



基于亥姆霍兹共振测量容器容积的实验设计

张德厚, 刘彦民, 隗群梅, 周伟, 王龙*

(中国石油大学(华东)理学院, 青岛 266580)

摘要: 该文通过空气柱的振动力学分析, 提出了基于亥姆霍兹共振原理测量小型容器容积的方法; 并通过智能手机硬件和 Phyphox 软件的结合, 完成了整个实验设计。实验分为声速 C 的验证、空容器容积的测量、定量注水后容器容积的测量 3 个部分。理论计算结果和实验测量结果对比后表明, 该方法可操作性强, 操作流程较为简便, 测量精度较高, 具有一定的启发性和应用前景, 找到了一种测量小型容器容积的方法, 同时还可以作为学生开展自主探究性实验及创新训练的资源。

关键词: 智能手机; Phyphox 软件; 亥姆霍兹共振; 探究性实验

中图分类号: O4-34

文献标志码: A

DOI: 10.12179/1672-4550.20240163

Experimental Design of Vessel Volume Measurement Based on Helmholtz Resonance

ZHANG Dehou, LIU Yanmin, WEI Qunmei, ZHOU Wei, WANG Long*

(College of Science, China University of Petroleum, Qingdao 266580, China)

Abstract: A method for measuring the volume of small containers by using the dynamic analysis of air columns is presented based on the Helmholtz resonance principle. The experiment is designed using smartphone hardware and Phyphox software. The experiment is divided into three parts: verifying the sound speed C , measuring the volume of an empty container, and measuring the volume of a container after quantitative water injection. The comparison between theoretical calculation results and experimental measurement results shows that the method is with strong sense of a simple operation flow, high measurement accuracy, and considerable potential for application. A method for measuring the volume of small containers is found, which can serve as a resource for students to conduct independent inquiry-based experiments and innovation training.

Key words: smartphone; Phyphox software; Helmholtz resonance; reasearch experiment

生活中, 当液体注入容器的时候会发出声音, 如向暖水瓶中注入开水, 随着液面的持续上升, 声音发生变化, 显然瓶内剩余容积与声音之间存在一定的联系。

基于亥姆霍兹共振的原理, 本文建立了容器腔体声波共振的理论模型, 提出了通过对共振频率的测量确定容器容积的方法, 并完成了相关的实验设计。整个实验将智能手机硬件和 Phyphox 软件有机结合^[1], 由理论推导到模型验证再到实验探究。结果表明, 该方法具有很好的启发性, 可

操作性强且测量精度较高。不仅成为学生开展自主探究性实验的“学习资源”, 而且具有一定的应用前景。

1 实验原理

1850 年, 德国科学家赫尔曼·冯·亥姆霍兹 (Hermann von Helmholtz) 设计了在复杂声音环境中分辨特殊频率声音的装置, 称为亥姆霍兹共振器。该装置包括了短管、腔体、听孔 3 个部分, 如图 1 所示。声波从短管传入, 由于壁面的反

收稿日期: 2024-03-30; 修回日期: 2024-06-01

基金项目: 中国石油大学(华东)探究性实验项目建设(TJ-202113, TJ-202314); 中国石油大学(华东)企业联合项目(HX20210773)。

作者简介: 张德厚(2004-), 男, 本科生, 应用物理学专业。

*通信作者: 王龙(1981-), 男, 讲师, 主要从事物理实验教学、多物理场耦合计算等方面的研究。E-mail: wanglong@upc.edu.cn

射,某种特定频率的声音将形成共振,称为亥姆霍兹共振,非共振频率的声音耗散。实际应用中,亥姆霍兹共振器的腔体可没有听孔,且形状也不局限于球形,也可为其他形状^[2]。



图1 亥姆霍兹共振器

将亥姆霍兹共振器等效为刚性容器^[3],如图2所示;短管尺寸远小于腔体,当管口有声扰动时,将推动短管内空气柱进入腔体,从而使得腔体内压强增加,压强的增加又会反推空气柱向外移动,由于惯性的作用,空气柱将越过平衡位置从而使腔体内的气体膨胀,因压强差又会推动空气柱向腔内移动。因此,只要管口有持续的声扰动,空气柱将形成往复振荡。

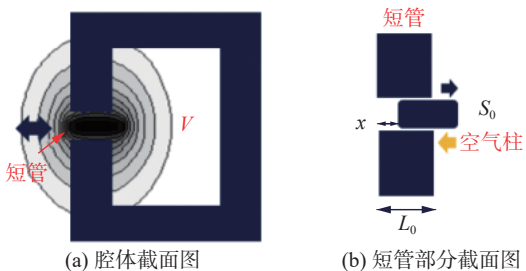


图2 亥姆霍兹共振器示意图

假设腔体体积(即容积)为 V ,短管部分长度为 L_0 ,截面面积为 S_0 ,原腔内气体压强为 p_0 ,选取短管空气柱为研究对象,将其视作为具有一定质量的不可压缩流体。由于声波传播要比热传递的速度快得多,空气柱状态变化可视为绝热过程。根据理想气体状态方程 $pV^\gamma = b$ (其中 γ 为空气热容比, b 为常数),空气柱被压缩后,压强增加 Δp 即变为 $p_0 + \Delta p$,体积变为 $V - \Delta V$ 。设空气柱的位移为 x ,由状态方程 $(p_0 + \Delta p)(V - \Delta V)^\gamma = p_0 V^\gamma$ 得到^[4]:

$$\frac{p_0 + \Delta p}{p_0} = \left(\frac{V}{V - \Delta V}\right)^\gamma = \left(1 - \frac{\Delta V}{V}\right)^{-\gamma} \quad (1)$$

式中: $\Delta V = xS_0$ 。由于声振动过程位移很小,对式(1)运用级数展开且忽略高次项,可得:

$$\Delta p = -\gamma p_0 \frac{\Delta V}{V} \quad (2)$$

对于一定质量的理想气体,将状态方程

$pV^\gamma = b$ 中体积 V 替换为密度 ρ ,可得 $\frac{p}{\rho^\gamma} = b$ 。由于气体压缩时,压强和密度均增加,气体膨胀时,压强和密度又均减小,即二者有相同的方向,则可得:

$$\frac{dp}{d\rho} = \frac{\gamma p_0}{\rho} \quad (3)$$

在波动方程中 $\frac{dp}{d\rho} = C^2$,其中 $C = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}}$ 即为声速^[5],将声速代入式(2),可得:

$$\Delta p = -\gamma p_0 \frac{\Delta V}{V} = -\rho C^2 \frac{xS_0}{V} \quad (4)$$

而作用在空气柱上的力可表示为:

$$\Delta F = \Delta p S_0 = -\rho C^2 \frac{xS_0^2}{V} \quad (5)$$

空气柱的质量可表示为 $m = \rho L_0 S_0$,根据牛顿第二定律可得^[6]:

$$\Delta F = ma = \rho L_0 S_0 \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (6)$$

式中: a 为振动加速度。将式(5)和式(6)联立可得振动方程为:

$$\rho L_0 S_0 \frac{d^2 x}{dt^2} + \rho \frac{C^2 S_0^2}{V} x = 0 \quad (7)$$

令 $\omega_0^2 = \frac{C^2 S_0}{V L_0}$,则式(7)变为:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (8)$$

式中: $\omega_0 = 2\pi f_0 = C \sqrt{\frac{S_0}{V L_0}}$ 为固有角频率^[7]。当声扰动的频率与固有频率相等时,可实现共振状态,即出现共振峰值,最终通过转化有:

$$V = \frac{C^2 S_0}{4\pi^2 L_0 f_0^2} \quad (9)$$

实际的工程应用中,考虑到空气柱还要向空间辐射声波,短管的长度 L_0 通常取其等效长度 $L_{eq} = L_0 + 0.85r$ ^[8],其中 r 为短管半径。式(9)表明,当容器短管参数 L_0 、 S_0 确定后,通过测量其共振频率 f_0 ,可获得容器的容积 V 。

2 实验设计

2.1 实验仪器及配件

根据以上分析,选择实验仪器与配件:待测的容器选取标准圆柱形玻璃容器(带短管),容器容积可借助游标卡尺等基本工具测量计算得到;

两部智能手机，一部进行标准声音信号源播放，一部安装 Phyphox 软件并进行数据采集、降噪及频谱分析等；采用 Origin 软件进行相关的数据处理；其他实验配件有软管、稳流水泵等。

2.2 内容设计

整个实验设计了以下 3 个部分。

1) 声速 C 的验证

使用稳流水泵向标准容器中注水，利用智能手机 Phyphox 软件采集随液面不断上升的声音数据，并进行频谱分析以及相关数据筛选、处理等，获得声速实验值 C ，与理论上声速 C 进行比较。

2) 空容器容积的测量

测量圆柱型玻璃容器尺寸参数，其中用游标卡尺测得短管部分原长 $L_0 = 3.000 \text{ cm}$ ，短管直径 $d = 7.200 \text{ cm}$ ，通过计算其截面积 $S_0 = 40.602 \text{ cm}^2$ ；通过测量圆柱容器的内径和高度，计算出容器的实际容积为 2307.7 mL 。使用两部手机置于圆柱容器口附近，一部手机播放标准声音信号源，另一部手机利用 Phyphox 软件进行数据采集。移开玻璃容器，再次进行采集比较两种情况下声强变化曲线，确定共振峰的位置从而确定共振频率 f_0 ，最终根据式(9)计算得到容器容积，并与实际容积比较。

3) 定量注水后容器容积的测量

向玻璃容器中注水后改变容器容积，同样利

用手机采集声音数据，将降噪筛选后的数据进行处理，获得对应共振频率，从而计算出此时的容积，与玻璃容器实际剩余容积进行对比。

2.3 实验结果与分析

1) 声速 C 的实际验证

选择安静实验室环境，开启水泵，基于 Phyphox^[9] 软件进行声音振幅的测量，如此可确定背景噪音声压级，如图 3 所示。

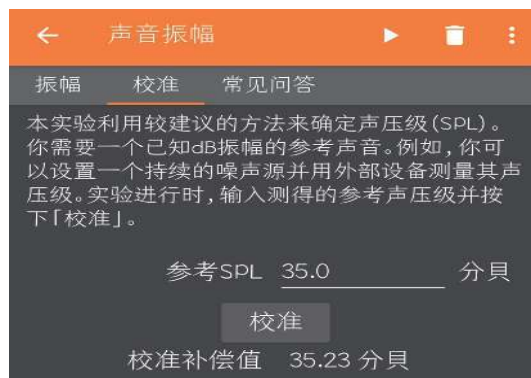
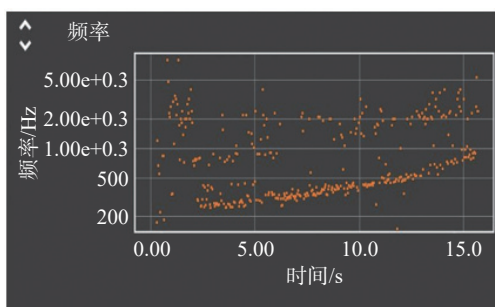
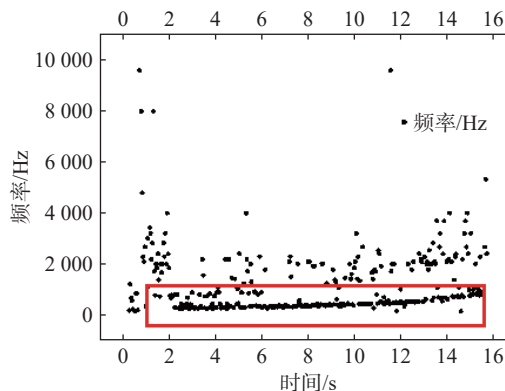


图 3 校准降噪

开启水泵向圆柱形容器注水，基于手机 Phyphox 软件历史频率模块采集声音数据，得到频率-时间数据并导入 Origin 软件，如图 4 所示，由图可见，红色框内数据较为密集集中且具有一定规律，基于 Phyphox 的频谱分析功能模块进行 FFT 并导入 Origin，进一步分析如图 5 所示。



(a) 频率-时间($f-t$)实验数据图



(b) 频率-时间($f-t$)数据散点图

图 4 Phyphox 数据采集及导入 Origin 散点图

根据图 6 中频谱分析数据和导入 Origin 软件中数据图像，将大于 3000 Hz 能量较低数据剔除；同时将低于 3000 Hz 红色框内数据点作为有效数据点，得到频率-时间散点图，如图 6(a)所示。

通过反复测量稳流水泵的注水速度 $a_0 =$

119.78 mL/s，玻璃容器剩余容积 V 与初始容积 V_0 、注水时间 t 的关系为 $V = V_0 - a_0 t$ ，将频率 f 与容器剩余容积 V 数据关联，做出 $\frac{1}{f^2} - V$ 关系曲线，如图 6(b)所示，二者近似为线性函数关系，这与理论推导的式(9)相吻合。同时，根据该拟合方程的

斜率大小 $k = 8.5867 \times 10^{-6}$ (为图形显示方便, 将纵坐标 $1/f^2$ 扩大 10^6 倍), 代入式 (9) 可推出声速 $C = 321.1 \text{ m/s}$, 这与室温 (17°C 下) 空气的声速 $C_{\text{理}} = 340 \text{ m/s}$ 非常接近^[10], 二者相对误差仅为 5.5%, 也验证了理论的正确性。

2) 空容器容积的实测
使用一部智能手机, 播放标准声音信号源, 分别在有、无玻璃容器的情况下进行播放, 同时利用另一部智能手机 Phypox 软件探测两种情况下的声强-时间曲线并对照, 如图 7 所示。

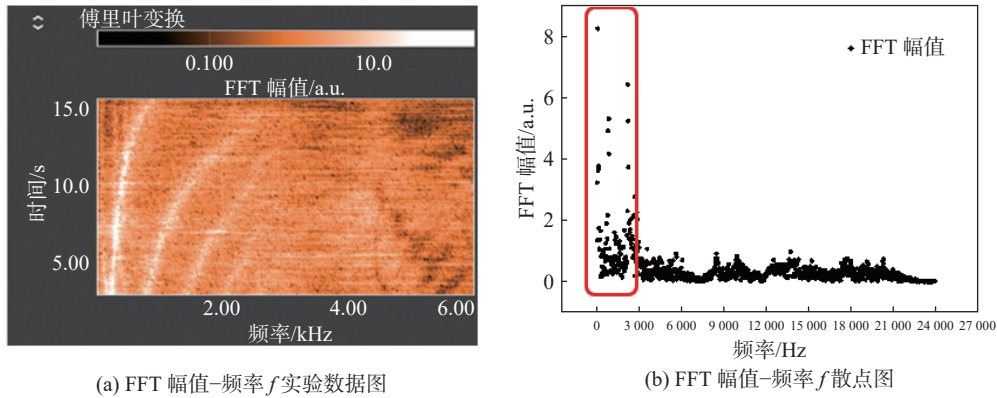


图 5 频谱分析及导入 Origin 数据

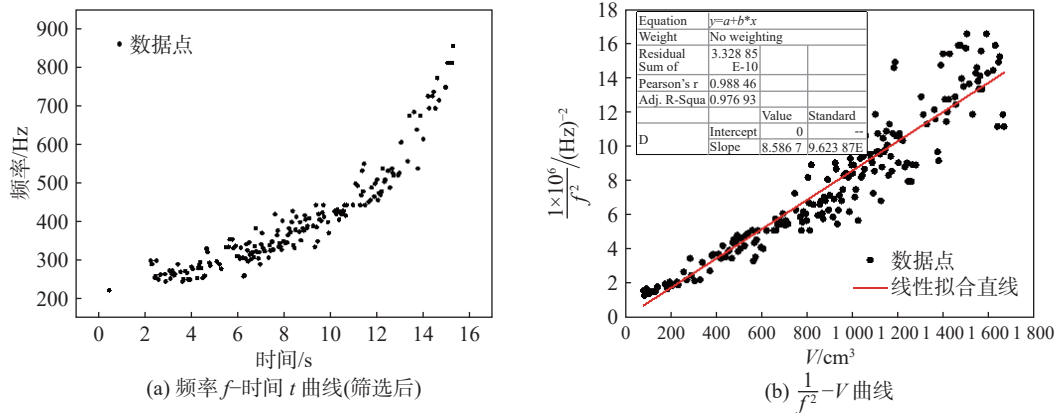


图 6 有效数据散点图及拟合

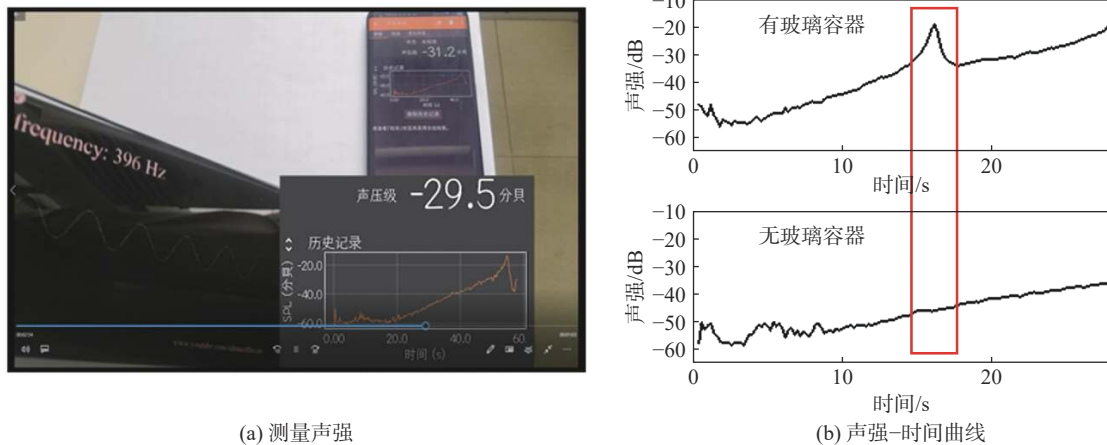


图 7 声强数据测量(视频截图)及声强与时间关系图

从图 7(b)可以明显地发现, 在有待测容器时, 声强-时间曲线出现了一个峰值, 即判断在此频率下产生了共振, 通过视频拍摄截图可读出该峰值频率为 $f_0 = 227.0$ Hz, 代入式(9)可计算得到其容积为 $V = 2\ 260.1$ mL, 容器实际容积为 $2\ 307.7$ mL, 二者相对误差仅为 2.0%。

3) 定量注水后容器容积的实测

向标准圆柱容器中注水, 重复实验第 2 部分中操作, 记录注入不同液面深度的腔体共振频率, 并分别计算此时容器腔体体积, 与理论计算的实际剩余体积对比并计算相对误差, 数据如表 1 所示, 可见相对误差均较小, 证实了实验的可行性。

表 1 实验相对误差数据记录表

项目	实验次数				
	1	2	3	4	5
测定频率/Hz	475.0	297.0	334.0	403.0	582.0
利用共振频率计算的空腔体积/mL	516.2	1 320.2	1 043.9	717.1	343.8
注水后实际空腔体积/mL	507.0	1 290.5	1 023.3	685.3	339.1
相对误差/%	1.8	2.3	2.0	4.6	1.4

2.4 误差来源

由于游标卡尺等工具的系统误差, 使得腔体参数的测量值和计算出的容积的理论值存在偏差; 同时基于手机进行声音数据采集, 易于受外界干扰, 需做好进一步校准降噪处理。最后, 亥姆霍兹共振的数学模型推导中, 要求待测容器的线度远远小于波长^[11], 可用于小型容器的容积测量。

3 结束语

本文基于亥姆霍兹共振腔的原理建立了腔体声波共振理论模型, 提出了通过确定共振频率测定容器容积的方法, 完成了整个实验设计。实际的测量与理论计算结果对比表明, 二者误差较小; 且具有一定的启发性和可操作性。后续可以采用高精度声音拾取设备和专业的声音处理软件进行细致分析。生活中各类玻璃酒瓶等容器, 均可以探究验证。另在预测注水容器何时注满、小型非透明容器容积智能检测^[12]等相关领域中, 该方法也具有一定的参考价值。

参考文献

[1] 王亚芳, 高义, 陈倩, 等. 利用手机 Phyphox 软件开展居家实验的实践[J]. 实验室研究与探索, 2022, 41(1): 249-253

[2] 马大猷. 亥姆霍兹共鸣器的发展[J]. 物理, 1993(8): 452-456.

[3] 王泽锋, 胡永明, 罗洪, 等. 腔壁弹性对水下小型圆柱形亥姆霍兹共振器共振频率的影响[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2507-2512.

[4] 程建春. 声学原理[M]. 北京: 科学出版社, 2012.

[5] 孙海洋. 理想气体状态方程综述[J]. 冀东学刊, 1995(5): 17-18.

[6] 马文蔚, 苏惠惠, 解希顺. 物理学原理在工程技术中的应用[M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.

[7] 马大猷. 亥姆霍兹共鸣器[J]. 声学技术, 2002(Z1): 2-3.

[8] 崔小斌. 基于亥姆霍兹共振腔的声能发电机实验设计[J]. 实验技术与管理, 2021, 38(10): 81-86.

[9] 何璐, 祖米热姆·伊马木, 方伟. Phyphox 软件介绍及其在物理教学中的应用[J]. 物理通报, 2020(2): 101-104.

[10] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.

[11] ALTON EVEREST F, POHLMANN K C. 声学设计与建筑声学实用指南[M]. 郑晓宇, 译. 北京: 人民邮电出版社, 2016.

[12] NAGASU Y, NAKAYAMA N. Technology using helmholtz resonance for small holes: Hole diameter inspection by searching of resonance frequency[J]. Journal of the Japan Society for Technology of Plasticity, 2019, 60(700): 147-152.

编辑 张俊