

# 基于岸基激光雷达的水位智能监测技术

陈晓燕<sup>1</sup>, 齐明杰<sup>1</sup>, 程之恒<sup>2</sup>, 张昱<sup>3</sup>, 庄绪彩<sup>2\*</sup>, 陈亮<sup>3</sup>, 田源<sup>2</sup>

(1.济南市水利工程服务中心, 山东 济南 250099; 2.山东大学齐鲁交通学院, 山东 济南 250002; 3.山东省交通科学研究院, 山东 济南 250000)

**摘要:**针对传统水位监测方法耗费人力物力极大且难以满足夜间、雨天等恶劣环境下实时监测的难题,基于激光雷达研发水位智能监测技术,通过在岸基搭建激光雷达数据采集平台,以相对水平角和垂直方位角为参数选择感兴趣区域;研发算法分析用户数据报协议(user datagram protocol, UDP),自行解析雷达数据,提取水面有效点云信息;拟合离散点云,构造水面方程,计算水位高度,并修正。对该算法进行实地试验,试验结果表明,本研究提出的水位智能监测技术可有效进行水位监测,平均绝对误差为0.057 m,均方根误差为0.073 5 m,平均百分比误差为7.588%。

**关键词:**水位监测;激光雷达;UDP;最小二乘法;点云

**中图分类号:**TP39 **文献标志码:**A

**引用格式:**陈晓燕,齐明杰,程之恒,等.基于岸基激光雷达的水位智能监测技术[J].山东大学学报(工学版),2024,54(2):90-95.

CHEN Xiaoyan, QI Mingjie, CHENG Zhiheng, et al. Intelligent technology for monitoring water levels based on shore-based LiDAR[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2024, 54(2):90-95.

## Intelligent technology for monitoring water levels based on shore-based LiDAR

CHEN Xiaoyan<sup>1</sup>, QI Mingjie<sup>1</sup>, CHENG Zhiheng<sup>2</sup>, ZHANG Yu<sup>3</sup>, ZHUANG Xucui<sup>2\*</sup>, CHEN Liang<sup>3</sup>, TIAN Yuan<sup>2</sup>

(1. Jinan Water Engineering Service Center, Jinan 250099, Shandong, China; 2. School of Qilu Transportation, Shandong University, Jinan 250002, Shandong, China; 3. Shandong Transportation Research Institute, Jinan 250102, Shandong, China)

**Abstract:** Traditional methods consumed a lot of manpower and material resources and it was difficult to realize real-time monitoring around the clock in harsh environments such as night and rainy days. An intelligent technology for sensing water levels based on shore-based LiDAR was developed. Shore-based LiDAR data acquisition platform was established and areas of interest were selected taking relative horizontal angle and vertical azimuth as parameters. The algorithm was developed to analyze the UDP protocol to parse LiDAR data on its own and effective point cloud information on the water surface was extracted. The water surface equations were constructed by fitting discrete point clouds to calculate and correct water level. The algorithm was verified in a real scenario. The data showed that the intelligent technology for sensing water levels based on LiDAR could effectively monitor the water level. The mean absolute error was 0.057 m, the root mean square error was 0.073 5 m, and the mean percentage error was 7.588%.

**Keywords:** water level monitoring; LiDAR; UDP; least-square method; point cloud

## 0 引言

《中华人民共和国黄河保护法》第十六条及《中华人民共和国水法》明确提出要合理配置和科学引导各类水资源,运用信息技术提高取水量动态监测

能力,增强对水安全的感知能力,构建智能化、一体化发展的智慧节水体系。水位监测是进行洪水预报、防汛指挥、水利工程安全调度、水资源管理和保护的重要手段<sup>[1-3]</sup>。传统的水位监测主要依靠水文站、船载声纳、单波束或多波束测深仪、机载测深仪等获取水深图,这类方法往往耗费大量人力、物力,

收稿日期:2023-03-09

基金项目:山东省重点研发计划(2020CXGC010118)

第一作者简介:陈晓燕(1982—),女,山东梁山人,高级工程师,硕士,主要研究方向为水工结构工程、水利工程管理。

E-mail:122473283@qq.com

\*通信作者简介:庄绪彩(1999—),女,山东日照人,硕士研究生,主要研究方向为车路协同。E-mail:202135442@mail.sdu.edu.cn

且无法实现实时、精准监测<sup>[4-5]</sup>。为了提高对水体的监测精度、降低水位监测的成本、实现对水资源的全天实时性监控,本研究基于岸基激光雷达对水位智能监测技术展开研究。

激光雷达是一种主动传感器,由于测量精度高、响应速度快和抗干扰性强,已逐渐成为各个领域的核心传感器<sup>[6]</sup>。激光雷达获得的点云数据包含目标的位置(距离、方位角),其空间分辨率可以达到厘米级,时间分辨率可以达到毫秒级且不受光照的影响,可昼夜连续工作,数据的分辨率通常高于毫米波雷达或相机,可以精确成像并形成高精度的三维点云<sup>[7]</sup>。激光雷达通常用于提取、识别和跟踪各种场景中的物体,为了满足无人驾驶、车载避障等应用需求,激光雷达在大范围实时动态高精度测距方法上有了较大的突破<sup>[8-13]</sup>,为激光雷达水位监测的应用提供了坚实的技术基础。激光雷达与水文站相比,安装布设灵活且成本更低;与接触类监测器相比,激光雷达不需要考虑由于和水面接触引起的腐蚀或者粘连导致测量不精准情况。随着生产技术的改进,激光雷达的价格逐渐降低,这使得激光雷达的大规模应用成为可能<sup>[14-16]</sup>。

有学者对基于激光雷达的水位测量方法开展了相关研究。文献[17]利用近红外线激光雷达对水位进行测试,实现了将测量误差精度控制在10%以下。文献[18]利用陆地高程卫星、激光雷达和经典 Landsat 影像,提出了一种监测湖泊水位和水量变化的方法,这种方法可以长期准确监测湖泊的年水位/水量变化而不受时间跨度的限制。文献[19]利用一种新的表面监测算法,从多高度计波束试验的激光雷达中提取出包括地面和水底在内的表面轮廓等数据;基于 Landsat 合成影像,采用阈值法识别不同年份的湖泊水陆边界;根据附近的地理参考坐标,通过将激光雷达表面轮廓与湖泊边界匹配计算水位。文献[20]使用激光雷达测量湖泊表面水位以估计当地的地下水位,为湖泊地下水位提供一个准确和成本效益高的方法测量和监测地下水位的变化。文献[21]通过改变环境参数,将激光雷达置于不同测试条件下进行测量试验,对其测量距离、表面粗糙度、空气温度、水浊度和测量角度的函数进行评估,得出在器械的技术规格范围内传感器

的精度随着测量距离的增加而降低,且水的浊度对测量有显著影响的结论。

综上所述,目前基于激光雷达的水位监测方法还有很多不足,例如激光雷达进行水位监测时缺乏实时性,对监测水体无法实现全域精准监测等。基于此,本研究综合运用大数据和人工智能技术,利用激光雷达实现水位智能监测。首先,本研究提出一种激光雷达数据实时抓取储存的方法,选择感兴趣区域进行数据精准捕捉提取以减小计算量,获得水面点云;其次,根据水面点云拟合水面方程,对水面高度进行计算并修正;最后,通过试验对该方法进行验证。试验表明该技术能够高效准确地获取水位高度,为湖泊、河流的水位监测提供新的解决方案。本研究提出的感知技术能显著提高全天候、全时域条件下的监测能力,可为站所闸门管理与水量调度提供实时信息服务,对于引水灌溉、防洪调度及水源供给具有重要的现实意义。

## 1 激光雷达数据采集平台

为获取水面信息,在水岸搭建激光雷达数据采集平台,如图1所示。该采集平台由12V锂电池、12V转220V逆变器、镭神C32激光雷达、三脚架、笔记本电脑和网线组成。其中,激光雷达立体几何形状为圆柱状,32束激光由圆柱侧面按时序发射,遇障碍物返回,根据飞行时间法获取周围环境点云数据,测点速率达到约60万点/s。激光雷达具体参数如表1所示。

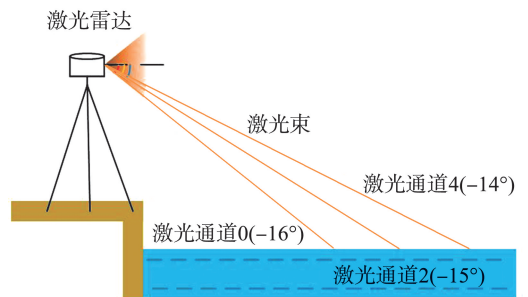


图1 岸基激光雷达数据采集平台

Fig.1 Acquisition platform of shore-based LiDAR data

表1 激光雷达的物理参数

Table 1 Physical parameters of LS-C32 LiDAR

型号	激光波段/ nm	探测距离/ m	测量精度/ cm	扫描频率/ Hz	水平视场角/ (°)	垂直视场角/ (°)	水平角度 分辨率/(°)	垂直角度 分辨率/(°)
LS-C32	905	120	±3	10	360	-16~15	0.18	1

## 2 基于点云的水位智能感知算法

通过激光雷达采集数据,提取水面点云信息,计算水位高度,水位智能感知算法流程如图2所示。

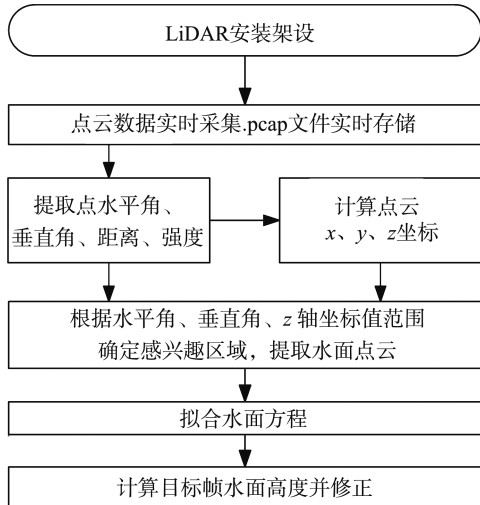


图2 水位感知算法流程图

Fig.2 Algorithm flow chat of intelligent perception of water level

### 2.1 感兴趣区域选取

根据激光雷达参数得知,32束激光按时序发射并进行360°旋转,垂直视场角为 $-16^\circ \sim 15^\circ$ ,垂直角度分辨率为 $1^\circ$ 。为减少计算量,根据实地场景,对水面感兴趣区域进行选取,其中,假设选取的水平角度为 $(\theta_1, \theta_2)$ ,垂直角选择以激光束序号表示,选取的激光束序号为 $\Phi = \{N_1, N_2, \dots, N_i\} (0 \leq i \leq 31)$ ,感兴趣区域几何形状为扇形。

### 2.2 激光雷达数据实时存储与处理

LS-C32激光雷达的数据输出和配置使用百兆以太网用户数据报协议(user datagram protocol, UDP),共有3种UDP包,各个数据包承载的信息如表2所示。

表2 UDP包  
Table 2 UDP packets

简称	功能	长度/Byte	发送间隔/ms
数据包	输出测量数据、时间戳	1 254	约 0.6/0.3
设备包	输出参数配置和状态信息	1 254	1 000(连续1包)
配置包	输入配置参数	1 248	不固定

通过网线连接笔记本电脑和激光雷达,配置相同IP地址后,上位机可实现三维点云数据的可视化。Wireshark软件可对UDP的数据包进行捕获和在线发送,并存储为.pcap文件。

本研究基于捕获的感兴趣区域的点云数据包进行自行解析,获取有效数据,主要步骤如下。

(1)捕获点云数据。

(2)解析设备包,获取水平修正角度 $A_1$ 和 $A_2$ 。

(3)解析数据包,读取并以十进制计算选取的激光通道的相对水平角度并修正,获取最终的相对水平角度 $\theta$ 。

(4)读取选取的激光通道并以十进制计算每个点的距离 $D$ 和强度 $I$ 。

(5)依据激光雷达光束分布获取每一线的垂直角度 $V$ ,寻找垂直角度与激光束通道序号的函数关系。

(6)根据 $\theta$ 、 $D$ 和 $V$ 计算点云 $(x, y, z)$ 坐标。

(7)选择感兴趣区域保存水面点云坐标为.xls文件。

需要注意的是:.pcap文件的水平角度是相对值,由于C32雷达的发射器由多列组成,计算绝对的水平角度需要加上此通道所在列的水平修正角度值,修正角度值顺时针为正,逆时针为负,水平修正角度在设备包中定义,每台雷达固定不变。

数据包由12个数据块组成,对于单个数据块,承载32束激光反射的点云信息,假设数据块序号为 $m(0 \sim 11)$ ,点序号为 $j(0 \sim 31)$ ,十六进制转化为十进制函数为 $h()$ ,每个数据包块十六进制字节串为 $B$ ,如 $B[3]$ 表示数据包第3个字节,设备包字节串为 $a$ ,如 $a[3]$ 表示设备包第3个字节,则提取第 $m$ 个数据块第 $j$ 个点 $P$ 的数据计算步骤如下。

(1)水平修正角度 $A_1$ 、 $A_2$ 计算公式为:

$$A_1 = (16^2 a[228] + a[229]) / 100, \quad (1)$$

$$A_2 = (16^2 a[232] + a[233]) / 100. \quad (2)$$

(2)根据数据包存储数据规则,修正后的相对水平角度 $\theta$ 计算公式为:

$$\text{当}(j\%4=0) \text{ or } (j\%4=1), \quad \theta = 16^2 h(B[3]) + h(B[2]) + A_2; \quad (3)$$

$$\text{当}(j\%4=2) \text{ or } (j\%4=3), \quad \theta = 16^2 h(B[3]) + h(B[2]) + A_1. \quad (4)$$

(3)每个点的距离

$$D = 16^2 h(B[5+3j]) + h(B[4+3j]). \quad (5)$$

(4)点的强度

$$I = h(B[6+3j]). \quad (6)$$

(5)每一线的垂直角度

$$\begin{cases} V = -16 + \frac{j}{2}, & j\%2=0 \\ V = \frac{j-1}{2}, & j\%2=1 \end{cases}. \quad (7)$$

(6) 计算点云坐标计算公式为

$$\begin{cases} x=D \cos V \sin \theta \\ y=D \cos V \cos \theta \\ z=D \sin \theta \end{cases} \quad (8)$$

根据 2.1 节划定的感兴趣区域,提取水面点云数据的算法伪代码如下。

输入 点云.pcap 文件。

输出 水面点云.xls 文件。

开始

读取点云.pcap 文件,遍历每个数据包

for  $i$  in 1 :end

$T = p[42:50]$

$t = p[42:44]$

if  $T == b' \backslash \text{xa5} \backslash \text{xff} \backslash \text{x00Z} \backslash \text{x11} \backslash \text{x11UU}'$  :

根据公式(1)(2)计算  $A_1, A_2$

if  $t == b' \backslash \text{xff} \backslash \text{xee}'$  :

提取所有数据块字节串  $R = r(p[42:])$

for  $m$  in range(12) :

for  $j$  in range( $\{N_1, N_2 \dots N_i\}$ ) :

$B = R[m]$

根据公式(3)(4)计算水平角  $\theta$

根据公式(5)计算距离  $D$

根据公式(6)计算强度  $I$

根据公式(7)计算垂直角  $V$

根据公式(8)计算  $x, y, z$  坐标

If ( $\theta \leq \theta_2$ ) and ( $\theta_1 \leq \theta$ ) :

将  $\theta, V, D, I, x, y, z$  写入 excel 文件并保存

结束。

在上述伪代码中,  $i$  为数据包序号,  $T$  为数据包头,  $p$  表示 .pcap 包字节串,  $t$  为数据块头,  $m$  为数据块序号,  $j$  为激光线束序号,  $B$  为每个数据包块十六进制字节串,  $r$  为 Python 中 re.findall 函数,  $R$  表示数组。

### 2.3 基于最小二乘法的水位监测算法

上述算法获取水面离散点云  $x, y, z$  信息,基于最小二乘法原理拟合水平面,进而求取水位高度。水位高度为自由水面至激光雷达所在岸基地平面的高程。其中,最小二乘法原理如下。

假设平面方程

$$z = ax + by + c, \quad (9)$$

构建拟合平面的最小二乘误差函数

$$s = \min \sum_{i=0}^n (ax_i + by_i + c - z_i)^2, \quad (10)$$

将  $a, b, c$  视为自变量并求导,得到方程组

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i)x_i = 0 \\ \sum_{i=0}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i)y_i = 0, \\ \sum_{i=0}^n 2(ax_i + by_i + c - z_i)z_i = 0 \end{cases} \quad (11)$$

移项并用矩阵表示上述方程组,即

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n x_i x_i & \sum_{i=0}^n x_i y_i & \sum_{i=0}^n x_i \\ \sum_{i=0}^n x_i y_i & \sum_{i=0}^n y_i y_i & \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n y_i & \sum_{i=0}^n 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n x_i z_i \\ \sum_{i=0}^n y_i z_i \\ \sum_{i=0}^n z_i \end{pmatrix}, \quad (12)$$

求解  $a, b, c$ , 即

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n x_i x_i & \sum_{i=0}^n x_i y_i & \sum_{i=0}^n x_i \\ \sum_{i=0}^n x_i y_i & \sum_{i=0}^n y_i y_i & \sum_{i=0}^n y_i \\ \sum_{i=0}^n x_i & \sum_{i=0}^n y_i & \sum_{i=0}^n 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^n x_i z_i \\ \sum_{i=0}^n y_i z_i \\ \sum_{i=0}^n z_i \end{pmatrix}, \quad (13)$$

此时获得水面在激光雷达自身坐标系下拟合的平面方程  $z = ax + by + c$ , 理想状态下, 方程的解

$$a = 0, b = 0, z = m (\text{常数}), \quad (14)$$

水位高度

$$h = m - H_0, \quad (15)$$

式中  $H_0$  为激光雷达架设高度。现实状态下,  $a, b$  并非为 0, 而是一个趋近于 0 的小数, 即平面并未完全平行于  $xOy$  平面, 故需对水位高度进行修正, 修正方法如下。

在理想状态下, 水面法向量为

$$\vec{n}_1 = (0, 0, 1), \quad (16)$$

在激光雷达坐标系下水面法向量为

$$\vec{n}_2 = (-A, -B, 1), \quad (17)$$

两个法向量夹角

$$\cos \alpha = \left| \cos \left( \widehat{\vec{n}_1, \vec{n}_2} \right) \right| = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}}, \quad (18)$$

修正后的水面高度

$$h' = C \cos \alpha - H_0 = \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + 1}} - H_0. \quad (19)$$

2.4 评价参数

本研究采用平均绝对误差  $e_1$ 、均方根误差  $e_2$  和平均百分比误差  $e_3$  评价水位智能监测算法的性能。根据公式定义,  $e_1$  是指预测值与真实值之差的绝对值的平均数, 由于仅考虑误差的绝对值, 对异常值不敏感, 能够更好地反映测量水位预测结果的总体误差;  $e_2$  是误差的平方平均值的平方根, 误差较大的数据将对总体误差的影响更大, 对数值敏感, 可以用于分析预测结果的稳定性;  $e_3$  可以反应偏差的程度, 但容易受水面真实值的影响。指标公式为:

$$e_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |h_i - h_0|, \quad (20)$$

$$e_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - h_0)^2}, \quad (21)$$

$$e_3 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{h_i - h_0}{h_0} \right|, \quad (22)$$

式中,  $h_0$  为真实水面高度,  $h_i$  为第  $i$  帧预测的水面高度,  $N$  为测试集的总帧数。

3 试验验证

在山东省济南市大明湖湖泊岸基搭建激光雷达数据采集平台, 在上位机可观察到可视化图像, 如图3所示。在完成激光雷达架设后, 查看上位机可视化界面并选取水面特征, 水面点云的特征如下。

- (1) 激光垂直角度  $V$  范围为  $(-11^\circ, -16^\circ)$ 。
- (2)  $z$  轴数值小于  $H_0$ 。
- (3) 激光发射相对水平角范围  $(\theta)$  为  $(\theta_1, \theta_2)$  区域具体为  $(350^\circ, 360^\circ) \cup (0^\circ, 80^\circ)$ 。

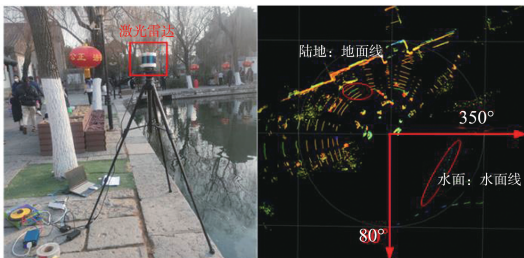


图3 岸基数据采集系统

Fig.3 Shore-based data acquisition system

根据采集的点云.pcap 数据, 基于 Python 软件实现水位智能感知算法, 获取的水面点云数据信息如表3所示。

表3 水面点云数据

Table 3 Point cloud data of water surface						
$\theta/(^\circ)$	$V/(^\circ)$	$D/m$	$I$	$x/m$	$y/m$	$z/m$
35.662 5	-15	7.352	23	4.140	5.770	-1.903
35.862 5	-15	7.348	15	4.158	5.752	-1.902
36.052 5	-15	7.344	16	4.175	5.735	-1.901

根据水面点云数据, 拟合得到的平面方程公式为:

$$z = -0.004 9x + 0.034 6y - 2.082 5, \quad (23)$$

平面示意图如图4所示。

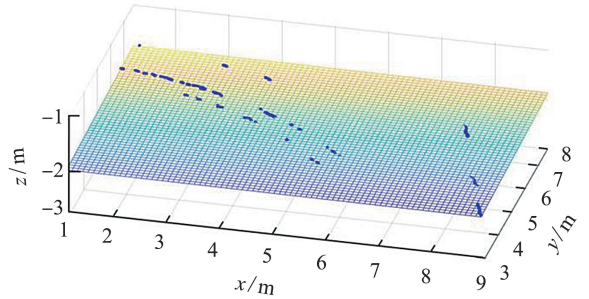


图4 拟合水面示意图

Fig.4 Diagram of the fitted water surface

根据式(15)计算可获取水面高度信息, 其中, 5 min 300 帧的水位高度信息如图5所示, 试验结果如表4所示。

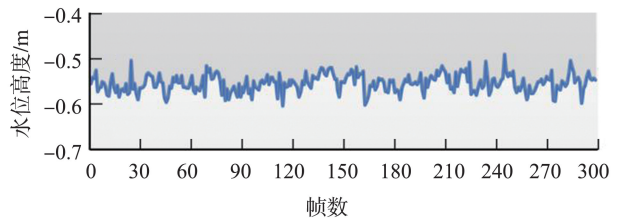


图5 300帧内水位高度示意图

Fig.5 Diagram of the water level of 300 frames

经过试验验证得知, 基于激光雷达的水位智能感知技术能够有效进行水位监测, 平均绝对误差为 0.057 m, 均方根误差为 0.073 5 m, 平均百分比误差为 7.588%。

表4 试验水面高度信息及性能评价参数

Table 4 Data of water level and performance evaluation parameters

真实水位/m	帧数	预测最高水位/m	预测最低水位/m	平均水位/m	$e_1/m$	$e_2/m$	$e_3/\%$
-0.60	300	-0.487	-0.601	-0.551			
-0.64	64	-0.420	-0.872	-0.704	0.057	0.073 5	7.588
-0.66	174	-0.483	-0.731	-0.654			

## 4 结论

本研究提出一种基于岸基激光雷达的水位智能感知监测技术,通过在水岸边搭建激光雷达数据采集平台,实现.pcap文件点云数据采集和实时存储。对水面依据方位角(水平角和垂直角)进行感兴趣区域划分,提取水面点云特征。分析UDP通信协议,开发激光雷达数据自行解析算法,结合水面点云特征保存有效点云信息,大大减少数据计算量。基于最小二乘法对采集的水面点云进行平面拟合,求取水面高度并修正,完成水面高度监测。在现实场景进行试验,结果表明,基于岸基激光雷达的水位智能感知技术具有良好的有效性和稳定性。在后续的研究工作中,针对不同水流量和水位高度情况,进一步提高水位智能感知的准确性。

### 参考文献:

- [1] 王宁,王伟,谌东海. 典型水利工程配套智慧管理系统设计研究[J]. 水电站机电技术, 2022, 45(12):28-31.  
WANG Ning, WANG Wei, SHEN Donghai. Design and research of supporting intelligent management system for typical water conservancy projects[J]. Electromechanical Technology of Hydropower Plants, 2022, 45(12):28-31.
- [2] 杨林邦. 智慧水利水情监测与预警系统设计与实现[J]. 现代计算机, 2022, 28(22):80-85.  
YANG Linbang. Design and implementation of smart water conservancy monitoring and early warning system[J]. Modern Computers, 2022, 28(22):80-85.
- [3] 曾德山. 智慧水利感知系统通信传输的设计与实现[J]. 数字通信世界, 2022(11):32-34.  
ZENG Deshan. Design and implementation of communication transmission in intelligent waterconservancy perception system[J]. The World of Digital Communication, 2022(11):32-34.
- [4] 姜卫平,梁娱涵,余再康,等. 卫星定位技术在水利工程变形监测中的应用进展与思考[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2022, 47(10):1625-1634.  
JIANG Weiping, LIANG Yuhan, YU Zaikang, et al. Application progress and thinking of satellite positioning technology in deformation monitoring of hydraulic engineering[J]. Journal of Wuhan University (Information Science Edition), 2022, 47(10):1625-1634.
- [5] 樊亚萍. 基于图像识别的水位监测系统的研究与实现[D]. 南京:南京邮电大学, 2019.  
FAN Yaping. Research and implementation of water level monitoring system based on image recognition[D]. Nanjing: Nanjing University of Posts and Telecommunications, 2019.
- [6] WU Jianqing, XU Hao, ZHENG Jianying, et al. Automatic vehicle detection with roadside LiDAR data under rainy and snowy conditions[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2021, 13(1):197-209.
- [7] LÜ Bin, XU Hao, WU Jianqing, et al. Revolution and rotation-based method for roadside LiDAR data integration[J]. Optics & Laser Technology, 2019, 119:105571.
- [8] WU Jianqing, TIAN Yuan, XU Hao, et al. Automatic ground points filtering of roadside LiDAR data using a channel-based filtering algorithm[J]. Optics & Laser Technology, 2019, 115:374-383.
- [9] WU Jianqing, XU Hao, ZHENG Yichen, et al. A novel method of vehicle-pedestrian near-crash identification with roadside LiDAR data[J]. Accident Analysis & Prevention, 2018, 121:238-249.
- [10] WU Jianqing, XU Hao, TIAN Yuan, et al. An automatic lane identification method for the roadside light detection and ranging sensor[J]. Journal of Intelligent Transportation Systems, 2020, 24(5):467-479.
- [11] 王国军. 结构化道路下基于激光雷达的三维检测关键技术研究[D]. 长春:吉林大学, 2021.  
WANG Guojun. Research on key technologies of the 3D detection based on LiDAR in structured roads[D]. Changchun: Jilin University, 2021.
- [12] 王灿,孔斌,杨静,等. 基于三维激光雷达的道路边界提取和障碍物检测算法[J]. 模式识别与人工智能, 2020, 33(4):353-362.  
WANG Can, KONG Bin, YANG Jing, et al. An algorithm for road boundary extraction and obstacle detection based on 3D LiDAR[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2020, 33(4):353-362.
- [13] WU Jianqing, XU Hao, ZHANG Yongsheng, et al. An improved vehicle-pedestrian near-crash identification method with a roadside LiDAR sensor[J]. Journal of Safety Research, 2020, 73:211-224.
- [14] WU Jianqing, XU Hao, ZHAO Junxuan. Automatic lane identification using the roadside LiDAR sensors[J]. IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, 2020, 12(1):25-34.
- [15] 吴建清,宋修广. 同步定位与建图技术发展综述[J]. 山东大学学报(工学版), 2021, 51(5):16-31.  
WU Jianqing, SONG Xiuguang. Review on development of simultaneous localization and mapping technology[J]. Journal of Shandong University (Engineering Edition), 2021, 51(5):16-31.
- [16] WU Jianqing, XU Hao, ZHENG Yichen, et al. Automatic vehicle classification using roadside LiDAR data[J]. Transportation Research Record, 2019, 2673(6):153-164.