

文章编号:1672-3961(2024)05-0122-10

DOI:10.6040/j.issn.1672-3961.0.2023.240

考虑应变率和层理倾角的炭质板岩动力学特性及本构模型

胡涛涛,李禹,高咸超

(长安大学公路学院,陕西 西安 710064)

摘要:为研究应变率和层理倾角对炭质板岩动力学特性的影响并建立其本构模型,基于分离式霍普金森压杆试验系统,对不同应变率和层理倾角的炭质板岩试样进行动态压缩试验,并分析其应力-应变曲线及破裂形态。在朱-王-唐模型的基础上,综合考虑层理倾角和应变率以及岩石损伤的影响,建立适用于炭质板岩的动态损伤本构模型,利用本构模型对试验数据进行拟合。结果表明:随着应变率的增大,试样的动态峰值强度与峰值应变均增大;随着层理倾角的增大,试样峰值强度呈现先减小后增大的趋势,应变峰值则是先增大后减小;本构模型拟合曲线与试验曲线一致性良好,从而证明该模型的正确性与适用性。

关键词:动力学特性;破裂形态;本构模型;应变率;层理倾角

中图分类号:TU452

文献标志码:A

引用格式:胡涛涛,李禹,高咸超.考虑应变率和层理倾角的炭质板岩动力学特性及本构模型[J].山东大学学报(工学版),2024,54(5):122-131.

HU Taotao, LI Yu, GAO Xianchao. Dynamic characteristics and constitutive model of carbonaceous slate considering strain rate and bedding inclination angle[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2024, 54(5):122-131.

Dynamic characteristics and constitutive model of carbonaceous slate considering strain rate and bedding inclination angle

HU Taotao, LI Yu, GAO Xianchao

(School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract: To investigate the effect of strain rate and bedding inclination on the dynamic mechanical properties of carbonaceous slate and establish its constitutive model, this study conducted dynamic compression tests on carbonaceous slate specimens of different strain rates and bedding inclination using a Hopkinson pressure bar test system, and analyzed their stress-strain curves and failure modes. Based on the Zhu-Wang-Tang model, this study established a dynamic damage constitutive model suitable for carbonaceous slate by considering the influence of bedding inclination, strain rate, and rock damage, and fitted the experimental data using the constitutive model. The results showed that with the increase of strain rate, the dynamic peak strength and peak strain of the sample increased. With the increase of bedding inclination, the peak strength of the sample showed a trend of first decreasing and then increasing, and the peak strain first increased and then decreased. The fitting curve of the constitutive model showed good consistency with the experimental curve.

Keywords: dynamic characteristic; failure feature; constitutive model; strain rate; bedding inclination

0 引言

炭质板岩是地层中广泛分布的一种岩体,其外

观通常为黑-青灰色,变晶结构及层状构造^[1],属于典型的层状岩体,常含有节理、片理和软弱夹层等缺陷介质^[2],而这些缺陷介质对岩体强度影响极大,致使炭质板岩隧道围岩在钻爆开挖扰动时易失

收稿日期:2023-09-25

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52378388);陕西省自然科学基金基础研究计划资助项目(2022JM-203);长安大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(300102213211)

第一作者简介:胡涛涛(1985—),男,陕西宝鸡人,副教授,博士生导师,博士,主要研究方向为隧道工程。E-mail: tthu@chd.edu.cn

稳或产生变形坍塌,对施工安全产生威胁且影响施工进度,增加施工成本。因此,开展炭质板岩动态力学特性研究,对炭质板岩隧道建设中围岩失稳防控有着重要意义。

目前,分离式霍普金森压杆(split Hopkinson pressure bar, SHPB)试验是研究材料动态力学特性的常用手段。霍普金森压杆本质上是简单的弹性杆,在杆的一端施加应力载荷,在杆中产生弹性应力波,弹性波通过试件时,使试件发生变形。通过正确的测量方法,应用一维杆中的应力波理论可以得到试件输入、输出端的一些参数。近年来,许多学者将分离式霍普金森压杆技术应用于岩石动力学性质研究并取得大量成果^[3-7],同时也对霍普金森压杆试验技术提出了改进意见^[8-9],使得这一技术逐渐完善。因此,该技术为研究炭质板岩动态力学特性提供了良好的试验基础。

为了在试验的基础上全面揭示炭质板岩的动态力学特性,拟建立适用于炭质板岩的动态本构模型。国内外学者在岩石动态本构关系的研究方面已取得许多有价值的成果,现阶段常用的本构模型建立方法有组合模型法和经验公式法。文献[10]基于岩体损伤理论、断裂力学及应变能理论,运用组合模型方法,考虑加载率效应、岩体宏细观复合损伤构建出 X 型节理岩体动态等效弹性模型;文献[11]采用组合模型研究方法,将统计损伤模型和黏弹性模型相结合,分别建立中应变率下一维和三维受静载荷作用岩石在动载荷作用下的本构模型;文献[12-13]采用分离式霍普金森压杆试验对板岩和砂岩进行冲击试验,进而利用元件组合模型理论,分别建立考虑宏观层理影响的层状岩体动态损伤本构模型和考虑应变率效应特征的动态本构模型;文献[14-15]根据不同软岩动态应力-应变曲线特

点,建立了贯通节理软岩的动态单轴压缩本构模型以及基于朱-王-唐模型的软岩动态本构模型;文献[16]将贯通节理岩体变形过程中的动态应力视为贯通节理岩体静态应力分量与相应动态应力分量的叠加,从而建立了贯通节理岩体动态单轴压缩损伤本构模型。

综上所述,目前岩体的动态力学性质研究成果较多,但同时考虑岩体应变率和层理倾角因素影响的炭质板岩动态力学特性和本构模型研究较少,因此开展含层理面炭质板岩的动力学试验与本构模型研究对于进一步解释层理岩体的动力学特性有着重要意义。本研究以含层理面炭质板岩为研究对象,利用 SHPB 冲击试验系统对不同应变率和层理倾角下炭质板岩进行单轴冲击试验,并分析其应力-应变曲线及破碎形态,在此基础上,提出一种综合考虑层理倾角和应变率的适用于炭质板岩的动态压缩损伤本构模型,并通过试验验证该模型的正确性。

1 含层理面炭质板岩的冲击试验

1.1 试验介绍

本研究采用 $\Phi 50\text{ mm}$ 霍普金森压杆试验系统对炭质板岩进行冲击试验,如图 1 所示,霍普金森压杆测试系统由主体设备、发射系统和测试系统三大部分组成,包括动力源、弹性压力杆、支撑架、测试分析仪表等。其中子弹(撞击杆)、入射杆、透射杆的杆径均为 50 mm,材质为合金钢,密度为 $7\ 850\text{ kg/m}^3$,弹性模量为 210 GPa。利用铜片作为波形整形器修正入射波,消除波形的高频振荡和压杆的弥散效应,同时在试样两端涂上凡士林减小端面摩擦。

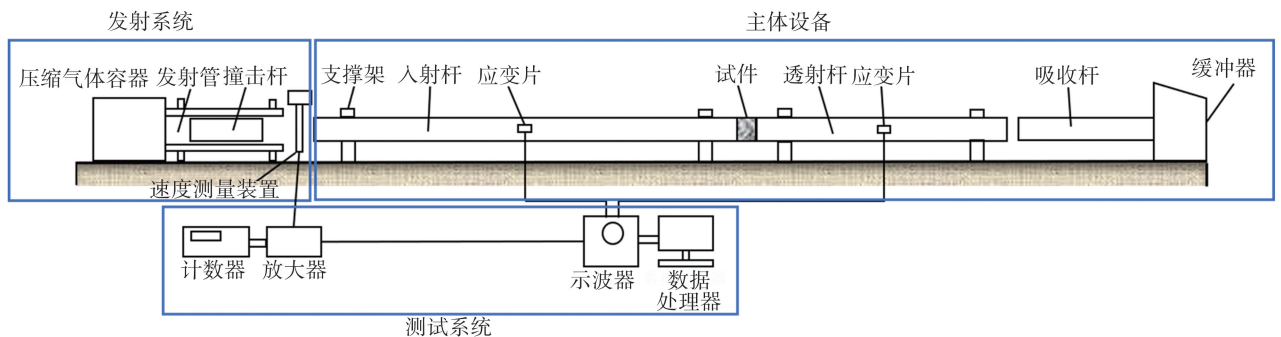


图 1 霍普金森压杆试验系统示意图

Fig.1 Schematic diagram of Hopkinson pressure bar test system

试验所用试样为不同层理倾角的炭质板岩试样,利用岩石取芯机在大块原岩上从不同方向取芯后,再进行切割打磨,直径 50 mm,长径比为 0.5,取

样示意图如图 2 所示。试样外观呈明暗层状相互交错,层理宽度约为 0.2~0.5 cm,试样的静态物理力学参数见表 1,不同层理倾角的试样如图 3 所示。

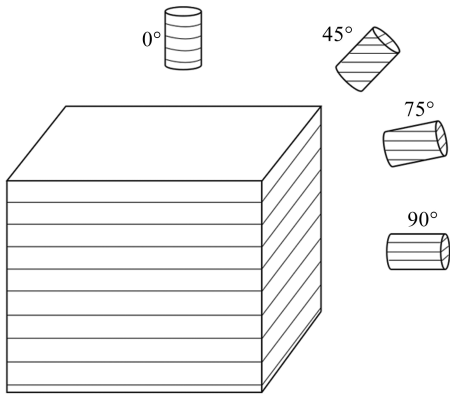


图2 试样钻取示意图

Fig.2 Drilling diagram of the sample

表1 试样的静态物理力学参数

Table 1 Static physical and mechanical parameters of the sample

| 层理倾角/ (°) | 静载抗压 强度/MPa | 弹性模量/ GPa | 泊松比 |
|--------------|----------------|--------------|------|
| 0 | 53.78 | 16.45 | 0.25 |
| 45 | 14.66 | 14.25 | 0.23 |
| 75 | 13.03 | 13.18 | 0.24 |
| 90 | 49.85 | 15.82 | 0.25 |

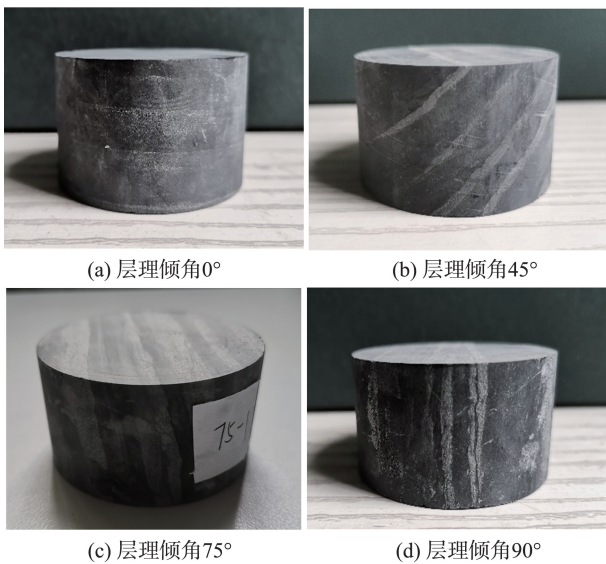


图3 含层理面炭质板岩试样

Fig.3 Carbonaceous slate sample with joint surface

在同一冲击气压下,试验中炭质板岩试件的应变率相差较小。为获取不同的试件应变率,对层理倾角0°试样设置3种冲击气压,分别为0.04、0.06、0.08 MPa。同时为研究炭质板岩的层理效应,在同一冲击气压(0.08 MPa)下对不同层理倾角(0°、45°、75°、90°)的炭质板岩试样进行冲击试验。

霍普金森杆技术以一维弹性应力波理论和均匀性假设为基础,应力波作用示意图如图4所示,图4中 σ_1 、 σ_R 、 σ_T 分别为入射应力、反射应力、透射应

力, A_1 、 A_2 分别为入射杆和透射杆与试样的接触面。

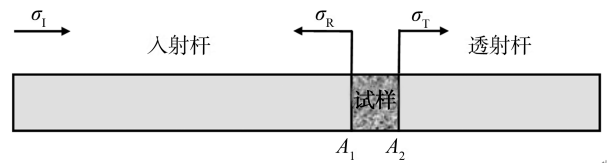


图4 SHPB试验系统中入射波、反射波和透射波示意图
Fig.4 Diagram of incident wave, reflected wave and transmitted wave in SHPB test system

为将采集数据转化为应力-应变数据,采用文献[17]中的三波法进行处理,其公式为:

$$\sigma = E(A) (\varepsilon_1 + \varepsilon_R + \varepsilon_T) / (2As), \quad (1)$$

$$\varepsilon = C \int_0^t (\varepsilon_1 - \varepsilon_R - \varepsilon_T) dt / L_s, \quad (2)$$

$$\dot{\varepsilon} = C(\varepsilon_1 - \varepsilon_R - \varepsilon_T) / L_s, \quad (3)$$

式中, σ 、 ε 和 $\dot{\varepsilon}$ 分别为炭质板岩试样的应力、应变和应变率, ε_1 、 ε_R 和 ε_T 分别为入射波、反射波和透射波的应变时程信号, A 、 A_s 分别为压杆和试样的横截面积, E 为压杆的弹性模量, C 为压杆弹性波波速, L_s 为试样长度。

1.2 试验数据

试验前进行试压和系统校正,保证试件处于应力平衡状态。气压0.06 MPa下层理倾角0°试样的动态平衡曲线如图5所示,该图经过对入射应变、透射应变和反射应变平移、叠加得到,可以看出入射应变和透射应变相加后的曲线与透射应变曲线基本重合。表明试样在破坏前两端应力已达平衡,试验结果具有较高可靠性。

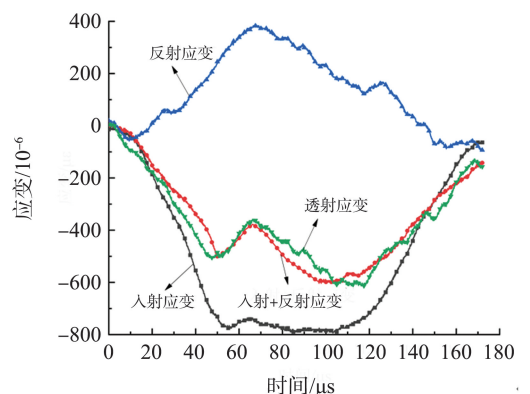


图5 动态典型波形及应力均匀性验证
Fig.5 Typical dynamic waveform and verification of stress uniformity

对试验过程中采集的电压信号数据进行处理,取加载气压0.04、0.06、0.08 MPa时试样平均应变率,可得层理倾角0°的试样应变率分别为37、84、149 s⁻¹,试样应变率与加载气压呈正相关,炭质板岩单轴冲击试验结果如图6、7所示。

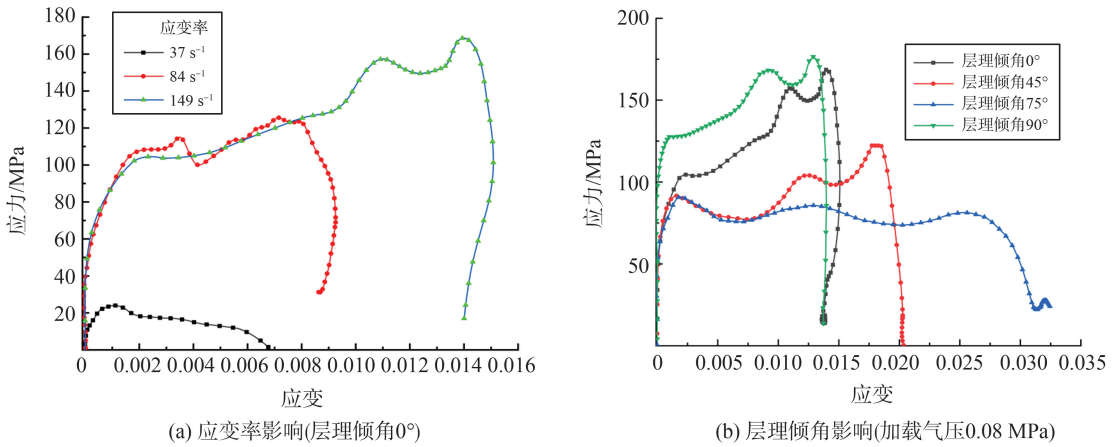


图 6 动态压缩试验应力-应变曲线
Fig.6 Stress-strain curve of dynamic compression test

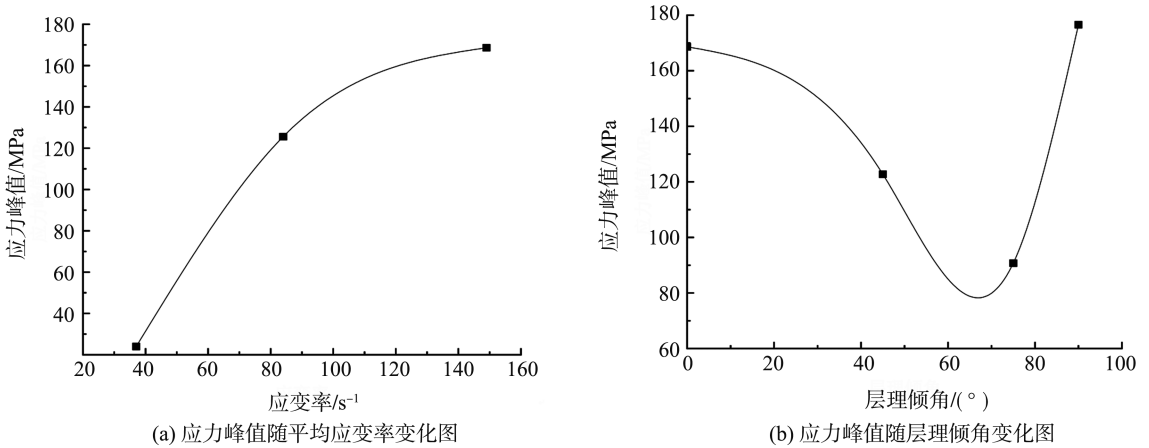


图 7 试件应力峰值随平均应变率和层理倾角变化图

Fig.7 Figure of variation of peak stress of specimen with average strain rate and bedding inclination angle

由图 6、7 可知:(1)从曲线的整体形态来看,试样的应力-应变曲线可分为弹性阶段、塑性变形阶段和峰后软化阶段。在弹性阶段,将试样视为弹性体,应力与应变大致呈线性关系,内部的弹性应变能逐渐积聚,试样未发生宏观损伤;超过弹性极限后曲线开始进入塑性变形阶段,表现出应变软化的特征,斜率逐渐减小,试样内储存的弹性应变能得到释放,有少量微裂隙产生,损伤不断累积,原有裂隙继续扩张;当曲线进入峰后软化阶段,损伤达到极限,试样发生宏观破裂。(2)从应力方面来看,由图 6(a)可以发现,当加载气压为 0.04 MPa 时,试样应变率为 37 s^{-1} 时,试样的动态强度仅为 23.96 MPa,试样破碎形态图如图 8 所示,从破碎形态来看试样较为完整,表明加载气压 0.04 MPa 不足以使试样彻底破碎。应变率为 $84, 149\text{ s}^{-1}$ 时的动态强度分别为 125.6、168.6 MPa,远大于试样静载抗压强度,且随着加载气压增大,应变率增大,试样的动态峰值强度也增大,同时试样的破碎程度加剧,表现出很强的应变率效应,这与文献 [18] 研究结果一致。由图 6

(b)可见,层理倾角 $0^\circ, 90^\circ$ 试样峰值强度较大,层理倾角 $45^\circ, 75^\circ$ 峰值强度较小,与静载抗压强度趋势一致,但均比静载抗压强度大。随着层理倾角的增大,试样峰值强度先减小后增大,与层理倾角 0° 和 90° 的试样破坏形态相比,层理倾角 45° 和 75° 的试样存在较多沿层理面剪切滑动破坏特征,而剪切模量小于弹性模量,试样在破裂过程中随着剪切面滑动,导致峰值强度降低。(3)从应变来看,图 6(a)中显示当应变率为 37 s^{-1} 时,峰值应变为 0.006 8;当应变率为 149 s^{-1} 时,峰值应变为 0.014 8。结合破坏形态可知,随应变率增大,试样应变峰值增加,且试件破碎程度越严重。图 6(b)显示层理倾角为 45° 和 75° 时峰值应变较大,分别为 0.022 和 0.032,大于层理倾角为 0° 和 90° 时的峰值应变,与应力峰值对应的关系相反。从试件破坏形态可以看出,层理倾角为 45° 时,试样产生较大的剪切变形,而试件轴向总应变为岩块轴向应变、层理面顺层剪切变形和垂直于层理面的压缩闭合变形在轴向上的分应变,剪切变形的增大直接导致总应变增大。

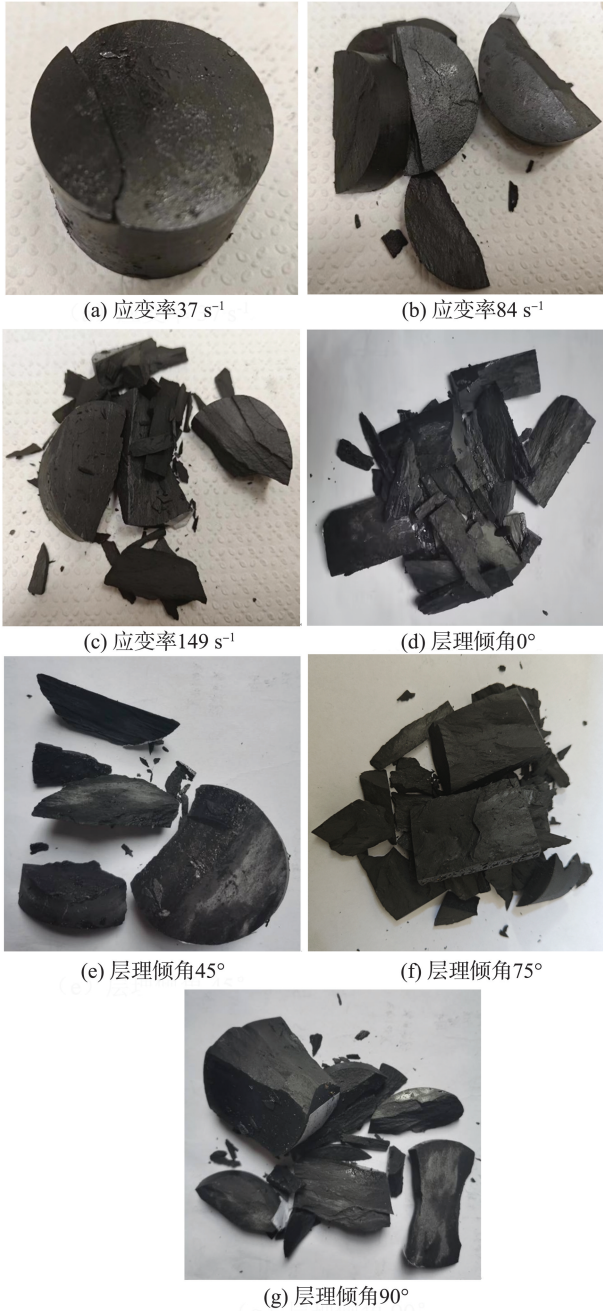


图8 试样破碎形态图

Fig.8 Sample fracture pattern diagram

2 动态本构关系

2.1 组合元件模型建立

近年来朱-王-唐模型^[19]大量应用于描述岩石、混凝土材料本构关系,如图9所示。该模型由一个非线性弹簧和两个不同特征时间的 Maxwell 体并联组成,公式为:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = E_0 \varepsilon + \alpha \varepsilon^2 + \\ & \beta \varepsilon^3 + E_1 \int_0^t \dot{\varepsilon} \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_1}\right) d\tau + \\ & E_2 \int_0^t \dot{\varepsilon} \exp\left(-\frac{t-\tau}{\varphi_2}\right) d\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

式中, E_0 、 α 和 β 分别为非线性弹簧元件的弹性系数, E_1 、 φ_1 分别为低频 Maxwell 体弹性常数和特征时间, E_2 、 φ_2 分别为高频 Maxwell 体弹性常数和特征时间, t 、 τ 分别为时间和积分变量。

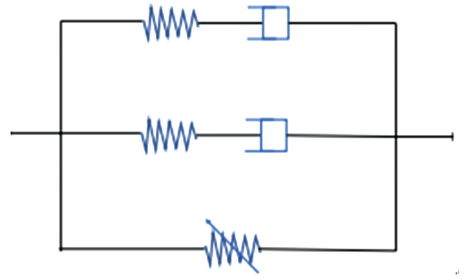


图9 朱-王-唐模型

Fig.9 Zhu-Wang-Tang model diagram

假定所取微元体同时具有损伤特性和黏弹性。从上面所述的朱-王-唐模型可以看出,该模型能够反映微元的黏弹性和材料受到冲击载荷作用时对高低应变率的响应,但不能反映出材料的损伤特性。在压缩荷载的作用下,含层理面岩石基体会产生变形、损伤以及沿层理面产生滑移和破坏,层理自身也会被压缩,从而产生剪切变形和压缩变形,使岩体的抗压强度降低。为使模型能同时体现试样基体损伤特性以及层理特性,现对原有朱-王-唐模型进行改进。

(1)用损伤体代替朱-王-唐模型中的非线性弹性元件描述岩石试样微观尺度的损伤,在损伤之前的应力-应变关系符合线性微分方程,近似认为应变叠加原理依然有效。

(2)为表现出岩石试样受冲击作用时层理面发生的顺层剪切和垂直于层理面的压缩闭合变形与岩石基体的微观损伤,串联层理面元件^[16]和弹性损伤体元件组成层理面变形体对宏观层理面变形进行模拟,层理面元件如图10所示,图中 σ_1 、 ε_{12} 、 ε_{13} 分别为层理面元件的应力、剪切变形元件应变以及压缩闭合元件应变。

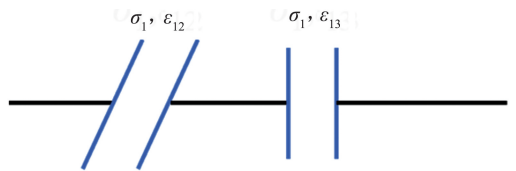


图10 层理面元件

Fig.10 Joint face element

(3)冲击载荷属于动态载荷,其加载时间为1~100 s。而低频黏弹性损伤元件的松弛时间为10~100 s。低频黏弹性损伤元件在冲击载荷下没有足够的时间松弛。因此在冲击载荷下可省去描述低应变率黏弹响应的 Maxwell 体。炭质板岩动态损伤

模型如图 11 所示。

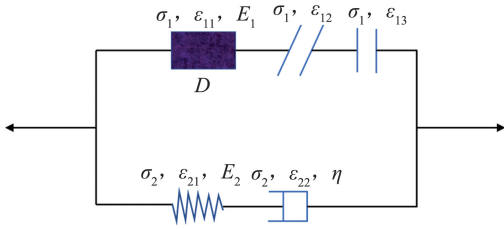


图 11 炭质板岩动态损伤模型

Fig.11 Dynamic damage model of carbonaceous slate

该模型由层理面损伤体和 Maxwell 体并联组成。图 11 中层理面损伤体对应的应力和应变分别为 σ_1, ϵ_{11} , Maxwell 体对应的应力和应变分别为 σ_2, ϵ_{21} 。层理面损伤体由一个弹性元件(弹性模量 E_1 、应力 σ_1 、应变 ϵ_{11})、层理面剪切变形元件(应力 σ_1 、应变 ϵ_{12})和层理面压缩闭合元件(应力 σ_1 、应变 ϵ_{13})串联而成,用于描述含层理面岩体试样的动态损伤变形,其中 ϵ_{11} 表示岩块的轴向应变, ϵ_{12} 表示层理面剪切变形在轴向上的应变分量, ϵ_{13} 表示层理面压缩闭合在轴向上的应变分量; Maxwell 体由一个弹性元件(弹性模量 E_2 、应力 σ_2 、应变 ϵ_{21})和一个黏壶元件(黏滞系数 η 、应力 σ_2 、应变 ϵ_{22})串联而成,用于描述高应变率下的黏弹响应。

2.2 损伤变量与损伤演化方程

为了研究岩石的损伤演化特征,一般采用宏观特征量的变化描述岩石内部的损伤程度,如弹性模量、屈服应力、密度、超声波速等^[20]。本研究采用弹性模量的变化描述岩石的损伤程度。损伤变量 D 的计算公式为:

$$D = 1 - \frac{E}{E_0}, \quad (5)$$

式中:损伤变量 D 定义为弹性模量的减小程度, E 为损伤后岩石的弹性模量, E_0 为未损伤岩石的弹性模量。

损伤演化方程描述材料从开始损伤到严重损伤,以至于引起材料破坏的过程中,损伤因子与外部荷载及材料性质参数等之间的关系式^[21]。文献[22]认为,在物体整体范围内,裂隙等缺陷的分布方向是均匀的,所以在计算中引入统计学方法是合适的。基于此,假定损伤体元件强度服从参数为 (m, α) 的 Weibull 分布,其概率密度函数

$$\phi(F) = \frac{m}{\alpha} \left(\frac{F}{\alpha}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{\alpha}\right)^m\right], \quad (6)$$

式中: F 为微元体强度,符合 Weibull 分布的随机分布变量; m 和 α 为 Weibull 参数,其中, m 为岩石均质度系数, α 为岩石材料宏观平均强度。

该本构研究采用的破坏准则为最大应变理论^[23],由此得到微单元体的强度分布概率密度函数

$$\phi(\epsilon) = \frac{m}{\alpha} \left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^m\right]. \quad (7)$$

损伤变量 D 与微元体变量的关系可用概率密度函数表示,即

$$\frac{dD}{d\epsilon} = \phi(\epsilon), \quad (8)$$

$$D = \int_0^\epsilon \phi(\epsilon) dx = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\epsilon}{\alpha}\right)^m\right]. \quad (9)$$

2.3 本构关系的建立

为方便求解,先不考虑损伤。一维应力冲击作用下岩石单元力学模型中弹黏性体及损伤体之间的应力、应变满足的关系为:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (10)$$

$$\epsilon = \epsilon_{11} + \epsilon_{12} + \epsilon_{13} = \epsilon_{21} + \epsilon_{22}, \quad (11)$$

式中, σ, ϵ 分别为模型的总应力和总应变。

对于层理面变形体中的弹性元件满足线弹性关系

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma_1}{E_1}. \quad (12)$$

对于层理面变形体中的层理面元件,层理剪切变形在轴向上的应变^[16]

$$\epsilon_{12} = \frac{\sigma_1 \sin^2\beta \cos\beta}{k_s L}, \quad (13)$$

式中: β 为层理倾角, ($^\circ$); L 为试样沿加载方向长度, $m; k_s$ 为层理面切向刚度, Pa/m。

令 $A = \frac{\sin^2\beta \cos\beta}{k_s L}$, 则有

$$\epsilon_{12} = A\sigma_1. \quad (14)$$

层理面倾角示意图如图 12 所示。

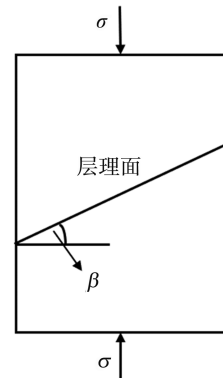


图 12 层理面倾角示意图

Fig.12 Diagram of bedding inclination

同时,单轴压缩荷载下层理面压缩闭合在轴向上的应变计算公式^[16]为:

$$\epsilon_{13} = \epsilon_j \cos\beta \left[1 - \exp\left(-\frac{\sigma_1 \cos^2\beta}{E_j \epsilon_j}\right)\right], \quad (15)$$

令 $B = \varepsilon_j \cos \beta$, $C = -\frac{\cos^2 \beta}{E_j \varepsilon_j}$, 则有

$$\varepsilon_{13} = B(1 - e^{C\sigma_1}), \quad (16)$$

式中: ε_j 为层理的最大闭合应变; E_j 为层理闭合变形参数, 即层理面闭合模量, MPa。

可以得出含层理面的变形体应变

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{12} + \varepsilon_{13} = \frac{\sigma_1}{E_1} + A\sigma_1 + B(1 - e^{C\sigma_1}), \quad (17)$$

应变率

$$\dot{\varepsilon}_1 = \dot{\varepsilon}_{11} + \dot{\varepsilon}_{12} + \dot{\varepsilon}_{13} = \frac{\dot{\sigma}_1}{E_1} + A\dot{\sigma}_1 - BCe^{C\sigma_1}, \quad (18)$$

式中, $\dot{\varepsilon}_1$ 、 $\dot{\varepsilon}_{11}$ 、 $\dot{\varepsilon}_{12}$ 、 $\dot{\varepsilon}_{13}$ 分别为对应应变的应变率。

对式(18)进行拉普拉斯变换, 拟消去函数中的应力率项, 可得

$$L[\dot{\varepsilon}_1] = L\left[\frac{\dot{\sigma}_1}{E_1}\right] + L[A\dot{\sigma}_1] - L[BCe^{C\sigma_1}], \quad (19)$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1(t)}{S} = \frac{S\sigma_1(S) - \sigma_1(0)}{E_1} +$$

$$A(S\sigma_1(S) - \sigma_1(0)) - \frac{BC}{S-C}, \quad (20)$$

式中 S 为拉氏变换中的复变量。

结合初始条件 $\sigma_1(0) = 0$, 得

$$\frac{\dot{\varepsilon}_1(t)}{S} = \frac{S\sigma_1(S)}{E_1} + AS\sigma_1(S) - \frac{BC}{S-C}, \quad (21)$$

$$\sigma_1(S) = \frac{E_1 \dot{\varepsilon}_1(t)}{(1 + AE_1)S^2} + \frac{E_1 BC}{(1 + AE_1)S(S-C)}, \quad (22)$$

$$\sigma_1(S) = \frac{E_1 t \dot{\varepsilon}_1(t)}{(1 + E_1 A)} + \frac{E_1 B}{(1 + E_1 A)} (1 - e^{Ct}), \quad (23)$$

由 $\varepsilon_1(t) = \dot{\varepsilon}_1(t) \cdot t$, 代入公式(23)得

$$\sigma_1(S) = \frac{E_1 \varepsilon_1}{(1 + E_1 A)} + \frac{E_1 B}{(1 + E_1 A)} (1 - e^{C \cdot \frac{\varepsilon_1}{\dot{\varepsilon}_1}}). \quad (24)$$

对于 Maxwell 体, 由串联可得, 两元件应力相同, 总应变为两分应变之和

$$\sigma_2 = \sigma_{21} = \sigma_{22}, \quad (25)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{21} + \varepsilon_{22}, \quad (26)$$

式中, σ_{21} 、 σ_{22} 分别为 Maxwell 体中弹性元件分应力和黏性元件分应力。

其中弹性元件和黏性元件的关系式

$$\varepsilon_{21} = \sigma_2 / E_2, \quad (27)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \sigma_2 / \eta, \quad (28)$$

式中 $\dot{\varepsilon}_{22}$ 为黏性元件应变率。

由式(26)求导可得

$$\dot{\varepsilon}_2 = \dot{\varepsilon}_{21} + \dot{\varepsilon}_{22}, \quad (29)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = \frac{\dot{\sigma}_2}{E_2} + \frac{\sigma_2}{\eta}, \quad (30)$$

式中, $\dot{\varepsilon}_2$ 为 Maxwell 体的应变率, $\dot{\varepsilon}_{21}$ 为弹性元件应变率。

对式(30)进行拉普拉斯变换, 拟消去函数中的应力率项, 可得

$$L[\dot{\varepsilon}_2(t)] = L\left[\frac{\dot{\sigma}_2(t)}{E_2}\right] + L\left[\frac{\sigma_2(t)}{\eta}\right], \quad (31)$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_2(t)}{S} = \frac{S\sigma_2(S) - \sigma_2(0)}{E_2} + \frac{\sigma_2(S)}{\eta}, \quad (32)$$

结合初始条件 $\sigma_1(0) = 0$, 得

$$\frac{\dot{\varepsilon}_2(t)}{S} = \frac{S\sigma_2(S)}{E_2} + \frac{\sigma_2(S)}{\eta}, \quad (33)$$

$$\sigma_2(S) = \frac{\dot{\varepsilon}_2(t) E_2}{S(S + E_2/\eta)}. \quad (34)$$

对式(34)进行拉普拉斯逆变换, 可得

$$L^{-1}(\sigma_2(S)) = L^{-1}\left(\frac{\dot{\varepsilon}_2(t) E_2}{S(S + E_2/\eta)}\right), \quad (35)$$

$$\sigma_2(t) = \dot{\varepsilon}_2(t) E_2 \frac{\eta}{E_2} (1 - e^{-\frac{E_2}{\eta} t}), \quad (36)$$

$$\sigma_2(t) = \dot{\varepsilon}_2(t) \eta (1 - e^{-\frac{E_2}{\eta} t}). \quad (37)$$

由于将应变率简化为恒应变率加载, $\varepsilon_1(t) = \dot{\varepsilon}_1(t) \cdot t$, $\eta = E_2 \cdot \varphi$, 代入得

$$\sigma_2 = \dot{\varepsilon}_1(t) E_2 \varphi (1 - e^{-\frac{\varepsilon_1}{\varphi \dot{\varepsilon}_1}}), \quad (38)$$

式中 φ 为 Maxwell 体的特征时间。

最后根据岩石动态本构组合关系 $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$, $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2$, 且考虑损伤关系, 可得含损伤体和层理面的岩石的动态本构方程为:

$$\sigma = \frac{E_1 \varepsilon}{\left(1/\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)^m\right] + E_1 A\right)} + \frac{E_1 B}{\left(1/\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{\alpha}\right)^m\right] + E_1 A\right)} (1 - e^{C\varepsilon}) + \dot{\varepsilon}(t) E_2 \varphi (1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varphi \dot{\varepsilon}}}). \quad (39)$$

3 本构模型验证

为验证上述模型的正确性以及合理性, 结合试验数据, 对炭质板岩本构模型进行讨论。所用参数分别为: 岩块的弹性模量 E_1 为 70.8 GPa; Maxwell 体弹性模量 E_2 为 61.6 GPa, 特征时间 φ_1 为 1.59×10^{-5} s, 层理面切向刚度 $k_s = 2$ GPa, 试样沿加载方向长度 L 为 0.025 m, 层理面的最大闭合应变 ε_j 为 0.023, 层理面闭合模量 E_j 为 1 978 MPa。计算得到的不同工况下参数 A 、 B 、 C , 如表 2 所示。不同应变

率和不同层理倾角下的拟合参数如表3,4所示。

表2 炭质板岩计算参数

Table 2 Calculation parameters of carbonaceous slate under different joint dip angles

| 倾角 | A | B | C |
|------------------|-----------------------|-------|------------------------|
| $\beta=0^\circ$ | 0 | 0.023 | -2.20×10^{-8} |
| $\beta=45^\circ$ | 7.07×10^{-9} | 0.016 | -1.10×10^{-8} |
| $\beta=90^\circ$ | 0 | 0 | 0 |

表3 炭质板岩在不同应变率下的拟合参数

Table 3 Fitting parameters of carbonaceous slate at different strain rates

| $\dot{\epsilon}/s^{-1}$ | α | m |
|-------------------------|----------|------|
| 37 | 0.000 18 | 2.20 |
| 84 | 0.001 56 | 1.67 |
| 149 | 0.001 38 | 2.09 |

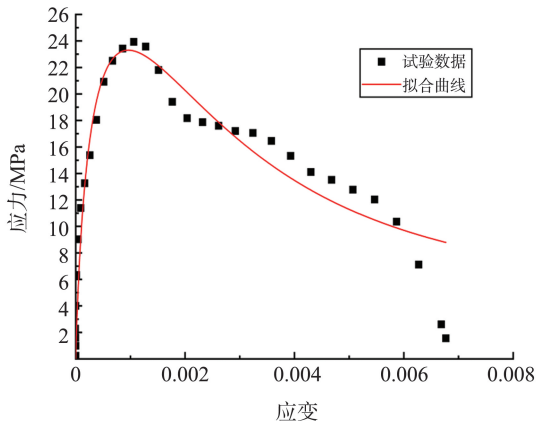
表4 炭质板岩在不同层理倾角下的拟合参数

Table 4 Fitting parameters of carbonaceous slate under different bedding inclination

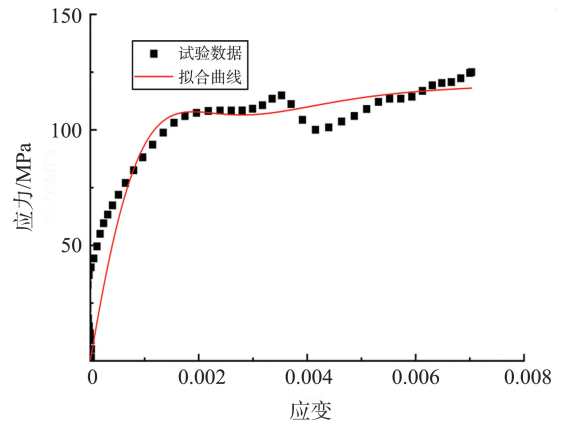
| 层理倾角/ $(^\circ)$ | α | m |
|------------------|----------|------|
| 0 | 0.001 38 | 2.09 |
| 45 | 0.001 55 | 2.25 |
| 90 | 0.002 01 | 2.50 |

从表3、4可以得出,服从Weibull分布的 m 、 α 对模型结果影响较大, m 为0.5~2.5, α 为0.000 5~0.002 0,通过调整 m 、 α 能准确描述岩体峰值强度之前的应力-应变曲线。

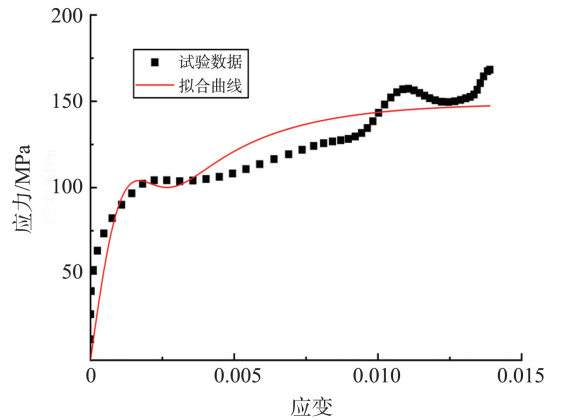
不同应变率和层理倾角下的应力应变曲线拟合图,如图13、14所示。从图(13)可以发现,当层理倾角为 0° ,对于不同应变率下的岩石试样的拟合曲线和实测曲线具有较好的一致性,且其应力峰值具有随着应变率增加而变大的特点。当应变率为 $149 s^{-1}$ 时,不同层理倾角的岩石试样的拟合曲线和实测曲线较相符,部分数据点存在误差,拟合形态总体与试验曲线一致,峰值强度相近,说明此模型能较好适用于描述 $30 \sim 150 s^{-1}$ 应变率范围内炭质板岩动力学本构关系。



(a) 应变率 $37 s^{-1}$

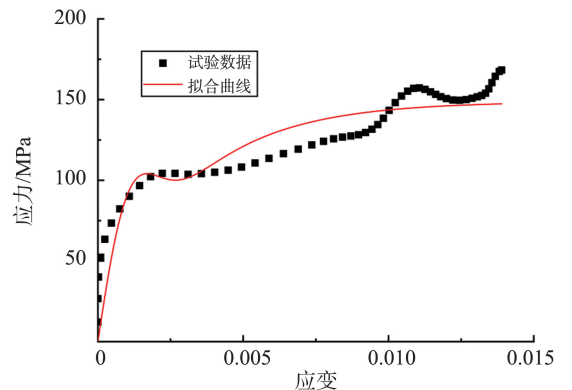


(b) 应变率 $84 s^{-1}$

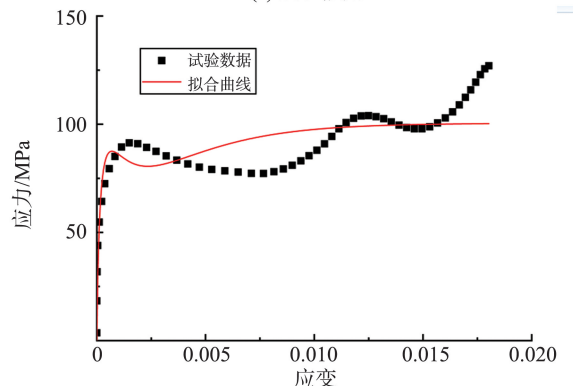


(c) 应变率 $149 s^{-1}$

图13 炭质板岩在不同应变率下的拟合图
Fig.13 Fitting diagram of carbonaceous slate at different strain rates



(a) 层理倾角 0°



(b) 层理倾角 45°

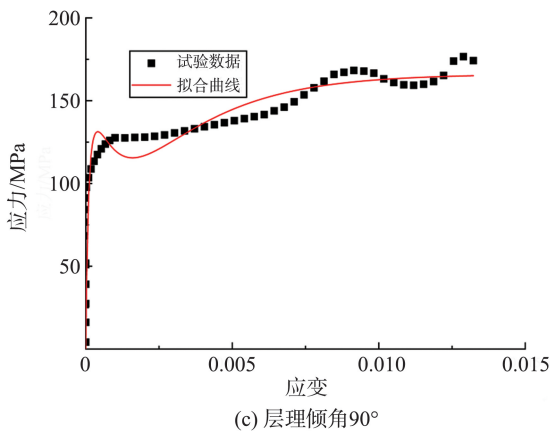


图14 炭质板岩在不同层理倾角下的拟合图

Fig.14 Fitting diagram of carbonaceous slate under different bedding inclination

4 结论

(1) 基于霍普金森压杆试验,综合考虑应变率和层理倾角,分析其对炭质板岩力学性能的影响:随着应变率的增大,试样的动态峰值强度与峰值应变都增大;而随着层理倾角的增大,试样峰值强度出现了先减小后增大的趋势,应变峰值则是先增大后减小。

(2) 基于朱-王-唐模型,同时考虑层理倾角和载荷应变率以及宏观损伤影响,通过用损伤体代替朱-王-唐模型中的非线性弹性元件描述岩石试样的损伤,将弹性损伤体和节理面元件串联对模拟岩体压缩变形并且省去描述低应变率黏弹响应的Maxwell体,最终建立描述准确、参数简便的炭质板岩动态损伤本构。

(3) 拟合结果显示,本构曲线与试验曲线形态一致,峰值应力和应变大小相近。经试验和拟合分析可知,该模型适用于研究考虑层理倾角和应变率炭质板岩的动态力学特性。

参考文献:

[1] 杜耀辉. 炭质板岩大变形隧道结构受力特性及变形控制技术[D]. 西安:长安大学, 2017.
DU Yaohui. Study on the mechanical characteristics of support structure and deformation control technology of carbonaceous slate surrounding tunnel [D]. Xi'an: Chang'an University, 2017.

[2] 胡涛涛, 康志斌, 陈建勋, 等. 含软弱夹层炭质板岩单轴压缩力学行为模拟研究[J]. 应用力学学报, 2021, 38(4): 1580-1587.
HU Taotao, KANG Zhibin, CHEN Jianxun, et al. Simulation study on mechanical behavior of carbonaceous

slate with weak interlayer under uniaxial compression[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2021, 38(4): 1580-1587.

[3] ZHAO R, TAO M, WU C, et al. Study on size and load rate effect of dynamic fragmentation and mechanical properties of marble sphere[J]. Engineering Failure Analysis, 2022, 142: 106814.

[4] JIANG Y, ZHOU L, ZHU Z, et al. Research on dynamic cracking properties of cracked rock mass under the effect of thermal treatment[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2022, 122: 103580.

[5] FAN W, ZHANG J, DONG X, et al. Fractal dimension and energy-damage evolution of deep-bedded sandstone under one-dimensional dynamic and static combined loading[J]. Geomechanics and Geophysics for Geo-Energy and Geo-Resources, 2022, 8(6): 177.

[6] 赵洪宝, 吉东亮, 刘绍强, 等. 冲击荷载下复合岩体动力响应力学特性及本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2023, 42(1): 88-99.
ZHAO Hongbao, JI Dongliang, LIU Shaoqiang, et al. Study on dynamic response and constitutive model of composite rock under impact loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2023, 42(1): 88-99.

[7] 高峰, 杨根, 熊信, 等. 低温条件下边坡岩石动态力学特性实验研究[J]. 工程科学学报, 2023, 45(2): 171-181.
GAO Feng, YANG Gen, XIONG Xin, et al. Experimental study on the dynamic mechanical characteristics of slope rock under low-temperature conditions[J]. Chinese Journal of Engineering, 2023, 45(2): 171-181.

[8] LI X, ZHOU Z, LOK T S. Innovative testing technique of rock subjected to coupled static and dynamic loads[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, 45(5): 739-748.

[9] 李夕兵, 周子龙, 叶州元, 等. 岩石动静组合加载力学特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008(7): 1387-1395.
LI Xibing, ZHOU Zilong, YE Zhouyuan, et al. Study of rock mechanical characteristics under coupled static and dynamic loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008(7): 1387-1395.

[10] 詹兴欣. 不同加载率条件下X型节理岩体力学特性及本构模型研究[D]. 赣州: 江西理工大学, 2022.
ZHAN Xingxin. Mechanical properties and constitutive model of X-jointed rock mass under different loading rates[D]. Ganzhou: Jiangxi University of Science and Technology, 2022.

[11] 李夕兵, 左宇军, 马春德. 中应变率下动静组合加载

- 岩石的本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(5): 865-874.
- LI Xibing, ZUO Yujun, MA Chunde. Constitutive model of rock under coupled static-dynamic loading with intermediate strain rate [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(5):865-874.
- [12] 欧雪峰, 张学民, 张聪, 等. 冲击加载下板岩压缩破坏层理效应及损伤本构模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, 38(增刊2):3503-3511.
- OU Xuefeng, ZHANG Xuemin, ZHANG Cong, et al. Study on bedding effect and damage constitutive model of slate under compressive dynamic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, 38(Suppl.2):3503-3511.
- [13] 江雅勤, 吴帅峰, 刘殿书, 等. 基于元件组合理论的砂岩动态损伤本构模型[J]. 爆炸与冲击, 2018, 38(4): 827-833.
- JIANG Yaqin, WU Shuaifeng, LIU Dianshu, et al. Dynamic damage constitutive model of sandstone based on component combination theory [J]. Explosion and Shock Waves, 2018, 38(4):827-833.
- [14] YANG J M, ZHANG Y H, LI Q W, et al. Dynamic constitutive model of penetrating jointed rock mass based on ZTW model[C]//4th International Conference on Advances in Energy Resources and Environment Engineering (ICAESEE). Shanghai, China: IOP, 2019: 237.
- [15] 赵光明, 谢理想, 孟祥瑞. 软岩的动态力学本构模型[J]. 爆炸与冲击, 2013, 33(2): 126-132.
- ZHAO Guangming, XIE Lixiang, MENG Xiangrui. A constitutive model for soft rock under impact load[J]. Explosion and Shock Waves, 2013, 33(2): 126-132.
- [16] 刘红岩, 吕淑然, 张力民. 基于组合模型法的贯通节理岩体动态损伤本构模型[J]. 岩土工程学报, 2014, 36(10):1814-1821.
- LIU Hongyan, LÜ Shuran, ZHANG Limin. Dynamic damage constitutive model for persistent jointed rock mass based on combination model method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, 36(10): 1814-1821.
- [17] 尚兵, 胡时胜, 姜锡权. 金属材料 SHPB 实验数据处理的三波校核法[J]. 爆炸与冲击, 2010, 30(4): 429-432.
- SHAGN Bing, HU Shisheng, JIANG Xiquan. A three-wave coupling method for data treatment in SHPB experiments with metal samples[J]. Explosion and Shock Waves, 2010, 30(4): 429-432.
- [18] 朱晶晶, 李夕兵, 宫凤强, 等. 冲击载荷作用下砂岩的动力学特性及损伤规律[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(7):2701-2707.
- ZHU Jingjing, LI Xibing, GONG Fengqiang, et al. Experimental test and damage characteristics of sandstone under uniaxial impact compressive loads[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(7): 2701-2707.
- [19] 王礼立. 冲击动力学进展[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 1992.
- [20] 谢和平. 岩石混凝土损伤力学[M]. 徐州:中国矿业大学出版社, 1990.
- [21] 谢和平. 分形-岩石力学导论[M]. 北京:科学出版社, 1996.
- [22] 东兆星, 单仁亮. 高应变率下岩石本构特性的研究[J]. 工程爆破, 1999, 5(2):5-9.
- DONG Zhaoxing, SHAN Renliang. Study on constitutive properties of rocks under high strain rates[J]. Engineering Blasting, 1999, 5(2):5-9.
- [23] 袁小清, 刘红岩, 刘京平. 基于宏观损伤耦合的非贯通裂隙岩体本构模型[J]. 岩土力学, 2015, 36(10):2804-2814.
- YUAN Xiaoqing, LIU Hongyan, LIU Jingping. Constitutive model of rock mass with non-persistent joints based on coupling macroscopic and mesoscopic damages [J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(10): 2804-2814.

(编辑:郭少华)