、含钢率等参数来分析十字形 PEC 柱偏压力学性能的影响因素,同时通过改变肢厚比  $b/b_f$  分别为 2.0、2.5、3.0 ( $a \times b$  分别为 400 mm  $\times$  400 mm、500 mm  $\times$  500 mm、600 mm  $\times$  600 mm) 的试件来使结论更具说服力。试件参数如表 2 所示。

### 3.1 混凝土强度的影响

图 7a)~c)给出了肢厚比  $b/b_f$  分别为 2.0、2.5 及 3.0 的十字形 PEC 柱在不同混凝土强度下的  $N-M$  曲线。由图可知,随着混凝土强度的增大, $N-M$  曲线偏压临界点的弯矩逐渐增大;在相对偏心距  $e/b < 0.5$  时,混凝土强度对其弯矩与轴力极限承载力影响较大,而在相对偏心距  $e/b > 0.5$  时,混凝土强度对柱的弯矩承载力影响随偏心距的变大而减小,以  $b/b_f = 2.5$  时  $N-M$  曲线对比图为例,当

表2 十字形PEC短柱的材料参数

Table 2 Material properties of cross-shaped PEC columns

构件长度 $H/mm$	截面尺寸 $a \times b/mm$	肢厚比 $b/b_f$	主钢件厚度 $t_w/mm$	相对偏心率 $e/b$	钢材强度 $f_y/MPa$	混凝土强度 $f_c/MPa$
1 200	400×400	2.0	6、8、10	0.1、0.2、0.3、0.4、 0.5、1.0、10.0	235、345、420	30、40、50
	500×500	2.5				
	600×600	3.0				

$e/b=10.0$ 时,混凝土强度从30 MPa增加到40 MPa与50 MPa时,其抗弯极限承载力仅提升了6.2%、12.7%。出现这种情况是因为随着偏心距的变大,截面中性轴逐渐偏移,受压区的混凝土面积逐渐变小,导致混凝土强度

对十字形PEC柱的抗弯以及抗压强度的贡献变小。因此在十字形PEC柱受大偏压的情况下,提高混凝土强度对其偏压极限承载力的提升有限,不适合用提高混凝土强度来增大其抗弯极限承载力。

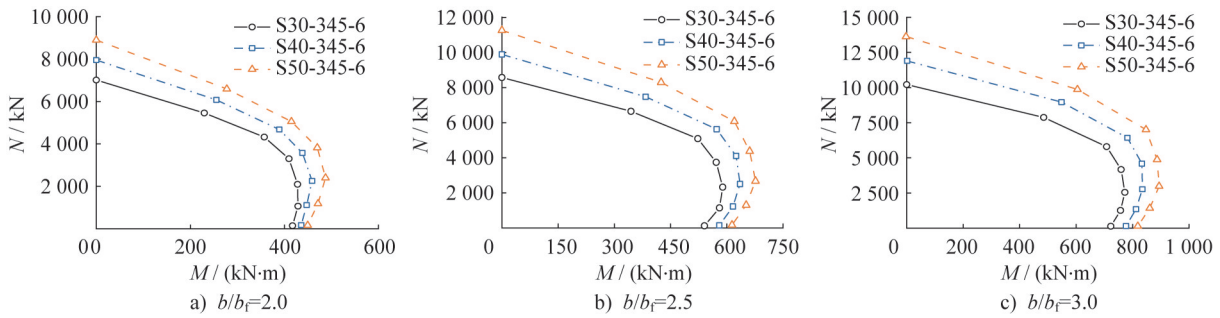


图7 混凝土强度对柱中截面荷载-弯矩曲线的影响

Fig. 7 Effect of concrete strength on load-moment curves of middle section of column

注:本文  $N-M$  曲线中试件的图例采用  $f_c-f_y-t_w$  进行编号,分别代表了试件的混凝土强度、钢材强度、主钢件厚度,单位分别是 MPa、MPa、mm

### 3.2 钢材强度的影响

图8a)~c)给出了肢厚比  $b/b_f$  分别为2.0、2.5及3.0的十字形PEC柱在不同钢材强度下的  $N-M$  曲线。从图中可以看出:随着钢材强度的增大,  $N-M$  曲线偏压临界点

的弯矩逐渐增大;同时,无论在大、小偏压作用下,随着钢材强度提高,试件的偏压临界点的弯矩也随之提高。这一现象说明:无论在大、小偏压作用下,提高钢材强度均可提高其抗弯极限承载力。

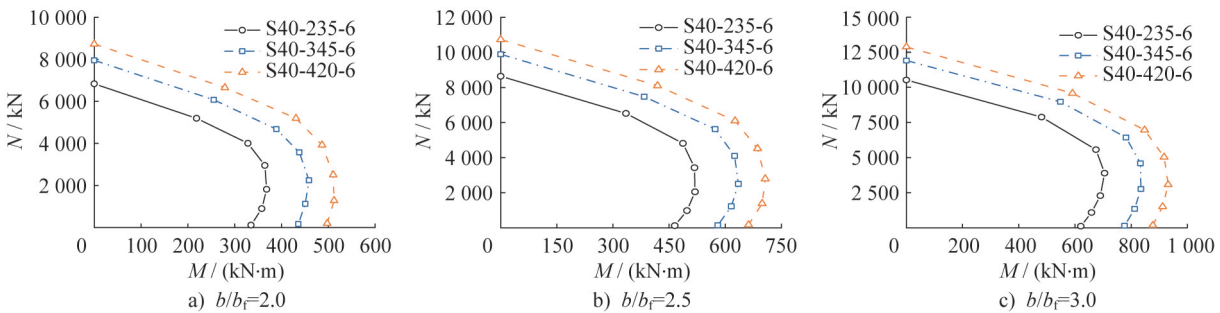


图8 钢材强度对柱中截面荷载-弯矩曲线的影响

Fig. 8 Effect of Steel strength on load-moment curve of middle section of column

### 3.3 主钢件厚度的影响

为研究钢板厚度对十字形PEC柱偏压极限承载力的影响,分别设置了主钢件厚度为6 mm、8 mm、10 mm的试件进行研究,其  $N-M$  曲线如图9所示。由图9a)可知,主钢件厚度为8 mm、10 mm的试件其  $N-M$  曲线最大

弯矩值分别比厚度为6 mm的试件的  $N-M$  曲线最大弯矩值提高了19.5%、37.3%,  $N-M$  曲线的最大轴力值提高了12.3%、23.8%,  $N-M$  曲线所包围的面积也明显变大,这说明随着主钢件厚度增加,试件的偏压承载力可以得到显著提升。

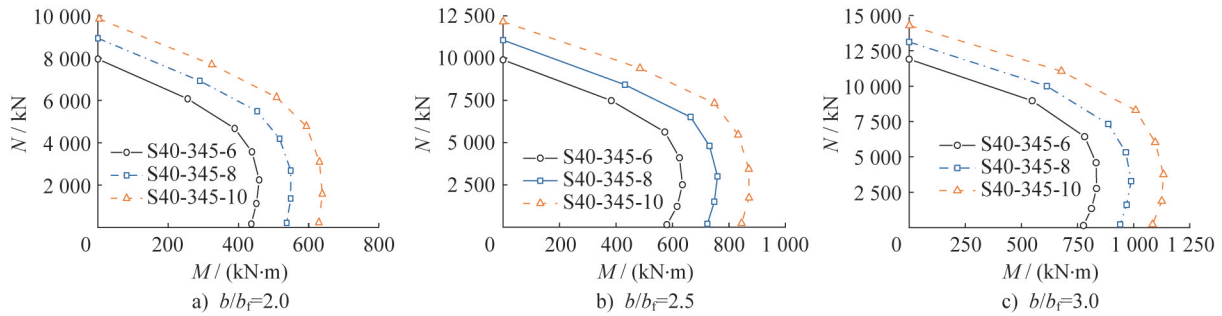


图9 钢板厚度对柱中截面荷载-弯矩曲线的影响

Fig. 9 Effect of steel plate thickness on load-moment curves of middle section of column

### 3.4 加载角的影响

在实际工程中,十字形PEC柱的受力往往并非单向偏压,而是更为复杂的双向偏压,因此加载角也是要考虑的重要因素,在本文中采用加载角 $\theta$ 来确定双向偏压荷载的方位,加载角的定义如图2所示。考虑到十字形PEC柱的对称性特点,仅需考虑 $0^\circ\sim 45^\circ$ 范围内的加载角,本文取加载角为 $0^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 及 $45^\circ$ 时进行参数分析,其中,加载角为 $0^\circ$ 时即为单向偏压加载。图10为试件在不同加载角作用下的 $N-M$ 曲线。

在图10a)中,当相对偏心距为0.5、1.0时,试件的抗弯极限承载力随着加载角的增大而增大,当加载角达到 $45^\circ$ 时, $N-M$ 曲线所围成的面积最大,说明加载角为 $45^\circ$ 时,试件截面的混凝土以及主钢件可以发挥最大的作用。

由图10可知当相对偏心距较小时,加载角从 $0^\circ$ 到 $45^\circ$ 的 $N-M$ 曲线承载力值变化不大;而当相对偏心距逐渐接近偏压临界点时,加载角对抗弯极限承载力的影响越来越明显,因此,在关于加载角的影响参数分析中,考虑加载角对偏压临界点的弯矩与轴力的影响极为关键。

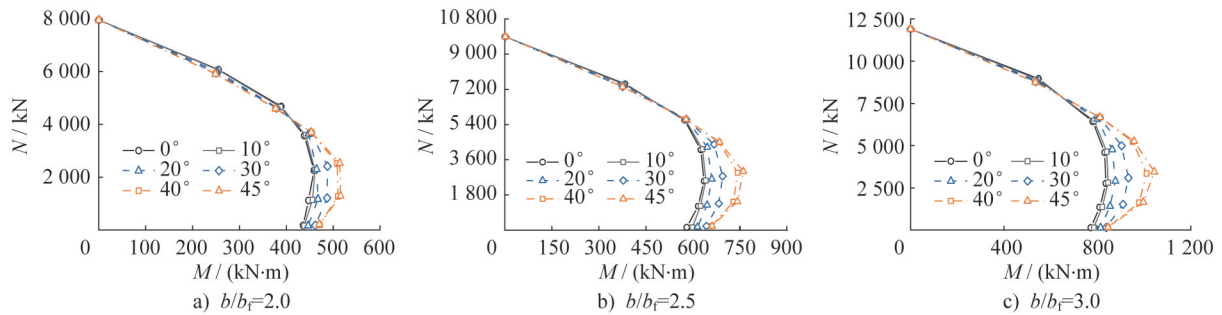


图10 加载角对柱中截面荷载-弯矩曲线的影响

Fig. 10 Effect of loading angle on load-bending curves of middle section in the column

注:以上采用的试件参数编号均为S40-345-6。

而在不同的宽厚比下,偏压临界点的弯矩受加载角的影响不同。由图10a)~c)可知,当肢厚比 $b/b_f=2.0$ 时,试件加载角从 $0^\circ$ 增长到 $45^\circ$ 时,偏压临界点的抗弯极限承载力的增幅为11.1%,而当肢厚比为2.5和3.0时,又呈现出不同的变化幅度,当加载角从 $0^\circ$ 增长到 $45^\circ$ 时,偏压临界点的抗弯极限承载力的增幅变为了19.6%、24.8%,这说明了不同肢厚比下,十字形PEC柱的极限承载力随加载角变化的增幅是不同的,肢厚比越大,增幅越大。这也说明在预测双向偏压的承载力时,不能简单采用单向偏压的计算公式,而是需要进一步考虑试件的加载角以及宽厚比的影响。

由参数分析可知,在考虑十字形PEC柱的偏压承载力时,混凝土强度、钢材强度、肢厚比以及加载角等都是需要考虑的重要因素。

## 4 跨中截面承载力计算

为了使计算公式更加简洁准确,参考规范<sup>[12]</sup>中PEC矩形柱单向偏压承载力的计算方法,将 $N-M$ 曲线简化为如图11所示的三段折线,并进行如下假定:

- (1) 忽略受拉区混凝土的影响;
- (2) 偏心受压下试件截面符合平截面假定;
- (3) 忽略混凝土与钢板的相对滑移。

结合这些假设和十字形PEC柱主钢件和混凝土的应力分布简化模型,可推导出十字形PEC柱单向偏压承载力计算公式。

### 4.1 模型的简化以及公式的推导

图11中三段折线的方程如公式(1)所示。

AB段:

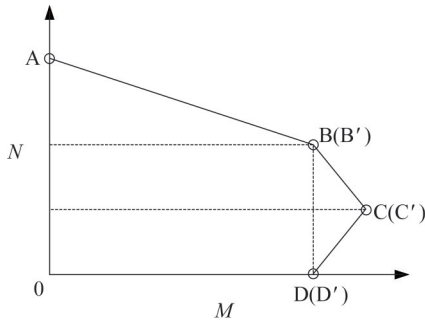


图 11 十字形 PEC 柱  $N-M$  曲线简化模型

Fig. 11 Simplified model of the  $N-M$  curve of the cross-shaped PEC column

$$\frac{N - N_B}{N_A - N_B} + \frac{M}{M_B} = 1$$

BC 段:

$$\frac{N}{N_C} + \frac{M - M_C}{M_C - M_B} = 1 \quad (1)$$

CD 段:

$$\frac{N}{N_C} + \frac{M - M_C}{M_D - M_C} = 1$$

公式中  $N_C$ 、 $M_C$  分别为  $N-M$  简化曲线中最大弯矩点 C 点的轴力值与弯矩值,  $M_D$  为  $N-M$  简化曲线中纯弯矩点 D 点的弯矩值,  $N_A$  为  $N-M$  简化曲线中轴压点 A 点的轴力值,  $N_B$ 、 $M_B$  为  $N-M$  简化曲线中 B 点的轴力值与弯矩值。因此, 求出简化的  $N-M$  曲线需要确定四个点数值的计算公式, 其中关于  $N_C$ 、 $M_C$  以及  $M_D$  的推导方法均参考规范 EN1994-1-1 提供的计算方法。由本文中破坏分析可知, 在十字形 PEC 柱偏心受压破坏时, 主钢件并非全截面屈服, 在中性轴附近主钢件有部分腹板未屈服, 保留有一个“弹性核”, 因此, 在对主钢件进行应力划分时, 应考虑试件破坏时应力分布的实际情况。其弹性核的范围为偏压破坏时中性轴两侧  $h_g$  的范围,  $h_g$  的计算如公式 (2)、(3) 所示, 其中,  $h_n$  为跨中截面满足应力平衡时 ( $N=0$ ) 中性轴到形心轴的距离。

当  $4h_n \leq b$  时,

$$h_g = h_n \quad (2)$$

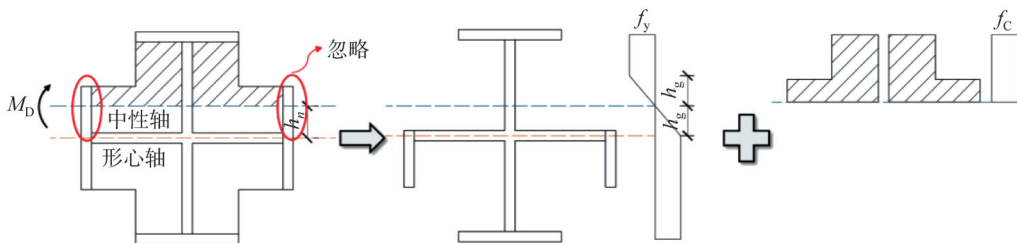


图 12 D 点截面应力分布简化模型

Fig. 12 Simplified model of stress distribution in D-point section

当  $4h_n > b$  时,

$$h_g = \frac{1}{2}b - h_n \quad (3)$$

其中, 考虑到本文研究对象是等肢的十字形 PEC 柱, 因此在计算公式中试件的长和宽均用  $b$  表示。

由于十字形 PEC 柱是双轴对称结构, 因此可以确定其中心轴在其对称轴上, 而对于中性轴的位置  $h_n$ , 则可以根据十字形 PEC 柱在纯弯时 (即 D 点) 的截面静力平衡来确定, 其截面应力划分如图 12 所示。其中, 考虑到中性轴附近的翼缘钢板对承载力影响较小, 并且为了简化计算公式, 因此在确定中性轴位置  $h_n$  时忽略掉红圈内的钢板。推导的计算公式如 (4)~(6) 所示, 在计算中, 先假设  $2h_n \leq b_f$  并将  $k$  代入公式求出, 如果求出的  $h_n$  符合  $2h_n \leq b_f$  要求, 则可以进一步计算; 如果不符合则进一步假设  $2h_n > b_f$  并将其  $k$  代入公式, 求出  $h_n$ , 并且通过  $h_n$  及公式 (2)、(3) 求出弹性核的范围值  $h_g$ 。

$$k = (b - 2t_w)t_w f_y + b_f t_w f_y + \left(\frac{1}{2}b - \frac{3}{2}t_w\right)t_w f_y - (b_f - t_w)\left(\frac{1}{2}b - h_n - t_w\right)f_c \quad (4)$$

当  $2h_n \leq b_f$  时

$$k = \left(\frac{1}{2}b_f - h_n\right)(b - 2t_w - b_f)f_c + \left(\frac{1}{2}b - 2h_n\right)t_w f_y \quad (5)$$

当  $2h_n > b_f$  时

$$k = \left(\frac{1}{2}b - 2h_n\right)t_w f_y \quad (6)$$

式中:  $f_y$  为型钢屈服强度;  $f_c$  为混凝土轴心抗压强度;  $b$  为十字形 PEC 柱的截面宽度;  $t_w$  为主钢件厚度;  $b_f$  为翼缘宽度, 符号的含义在后面的公式中均适用。

之后推导曲线上四个点的计算公式:

(1) D 点为纯弯点, 此时截面状态为部分受拉, 部分受压, 其轴力  $N$  为 0, 横截面应力简化分布图如图 12 所示, 并且在推导  $M_D$  计算公式时同样将红圈内的钢板忽略, 根据横截面的应力划分可以得到 D 点的极限抗弯强度  $M_D$  的计算公式为公式 (7)~(9)。

$$M_D = \left(\frac{1}{2}b + h_n\right)b_f t_w f_y + \frac{1}{2}(b_f - t_w)\left(\frac{1}{2}b - h_n - t_w\right)^2 f_c + b_f \left(\frac{1}{4}b_f + h_n\right)t_w f_y + \frac{1}{2}b\left(\frac{1}{4}b + h_n\right)t_w f_y + M_\varphi + (b - 2t_w)h_n t_w f_y \quad (7)$$

当  $2h_n \leq b_f$  时

$$M_\varphi = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}b_f - h_n\right)^2 (b - b_f - 2t_w)f_c + b_f t_w f_y \left(\frac{1}{2}b - h_n\right) + M_1 + \frac{2}{3}t_w h_g^2 f_y \quad (8)$$

当  $2h_n > b_f$  时

$$M_\varphi = b_f t_w f_y \left(\frac{1}{2}b - h_n\right) + M_1 + \frac{2}{3}t_w h_g^2 f_y \quad (9)$$

其中, 当  $4h_n \leq b$  时,  $M_1 = \frac{1}{4}b t_w f_y \left(\frac{1}{2}b - 2h_n\right)$ ; 当  $4h_n > b$  时,  $M_1 = \frac{1}{4}b t_w f_y \left(2h_n - \frac{1}{2}b\right)$ 。

(2) 计算最大弯矩点 C 点时, 中性轴与形心轴的位置重合, 此时截面一半受拉一半受压, 由于水平方向上的腹板处于中性轴上, 对十字形 PEC 柱抗弯承载力  $M_C$  与轴力  $N_C$  的贡献较少, 因此在考虑应力分布模型时将其忽略, 截面应力划分如图 13 所示, 其中主钢件弹性核范围为中性轴两侧  $h_g$  部分, 简化计算公式如(10)~(13)所示。

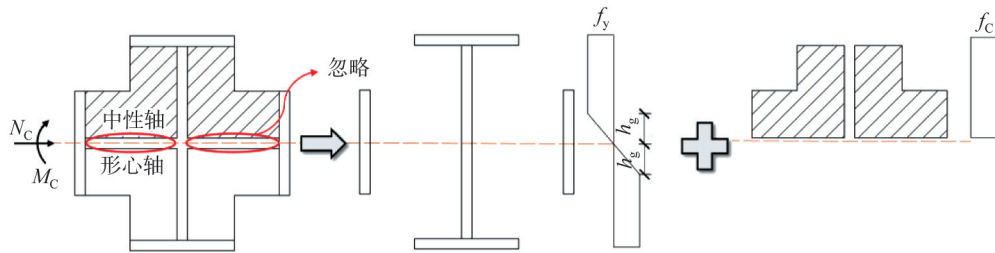


图 13 C 点截面应力分布简化模型

Fig. 13 Simplified model of stress distribution in C-point section

$$M_C = 2\left[\frac{1}{2}bb_f t_w f_y + \left(\frac{1}{2}b - h_g\right)\left(\frac{1}{4}b + \frac{1}{2}h_g\right)t_w f_y + \frac{1}{3}h_g^2 t_w f_y + M_\varphi\right] + \frac{1}{2}(b_f - t_w)\left(\frac{1}{2}b - \frac{3}{2}t_w\right)^2 f_c + \frac{1}{4}b_f(b - b_f - 2t_w)\left(\frac{1}{2}b_f - \frac{1}{2}t_w\right)f_c \quad (10)$$

当  $2h_g \leq b_f$  时

$$M_\varphi = \frac{2}{3}t_w h_g^2 f_y + 2\left(\frac{1}{2}b_f - h_g\right)\left(\frac{1}{4}b_f + \frac{1}{2}h_g\right)t_w f_y \quad (11)$$

当  $2h_g > b_f$  时

$$M_\varphi = \frac{b_f^3 t_w}{12h_g} f_y \quad (12)$$

$$N_C = \left(\frac{1}{2}b_f - t_w\right)\left(\frac{1}{2}b - \frac{3}{2}t_w\right)f_c + (b - b_f - 2t_w)\left(\frac{1}{2}b_f - \frac{1}{2}t_w\right)f_c \quad (13)$$

(3) A 点为轴力最大点, 其偏心率为 0, 截面轴心受压, 其截面应力分布如图 14 所示,  $N_A$  的计算公式为(14), 且  $M_A = 0$ 。

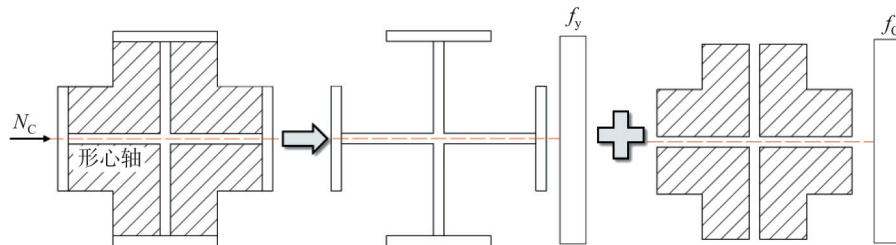


图 14 A 点截面应力分布简化模型

Fig. 14 Simplified model of stress distribution in A-point section

$$N_A = (bb_f - bt_w - 5b_f t_w + 3t_w^2 - b_f^2)f_c + (2bt_w + 4b_f t_w - 5t_w^2)f_y \quad (14)$$

(4) B 点假设其为以通过 C 点的水平线为对称轴且与 D 点相对称的点, 因此其坐标值  $M_B$ 、 $N_B$  的计算如公式(15)、(16)所示。

$$M_B = M_D \quad (15)$$

$$N_B = 2N_C \quad (16)$$

#### 4.2 简化计算公式的验证

为了验证公式的准确性, 本文将推导出的计算公式的计算结果与有限元结果进行比较, 比较结果如图 15 所示, 简化公式与试验数据对比结果如表 3 所示, 其中  $N_{u,f}/N_{PRE}$ 、 $M_{u,f}/M_{PRE}$  均值分别为 0.999、1.005; 简化计算公式准确率  $N_{PRE}/N_{FEA}$ 、 $M_{PRE}/M_{FEA}$  范围分别在 0.87~1.05、0.89~1.05, 均值分别为 0.98、0.98。由有限元及试验数据的对比可知

本文推导的简化计算公式具有较好的准确性。

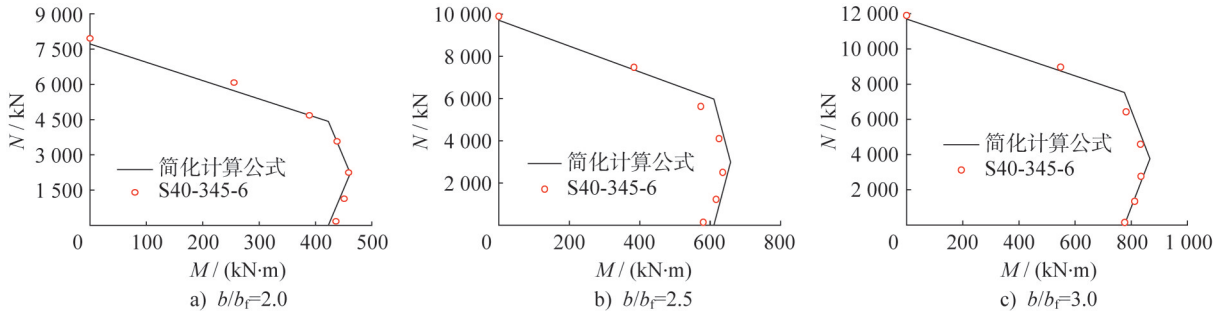


图15 简化计算公式和有限元结果对比验证

Fig. 15 Comparison of the results between simplified calculation formula and FEA

表3 计算结果和试验结果比较

Table 3 Comparison between calculation results and experimental results

试件名称	$N_{u,f}/kN$	$N_{PRE}/kN$	$M_{u,f}/(kN\cdot m)$	$M_{PRE}/(kN\cdot m)$	$N_{u,f}/N_{PRE}$	$M_{u,f}/M_{PRE}$
EXC5-e30—C40-s100	2 580.69	2 400	77.4	72.0	0.929	0.930
EXC5-e60—C40-s100	1 671.55	1 830	100.3	110.0	1.094	1.097
EXC5-e90—C40-s100	1 401.44	1 500	120.0	132.0	1.070	1.100
均值					1.031	1.042

注： $N_{u,f}$ 、 $M_{u,f}$ 为文献[11]中试验得到的轴压力及弯矩值。

### 4.3 双向偏压公式的推导

在完成十字形PEC柱单向偏压承载力计算公式的推导的情况下,本节结合前文的参数分析,进一步建立十字形PEC柱双向偏压承载力的计算公式。

对于双向偏压下的 $N-M$ 曲线计算公式,则是将其加载角从 $0^\circ\sim 45^\circ$ 的连续状态简化成为 $0^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $20^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $40^\circ$ 及 $45^\circ$ 这几种情况,并且各个加载角的简化 $N-M$ 曲线同单向偏压简化计算公式一样,假定成为3段折线,由A、B'、C'、D'四个点组成,具体如图11所示。同时,为简化计算公式,进一步定义无量纲常数 $\varphi_1 = M'_C/M_C$ ,  $\varphi_2 = N'_C/N_C$ ,  $\varphi_3 = M_D/M'_D$ ,  $M_C$ 、 $N_C$ 为单向偏压时 $N-M$ 曲线中的最大弯矩点C点的弯矩与轴力,而 $M'_C$ 、 $N'_C$ 为双向偏压下 $N-M$ 曲线中的最大弯矩点C点的弯矩与轴力,  $M_D$ 为试件加载角为 $0^\circ$ 时试件的纯弯极限承载力,  $M'_D$ 为其他加载角下试件的纯弯极限承载力。

由参数分析可知,在 $0^\circ\sim 45^\circ$ 内,随着加载角的增大十字形PEC柱偏压截面承载力逐渐提高,并且在不同的肢厚比下呈现出不同的提升幅度。本文通过线性拟合 $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$ 、 $\varphi_3$ 的 $\varphi-\theta$ 通用公式,结合单向偏压截面承载力的计算公式,来得到不同加载角下 $N-M$ 曲线下C'、D'点的极限承载力的计算公式,然后进一步得到十字形PEC柱双向偏压下的计算公式。在本文中给定不同加载角下典型的 $\varphi-\theta$ 曲线计算公式如(17)所示,其中 $\theta$ 为加载角,其取值范围为 $0^\circ\sim 45^\circ$ ;  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$ 均为公式(17)中的常数,其数值通过利用有限元模拟的数据进行拟合得到; $\varphi$ 包含 $\varphi_1$ 、 $\varphi_2$ 及 $\varphi_3$ ,其拟合方式如图16所示。

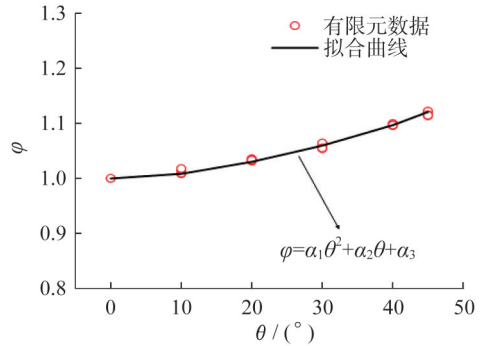


图16 参数 $\varphi(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ 的简化曲线

Fig. 16 Simplified curve for parameter  $\varphi(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$

$$\varphi = \alpha_1\theta^2 + \alpha_2\theta + \alpha_3 \quad (17)$$

双向偏压下 $N-M$ 曲线D'点的抗弯极限承载力 $M'_D$ 的计算公式如(18)所示,其中,由前文参数分析可知在较大的偏心距下,十字形PEC柱的抗弯极限承载力接近其纯弯时的值,因此在本节的数据拟合中,D点的双向偏压下的 $\varphi_3$ 值是采用相对偏心距为10下的数据来拟合的。

$$M'_D = \varphi_3 \times M_D \quad (18)$$

对于其他加载角试件的最大弯矩点C点,其偏压时的截面抗弯极限承载力与轴压承载力的计算,如公式(19)、(20)所示。

$$N'_C = \varphi_2 \times N_C \quad (19)$$

$$M'_C = \varphi_1 \times M_C \quad (20)$$

本文提出的偏心受压极限承载力的计算方法同样适用于多种肢厚比类型的十字形PEC柱,表4中列举了肢

厚比  $b/b_f$  为 2.0、2.5、3.0、3.5、4.0 的十字形 PEC 柱在双向偏压下  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$ 、 $\alpha_3$  参数值,可供计算参考。

表 4 双向偏压下的常系数值

Table 4 The values of the constant coefficients under biaxial eccentric compression

参数	肢厚比 $b/b_f$	$\alpha_1/10^{-5}$	$\alpha_2/10^{-3}$	$\alpha_3$
$N'_c$	2.0	5	0.90	0.998
	2.5	9	0.70	0.998
	3.0	10	0.60	0.999
	3.5	20	-0.50	1.000
	4.0	1	9.90	1.020
$M'_c$	2.0	4	0.90	0.997
	2.5	9	0.30	0.998
	3.0	10	0.20	0.998
	3.5	20	-0.70	1.000
	4.0	20	-0.03	1.000
$M'_b$	2.0	2	0.80	0.997
	2.5	-0.8	3.70	0.997
	3.0	-3	3.50	0.994
	3.5	0.1	3.30	0.993
	4.0	-5	4.60	0.990

4.4 双向偏压公式的验证

有限元模拟结果与式(18)~(20)的计算结果对比如图 17 所示,其中  $N_{PRE}/N_{FEA}$  的范围为 0.83~1.09,均值为 0.97;  $M_{PRE}/M_{FEA}$  的范围为 0.82~1.14,均值为 0.99,具有较高的准确性,说明本文提出的计算方法适用于十字形 PEC 柱双向偏压极限承载力的预测。

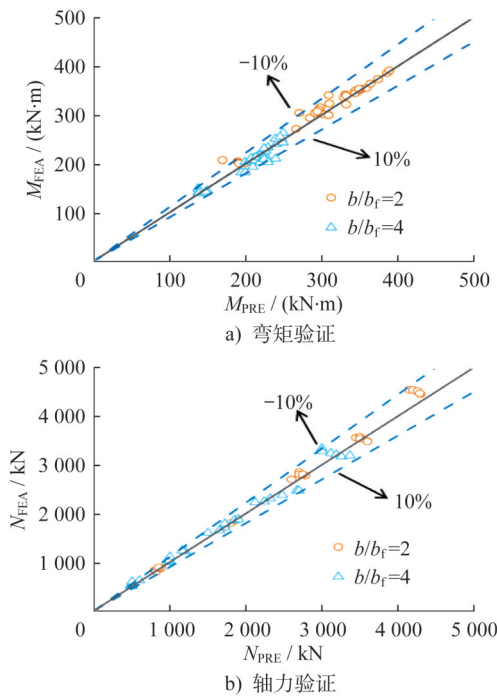


图 17 双向偏压计算公式验证

Fig. 17 Verification of biaxial eccentric compression calculation formula

5 结论

本文通过对大量的十字形 PEC 柱进行有限元模拟,分析了影响十字形 PEC 柱偏压承载力的因素,建立了单向偏压与双向偏压下十字形 PEC 柱极限承载力的计算公式,得到的研究成果如下:

(1) 对十字形 PEC 柱试件进行单向偏压有限元模拟,分析了试件在小偏压及大偏压下的破坏状态,发现在偏压状态下,主钢件腹板中性轴附近仍有部分型钢存在“弹性核”区域。

(2) 利用有限元模拟对十字形 PEC 柱进行了参数分析,研究其在不同状况下的破坏模式,结果显示:混凝土强度、钢材强度、加载角都是影响其极限承载力的重要因素。当试件受小偏压时,混凝土强度等级提高可以明显增加其极限承载力;而当试件在大偏心受压时,混凝土强度等级提高对极限承载力的影响会随着偏心距的增大而减小;而提高钢材强度等级无论在大、小偏压状况下均可较好地提高十字形 PEC 柱的抗弯极限承载力。

(3) 双向偏压的参数分析表明,在十字形 PEC 短柱中,随着加载角的增大,试件的截面承载力的  $N$ - $M$  曲线会有所不同,当偏心距接近临界偏心距时,加载角对试件的偏压承载力的影响最大;此外,宽厚比也会加剧加载角对试件承载力的影响,宽厚比越大,加载角从  $0^\circ$  变化到  $45^\circ$  时试件的偏压承载力增幅越大。

(4) 本文首先将十字形 PEC 短柱的  $N$ - $M$  曲线简化成为三段折线从而推导出其单向偏压承载力计算公式。通过拟合出双向偏压与单向偏压下的相关参数并结合本文推导的单向偏压承载力计算公式,提出了双向偏压下十字形 PEC 短柱的极限承载力计算公式。与有限元结果对比后发现所提公式具有较好的准确性,可为工程应用提供参考。

参考文献:

[ 1 ] 中国工程建设标准化协会标准. 部分包覆钢-混凝土组合结构技术规程: T/CECS 719—2020[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2020.  
China Association for Engineering Construction Standardization. Technical Specification for Partially-encased Composite Structures of Steel and Concrete: T/CECS 719—2020 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2020. (in Chinese)

[ 2 ] 陈以一, 林俊星, 李杰. 部分包覆钢-混凝土组合构件中主钢件翼缘的局部稳定性研究[J]. 建筑结构, 2021, 51(7): 1-6. DOI: 10.19701/j.jzjg.2021.07.001.  
CHEN Yiyi, LIN Junxing, LI Jie. Research on local stability performance of main steel flange in partially-encased composite steel and concrete members[J]. Building Structure, 2021, 51 (7) : 1-6. DOI: 10.19701/j. jzjg. 2021.07.001. (in

- Chinese)
- [ 3 ] 林德慧,陈以一,李杰.部分包覆钢-混凝土组合柱轴压整体稳定承载力的工程计算[J].建筑结构,2021,51(7):22-29. DOI:10.19701/j.jzjg.2021.07.004.
- LIN Dehui, CHEN Yiyi, LI Jie. Engineering calculation of overall stability bearing capacity of partially-encased composite steel and concrete columns under axial compression[J]. Building Structure, 2021, 51(7): 22-29. DOI: 10.19701/j.jzjg.2021.07.004. (in Chinese)
- [ 4 ] CHEN Y Y, WANG T, YANG J, et al. Test and numerical simulation of partially encased composite columns subject to axial and cyclic horizontal loads[J]. International Journal of Steel Structures, 2010, 10 (4) : 385-393. DOI: 10.1007/BF03215846.
- [ 5 ] 郝志强. H型钢部分包裹混凝土组合短柱偏心受力性能研究[D]. 包头:内蒙古科技大学,2008.
- HAO Zhiqiang. Experimental study on the behavior of partially encased composite short columns made with welded H-section steel under eccentrically load [D]. Baotou: Inner Mongolia University of Science & Technology, 2008. (in Chinese)
- [ 6 ] 武志勇. 焊接H型钢部分包裹混凝土组合短柱偏心受力性能研究[D]. 包头:内蒙古科技大学,2009.
- WU Zhiyong. Experimental study on the behavior of partially encased composite short columns made with welded H-section steel under eccentrically load [D]. Baotou: Inner Mongolia University of Science & Technology, 2009. (in Chinese)
- [ 7 ] BEGUM M, DRIVER R G, ELWI A E. Behaviour of partially encased composite columns with high strength concrete [J]. Engineering Structures, 2013, 56: 1718-1727. DOI:10.1016/j.engstruct.2013.07.040.
- [ 8 ] BEGUM M, DRIVER R G, ELWI A E. Finite-element modeling of partially encased composite columns using the dynamic explicit method[J]. Journal of Structural Engineering, 2007, 133(3): 326-334. DOI:10.1061/(asce)0733-9445(2007)133:3(326).
- [ 9 ] CHICOINE T, MASSICOTTE B, TREMBLAY R. Long-term behavior and strength of partially encased composite columns made with built-up steel shapes [J]. Journal of Structural Engineering, 2003, 129 (2) : 141-150. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(2003)129:2(141).
- [10] 陈璨. 薄壁钢板组合 PEC 异形柱受压性能研究[D]. 大连:大连理工大学,2019.
- CHEN Can. The compressive behavior of PEC specially shaped columns with thin-walled steel plate [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2019. (in Chinese)
- [11] 赵吉航. 十字形 PEC 短柱受压性能试验与计算方法研究[D]. 合肥:合肥工业大学,2022.
- ZHAO Jihang. Research on compression performance test and design method of cross-shaped PEC short columns [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2022. (in Chinese)
- [12] European Committee for Standardization. Design of Composite Steel and Concrete Structures; Eurocode 4 [S], Brussels: European Committee for Standardization, 2004.
- [13] EBADI-JAMKHANEH M, KAFI M A, KHEYRODDIN A. Behavior of partially encased composite members under various load conditions: Experimental and analytical models [J]. Advances in Structural Engineering, 2019, 22(1): 94-111. DOI: 10.1177/1369433218778725.
- [14] LIU X, LI Y P. Mechanical behavior of cross-shaped partially encased composite columns under axial compression [J]. Journal of Building Technology, 2022, 4 (1) : 1-13. DOI: 10.32629/jbt.v4i1.657.
- [15] MANDER J B, PRIESTLEY M J N, PARK R. Theoretical stress-strain model for confined concrete [J]. Journal of Structural Engineering, 1988, 114 (8) : 1804-1826. DOI: 10.1061/(asce)0733-9445(1988)114:8(1804).
- [16] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局. 混凝土结构设计规范: GB 50010—2010[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2011.
- Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China, General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China. Code for Design of Concrete Structures; GB 50010—2010[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese)
- [17] BALTAY P, GJELSVIK A. Coefficient of friction for steel on concrete at high normal stress [J]. Journal of Materials in Civil Engineering, 1990, 2(1): 46-49. DOI: 10.1061/(asce)0899-1561(1990)2:1(46).
- [18] 李媛萍, 刘谋雷. T形 PEC 柱抗震性能的数值模拟分析[J]. 建筑钢结构进展, 2024, 26(4): 77-87. DOI: 10.13969/j.cnki.cn31-1893.2024.04.009.
- LI Yuanping, LIU Moulei. Numerical simulation analysis on seismic performance of T-shaped partially encased composite columns [J]. Progress in Steel Building Structures, 2024, 26(4): 77-87. DOI: 10.13969/j.cnki.cn31-1893.2024.04.009. (in Chinese)