

文章编号:1672-3961(2024)02-0047-13

DOI:10.6040/j.issn.1672-3961.0.2023.022

基于排队模型的电动物流车充电站选址和运输路径问题

赵姣¹, 杨倩倩², 胡大伟¹, 胡卉¹, 李洋³

(1. 长安大学运输工程学院, 陕西 西安 710064; 2. 北京布瑞知识产权代理有限公司, 北京 100000; 3. 中交第一公路勘察设计研究院有限公司, 陕西 西安 710064)

摘要: 针对电动物流车辆规模化应用中电池容量小和充电时间长的问题, 以充电站选址和运输路径集成优化为目标, 考虑因充电排队等待因素及电动车能耗碳排放成本, 建立带时间窗的电动物流车选址-路径问题(location-routing problem, LRP)模型。基于遗传算法, 加入贪婪搜索策略、精英保留策略和劣解突变策略求解模型。针对小规模测试算例, 采用LINGO优化求解器与改进的遗传算法进行求解效果分析, 验证算法的有效性; 采用较大规模不同分布的测试数据进行分析计算后, 改进的遗传算法比传统的遗传算法平均改进54.52%, 表明改进遗传算法能够较大程度改进求解能力。分析充电站服务率参数对各项成本的影响, 发现随着充电站服务率的增加, 总成本整体呈下降趋势, 表明所提模型更加符合实际, 为电动物流车大规模推广应用提供了理论依据。

关键词: 电动物流车; 选址路径问题; 排队时间; 遗传算法; 贪婪搜索

中图分类号: U116

文献标志码: A

引用格式: 赵姣, 杨倩倩, 胡大伟, 等. 基于排队模型的电动物流车充电站选址和运输路径问题[J]. 山东大学学报(工学版), 2024, 54(2): 47-59.

ZHAO Jiao, YANG Qianqian, HU Dawei, et al. Charging station location and transportation routing problem of electric logistics vehicles based on queuing model[J]. Journal of Shandong University (Engineering Science), 2024, 54(2): 47-59.

Charging station location and transportation routing problem of electric logistics vehicles based on queuing model

ZHAO Jiao¹, YANG Qianqian², HU Dawei¹, HU Hui¹, LI Yang³

(1. School of Transportation Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Beijing Burui Intellectual Property Agency Co., Ltd., Beijing 100000, China; 3. CCC First Highway Consultants Co., Ltd., Xi'an 710064, Shaanxi, China)

Abstract: Due to the restriction of the battery's limited capacity and long charging time, the large-scale application of electric logistics vehicle had been affected. A location-routing problem (LRP) model of the electric logistics vehicle with time windows was established to locate charging stations and optimize the integration of transportation routes with the factors of charging queue and carbon emission cost of electric vehicle energy consumption. The improved genetic algorithm complimented with greedy search, elite reservation and inferior solution mutation was used to solve the model. The LINGO optimization solver and the improved genetic algorithm were used to conduct the result analysis of the small-scale test cases. The results showed that the algorithm was effective. According to the analysis of large-scale test cases of different distributions, the improved genetic algorithm was 54.52% better than the traditional genetic algorithm in average, which proved that the improved genetic algorithm could improve the solving ability to a large extent. By analyzing the influence of the change of service rate of charging station, it was found that with the increase of charging station service rate, the total cost showed a downward trend which corresponded to reality. The model provided theoretical basis for the promotion and application of electric logistics vehicles.

Keywords: electric logistics vehicle; location-routing problem; queuing time; genetic algorithm; greedy search

收稿日期: 2023-02-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(72274024); 陕西省重点研发计划项目(2021GY-184)

第一作者简介: 赵姣(1983—), 女, 辽宁沈阳人, 讲师, 博士, 主要研究方向为智慧交通。E-mail: jiaozhao@chd.edu.cn

0 引言

为了应对全球气候变暖,世界各国纷纷制定了“双碳”目标,新能源汽车的推广和使用是有效降低碳排放的措施之一,为此我国出台了多项新能源汽车相关政策。2021年10月,工业和信息化部办公厅印发《关于启动新能源汽车换电模式应用试点工作的通知》,提出启动新能源汽车换电模式应用试点工作。电物流车初步得到规模化推广,但仍存在续航里程低、充电难、车辆维修率高等问题。区别于传统的燃油车,目前电物流车电池容量不大且充电时间较长,在采用电物流车远距离长时间配送时,往往需要考虑充电问题,因此,电物流车的配送研究引起很多学者的关注。

文献[1]将充电站选址问题和运输路径优化问题进行集成研究。文献[2]建立了以建设成本、运输成本和充电成本最小为目标的电动汽车选址路径优化问题数学模型,设计了禁忌搜索-Clark Wright saving 两阶段的启发式算法进行求解。文献[3]针对带时间窗的多充电站电动汽车选址-路径问题(location-routing problem, LRP)进行研究,不仅决策了车辆的路线和充电站位置,还选择了充电站类型。文献[4]采用可变邻域搜索算法针对电动汽车LRP问题进行求解。文献[5]针对部分充电的电动汽车LRP问题进行研究,在此基础上,文献[6]将客户需求的不确定性因素加入到电动汽车LRP问题的研究中。文献[7]研究了充电和换电2种情况下的充换电设施选址问题。文献[8]同时考虑了燃油汽车和电动汽车选址路径问题的建模和求解。

在优化目标方面,文献[9]考虑电动汽车的租赁成本、电量消耗成本、服务成本、违反时间窗惩罚成本,构建了运营成本最小化和电动汽车使用数最小化的双目标优化模型。文献[10]考虑电动汽车的“重入”现象,以车辆行驶距离最短为目标函数,构建了一个无需预估充电设施重入次数上限的电动汽车旅行商问题模型。文献[11]考虑电物流车在配送货物途中的充电时间和电池损耗成本,建立线性规划数学模型,提出多阶段启发式算法求解模型,在配送距离不变或略有增加的情况下,较大幅度减少充电时间与电池损耗成本。文献[12]以集货和配送成本为目标,建立集送一体化电物流车动态调度模型。文献[13]提出电物流车的部分充电策略,建立了基于聚类非支配排序算法的多目标路径优化模型。文献[14]以配送成本最小为

目标,构建了带硬时间窗的冷链电动车辆路径优化模型。文献[15]以交通拥堵时段的能源消耗和配送人员焦虑情绪为目标,建立了一个新的混合整数规划模型。文献[16]考虑无线和有线充电方式,以电动汽车的充电成本最小为目标,建立多目标优化模型求解。

综上,针对电动汽车LRP问题的研究大多仅考虑充电站建设成本、运输成本和充电成本,在约束方面主要考虑时间窗、电池容量等。由于节能减排需求和“双碳”目标,在实际的充电站选址和电物流车配送路径中,往往会考虑环境成本;同时,随着电动汽车保有量的增加,充电站建设的规模将无法完全满足电动汽车的充电需求,即出现电动汽车排队等待充电的情况。综上,本研究以总成本最小为目标,考虑车辆载重、电量以及充电排队时间等约束,设计改进遗传算法(improved genetic algorithm, IGA)对该问题进行求解。

1 电动汽车LRP问题描述和模型建立

1.1 问题描述

经典选址-路径问题(图1)需对配送中心进行选择并规划车辆路线,电动汽车选址-路径问题(图2)是在已有配送中心的基础上,进行充电站选址及车辆路线安排。

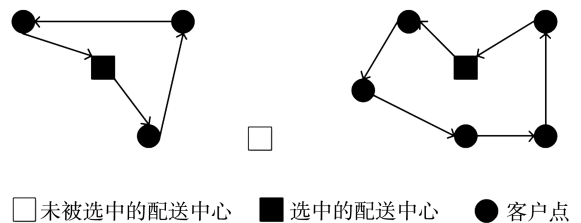


图1 经典选址-路径问题
Fig.1 Classical vehicles location-routing problem

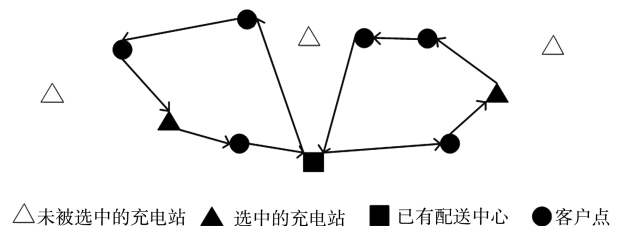


图2 电动汽车选址-路径问题
Fig.2 Electric vehicles location-routing problem

根据实际情况,目前电物流车所需充电时间较长,且充电桩布局覆盖面不够完善,电物流车排队等待充电的情况时有发生。因此,在采用电物流车进行货物配送时,不但需要考虑充电时间,还应考虑充电时的等待时间。

电动物流车的充电排队系统可阐述为:充电站的充电桩数目为 m ,到达的车辆数为 n ,车辆到达充电站的规律服从电动物流车到达率 λ 的泊松分布;若 $n \geq m$,则有 $n-m$ 辆电动物流车需排队等待服务,可通过排队理论计算电动物流车平均排队等待时间。

当排队系统达到稳态时,一般满足

$$\begin{cases} \mu p_1 = \lambda p_0 \\ (n+1)\mu p_{n+1} + \lambda p_{n-1} = (\lambda + n\mu) p_n, 1 \leq n \leq m, \\ m\mu p_{n+1} + \lambda p_{n-1} = (\lambda + m\mu) p_n, n > m \end{cases} \quad (1)$$

式中: p_n 表示不同系统处于不同状态时的概率,不同状态发生的概率之和为 1; μ 表示充电桩服务率; p_0 表示系统处于初始状态时的概率, $p_0 = \left[\sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{m!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \left(\frac{1}{1-g}\right) \right]^{-1}$,其中 g 为充电强度, $g = \frac{1/m\mu}{1/\lambda} = \frac{\lambda}{m\mu}$ 。

结合充电桩服务率 μ 、充电桩数目 m 以及电动物流车到达率 λ ,计算得到电动物流车的平均排队等待时间

$$t = \frac{\lambda^{m-1} g p_0}{\mu^m m! (1-g)^2} \quad (2)$$

1.2 模型建立

1.2.1 目标函数

(1) 充电站的建设成本

$$Z_1 = \sum_{\eta \in E} f_{\eta} y_{\eta}, \quad (3)$$

式中: E 为所有候选充电站的集合, $E = \{1, 2, \dots, m\}$; f_{η} 为充电站 η 的建设成本; y_{η} 为 0-1 变量,若候选充电站 η 被选中,则 $y_{\eta} = 1$,否则 $y_{\eta} = 0$ 。

(2) 车辆的固定使用成本

$$Z_2 = \sum_{k \in K} \sum_{i \in N} w_0 x_{0ik}, \quad (4)$$

式中: K 为所有电动物流车的集合, $K = \{1, 2, \dots, k\}$; N 为所有待服务客户点的集合, $N = \{1, 2, \dots, n\}$; w_0 为电动物流车 k 的固定使用成本; x_{0ik} 为 0-1 变量,若电动物流车 k 从配送中心出发后立即访问节点 i ,则 $x_{0ik} = 1$,否则 $x_{0ik} = 0$ 。

(3) 配送的运输费用

$$Z_3 = \sum_{i \in A} \sum_{j \in A, j \neq i} \sum_{k \in K} w_1 d_{ij} x_{ijk}, \quad (5)$$

式中: A 为所有节点的集合; w_1 为单位距离的运输成本; d_{ij} 为节点 i 和节点 j 之间的距离; x_{ijk} 为 0-1 变量,若电动物流车 k 访问节点 i 后立即访问节点 j ,则 $x_{ijk} = 1$,否则 $x_{ijk} = 0$ 。

(4) 电动物流车的充电成本

$$Z_4 = \sum_{\eta \in E} \sum_{k \in K} w_2 q_{\eta k} y_{\eta}, \quad (6)$$

式中, w_2 为单位电价, $q_{\eta k}$ 为电动物流车 k 在充电站 η 的充电量。

(5) 环境成本

结合实际情况,设电动物流车火力发电的比例为 75%,则其能源产生的环境排放成本

$$Z_5 = 0.75 w_3 \gamma \sum_{k \in K} \sum_{i \in A} \sum_{\substack{j \in A \\ j \neq i}} x_{ijk} d_{ij} H, \quad (7)$$

式中, w_3 为单位碳排放成本, γ 为电能转化系数, H 为电动物流车的耗电系数。

(6) 违反时间窗的惩罚成本

电动物流车早于客户期望的最早到达时间或晚于客户期望的最晚到达时间都将给予一定的惩罚,惩罚成本

$$Z_6 = \sum_{\alpha \in N} \sum_{k \in K} \{ w_4 \max[(E_{S_{\alpha}} - A_{T_{\alpha k}}), 0] + w_5 \max[(A_{T_{\alpha k}} - L_{S_{\alpha}}), 0] \}, \quad (8)$$

式中, $E_{S_{\alpha}}$ 为客户点 α 期望的最早到达时间, $A_{T_{\alpha k}}$ 为电动物流车 k 到达客户点 α 时的时间, w_4 为电动物流车提前到达的单位惩罚成本, w_5 为电动物流车延迟到达的单位惩罚成本, $L_{S_{\alpha}}$ 为客户点 α 期望的最晚到达时间。

综上,目标函数为:

$$\min Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5 + Z_6. \quad (9)$$

1.2.2 约束条件

(1) 保证每个客户只能被访问一次,即:

$$\sum_{\substack{i \in A \\ i \neq \alpha}} \sum_{k \in K} x_{i\alpha k} = \sum_{\substack{i \in A \\ i \neq \alpha}} \sum_{k \in K} x_{\alpha i k} = 1, \forall \alpha \in N. \quad (10)$$

(2) 所有车辆仅从配送中心出发一次,即:

$$\sum_{j \in A} x_{0jk} = \sum_{j \in A} x_{j0k} \leq 1, \forall k \in K. \quad (11)$$

(3) 只有被选择建立的充电站才能为车辆提供充电服务,即:

$$\sum_{\substack{i \in A \\ i \neq \eta}} \sum_{k \in K} x_{i\eta k} \leq y_{\eta} M, \forall \eta \in E, \quad (12)$$

式中 M 为一个很大的正数。

(4) 每个节点的进出流平衡,即:

$$\sum_{\substack{i \in A \\ i \neq j}} x_{ijk} = \sum_{\substack{i \in A \\ i \neq j}} x_{jik}, \forall j \in A, k \in K. \quad (13)$$

(5) 每辆车运输的货物质量之和不能超过其最大载质量,即:

$$\sum_{\substack{i \in A \\ i \neq \alpha}} \sum_{\alpha \in N} D_{\alpha} x_{i\alpha k} \leq C, \forall k \in K, \quad (14)$$

式中, D_{α} 为客户点 α 的需求量, C 为电动物流车的额定载质量。

(6) 车辆不会从配送中心出发后立即进行充电,即:

$$x_{0\eta k} = 0, \forall \eta \in E, k \in K. \quad (15)$$

(7) 车辆离开客户点和到达客户点/充电站的时间为:

$$L_{T\alpha k} = (A_{T\alpha k} + S_\alpha), \forall \alpha \in N, k \in K, \quad (16)$$

$$L_{T\eta k} = (A_{T\eta k} + t + u_{\eta k}), \forall \eta \in E, k \in K, \quad (17)$$

$$A_{Tjk} = \sum_{i \in A, i \neq j} x_{ijk}(L_{Tik} + T_{ij}), \forall j \in A, k \in K, \quad (18)$$

式中, $L_{T\alpha k}$ 为电动物流车 k 从客户点 α 离开时的时间, $L_{T\eta k}$ 为电动物流车 k 从充电站 η 离开时的时间, S_α 为客户点 α 所需的服务时间, t 为电动物流车充电时的平均排队等待时间, $u_{\eta k}$ 为电动物流车 k 在充电站 η 的充电时间, T_{ij} 为电动物流车从节点 i 到节点 j 所需要的行驶时间。

(8) 车辆所需充电量

$$q_{\eta k} = u_{\eta k} b y_\eta, \forall \eta \in E, k \in K, \quad (19)$$

式中 b 为电动物流车的充电系数。

(9) 车辆从配送中心或充电站出发时为满电状态, 即:

$$P_{B0k} = Q, \forall k \in K, \quad (20)$$

$$P_{B\eta k} = y_\eta Q, \forall \eta \in E, k \in K, \quad (21)$$

式中, P_{B0k} 为电动物流车 k 从配送中心离开时的电量, $P_{B\eta k}$ 为电动物流车 k 从充电站 η 离开时的电量, Q 为电动物流车的电池容量。

(10) 车辆访问客户点前后的电量保持不变, 即:

$$P_{B\alpha k} = P_{A\alpha k}, \forall \alpha \in N, k \in K, \quad (22)$$

式中, $P_{B\alpha k}$ 为电动物流车 k 到达客户点 α 前的电量, $P_{A\alpha k}$ 为电动物流车 k 到达客户点 α 时的电量。

(11) 车辆在任意客户点 α 的电量必须大于保留电量 ε , 即:

$$P_{A\alpha k} \geq \varepsilon, \forall \alpha \in N, k \in K. \quad (23)$$

(12) 车辆到达节点时的剩余电量

$$P_{Ajk} = \sum_{\substack{i \in A \\ i \neq j}} x_{ijk}(P_{Bik} - Hd_{ij}), \forall j \in A, k \in K. \quad (24)$$

(13) 车辆在充电站需要补充的电量

$$q_{\eta k} = (Q - P_{A\eta k}) y_\eta, \forall \eta \in E, k \in K. \quad (25)$$

(14) 车辆不会在客户点进行充电, 即:

$$q_{\alpha k} = 0, \forall \alpha \in N, k \in K. \quad (26)$$

(15) 避免子回路约束, 即:

$$\tau_{ik} - \tau_{\alpha k} + n x_{i\alpha k} \leq n - 1, \quad \forall i \in A, \alpha \neq i, \alpha \in N, k \in K, \quad (27)$$

式中 τ_{ik} 和 $\tau_{\alpha k}$ 为辅助变量。

(16) 变量取值范围约束为:

$$\tau_{ik} \geq 0, \forall i \in A, k \in K, \quad (28)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i, j \in A, i \neq j, k \in K, \quad (29)$$

$$y_\eta \in \{0, 1\}, \forall \eta \in E. \quad (30)$$

1.3 模型测试

1.3.1 测试数据简介

本研究应用 LINGO 优化求解器测算模型的准确性。基于 Solomon 标准算例 R101 系列数据, 随机选取 10 个数据, 生成包含 1 个配送中心(编号 0)、6 个客户点(编号 1~6)及 3 个备选充电站(编号 7~9)的小规模数据。2 辆可用电动物流车均需从配送中心出发, 其他测试数据见表 1。

表 1 R101 系列测试数据各节点参数

编号	位置坐标/km	需求量	可接受的时间窗	期望的时间窗
0	(35, 35)	0	[0, 4.6]	[4.6, 0]
1	(30, 25)	23	[1.4, 3.3]	[1.1, 4]
2	(63, 65)	8	[0.9, 3]	[0.7, 3.6]
3	(35, 69)	23	[0.6, 3]	[0.5, 3.6]
4	(31, 52)	27	[0.2, 1.2]	[0.1, 1.4]
5	(13, 52)	36	[0.5, 3.5]	[0.4, 4.2]
6	(24, 12)	5	[0, 0.8]	[0, 0.9]
7	(55, 5)	0	[0, 4.6]	[4.6, 0]
8	(5, 5)	0	[0, 4.6]	[4.6, 0]
9	(2, 48)	0	[0, 4.6]	[4.6, 0]

参照文献[17], 充电站平均每小时有 28 辆车到达充电站, 即车辆到达服从参数 $\lambda = 28$ 辆/h 的泊松分布, 充电桩数量 $m = 8$, 每个充电桩的服务率 $\mu = 4$ 辆/h, 则充电站的服务强度 $g = 0.875$, 计算得到电动物流车的平均排队等待时间 $t = 0.158$ h。结合电动物流车及充电站实际情况, 客户服务时间、充电站及车辆相关等其他试验参数如表 2 所示。

表 2 客户服务时间、充电站及车辆相关等试验参数

Table 2 Customer service time, charging station and vehicle related experimental parameters

参数	客户点 i 的服务时间 S_i/h	电能转换系数 γ	充电系数 $b/(\text{kWh} \cdot \text{h}^{-1})$	排放单位碳的成本 $w_3/\text{元}$	延迟到达单位惩罚成本 $w_5/\text{元}$	电动物流车额定载质量 C/t	电动物流车平均行驶速度 $v/(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$
取值	0.1	0.4	100	0.06	30	120	30
参数	单位距离运输成本 $w_1/\text{元}$	单位电价 $w_2/[\text{元} \cdot (\text{kWh})^{-1}]$	充电站的建设成本 $f_i/\text{元}$	提前到达单位惩罚成本 $w_4/\text{元}$	车辆固定使用成本 $w_0/\text{元}$	电动车的电池容量 $Q/(\text{kWh})$	电动车的耗电系数 $H/(\text{kWh} \cdot \text{km}^{-1})$
取值	1	1	500	20	120	100	1

1.3.2 试验结果分析

采用 LINGO18 求解该模型,针对 1.3.1 节部分小规模测试算例进行求解,结果对应的车辆路径如图 3 所示。

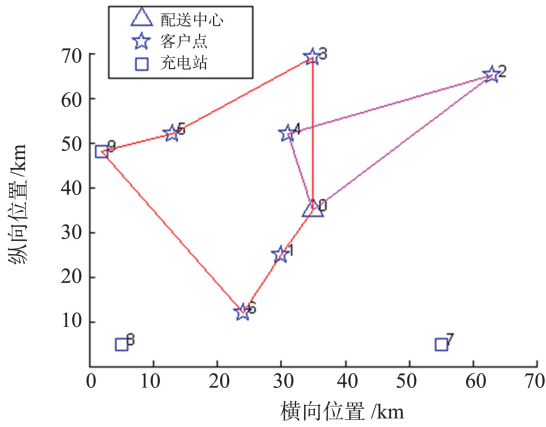


图3 电物流车 LRP 模型小规模数据测试结果
Fig.3 Small-scaled data test results of electric logistics vehicle LRP model

由图 3 可以看出,采用 LINGO 优化求解器求解本研究构建的模型在小规模数据情形下为全局最优解。求解结果显示有 2 条配送路径,其中一条路径车辆将在编号为 9 的节点拟建站进行充电,编号为 7 和 8 的备选充电节点没有被选中。从求解效率看,采用 LINGO 优化求解器求解该算例的时间为 77 s,说明 LINGO 优化求解器在求解小规模算例时的效率较高。

2 算法设计

由于本研究构建的模型为整数非线性规划模型,当有一定数据规模时,在有限的时间内不易求出优化解,为此本研究设计一种启发式算法对该模型进行有效求解。遗传算法 (genetic algorithm, GA) 在收敛性和鲁棒性方面具有优势,已成功应用于组合优化问题^[18-21],本研究设计的改进遗传算法 (improved genetic algorithm, IGA) 引入贪婪思想产生初始种群,并将精英策略和劣解突变策略相结合,在保留优质解的同时提升算法的寻优能力,流程图见图 4。

2.1 初始种群和染色体编码与解码

遗传算法的染色体采用两段式编码形式,针对染色体的第一部分,首先将 l 个节点的 $1 \sim l$ 个自然数按照就近原则进行排列,然后生成 $K-1$ 个整数 0, 随机插入生成的 $1 \sim l$ 个自然数序列中。例如 $l=8$ ($1 \sim 6$ 为客户点, 7 和 8 为候选充电站)、 $K=2$ 时,首先随机生成第一个客户点 3, 然后搜索距离客户点 3 最近的客户点为 6, 再搜索距离客户点 6 最近的客

户点,直至找到所有的客户点为止,得到初始序列 (3,6,8,1,5,4,7,2), 最后随机插入 $K-1$ 个整数 0, 若随机选择的位置为 4, 则染色体更新为 (3,6,8,1,0,5,4,7,2)。

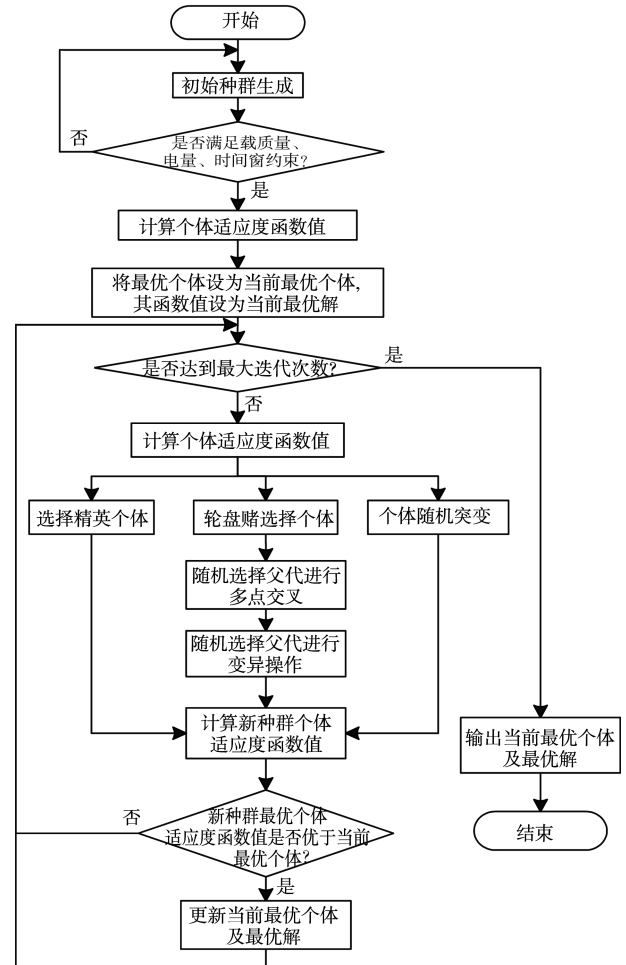


图4 改进遗传算法流程图
Fig.4 Algorithm flow of IGA

针对染色体的第二部分,候选充电站数目 $\theta=2$ 时,随机生成两位二进制数。例如上例中 $l=8$, 当 $\theta=2$ 时,第一部分染色体编码为 (3,6,8,1,0,5,4,7,2), 若随机生成的染色体第二部分编码为 (0,1), 则表示在候选充电站 8 节点建立充电站,而在 7 节点不建立充电站,从而得到两辆电动车的最终行驶路线,其中第一辆车在访问客户点 3 和 6 后到达充电站 8 进行充电,最后访问客户点 1 后返回配送中心;第二辆车在访问客户点 5 和 4 后,因节点 7 未建立充电站,继续访问客户点 2 后返回配送中心。

最后,检查染色体是否满足所有约束条件,若满足,则保留;否则,重新生成新的染色体序列,直至产生到达种群规模数量的染色体。

以 $l=8, \theta=2$ 和 $K=2$ 为例对染色体编码和解码进行说明,如图 5 所示,编号 1~6 为客户点,7,8 为候选充电站。

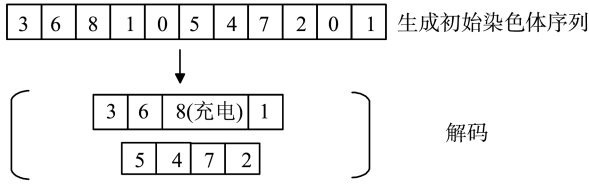


图5 染色体编码及解码

Fig.5 Chromosome coding and decoding

2.2 遗传算子

2.2.1 选择算子

本研究采用3种方法进行个体选择操作。

(1)10%的个体采用保留精英策略选择,其基本思想为将种群中最好的一部分个体不进行交叉变异操作,直接复制到下一代中。

(2)80%个体采用轮盘赌策略选择,即适应度(适应度函数为目标函数的倒数)越大的个体,进入下一代的概率越大。

(3)其余10%的个体采用随机突变策略,其基本思想是重新初始化染色体,跳出局部最优,操作过程为:将染色体按照适应度降序进行排序;将最后10%的染色体重新随机生成,复制到新种群中。

2.2.2 交叉算子

选择2个父代个体,分别随机产生 θ 个位置,交换2个父代 θ 个位置上的基因;对于重复的基因,依次用子代中缺失的基因进行代替。

以 $l=8, \theta=2$ 的问题为例,2个父代染色体分别为(3, 6, 8, 1, 0, 5, 4, 7, 2, 0, 1)和(5, 3, 6, 7, 0, 2, 4, 8, 1, 0, 1),父代1随机产生的2个交叉位点为(2, 4),父代2随机产生的2个交叉位点为(1, 3),交叉得到的2个子代分别为(3, 5, 8, 6, 0, 5, 4, 7, 2, 0, 1)和(6, 3, 1, 7, 0, 2, 4, 8, 1, 0, 1),具体过程如图6所示。

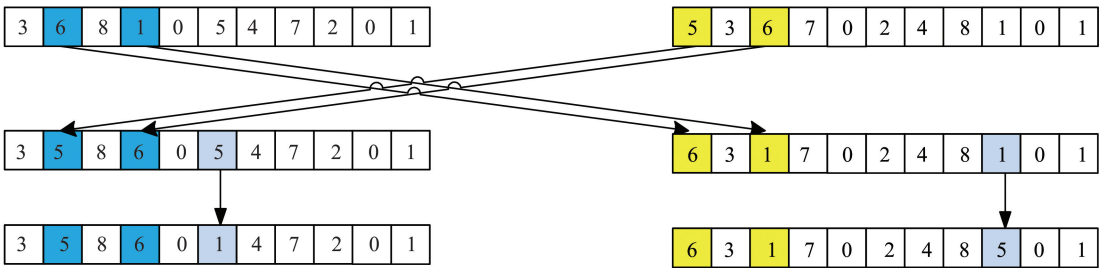


图6 遗传算法的交叉过程

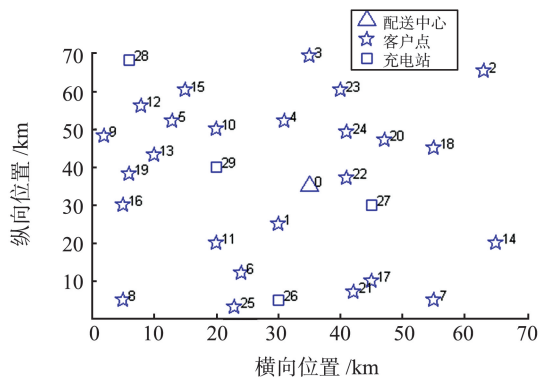
Fig.6 The crossover process of GA

2.2.3 变异算子

采用互换变异和基本位变异相结合的方法进行变异操作。针对染色体的第一部分,随机生成2个基因位,交换这2个基因位上的数字;针对染色体的第二部分,将随机选中的基因位进行0和1互换,即0变成1,或者1变成0。

2.3 终止条件

遗传算法的终止条件为达到最大迭代数,则算法终止。

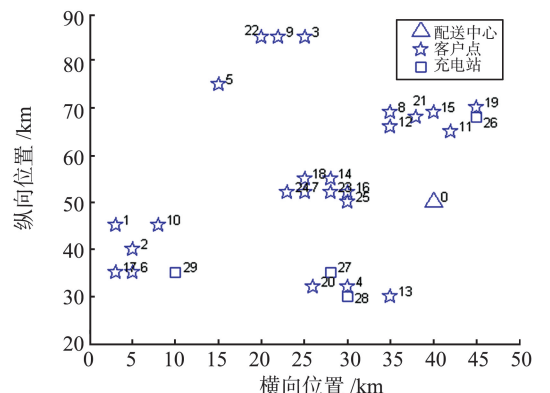


(a) R系列算例分布特征

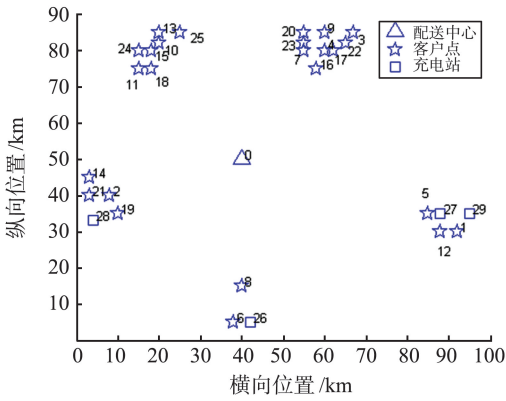
3 算例分析

3.1 算例数据

为体现测试数据的多样性,采用Solomon标准测试算例中的R系列(均匀分布)、C系列(堆分布)、RC系列(混合分布)不同规模的测试数据对所构建模型进行计算分析,以验证改进遗传算法的有效性。各系列测试数据点分布特征如图7所示。



(b) C系列算例分布特征



(c) RC系列算例分布特征

图 7 算例节点空间分布特征

Fig.7 Spatial distribution characteristics of nodes

3.2 算例结果分析

3.2.1 R 系列算例

利用上述设计的遗传算法,采用 1.3.1 节中的试验数据(R101)求解本研究构建的模型,其求解结果与 LINGO 相同,如表 3 所示,但求解时间仅为 8.3 s,计算时间缩短了 89.2%,说明本研究提出的遗

传算法在小规模节点情景下快速有效。

表 3 R101 系列测试数据改进遗传算法和 LINGO 求解结果对比

Table 3 Comparison of solution results of IGA and LINGO for R101 series test data

算法	目标成本/元	计算时间/s	配送路径
LINGO	1 094.10	77.0	0-1-6-9(充电)-5-3-0 0-4-2-0
IGA	1 094.10	8.3	0-1-6-9(充电)-5-3-0 0-4-2-0

采用 30 个节点的 R101 算例进行算法参数试验,其中包含 1 个配送中心(用 0 表示)、25 个待配送客户(用 1~25 表示)以及 4 个充电站(用 26~29 表示),共有 5 辆电物流车可提供配送服务,保持其他参数不变,分别将迭代次数、种群规模设为变量,重复运行 10 次,观察目标成本及运行时间的变化,如表 4 所示。同理,分别将交叉概率、变异概率设为变量,重复运行 10 次,观察目标成本及运行时间的变化,如表 5 所示。

表 4 不同迭代次数及种群规模的试验结果

Table 4 Experimental results of different iteration times and population size

种群规模为 50			迭代次数为 250		
迭代次数	平均目标成本/元	平均时间/s	种群规模	平均目标成本/元	平均时间/s
50	2 104.01	0.89	50	1 834.47	4.27
100	2 004.52	1.75	100	1 689.38	8.85
150	1 981.87	2.58	150	1 675.82	14.02
200	1 860.05	3.46	200	1 644.77	18.89
250	1 800.64	4.27	250	1 628.27	25.20
300	1 746.41	5.16	300	1 599.74	30.38
350	1 802.98	6.00	350	1 582.24	37.40
400	1 781.82	6.80	400	1 577.44	42.83
450	1 726.99	7.63	450	1 584.38	53.06
500	1 739.90	8.54	500	1 595.71	57.65

表 5 不同交叉概率及变异概率试验结果

Table 5 Experimental results of different cross probability and variation probability

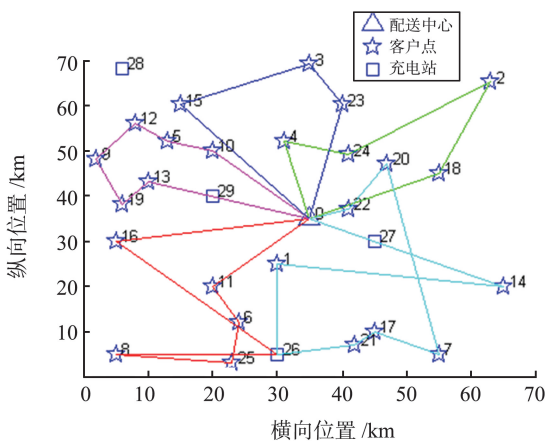
变异概率为 0.1			交叉概率为 0.6		
交叉概率	平均目标成本/元	平均时间/s	变异概率	平均目标成本/元	平均时间/s
0.1	1 826.16	2.53	0.1	1 889.01	4.24
0.2	1 805.19	2.80	0.2	1 846.46	4.28
0.3	1 728.90	3.05	0.3	1 742.10	4.33
0.4	1 814.62	3.31	0.4	1 796.03	4.38
0.5	1 802.39	3.44	0.5	1 819.49	4.35
0.6	1 836.44	3.67	0.6	1 792.30	4.43
0.7	1 865.77	3.87	0.7	1 811.12	4.49
0.8	1 774.66	4.08	0.8	1 804.06	4.48
0.9	1 897.56	4.27	0.9	1 809.83	4.55
1.0	1 893.54	4.41	1.0	1 819.70	4.60

从表4和表5可以看出,迭代次数为450、种群规模为400、交叉概率为0.3、变异概率为0.3时,目标函数值较优。

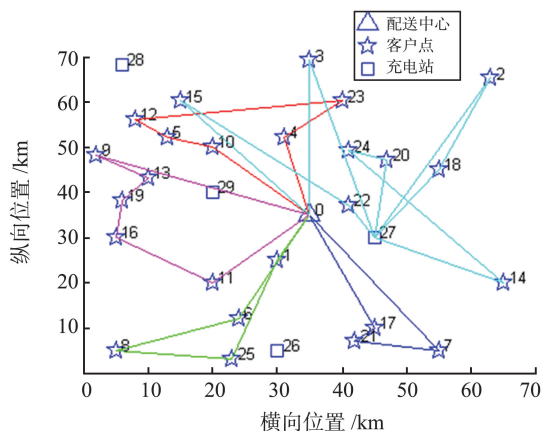
故针对R101、R102算例进行求解,运行结果如表6所示,其最优解的路径规划结果见图8。

表6 R101和R102算例试验结果
Table 6 Experimental results of R101 and R102

算例	目标成本/元	计算时间/s	配送路径
R101	1 502.67	91.67	0-11-6-25-8-26(充电)-16-0 0-13-19-9-12-5-10-0 0-4-24-2-18-0 0-22-20-7-17-21-26(充电)-1-14-0 0-23-3-15-0
R102	1 658.46	90.53	0-4-23-12-5-10-0 0-9-13-19-16-11-0 0-6-8-25-1-0 0-15-22-27(充电)-14-24-20-27(充电)-2-18-27(充电)-3-0 0-7-21-17-0



(a) R101算例路径规划结果



(b) R102算例路径规划结果

图8 R系列算例电动物物流车配送路径
Fig.8 Distribution routing of electric logistics vehicles in R series

利用R101、R102算例进行算法稳定性试验,保持算法参数及配置参数不变,重复运行10次,对10次运算目标成本及求解时间进行统计分析,如表7所示。由表7可知,R101算例10次运行所需平均时间为83.37 s,所求解的平均目标成本为1 531.94元,解的平均偏差为4.47%;R102算例10次运行

所需平均时间为87.51 s,所求解的平均目标成本为1 643.76元,解的平均偏差为4.30%。整体可以看出,10次运行所得的解偏差均较小,说明针对模型的R系列客户分布场景,本研究设计的遗传算法求解稳定性较好。

表7 R系列算例10次运行结果
Table 7 Results of 10 runs of R series calculation example

算例	次数	目标成本/元	求解时间/s	偏差/%
R101	1	1 561.48	83.82	6.48
	2	1 466.41	95.42	0
	3	1 529.12	86.21	4.28
	4	1 540.03	89.69	5.02
	5	1 538.31	67.93	4.90
	6	1 518.52	93.85	3.55
	7	1 547.48	72.13	5.53
	8	1 534.06	77.81	4.61
	9	1 581.27	75.16	7.83
	10	1 502.67	91.65	2.47
平均		1 531.94	83.37	4.47
R102	1	1 589.53	85.69	0.86
	2	1 685.54	85.59	6.95
	3	1 576.02	100.08	0
	4	1 649.13	83.46	4.64
	5	1 644.49	89.57	4.34
	6	1 583.72	73.53	0.49
	7	1 683.49	81.53	6.82
	8	1 659.28	96.10	5.28
	9	1 675.78	93.49	6.33
	10	1 690.67	86.00	7.27
平均		1 643.76	87.51	4.30

3.2.2 C系列算例

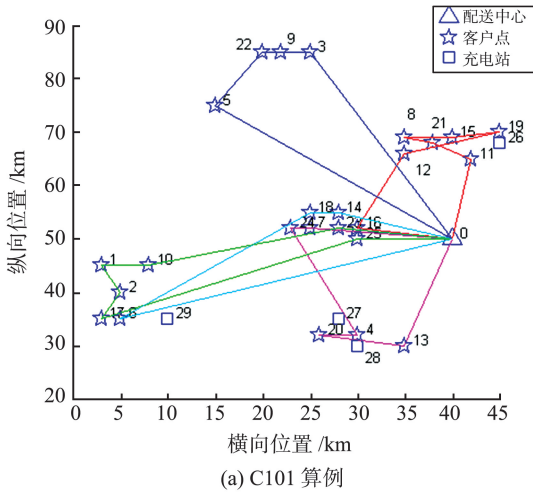
算法参数保持不变,针对C101、C102算例进行

求解,运行结果最优解如表 8 所示,其路径规划结果见图 9。

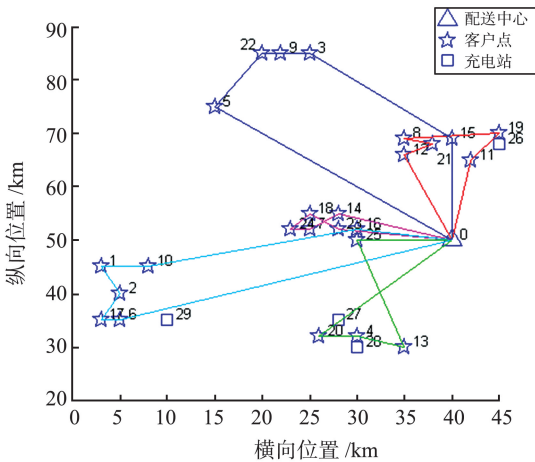
表 8 C101 和 C102 算例试验结果

Table 8 Experimental results of C101 and C102 examples

算例	目标成本/元	计算时间/s	配送路径
C101	814.60	89.67	0-11-21-8-15-19-12-16-0
			0-7-24-4-20-13-0
			0-25-17-2-1-10-23-0
			0-6-18-14-0
C102	775.67	64.50	0-11-19-8-21-12-0
			0-23-18-24-7-14-0
			0-25-13-4-20-0
			0-6-17-2-1-10-16-0
			0-15-3-9-22-5-0



(a) C101 算例



(b) C102 算例

图 9 C 系列算例电物流车配送路径

Fig.9 Distribution routing of electric logistics vehicle in C series calculation example

对 C101、C102 系列算例进行算法稳定性试验,重复计算运行 10 次,对 10 次运算目标成本及求解时间进行统计分析,如表 9 所示。由表 9 可知,求解时间在 60~85 s 较短时间内,C101 算例解的平均偏差为 2.93%;C102 算例解的平均偏差为

1.32%。整体可以看出 10 次计算运行所得解偏差均较小,说明本研究设计的遗传算法求解该模型在 C 系列数据节点分布下求解时间快,稳定性亦较好。

表 9 C 系列算例 10 次运行结果

Table 9 10 running results of C series calculation example

算例	次数	目标成本/元	求解时间/s	偏差/%
C101	1	817.10	92.75	2.14
	2	820.98	93.19	2.63
	3	823.26	95.50	2.91
	4	837.41	83.59	4.68
	5	842.96	60.67	5.38
	6	846.67	72.88	5.84
	7	810.48	81.53	1.32
	8	820.83	91.73	2.61
	9	799.95	91.55	0
	10	814.06	89.67	1.76
平均		823.37	85.31	2.93
C102	1	785.70	76.24	1.45
	2	781.58	66.58	0.92
	3	784.86	44.60	1.34
	4	774.48	67.19	0
	5	790.14	56.26	2.02
	6	782.60	43.84	1.05
	7	790.79	66.43	2.11
	8	784.88	62.37	1.34
	9	796.35	54.20	2.82
	10	775.67	64.50	0.15
平均		784.70	60.22	1.32

3.2.3 RC 系列算例

算法参数保持不变,针对 RC101、RC102 算例进行求解,运行结果如表 10 所示。其最优解的路径规划结果见图 10。

表 10 RC101 和 RC102 算例试验结果

Table 10 Experimental results of RC101 and RC102 examples

算例	目标成本/元	计算时间/s	配送路径
RC101	2 086.23	62.87	0-25-13-10-15-24-11-18-0
			0-14-21-2-19-0
			0-8-6-26(充电)-12-1-5-27(充电)-0
RC102	2 101.70	70.26	0-4-3-22-17-16-0
			0-7-23-20-9-0
			0-7-23-9 16-0
			0-17-4-3-22-20-0
			0-10-13-25-15-24-11-18-0
			0-14-21-2-19-0
			0-8-6-26(充电)-12-1-5-27(充电)-0

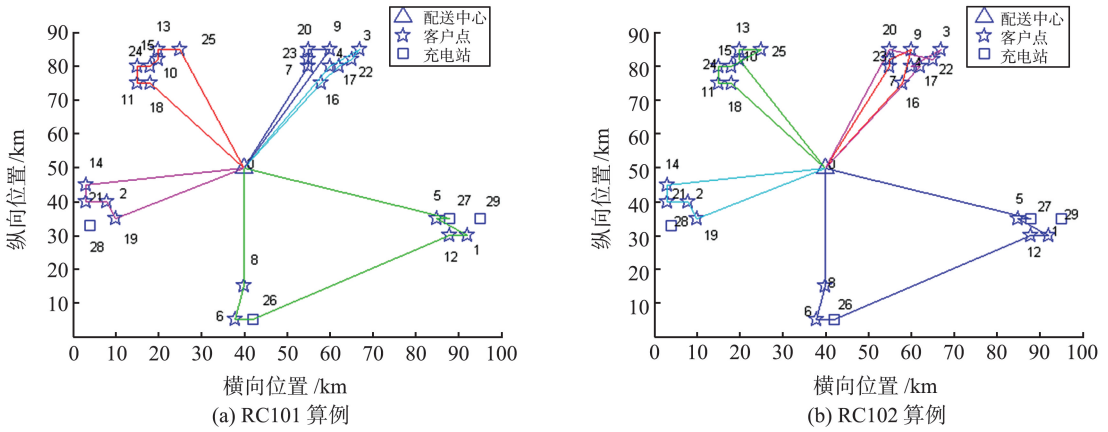


图 10 RC 系列算例电动物流车配送路径

Fig.10 Distribution routing of RC series electric logistics vehicle

对 RC101、RC102 算例进行算法稳定性试验,重复计算运行 10 次,对 10 次运算目标成本及求解时间进行统计分析,如表 11 所示。由表 11 可知,求解时间在 62~63 s 左右的较短时间内,RC101 算例 10 次计算运行解的平均偏差为 0.34%;RC102 算例 10 次计算运行解的平均偏差为 1.28%。整体可以看出 10 次计算运行所得的解偏差均较小,说明本研究设计的遗传算法求解该模型在 RC 系列数据节点分布下求解时间很快,稳定性较好。

3.3 算法改进前后对比

分别利用传统 GA 算法及加入贪婪策略、精英保留策略与劣解突变策略的改进遗传算法 IGA,求解 10 次 R101、R102、C101、C102、RC101、RC102 算例,将传统 GA 算法求解获得的目标成本记为 Z_{GA} ,将改进遗传算法 IGA 求解获得的目标成本记为 Z_{IGA} ;将传统 GA 算法的求解时间记为 t_{GA} ,将改进遗传算法 IGA 求解时间记为 t_{IGA} ,对比结果如表 12 所示。

表 11 RC 系列算例 10 次运行结果

Table 11 Results of 10 times of RC series calculation

算例	次数	目标成本/元	求解时间/s	偏差/%	算例	次数	目标成本/元	求解时间/s	偏差/%
RC101	1	2 087.79	76.00	0.07	RC102	1	2 107.01	65.99	0.25
	2	2 089.37	53.13	0.15		2	2 107.64	78.27	0.28
	3	2 095.19	54.53	0.43		3	2 190.27	47.36	4.21
	4	2 089.46	65.35	0.16		4	2 105.78	67.71	0.19
	5	2 090.88	62.69	0.22		5	2 102.45	68.00	0.04
	6	2 089.45	56.35	0.15		6	2 197.14	48.21	4.54
	7	2 110.95	49.49	1.19		7	2 134.12	50.23	1.54
	8	2 089.21	77.89	0.14		8	2 136.09	48.80	1.64
	9	2 104.42	68.22	0.87		9	2 104.44	90.60	0.13
	10	2 086.23	62.85	0		10	2 101.70	70.24	0
平均		2 093.29	62.65	0.34	平均		2 128.66	63.54	1.28

表 12 算法改进前后目标成本及求解时间对比

Table 12 Comparison of objective cost and solving time before and after algorithm improvement

算例	Z_{GA} /元	Z_{IGA} /元	G_{ap}^a /%	t_{GA} /s	t_{IGA} /s	G_{ap}^b /%
R101	3 001.28	1 544.36	48.54	40.63	72.19	-77.68
R102	2 344.31	1 640.78	30.01	45.44	75.82	-66.86
C101	1 833.94	846.97	53.82	35.24	65.19	-84.99
C102	1 985.96	795.14	59.96	34.60	63.42	-83.29
RC101	5 871.41	2 115.77	63.96	55.38	58.39	-5.44
RC102	7 219.44	2 104.64	70.85	41.78	73.78	-76.59
平均	3 709.39	1 507.94	54.52	42.18	68.13	-61.52

注: G_{ap}^a 为改进遗传算法 IGA 与传统 GA 算法的目标成本偏差, $G_{ap}^a = (Z_{GA} - Z_{IGA}) / Z_{GA}$; G_{ap}^b 为改进遗传算法 IGA 与传统 GA 算法的求解时间偏差, $G_{ap}^b = (t_{GA} - t_{IGA}) / t_{GA}$ 。

由表 12 可知:加入贪婪策略和精英保留策略与劣解突变策略后的算法求解性能提高更加明显,优化解的适应度函数值分别平均降低54.52%;改进的遗传算法相较于传统遗传算法,求解时间有所增加,但仍在 1 min 左右,且求解时间波动较小。

3.4 充电桩服务率影响分析

本研究提出的基于排队模型的电物流车 LRP 问题涉及电物流车在充电站的平均排队等

待时间对后续服务客户时间窗的影响,而平均排队等待时间受充电桩服务率 μ 的影响较明显,因此利用 R101、C101、RC101 算例对 μ 进行灵敏度分析。

以 μ 为自变量,分别以各项成本为因变量进行灵敏度分析,所有系列中 μ 的取值范围为 {1, 2, 3, 4}, 对应的平均排队时间 t 的取值为 {10 325.838, 40.335, 1.574, 0.158}。对于每一个自变量进行 250 次迭代,结果如图 11 所示。

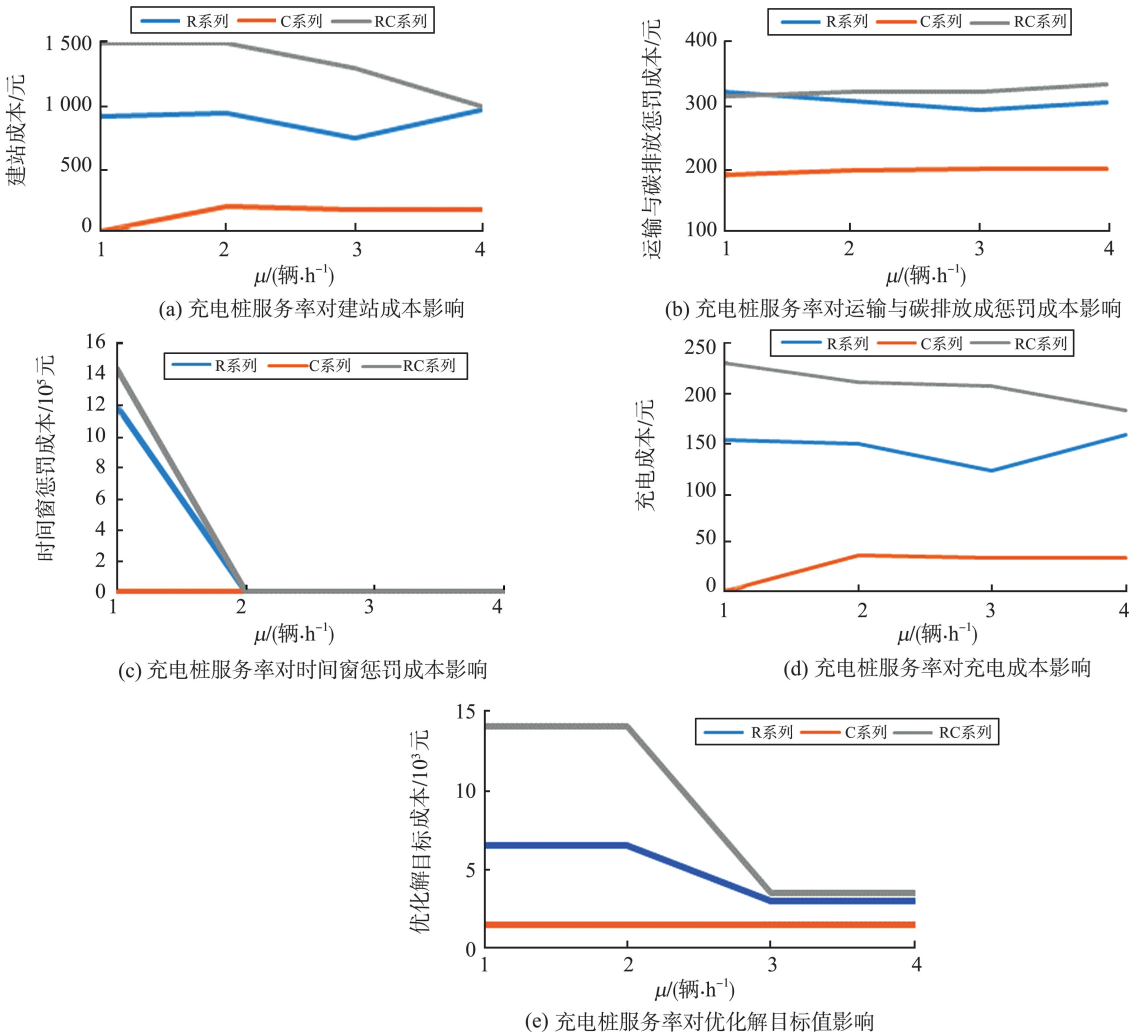


图 11 充电桩服务率灵敏度分析
Fig.11 Sensitivity analysis of charging pile service rate

由计算结果可知,随着 μ 的增加,R 系列和 RC 系列的优化解目标值和时间窗惩罚成本均逐渐下降,但对 C 系列的影响却不大。这与测试数据集的客户分布情况有关,C 系列的客户比较聚集,遗传算法获得的优化解很少会违反时间窗约束,因而 μ 对时间窗惩罚成本影响较小,从而对总成本影响也较小;但对 R 系列和 RC 系列分布的客户, μ 对目标值的影响明显。 μ 直接影响的是电物流车的平均排队等待时间 t ,对与 μ 不太相关的

成本影响并不大,所以 μ 对其他几项成本的影响不显著。

3.5 考虑排队模型与不考虑排队模型对比分析

采用本研究提出的改进遗传算法 GEMGA,以 R101 和 R102 算例为例,对考虑排队模型与不考虑排队模型(电物流车的平均排队等待时间 $t=0$)的 2 种情况进行求解,将考虑排队模型($\mu=2$ 辆/h)的总成本记为 $Z_{\mu 2}$,将考虑排队模型($\mu=3$ 辆/h)的总成本记为 $Z_{\mu 3}$,将考虑排队模型($\mu=4$ 辆/h)的总

成本记为 $Z_{\mu 4}$, 将不考虑排队模型的总成本记为 $Z_{\mu 0}$, 结果如表 13 所示。通过表 13 试验结果分析发现: 随着 μ 的不断增大, 考虑排队模型和不考虑排队模型的总成本越来越接近, 即当 μ 较高时, 排队情况对总成本的影响较小; 相反, 当 μ 较低时, 排队情况对总成本的影响较大, 说明在研究电动车选址和路径优化问题时, 有必要考虑排队模型。

表 13 考虑排队模型与不考虑排队模型的总成本对比结果
Table 13 Comparison results of total cost between queuing model and non-queuing model

算例	$Z_{\mu 2}/\text{元}$	$Z_{\mu 3}/\text{元}$	$Z_{\mu 4}/\text{元}$	$Z_{\mu 0}/\text{元}$	$G_{\text{ap}}^c/\%$
R101	4 524.91	2 529.56	1 544.36	1 540.22	0.27
R102	9 170.37	1 935.08	1 640.78	1 640.38	2.46
C101	1 188.71	1 436.95	846.97	786.42	7.15
C102	1 434.17	993.21	795.14	765.35	3.75
RC101	20 576.32	3 185.82	2 115.77	2 110.56	0.25
RC102	6 628.04	2 415.99	2 104.64	2 101.37	0.16
平均	7 253.75	2 082.77	1 507.94	1 484.05	1.58

注: G_{ap}^c 为考虑排队模型与不考虑排队模型的总成本偏差, $G_{\text{ap}}^c = (Z_{\mu 4} - Z_{\mu 0}) / Z_{\mu 0}$ 。

4 结论

本研究对电物流车配送过程中的充电站选址和车辆路径优化问题进行研究。在考虑电物流车充电排队及保留电量的情况下, 建立以总物流成本最小为目标的整数非线性规划模型, 基于排队时间的限制使模型更加贴近实际。针对该模型特点, 通过增加贪婪搜索策略、精英保留策略及劣解突变策略对传统遗传算法进行改进, 使算法的平均求解质量提高了 54.52%, 且算法具有较好的稳定性和较高的求解效率。对充电站服务率进行灵敏度分析, 计算结果表明: 除 C 系列数据外, 充电站服务率对总成本有一定程度影响, 随着充电站服务率的增加, 总成本整体呈下降趋势。当充电站的服务效率足够高时, 考虑排队情况的电物流车选址和路径优化问题的结果接近不考虑排队情况的结果, 说明在该问题中考虑排队情况更符合实际。

为使模型不过于复杂化, 本研究对模型构建提出了一定的假设。未来还可考虑多种车辆类型、同时取送货及客户需求的动态变化等情形, 以及考虑换电和补充充电情况等更深入细化的研究。

参考文献:

[1] WORLEY O, KLABIAN D, SWEDA T M. Simultaneous vehicle routing and charging station siting for commercial

electric vehicles[C]// 2012 IEEE International Electric Vehicle Conference. Greenville, USA: IEEE, 2012: 1-3.

[2] 杨珺, 冯鹏祥, 孙昊, 等. 电动汽车物流配送系统的换电站选址与路径优化问题研究[J]. 中国管理科学, 2015, 23(9): 87-96.

YANG Jun, FENG Pengxiang, SUN Hao, et al. Carbon emission reduction cost-sharing model in supply chain based on improving the demand for low-carbon products [J]. Chinese Journal of Management Science, 2015, 23(9): 87-96.

[3] WANG L Y, SONG Y B. Multiple charging station location-routing problem with time window of electric vehicle [J]. Journal of Engineering & Technology Review, 2015, 8(5): 190-201.

[4] HOF J, SCHNEIDER M, GOEKE D. Solving the battery swap station location-routing problem with capacitated electric vehicles using an AVNS algorithm for vehicle-routing problems with intermediate stops [J]. Transportation Research Part B, 2017, 97: 102-112.

[5] SCHIFFER M, WALTHER G. The electric location routing problem with time windows and partial recharging [J]. European Journal of Operational Research, 2017, 260(3): 995-1013.

[6] SCHIFFER M, WALTHER G. Strategic planning of electric logistics fleet networks: a robust location-routing approach [J]. Omega, 2018, 80: 31-42.

[7] 杨磊, 郝彩霞, 唐瑞红. 基于电物流车的充电和换电设施选址模型[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(7): 1781-1795.

YANG Lei, HAO Caixia, TANG Ruihong, et al. Location models of charging and battery swapping facilities based on electric vehicles [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2019, 39(7): 1781-1795.

[8] 胡大伟, 刘成清, 胡奔, 等. 基于低碳视角的两阶段开放式选址路径问题: 燃油车与电物对比 [J]. 系统工程理论与实践, 2020, 40(12): 3230-3242.

HU Dawei, LIU Chengqing, HU Hui, et al. The two-echelon open location routing problem based on low carbon perspective: fuel vehicles vs. electric vehicles [J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2020, 40(12): 3230-3242.

[9] WANG Y, ZHOU J, SUN Y, et al. Collaborative multidepot electric vehicle routing problem with time windows and shared charging stations [J]. Expert Systems with Applications, 2023, 219: 119654.

[10] 张鹏威, 李英. 考虑充电设施重入的电动汽车旅行商问题研究 [J]. 运筹与管理, 2018, 27(2): 54-64.

ZHANG Pengwei, LI Ying. Electric vehicle traveling salesman problem with recharging infrastructure revisit [J]. Operations Research and Management Science,

- 2018, 27(2): 54-64.
- [11] 郭放, 杨珺, 杨超. 考虑充电策略与电池损耗的电动汽车路径优化问题研究[J]. 中国管理科学, 2018, 26(9): 106-118.
- GUO Fang, YANG Jun, YANG Chao. Study on the electric vehicle routing problem in the present of charging strategy and battery consumption[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(9): 106-118.
- [12] 陈玉莲, 王涛. 集送一体化电动物流车辆动态调度研究[J]. 重庆交通大学学报(自然科学版), 2020, 39(5): 25-31.
- CHEN Yulian, WANG Tao. Dynamic scheduling for electric logistics vehicle of integrated delivery and pickup [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2020, 39(5): 25-31.
- [13] 徐婷婷, 胡晓锐, 胡文, 等. 基于聚类非支配排序的电动物流车路径规划及充电策略[J]. 重庆大学学报, 2021, 44(9): 98-108.
- XU Tingting, HU Xiaorui, HU Wen, et al. Path planning and charging strategy for electric logistics vehicles with clustering non-dominated sorting[J]. Journal of Chongqing University, 2021, 44(9): 98-108.
- [14] 刘志硕, 刘若思, 陈哲. 基于混合蚁群算法的冷链电动汽车车辆路径问题[J]. 计算机应用, 2022, 42(10): 3244-3251.
- LIU Zhishuo, LIU Ruosi, CHEN Zhe, et al. Cold chain electric vehicle routing problem based on hybrid ant colony optimization [J]. Journal of Computer Applications, 2022, 42(10): 3244-3251.
- [15] 孙宝凤, 姚天姿, 陈雨琦. 考虑时变交通拥堵的纯电动物流车路径规划模型[J]. 吉林大学学报(工学版), 2023, 53(2): 468-479.
- SUN Baofeng, YAO Tianzi, CHEN Yuqi, et al. Electric delivery vehicle routing problem optimization model with time-varying traffic congestion [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2023, 53(2): 468-479.
- [16] WANG Z, YE K, JIANG M, et al. Solving hybrid charging strategy electric vehicle based dynamic routing problem via evolutionary multi-objective optimization [J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2022, 68: 100975.
- [17] 王愚勤, 胡卉, 刘富鑫, 等. 智能网联下无人车配送路径优化[J]. 运筹与管理, 2021, 30(8): 52-58.
- WANG Yuqin, HU Hui, LIU Fuxin, et al. Optimization of unmanned vehicle distribution path under intelligent network connection [J]. Operations Research and Management Science, 2021, 30(8): 52-58.
- [18] 王宁, 胡大伟, 徐杰, 等. 基于客户价值和满意度的城市冷链物流时变路径问题[J]. 中国公路学报, 2021, 34(9): 297-308.
- WANG Ning, HU Dawei, XU Jie, et al. Time-dependent vehicle routing of urban cold-chain logistics based on customer value and satisfaction [J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(9): 297-308.
- [19] 刘新宇, 陈群. 综合考量借还车需求与调度成本的公共自行车调度优化模型[J]. 中国公路学报, 2019, 32(7): 146-157.
- LIU Xinyu, CHEN Qun. An optimization model for bike repositioning in bike-sharing systems considering both demands for borrowing or returning bikes and costs of repositioning operations [J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(7): 146-157.
- [20] 姜雨, 刘振宇, 胡志韬, 等. 大型机场进场航空器联合调度模型[J]. 交通运输工程学报, 2022, 22(1): 205-215.
- JIANG Yu, LIU Zhenyu, HU Zhitao, et al. Coordinated scheduling model of arriving aircraft at large airport [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2022, 22(1): 205-215.
- [21] 杨倩倩. 电动物流车充电站选址和运输路径问题研究 [D]. 西安:长安大学, 2019.
- YANG Qianqian. Research on charging station location-routing problem of electric logistics vehicles [D]. Xi'an: Chang'an University, 2019.

(编辑:孙亚彤)