

# 五边形三四撑杆全铰接弦支网壳静力及稳定性分析

李丹<sup>1,2</sup>, 吕辉<sup>1,2,3\*</sup>, 董石麟<sup>3,4</sup>, 朱忠义<sup>5</sup>

(1.南昌航空大学土木与交通学院,南昌 330063; 2.南昌航空大学江西省装配式建筑与智能建造重点实验室,南昌 330063; 3.浙江大学空间结构研究中心,杭州 310058; 4.浙江大学浙江省空间结构重点实验室,杭州 310058; 5.北京市建筑设计研究院有限公司,北京 100045)

**摘要:** 五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构相较于多撑杆索穹顶结构,其核心差异在于通过将索穹顶结构上层脊索转换为脊杆,形成由预应力索与杆组合而成的全铰接曲面双层网格结构体系,该体系既便于刚性屋面铺设,又能降低造价。与传统网壳结构相比,该结构具有良好的稳定性和经济性等特点。在该结构的下弦节点布置3根或4根撑杆,可有效提高整体结构的侧向刚度和稳定性;同时采取铰接节点的连接形式,既能简化节点构造,又便于张拉施工。针对五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构,文中建立了ANSYS有限元模型,分析在不同组合工况下该结构索杆内力与位移的变化规律。同时,基于不同荷载设计组合工况开展线性与非线性稳定性分析。结果表明:该结构的内力分布较为合理,各索杆在正常使用情况下不易发生破坏,可有效推动装配式空间结构的大跨度应用发展;该网壳结构的稳定性能良好,上部内圈脊杆承受主要压力作用;在开展非线性稳定性分析时,可发现在不同荷载设计组合工况下,结构的稳定承载力发生变化;同时结构对缺陷较为敏感,基于组合工况1,该结构初始几何缺陷合理取值应在 $L/600\sim L/300$ 范围。

**关键词:** 五边形三四撑杆全铰接弦支网壳; 结构形态分析; 预应力分析; 静力性能; 稳定性分析; 初始缺陷大小

中图分类号: TU399

文献标志码: A

文章编号: 1671-9379(2025)07-0081-13

DOI: 10.13969/j.jzgjz.20240229001

## Static and Stability Analysis of Pentagonal Three-Four-Strut Fully Hinged Cable-Supported Reticulated Shells

LI Dan<sup>1,2</sup>, LYU Hui<sup>1,2,3\*</sup>, DONG Shilin<sup>3,4</sup>, ZHU Zhongyi<sup>5</sup>

(1. College of Civil Engineering and Transportation, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China;

2. Key Laboratory of Prefabricated Building and Intelligent Building, Nanchang Hangkong University, Nanchang

330063, China; 3. Space Structures Research Center, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

4. Zhejiang Provincial Key Laboratory of Space Structures, Zhejiang University, Hangzhou

310058, China; 5. Beijing Institute of Architectural Design, Beijing 100045, China)

\*Corresponding author: lvhui@nchu.edu.cn

**Abstract:** The pentagonal three-four-strut fully hinged cable-supported reticulated shell, which is different from the multi-strut cable dome structure, the key difference lies in converting the upper ridge cables of the cable dome structure into ridge struts, and forms a fully hinged curved double-layer grid structure system composed of prestressed cables and struts,

收稿日期: 2024-02-29

基金项目: 国家自然科学基金(52278224), 研究生创新专项基金(YC2023-076)

作者简介:

李丹(1998—), 女, 硕士研究生, 主要从事空间结构方面的研究。E-mail: 2211081400006@stu.nchu.edu.cn。

通信作者:

吕辉(1982—), 男, 博士, 教授, 主要从事空间结构理论与应用方面的研究。E-mail: lvhui@nchu.edu.cn。

which is convenient for laying rigid roof and reduces cost. Compared with the traditional reticulated shell structure, this structure has the characteristics of good stability and economy construction. The lower chord joints of the structure are set with three or four struts, which effectively improves the lateral stiffness and stability of the whole structure. At the same time, the joints are hinged, which simplifies the joint structure and facilitates the tensioning construction. A finite element model was established using ANSYS to analyze the internal force change and displacement behavior of cables and struts under different combined loading conditions. At the same time, linear and nonlinear stability analysis was carried out based on different design load combination conditions. The analysis results show that the internal force distribution of the structure is reasonable, the cables and struts are not prone to failure under normal use, and the large-span development of the prefabricated space structure can be realized. The reticulated shell structure has good stability, and the main compressive forces are carried by the upper inner ridge cables. In nonlinear stability analysis, the stability bearing capacity of the structure will also change under different design load combination conditions. At the same time, the structure is more sensitive to defects. Based on the combined loading condition 1, the reasonable value of the initial geometric defects of the structure should be in the range of  $L/600 \sim L/300$ .

**Keywords:** pentagonal three-four-strut fully hinged cable-supported reticulated shell; structural form analysis; prestress analysis; static performance; stability analysis; initial defect size

自1993年日本学者川口卫先生<sup>[1]</sup>提出弦支穹顶结构以来,由上部刚性网格和下部索系组合而成的刚柔杂交结构体系开始登上了空间结构的历史舞台。如2008年北京奥运会的羽毛球馆屋盖结构<sup>[2]</sup>、2009年济南全运会的体育馆屋盖结构<sup>[3]</sup>,都体现了该结构体系在我国大跨度体育场馆中的广泛运用。目前,对于传统的弦支穹顶结构,大多采用了垂直于地面的单撑杆结构体系,该体系的拉索用量较多,经济性有待提高,如在平体育馆采用了弦支穹顶叠合拱复合结构<sup>[4]</sup>及无环索弦支穹顶<sup>[5-6]</sup>等。而另一类如单层网壳与索穹顶组合<sup>[7]</sup>形成的刚性网格索穹顶刚柔杂交体系,需在索穹顶张拉成型后吊装刚性网格,其刚柔结构协同工作机理较为复杂。

近年来,董石麟<sup>[8-12]</sup>提出的“多撑杆”索穹顶结构体系构思,对改善弦支网壳的技术经济指标具有参考价值,如弦支折线形网壳<sup>[13]</sup>等全铰接结构形式的提出,优化了结构的传力机理,并简化了节点的构造和建造施工过程。同时,张爱林等<sup>[14-15]</sup>也采用“多根撑杆交汇的空间布置”方案分析研究了脊杆环撑索穹顶<sup>[14]</sup>和单双撑杆交错式索穹顶<sup>[15]</sup>。这些多撑杆类索穹顶通过下部撑杆环向形成连续的V型空间,有效减少了拉索的用量,同时采用全铰接的结构形式,简化了施工张拉程序,符合全装配式空间结构和智能建造<sup>[16]</sup>的行业需求和发展趋势。

为丰富弦支网壳的结构形式,从拓扑创新的角度提升弦支网壳施工建造的经济性,本文结合了多撑杆类索穹顶和传统弦支网壳的优势,提出了一种五边形三四撑杆全铰接弦支网壳的结构形式,研究其力学性能,以适用于全装配式弦支网壳的工程运用中。首先,依据五边形三四撑杆索穹顶结构的拓扑形式,采用节点平衡法确定其初始预应力,以保证结构设计的准确性;其次,建立了

五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构的有限元模型,分析其不同荷载设计组合工况下各构件的内力变化、节点位移变化和整体变形,归纳其静力性能特征;最后基于不同荷载设计组合工况开展线性和非线性稳定性分析,探究了荷载组合工况及初始几何缺陷对结构稳定性的影响,以考察五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构的稳定承载能力,最后给出了相关的设计建议。

## 1 五边形三四撑杆全铰接弦支网壳

### 1.1 结构构形与特点

五边形序列的多撑杆型弦支穹顶结构主要由上部结构、下部索系结构及装配环梁组成。上部结构由脊杆、上弦内环脊杆与节点组合成五边形网格,具有独特的建筑美学效果;下部结构由撑杆、斜索及环索组成,并均交汇于下弦节点,其中四撑杆与三撑杆交替布置,最外圈为三撑杆;径向各榀上弦网格通过上弦内环脊杆相互连接,外周边设有装配式刚性环梁(图1a)黑色实线表示),下弦节点之间通过下弦环索相连,形成闭合的结构构形。上部五边形网格脊杆通过螺栓连接,撑杆上节点与脊杆通过节点连接,下弦节点与环索、斜索铰接连接,装配式环梁由钢梁及连接节点组成。本文采用的结构构形为24边形(环向划分数为24),设置2道环索,下弦节点布置3或4根撑杆,该结构的平面图、剖面图如图1所示,其中,脊杆和上弦内环脊杆由红色实线表示,其余分别由黑色实线、蓝色点划线、蓝色点线表示。图1中N、T、V、B、H分别表示上弦内环脊杆、脊杆、撑杆、斜索和环索,数字表示构件或节点所在外圈从内向外的圈数,1、2、1a、1b、2a、2b表示构件交汇的节点。

相较于传统的弦支网壳,五边形三四撑杆全铰接弦

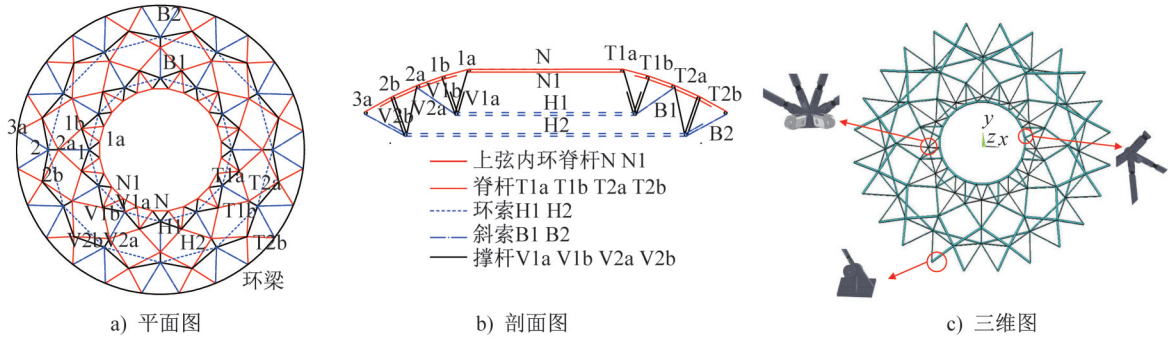


图1 结构体系与关键节点示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the structural system and the key joints

支网壳具有如下优点：

(1) 撑杆交汇于下弦节点,在环向形成连续的V型空间布置,属于空间受力体系,具有较好的传力性能,同时,上层网壳通过撑杆支承后,能够有效提高网壳整体的竖向刚度和稳定性,为采用轻型膜屋面及刚性屋面提供了系统条件。

(2) 整个弦支网壳的杆索数量比 $1:\lambda=1:0.58$ ,远大于同五边形序列的多撑杆索穹顶(杆索数量比为 $1:2.14$ ),由于索材的造价高于杆材的造价,因此五边形三四撑杆全铰接弦支网壳在造价上更具有优势。

(3) 在预应力状态下,网壳承受拉弯组合作用,支座环梁处于受压状态;在荷载作用下,网壳转为受压弯组合作用,支座环梁变为受拉状态,脊杆和上弦内环脊杆先承受拉力,后可转为受压,这种受力机理可充分利用上弦脊杆的拉、压强度性能,有效提高了结构的刚度。

(4) 下弦节点处布置3或4根撑杆,可使网壳中的每个上弦节点至少与两根撑杆相连接,形成空间节点,从而

形成一种由脊杆、撑杆和预应力索组合而成的全铰接球面双层结构体系。这种网壳通过拓扑构型创新优化了结构的传力机理,简化了节点构造,同时也避免了传统弦支网壳中刚柔协同的工作机制和塑性铰发展等问题给设计分析和施工成型带来的复杂性。

## 1.2 有限元模型建立与验证

### 1.2.1 有限元模型建立

利用ANSYS建立了结构的有限元模型,模型具有内部单元共264个,节点共106个,根据结构的高对称性,内部构件可分为14类,分别是6类脊杆、4类撑杆和4类拉索。整体结构均采用双线性本构模型,利用link180单元进行模拟,通过KEYOPT选项设置环索及斜索,设定只受拉不受压的受力形式,脊杆和撑杆设置为既可以受拉也可以受压。脊杆、撑杆、斜索与环索之间均为铰接约束,同时考虑应力刚化效应,最外圈节点采用周边三向固定铰支座支撑,以模拟环梁的约束作用。模型中各构件的材料属性如表1所示。

表1 材料属性

Table 1 Material properties

构件名称	弹性模量 $E/(10^{11} \text{ N}\cdot\text{m}^{-2})$	重度 $\rho/(10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3})$	屈服强度 $/(10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2})$	温度膨胀系数 $/(^{\circ}\text{C}^{-1})$	泊松比
斜索	1.95	7.85	13.35	$1.2 \times 10^{-5}$	0.3
B环索	1.95	7.85	13.35	$1.2 \times 10^{-5}$	0.3
H撑杆	2.06	7.85	3.45	$1.2 \times 10^{-5}$	0.3
V脊杆	2.06	7.85	3.45	$1.2 \times 10^{-5}$	0.3
T、N、N1					

该结构模型径向共两圈,环向划分为12榀,设置2道环索,跨度为120 m,结构的矢跨比 $F/L$ ( $F$ 为挠度)与厚跨比 $h/L$ 均为0.07,内圈开孔直径为40 m,下弦节点布置采用方案2,即下弦节点1居于脊杆连接节点1a、1b的中部,下弦节点2居于脊杆连接节点2a、2b的中部,如图2所示为结构模型节点的布置形式。考虑到弦支网壳结构

由底部刚性环梁支承,为简化计算流程并提高模型的计算精度,假设结构外圈所有3a节点为约束节点,在APDL命令流中施加全约束;同时采用Surf154面单元模拟,并对所有节点自由度施加约束,计算结构在均布荷载作用下各节点处的支座反力,进而将面荷载分配至各上弦节点,等效为节点荷载施加于结构。

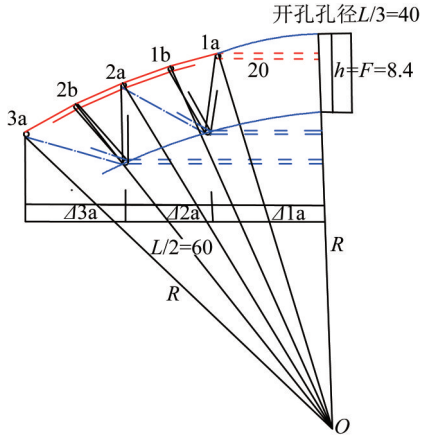


图2 结构模型下弦节点布置形式(单位:m)

Fig. 2 Lower string node arrangement form in the structural model (unit:m)

表2 各类构件截面尺寸与初始预应力值

Table 2 Section size and initial prestress value of various components

构件	截面面积/mm <sup>2</sup>	初始预应力值/kN	构件	截面面积/mm <sup>2</sup>	初始预应力值/kN
T1a	12.136 0	838	V2b	12.857 0	-314
T1b	17.466 0	1 205	B1	2.147 9	760
T2a	41.679 0	2 876	B2	5.582 2	1 976
T2b	37.866 0	2 612	H1	4.123 0	1 460
V1a	6.282 2	-109	H2	19.774 0	7 000
V1b	7.578 6	-79	N1	42.669 0	2 944
V2a	12.814 0	-884	N	37.644 0	2 597

对上述结果进行有限元分析及验算,在 ANSYS 中对结构施加如表 2 所示的初始应力,在不考虑自重及外力荷载的作用下,得到结构竖向位移为  $-0.126 \times 10^{-4}$  m (图 3a));当施加重力及外部荷载后,结构竖向位移达  $-0.031 3$  m(图 3b)),在预应力状态下结构位移变化量占比仅为 0.04%,可忽略不计,足以证明结构初始态的可行性。

1.2.3 结构经济性分析

由于弦支网壳结构是由上部网壳结构、下部索系结构和周边刚性环梁组合而成的刚柔性杂体系结构,结构中含有大量的索杆构件,即便结构多为杆件组成,且杆件造价要比拉索造价便宜,但其经济性也不能单纯以杆索数量比或用钢量进行衡量,因此本文依据董石麟等<sup>[12]</sup>的研究成果,计算该结构与同五边形序列多撑杆索穹顶的经济性指标。经济性指标  $E$  可由式(1)计算。

$$E = \frac{(\zeta_{nb} + \zeta_{cb})W_{cable} + (1 + \zeta_{nb})W_{bar}}{Ag} \quad (1)$$

式中: $E$ 为经济性指标,即实际等效用钢量; $\zeta_{nb}$ 为节点和杆件的质量比,本文取 20%; $\zeta_{cb}$ 为索和普通钢构件同等

1.2.2 有限元模型验证

由于五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构沿用董石麟等<sup>[17]</sup>提出的五边形序列索穹顶拓扑形式,仅将索穹顶结构上层脊索、上弦内环索转换为脊杆和上弦内环脊杆,形成一种由预应力索、杆组合而成的全铰接曲面双层网格结构体系,因此其初始预应力分布计算可从节点平衡关系<sup>[18]</sup>入手,得出各类杆件的平衡关系式后,进而推算出初始预应力比值。通过试算,初始态预应力设计首先要使结构按照所设计的外形样式准确成型,其次要具有合适的刚度以抵抗荷载,最终要保证该结构在承受外部荷载作用时所有索不发生松弛。五边形三四撑杆全铰接弦支网壳各类构件截面尺寸与初始预应力值如表 2 所示。

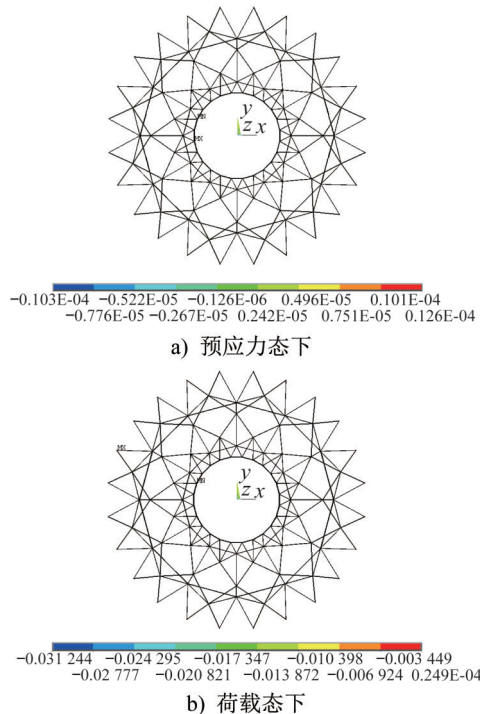


图3 预应力态与荷载态下z向竖向位移(单位:m)  
Fig. 3 Z-direction vertical displacement (unit:m)

质量下的等效成本比,本文取为3;  $W_{cable}$  为索的总质量;  $W_{bar}$  为杆件的总质量;  $A$  为该结构单层网壳水平投影面积;  $g$  为重力加速度,取  $9.8 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$ 。

由式(1)计算可以可知,该结构的经济性指标为  $7.13 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$ ,五边形序列索穹顶的经济性指标为  $13.62 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-2}$ 。经济性指标越高,结构的经济性越差。由此可以得出五边形三四撑杆全铰接弦支网壳的造价比索穹顶结构的造价更具有优势,这与上文基于杆索数量比得出的结论一致。

## 2 结构静力性能分析

对五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构进行静力加载,研究该结构在静力荷载作用下的受力特点,分析不同组合工况对结构的影响规律,如节点位移、索杆内力变化、结构变形等。工况组合如表3所示,屋面活荷载与恒荷载均取  $0.5 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ ,考虑计入结构中20%节点的自重,取结构自重的20%,基本风压取  $0.6 \text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ ,温度考虑区间为  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}\sim 30\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。恒荷载和活荷载均为面荷载,在应用 ANSYS 进行静力分析时采用表面效应单元将面荷载转化为节点荷载。在进行工况分析时,假定施加的

外部荷载系数为  $\lambda$ ,按 0.5、1.0、1.5、2.0、2.5 的倍数递增,直至  $\lambda=7$ 。

表3 组合工况  
Table 3 Combined loading conditions

工况	永久荷载			可变荷载			
	节点自重	预应力	恒载	活载	风荷载	升温作用	降温作用
工况1	✓	✓	✓	✓	—	—	—
工况2	✓	✓	1.3	1.5	—	—	—
工况3	✓	✓	1.3	1.5	$1.5\times 0.6$	—	—
工况4	✓	✓	1.3	1.5	—	$1.4\times 0.6$	—
工况5	✓	✓	1.3	1.5	—	—	$-1.4\times 0.6$

### 2.1 全跨均布竖向荷载

五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构在全跨均布竖向荷载作用下的索杆内力和位移变化如图4所示,在工况1中,该结构为轴对称结构且荷载呈对称布置,其索杆内力与位移均呈现对称性,故在读取数据时均取其平均值。由图4分析可得:

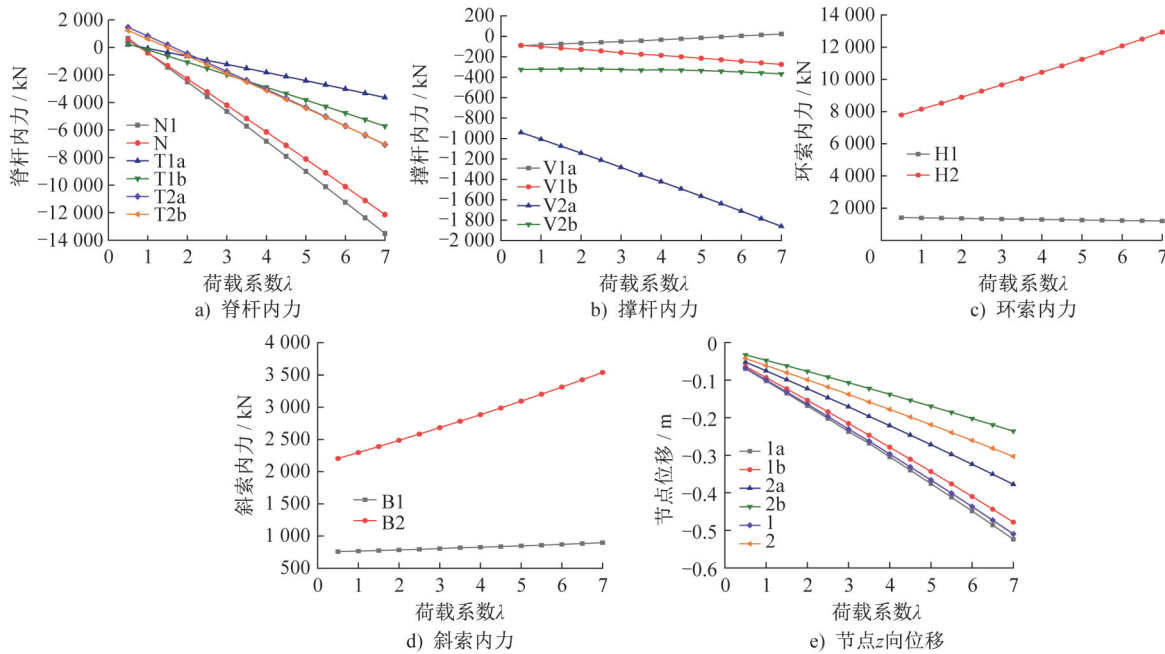


图4 全跨均布荷载作用下索杆内力与节点z向位移图

Fig. 4 Internal force of cable and rod and z-direction displacement of node under full-span uniform distribution load

(1) 随着外部荷载的不断增大,上弦内环脊杆、脊杆内力在数值上呈先减小后反向增大的趋势,从最初的正值逐渐减小至负值,随后又持续增大,脊杆先承受拉力,后转为受压,充分利用了脊杆的拉压性能;同时在荷载系数等于3之后的加载过程中,内圈脊杆T1a、T1b的内力均小于外圈脊杆T2a、T2b的内力,这是因为弦支穹顶最外圈与

刚性环梁连接,随着荷载系数持续增大,环梁主要承受压力,与环梁连接的外圈脊杆内力在数值上大于内圈脊杆内力。且与索穹顶结构环索的最大内力不同,该弦支网壳结构上弦内环脊杆N1的内力最大,结构内圈刚度比外圈刚度大,在荷载系数达到6.5时,脊杆、上弦内环脊杆仍在不断受压,内力不断增加,结构极易发生失稳破坏。

(2) 随着荷载系数的不断增加,结构内圈撑杆 V1a 的内力不断减小,并且减小速率逐渐趋于平缓;然而最外圈撑杆 V2a 内力在不断增大,且撑杆内力远远大于其它撑杆内力,这是因为随着荷载系数的不断增加,结构内圈脊杆极易因压力过大而发生失稳,致使结构荷载转为由外圈承受,进而引发外圈撑杆内力急剧增大。若荷载继续增大,撑杆 V2a 可能率先失稳,最终导致结构失效。在荷载系数达到 6.5 时,上弦节点 1a 处位移迅速增大且超过了规范限值  $L/250(0.48\text{ m})$ ,内圈撑杆存在部分杆件内力不断接近 0 的现象,需要考虑单根杆件屈曲对结构造成的影响。

(3) 当施加的外部荷载不断增大时,环索与斜索内力都在增大,内圈斜索与环索内力均处于较低水平,小于外圈斜索与环索内力。在整个加载过程中,内圈斜索与环索内力较为稳定,且变化趋势较为平缓。其中,随着荷载系数的不断增大,内圈环索 H1 内力数值不断接近 0,在荷载系数达到 6.5 时,内圈环索 H1 处于松弛状态边缘,但仍未松弛。在整个加载过程中,结构各类构件内力呈线性变化,且目前各现象均表明处于弹性工作范围。

(4) 结构各节点位移均随外部荷载系数的增大而不

断增大,内圈节点(1a、1b、1)位移均大于外圈节点(2a、2b、2)位移,外部荷载达到 6.5 时,1a 节点位移超过了 0.48 m,当外部荷载达到 7 时,内圈节点(1a、1b、1)位移都超过了 0.48 m,说明对于该结构而言,结构内圈变形较大,同时在进行静力分析时,外部荷载取值不宜大于 6.5 倍。

### 2.2 风荷载

为研究五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构在风荷载作用下的响应,考虑了工况 2 和工况 3 两种荷载工况的作用。静力风荷载大小<sup>[19]</sup>按照《建筑结构荷载规范》(GB 50009—2012)采用公式  $W_k = \beta_z \mu_z \mu_s \omega_0$  进行计算,其中:  $\beta_z$  为风振系数,对于柔性屋盖结构宜依据风洞试验结果按随机振动理论计算确定,本文暂取值为 2.657;  $\mu_s$  为风荷载体型系数,通过结构建模坐标计算;  $\mu_z$  为风压高度变化系数,按建筑高度 26.56 m、地面粗糙度 c 类,取值为 0.832;  $\omega_0$  为基本风压,取值为  $0.6\text{ kN}\cdot\text{m}^{-2}$ 。在进行工况分析时,以  $1.3\times$ 恒载(标准值 0.5)+ $1.5\times$ 活载(标准值 1.0)作为荷载组合基准,施加外部荷载系数时,按 0.5 的倍数递增(0.5、1.0、1.5、2.0、2.5),直至系数达到 2.5,结构中各构件内力变化与节点位移响应如图 5 所示。

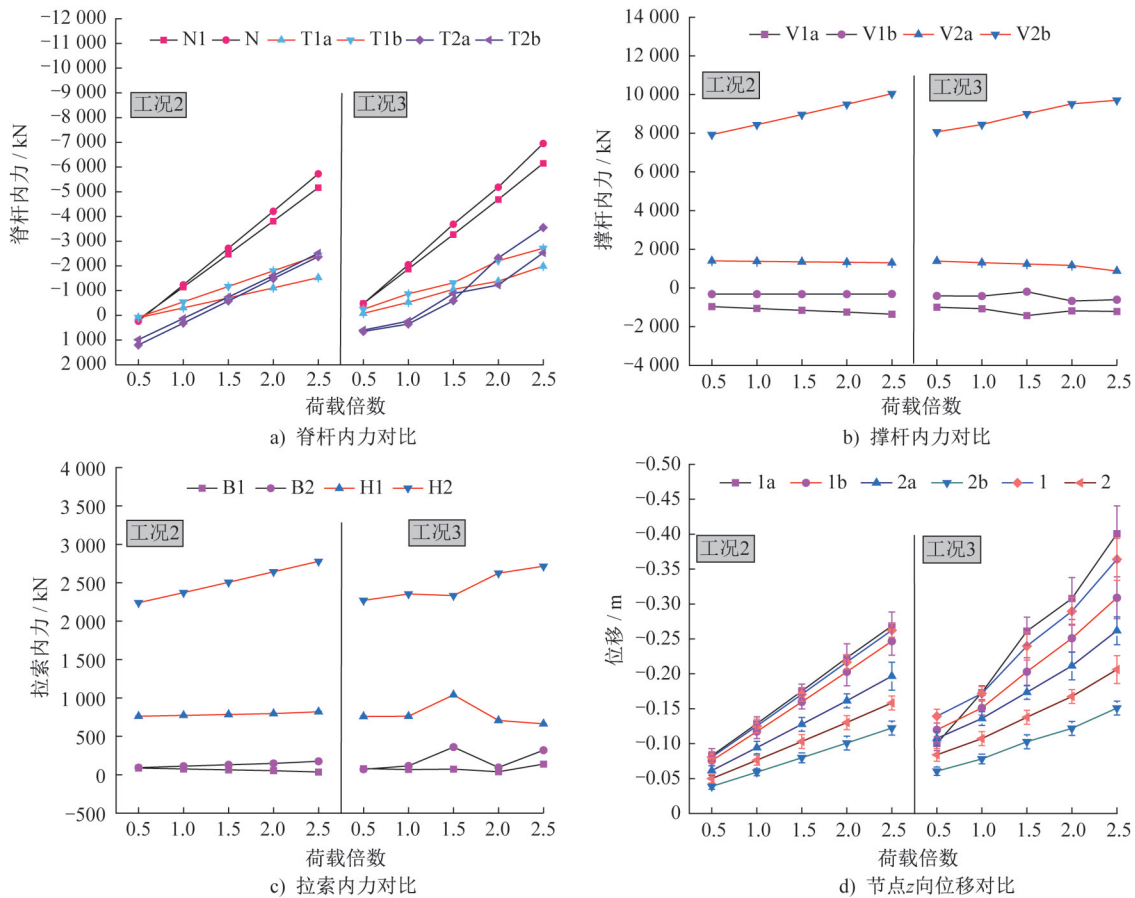


图5 风荷载下索杆内力与节点z向位移对比

Fig. 5 Comparison of the internal force of the cable and rod and the node z-direction displacement under the wind load

由图5可知:

(1) 当荷载倍数为1时,相较于工况2,结构上层构件(脊杆、上弦内环脊杆)、撑杆的内力均呈现不同程度的增大,同时,内圈脊杆、上弦内环脊杆和内环撑杆内力为负值,表明此时结构主要承受压力,而最外圈脊杆和撑杆内力为正值,其承受拉力,说明结构上层网壳内力分布合理,脊杆和撑杆在受力上起到不同的作用,不容易发生破坏。结构斜索与最外圈环索H2内力增大,内圈环索H1内力却减小,呈现相反的变化趋势;上弦环杆1a节点的竖向位移最大,达到0.173 m,满足结构变形要求。当无风荷载作用时,1a节点的竖向位移最大为0.128 m。该结构在有风荷载作用时位移增加0.045 m,总体变化不大。

(2) 当施加的外部荷载不断增大时,无论是工况2还是工况3,结构整体构件内力均呈不同程度的增长,且在

工况3的内力数值大于工况2的内力数值。当荷载倍数为1.5倍时,工况3下该结构的外圈脊杆T2a、T2b,内圈撑杆V1a、V1b和拉索H1、B2内力-荷载倍数曲线存在突起点。原因是风在结构表面的再附着和分离作用较为显著,使得该结构表面风压分布较为不均匀,进而导致结构局部构件内力及位移分布不均匀。

### 2.3 温度作用

为全面了解五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构在可能的温度变化区间内的受力变化,本文设定结构全年最高温度为30℃,最低温度为-30℃,分别作为工况4和工况5的温度作用进行分析,并与工况2的索杆内力和位移变化进行对比。结构各构件内力变化与节点位移响应如图6所示。

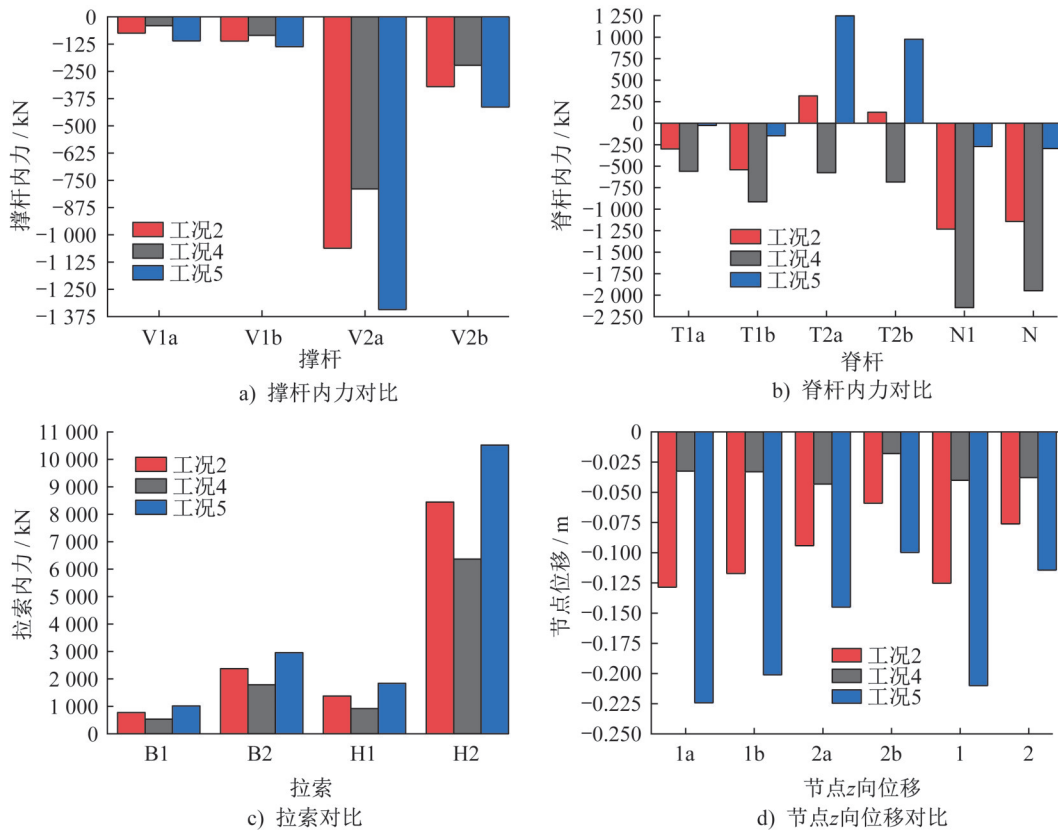


图6 温度作用下索杆内力与节点z向位移对比

Fig. 6 Comparison of the internal force of the cable and rod and the node z-direction displacement under the temperature effect

由图6可知:

(1) 结构在温度组合作用下相较于无温度作用时,上弦环杆、内圈脊杆在升温作用下内力增大,在降温作用下内力减小,且都为负值,表明杆件承受压力;外圈脊杆内力均在增大,在升温作用下,外圈脊杆T2a、T2b内力均为正值,杆件承受压力,而在无温度作用和降温作用下内力为正值,杆件承受拉力。

(2) 相比于无温度作用,撑杆、斜索、环索在升温作用下内力均减小,而在降温作用下内力却增大;在升温作用下,外圈上弦环杆2a节点的竖向位移最大,达到0.004 3 m,在降温作用下,内圈下弦节点1处竖向位移最大,达到0.021 0 m,满足结构变形的条件。而无温度作用时内圈上弦环杆1a节点竖向位移最大为0.012 8 m,说明温度作用对结构并没有造成较大破坏。

### 3 模态分析

对五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构进行了前50阶自振模态分析,自振频率变化如图7所示,结构前20阶自振频率较为集中,高阶自振频率较为稀疏。而由于该弦支网壳结构的质量和刚度都是对称分布,因此其振型分布也多为对称分布。由图8结构自振振型可知,结构第1阶的变形主要为水平扭转,以内圈环向变形为主,结构竖向位移较小;第3阶的变形为整体扭转,环向杆件承受较大压力,存在较明显地变形;第7阶的变形为整体扭转与竖向振动,环向位移变大,位移最大点已由内圈移至外圈,同时结构在竖向也存在位移;第10阶的变形为水平扭转与竖向振动,以内圈竖向变形为主,内圈竖向位移最大,且向外圈逐渐减小。低阶振型变形点位主要分布在外圈,随着阶数的上升,变形点位逐渐向内圈转移。通

过以上分析可得,对于五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构而言,其内圈刚度弱于外圈刚度,且结构竖向刚度弱于环向水平刚度。

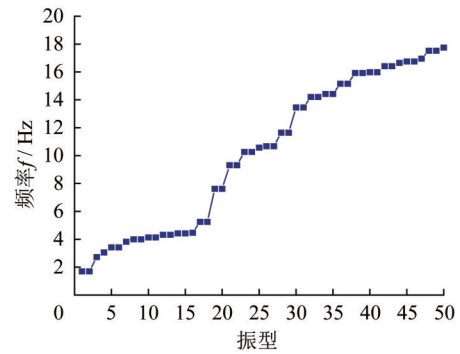


图7 振型-频率关系曲线

Fig. 7 The vibration mode frequency relationship curve

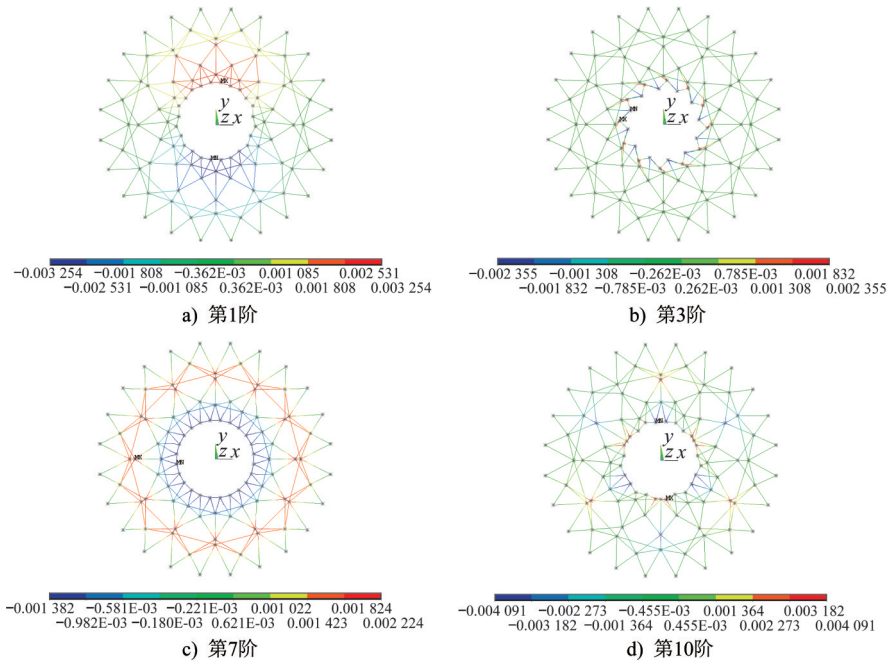


图8 结构自振振型

Fig. 8 Natural vibration modes of the structure

### 4 稳定性分析

弦支网壳结构由于跨度大、厚度薄、自重轻等原因,极易发生杆件失稳破坏现象,特别是对于单层网壳结构,稳定性问题更是设计中的关键问题<sup>[20]</sup>。而对于新型多撑杆类全铰接弦支网壳结构,其静力稳定性尚未开展系统研究,缺乏支撑工程应用的理论依据和实践指导。国外研究者们以Newton-Raphson算法为基础,提出了例如“荷载法、弧长法、位移法”等,为跟踪结构的全过程平衡路径提供了手段。本文采用了弧长法跟踪五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构荷载-位移曲线的全过程。并采取了表3中前4种组合工况对结构进行了多工况分

析,以探究不同荷载设计组合下结构的线性与非线性稳定性。

#### 4.1 特征值屈曲分析

沿用静力计算时所用的模型与荷载,选取4种不同参考荷载对五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构进行特征值屈曲分析。考虑节点自重占弦支网壳自重的20%,运用Mass21单元将节点支座反力转换为质量单元。进而通过求解特征值屈曲模态,得到该结构4种工况下前10阶的特征值,如表4所示。该结构的前3阶屈曲模态,如图9所示。

表4 四种工况下前10阶特征值对比

Table 4 Comparison of the eigenvalues of the first 10 orders under the four loading conditions

阶次	工况1	工况2	工况3	工况4
1	8.558 94	7.490 6	15.204 0	2.874 24
2	8.558 94	7.490 6	18.439 5	3.062 52
3	12.133 68	10.696 2	22.128 0	3.062 52
4	12.158 90	10.703 4	27.049 5	3.664 44
5	12.799 28	11.606 0	28.638 0	3.664 44
6	13.685 36	14.751 6	33.034 5	3.707 64
7	16.512 60	15.482 0	41.559 0	3.716 82
8	17.334 46	15.482 0	42.657 0	5.082 12
9	17.334 46	17.803 4	43.870 5	5.082 12
10	19.957 34	17.804 0	44.259 0	7.043 40

由表4可以得知,4种不同荷载设计组合下结构的特征值均随阶次的增加而增加,工况1、工况2、工况3和工况4特征值分布较为密集,增长较为平缓,且曲线无明显突变点,说明在这三种荷载设计组合下结构的刚度分布

较为均匀。而工况4的特征值远小于其他三种工况的特征值,说明该工况下结构对温度作用敏感度较低,不属于设计控制荷载。

由图9可得:

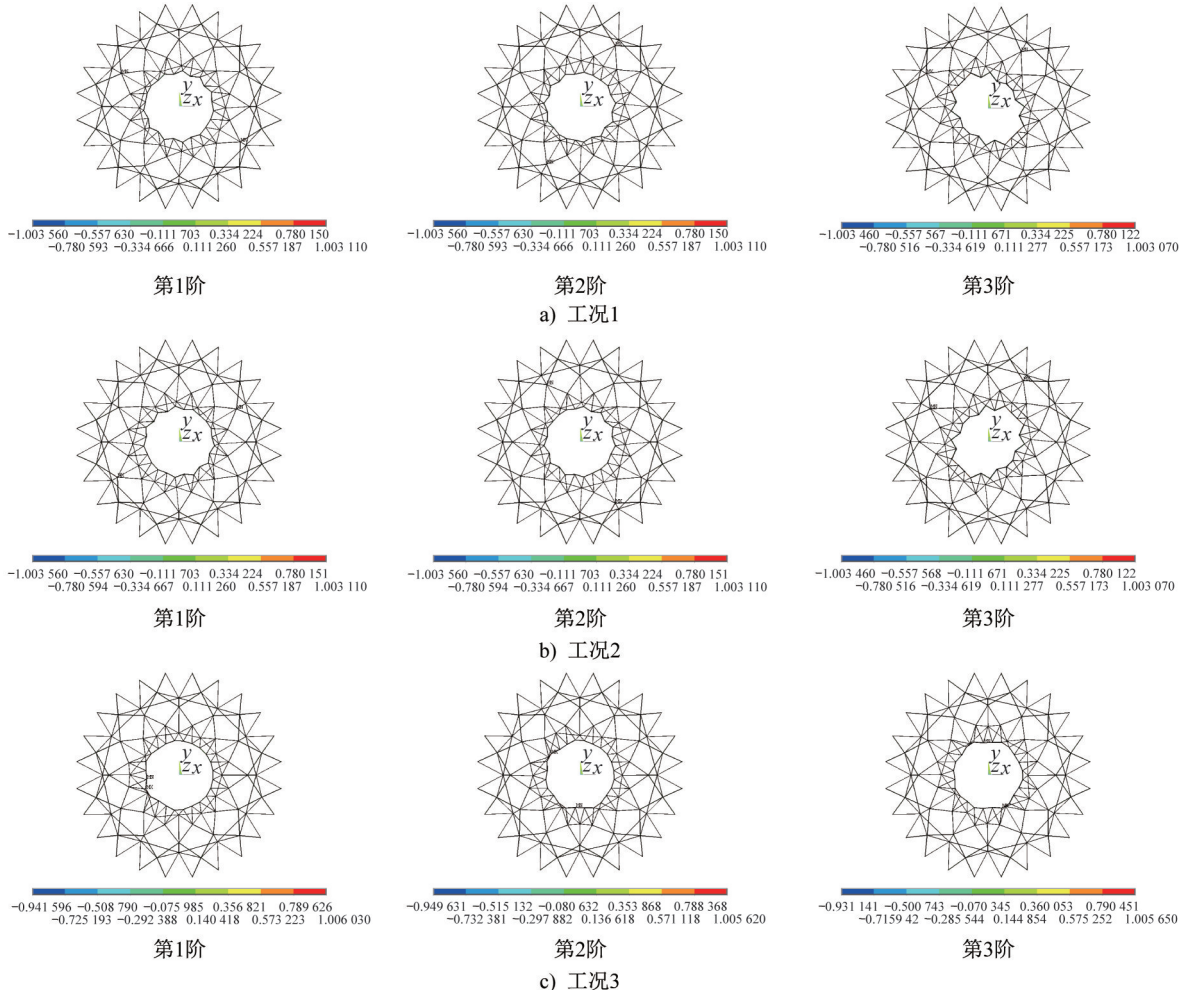
(1) 在不同荷载设计组合下(除工况3外),结构的前两阶屈曲模态均为最外圈网壳局部屈曲变形,且发生90°移动变形,第3阶为扭曲变形,结构最内圈变形较大。

(2) 五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构在全跨竖向荷载作用下的变形表现为局部变形,主要集中于结构各榀径向的上弦网格,由于该区域网格尺寸较大,对上弦脊杆的材料性能与强度等要求较高,否则容易引起上部脊杆屈曲并引发局部变形。

(3) 在工况3(风荷载组合)作用下,结构的屈曲模态规律性不明显,与满跨荷载工况下的结构屈曲变形形式存在显著差异,这是由于风自身特性造成的,从而导致结构受力不均匀且变形位置居于结构最内圈。

### 4.2 非线性稳定性分析

在特征值屈曲分析中由于忽略了结构的实际变形情况,通常会过高地估计结构的稳定承载力,因此需要对结



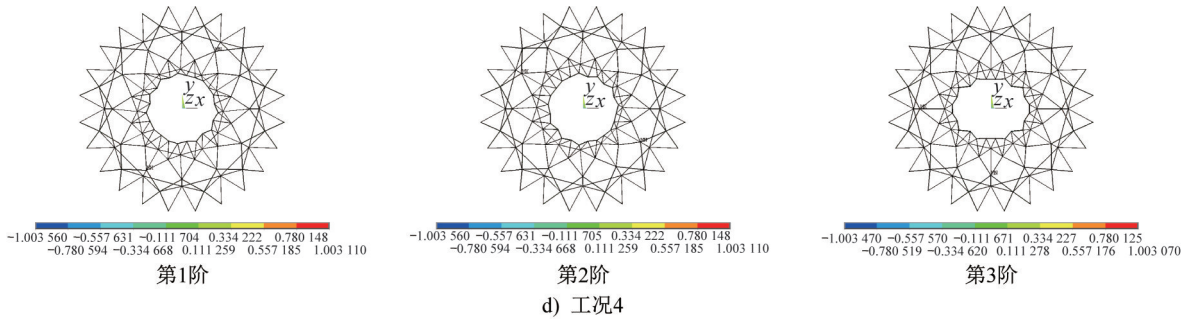


图9 不同工况结构前3阶屈曲模态(单位:10<sup>-3</sup> m)

Fig. 9 First three structural buckling modes under different loading conditions (unit:10<sup>-3</sup> m)

构进行非线性稳定全过程分析以确定其稳定承载力。分析时结构杆件弹性模量 $E_x$ 取 $2.06 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ,泊松比 $\nu$ 取0.3,质量密度取 $7.850 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,屈服强度取 $245 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ 。根据特征值屈曲分析结果可知,由于该结构对温度作用的敏感度较低,因此采用弧长法对表3中前3种组合工况进行求解。查阅文献可知,弦支穹顶结构的屈曲特征值分布具有密集性,现有研究表明:按最低阶模态分布引入初始几何缺陷时,结构的稳定承载力并非最小值<sup>[21]</sup>。因此,本文以荷载组合工况下屈曲荷载系

数为1.0时的特征值屈曲模态,作为初始几何缺陷的分布模式,初始几何缺陷计算值 $\delta$ 取为 $L/100, L/200, L/300, L/400, L/500, L/600, L/800, L/1\ 000$ 等8种情况,以研究初始几何缺陷在不同荷载设计组合下对该结构非线性稳定性能的影响。将所测的3种组合工况不同几何初始缺陷下五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构的荷载和位移进行均值处理并绘制如图10所示的荷载-位移曲线图。研究结果表明:

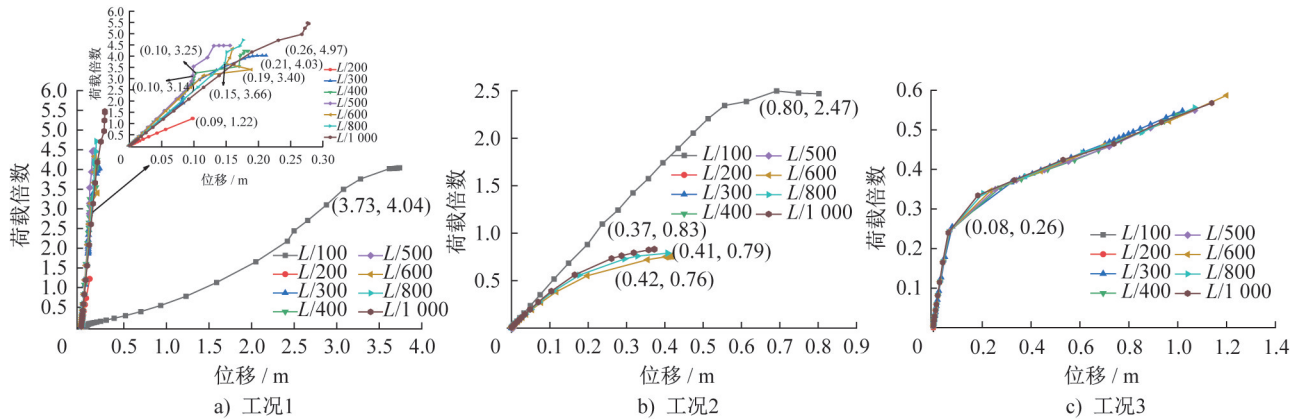


图10 不同组合工况及不同几何初始缺陷下结构荷载-位移曲线

Fig. 10 Structural load-displacement curves under different combined loading conditions and different geometric initial defects

(1) 随着初始几何缺陷的增大,结构的稳定承载力呈下降趋势。初始几何缺陷由 $L/100$ 减小为 $L/1\ 000$ 时,在组合工况1的作用下,结构的稳定承载力系数由4.04增大为4.97,提高了22.77%,说明结构对初始几何缺陷变化较为敏感。

(2) 在不同组合工况的作用下,结构的稳定承载力会有所变化,通过分析发现结构所承受的设计荷载组合工况不同,结构的稳定承载力大小也不同。如当初始几何缺陷取 $L/600$ 时,3种组合工况下其稳定承载力系数依次为3.40、0.76、0.25,工况2稳定承载力系数较工况1稳定承载力系数降低了77.94%,原因是工况2中结构所承

受的荷载更大,进而导致结构承载能力降低,更容易发生破坏;工况3稳定承载力系数较工况2稳定承载力系数降低了67.11%,原因是结构表面风压分布不均匀,从而导致结构局部构件内力分布不均匀,进而降低了结构的承载能力。在实际工程中,结构工况会更加复杂,更容易受到局部集中力的作用,因此在设计时需要充分考虑结构整体的受力情况,以便给出准确的分析结果。

(3) 目前我国的规范中一般将结构网壳跨度的 $1/300$ 定义为初始缺陷的大小,但是考虑到工程建筑的实际情况和目前的研究现状有所差异,该值有可能导致设计过于保守。因此,为验算结构的整体刚度和稳定性,本文在组

合工况1下,该结构初始几何缺陷合理取值应在 $L/600\sim L/300$ 。

## 5 结论

本文结合了董石麟院士的“多撑杆类全铰接弦支网壳结构”设想,依据五边形序列索穹顶结构拓扑形式,提出了五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构,以脊杆、上弦内环脊杆代替索穹顶的上弦脊索,且结构整体节点均采用铰接的形式连接。根据节点的平衡方程式,计算各构件的初始预应力比值,进而试算得到满足结构设计要求的五边形三四撑杆全铰接弦支网壳结构。通过ANSYS建立有限元数值模型,分析结构在不同组合工况下的受力特点、内力变化与位移响应。其次根据组合工况1总结出了该结构的自振特性、线性与非线性稳定性能。得到如下结论:

(1) 在全跨均布竖向荷载作用下,结构中脊杆与上弦内环脊杆的内力表现为拉力随着外部荷载的增大逐渐转为压力,且数值持续增长,其中最外圈撑杆V2a内力远大于其他杆件内力。在整个加载过程中,内圈斜索与环索内力较为稳定,且变化趋势较为平缓。其中,随着荷载系数的不断增大,内圈环索H1与内圈撑杆T1a部分杆件内力不断接近0;当荷载系数达到6.5时,内圈环索H1濒临松弛状态但尚未松弛,此时需要考虑内圈撑杆单根杆件屈曲对结构的影响。同时在位移变化方面,内圈节点(1a、1b、1)位移均大于外圈节点(2a、2b、2)位移。在进行结构设计时应着重考虑内圈脊杆、上弦内环脊杆、内圈斜索与环索的材料性能与强度设计,使其更好地抵抗外部荷载。

(2) 在风荷载作用下,脊杆、上弦内环脊杆与撑杆内力均有不同程度增大,同时内圈脊杆、上内弦环杆与撑杆均承受压力,而最外圈脊杆承受拉力,结构上层网壳内力分布较为合理,不同杆件在受力过程中各尽其职,使结构不容易破坏。但是当施加的外部荷载不断增大时,由于风本身的特性,易造成结构局部构件的内力及位移分布不均匀。

(3) 在升温作用下,上弦内环脊杆与脊杆的内力增大,撑杆、斜索与环索的内力均减小,而在降温作用下却相反。在升温作用下,外圈脊杆T2a、T2b内力为负值,承受压力,而在无温度作用和降温作用下外圈脊杆T2a、T2b内力为正值,承受拉力。

(4) 在进行稳定性分析时采取不同设计组合荷载探究其对稳定性的影响时发现,在特征值屈曲分析时,该结构体系中结构内圈变形较为明显,且内圈受力较大,需要考虑内圈脊杆与上弦内环脊杆的材料性能与强度设计;

在非线性稳定性分析时,在不同设计荷载组合工况下,结构的稳定承载力也会发生变化,在不同初始几何缺陷作用下,结构对缺陷表现也较为敏感,同时基于组合工况1,该结构初始几何缺陷合理取值应在 $L/600\sim L/300$ 。在实际工程设计时需要充分考虑结构的整体受力情况,以便作出准确的分析结果。同时,为提高结构非线性承载力,应对结构进行更多的参数化分析,以确保结构的全过程安全。

(5) 本文为多撑杆类全铰接弦支网壳结构设计提供了重要的参考,该结构只设有两道下弦环索和斜索,下部节点连接3或4根撑杆,结构受力稳定且索系构件得到了简化,张拉施工更加方便。结构整体节点采用铰接的连接形式连接,优化了节点的构造及受力性能,具有良好的工程应用前景。

## 参考文献:

- [1] 陈志华,乔文涛.弦支筒壳结构预应力设定及稳定性能研究[J].建筑结构学报,2010,31(增刊1):227-233.DOI:10.14006/j.jzjgxb.2010.s1.039.  
CHEN Zhihua, QIAO Wentao. Study on prestress setting and stability performance of string-supported cylindrical shell structure[J]. Journal of Building Structures, 2010, 31 (Suppl. 1): 227-233. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2010.s1.039. (in Chinese)
- [2] 葛家琪,张国军,王树,等.2008奥运会羽毛球馆弦支穹顶结构整体稳定性能分析研究[J].建筑结构学报,2007,28(6):22-30,44.DOI:10.14006/j.jzjgxb.2007.06.003.  
GE Jiaqi, ZHANG Guojun, WANG Shu, et al. The overall stability analysis of the suspend-dome structure system of the badminton gymnasium for 2008 Olympic Games[J]. Journal of Building Structures, 2007, 28(6): 22-30, 44. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2007.06.003. (in Chinese)
- [3] 董石麟,袁行飞,郭佳民,等.济南奥体中心体育馆弦支穹顶结构分析与试验研究[C]//第九届全国现代结构工程学术研讨会论文集.山东济南:《工业建筑》杂志社,2009:11-16.  
DONG Shilin, YUAN Xingfei, GUO Jiamin, et al. Structural analysis and experimental study of the suspendome for the Gymnasium of Ji Nan Olympic Sports Center. [C]//Proceedings of the 9th National Academic Seminar on Modern Structural Engineering. Jinan: Industrial Construction Magazine, 2009: 11-16. (in Chinese).
- [4] 陈志华,闫翔宇,刘红波,等.在平体育馆大跨度弦支穹顶叠合拱复合结构体系[J].建筑结构,2009,39(7):18-20,12. DOI:10.19701/j.jzjg.2009.07.005.  
CHEN Zhihua, YAN Xiangyu, LIU Hongbo, et al. Large-span hybrid structure of suspendome with stacked arch in Chiping Gymnasium[J]. Building Structure, 2009, 39(7): 18-20, 12. DOI: 10.19701/j.jzjg.2009.07.005. (in Chinese)

- [5] 冯晓东,胡晋荣,撒剑波,等.新型环形张拉整体式穹顶结构形态设计与分析[J].建筑钢结构进展,2022,24(3):80-89. DOI:10.13969/j.cnki.cn31-1893.2022.03.009.  
FENG Xiaodong, HU Jinrong, SA Jianbo, et al. Morphology design and analysis of novel annular tensegrity-dome structures [J]. Progress in Steel Building Structures, 2022, 24(3): 80-89. DOI: 10.13969/j.cnki.cn31-1893.2022.03.009. (in Chinese)
- [6] 薛素铎,宋京良,李彦珍,等.无环索弦支穹顶索系选型[J].建筑结构,2022,52(增刊2):544-549. DOI:10.19701/j.jzjg.22S2079.  
XUE Suduo, SONG Jingliang, LI Xiongyan, et al. Cable system shape selection of suspen-dome without loop cable[J]. Building Structure, 2022, 52 (Suppl. 2) : 544-549. DOI: 10.19701/j.jzjg.22S2079. (in Chinese)
- [7] 宗钟凌,郭正兴.刚性网格索穹顶结构初始形态的确定方法[J].空间结构,2011,17(1):3-7. DOI:10.13849/j.issn.1006-6578.2011.01.002.  
ZONG Zhongling, GUO Zhengxing. Initial configuration analysis approach for rigid grid cable dome[J]. Spatial Structures, 2011, 17(1) : 3-7. DOI: 10.13849/j.issn.1006-6578.2011.01.002. (in Chinese)
- [8] 董石麟,涂源.索穹顶结构体系创新研究[J].建筑结构学报,2018,39(10):85-92. DOI:10.14006/j.jzjgxb.2018.10.010.  
DONG Shilin, TU Yuan. Structural system innovation of cable dome structures [J]. Journal of Building Structures, 2018, 39(10) : 85-92. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2018.10.010. (in Chinese)
- [9] 董石麟,梁昊庆.肋环人字型索穹顶受力特性及其预应力态的分析法[J].建筑结构学报,2014,35(6):102-108. DOI:10.14006/j.jzjgxb.2014.06.012.  
DONG Shilin, LIANG Haoqing. Mechanical characteristics and analysis of prestressing force distribution of herringbone ribbed cable dome [J]. Journal of Building Structures, 2014, 35(6) : 102-108. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2014.06.012. (in Chinese)
- [10] 董石麟,刘宏创,朱谢联.葵花三撑杆II型索穹顶结构预应力态确定、参数分析及试设计[J].建筑结构学报,2021,42(1):1-17. DOI:10.14006/j.jzjgxb.2019.0564.  
DONG Shilin, LIU Hongchuang, ZHU Xieli. Initial prestress determination, parametric analysis and tentative design of a novel levy-type cable dome structure with tri-strut layout [J]. Journal of Building Structures, 2021, 42(1) : 1-17. DOI: 10.14006/j.jzjgxb.2019.0564. (in Chinese)
- [11] 董石麟,涂源.蜂窝四撑杆型索穹顶的构形和预应力分析方法[J].空间结构,2018,24(2):3-12. DOI:10.13849/j.issn.1006-6578.2018.02.003.  
DONG Shilin, TU Yuan. Configuration and prestress distribution of honeycomb-type cable dome with four struts [J]. Spatial Structures, 2018, 24(2) : 3-12. DOI: 10.13849/j.issn.1006-6578.2018.02.003. (in Chinese)
- [12] 董石麟,刘宏创.鸟巢四撑杆型索穹顶大开口体育场挑篷结构形态确定、参数分析及试设计[J].空间结构,2020,26(3):3-15. DOI:10.13849/j.issn.1006-6578.2020.03.003.  
DONG Shilin, LIU Hongchuang. Morphologic determination, parametric analysis and tentative design of a novel bird nest-type cable dome structure with quad-strut layout as stadium canopy [J]. Spatial Structures, 2020, 26(3) : 3-15. DOI: 10.13849/j.issn.1006-6578.2020.03.003. (in Chinese)
- [13] 郑晓清,董石麟,白光波,等.弦支环向折线形单层球壳布索方案研究[J].建筑结构,2015,45(5):34-38,48. DOI:10.19701/j.jzjg.2015.05.008.  
ZHENG Xiaqing, DONG Shilin, BAI Guangbo, et al. Cable arrangement research of single-layer reticulated spherical shell with circumferential folded line [J]. Building Structure, 2015, 45(5) : 34-38, 48. DOI: 10.19701/j.jzjg.2015.05.008. (in Chinese)
- [14] 张爱林,白羽,刘学春,等.新型脊杆环撑索穹顶结构静力性能分析[J].空间结构,2017,23(3):11-20. DOI:10.13849/j.issn.1006-6578.2017.03.011.  
ZHANG Ailin, BAI Yu, LIU Xuechun, et al. Static behavior analysis of new-type ridge tube cable dome with annular struts [J]. Spatial Structures, 2017, 23(3) : 11-20. DOI: 10.13849/j.issn.1006-6578.2017.03.011. (in Chinese)
- [15] 张爱林,袁文俊,张艳霞,等.单双撑杆交错式索穹顶结构静力性能分析[J].振动与冲击,2022,41(12):321-330. DOI:10.13465/j.cnki.jvs.2022.12.039.  
ZHANG Ailin, YUAN Wenjun, ZHANG Yanxia, et al. Static performance analysis of alternated cable dome with single and double brace struts [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(12) : 321-330. DOI: 10.13465/j.cnki.jvs.2022.12.039. (in Chinese)
- [16] 张爱林,刘廷勇,张艳霞,等.基于智能建造的快速全装配大跨度预应力空间钢结构体系创新研究展望[J].北京工业大学学报,2020,46(6):591-603. DOI:10.11936/bjutxb2020030023.  
ZHANG Ailin, LIU Tingyong, ZHANG Yanxia, et al. Prospect and innovation research on large-span prestressed spatial steel structure with rapid assembly based on smart construction [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2020, 46(6) : 591-603. DOI: 10.11936/bjutxb2020030023. (in Chinese)
- [17] 吕辉,宋潮流,董石麟,等.圆形五边形三四撑杆混合型开口索穹顶预应力态及多参数敏感度分析[J/OL].工程力学,2023:1-15. (2023-11-28) [2024-02-29]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2595.O3.20231127.1658.049.html>.  
LYU Hui, SONG Chaolang, DONG Shilin, et al. Analysis of prestressing mode and multi-parameter sensitivity of circular pentagonal three-four-strut alternated cable dome with inner hole [J/OL]. Engineering Mechanics, 2023: 1-15. (2023-11-28) [2024-02-29]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2595.O3.20231127.1658.049.html>. (in Chinese)
- [18] 董石麟,吕辉,陈照全,等.鼓蜂窝四撑杆型索穹顶的结构构

