



# 倒立摆半物理仿真虚拟实验系统设计与开发

常广晖, 苏攀\*, 张亚超, 刘树勇

(海军工程大学 动力工程学院, 武汉 430033)

**摘要:** 针对控制原理控制器设计内容抽象, 学生缺乏对实际控制案例的直观认识, 同时传统实验教学资源由于受场地、时间、经济成本等条件的限制, 难以满足教学需求的问题, 提出一种基于半物理仿真的一阶倒立摆虚拟实验系统设计方案, 详细介绍了该虚拟实验系统实现的关键技术, 包括一阶倒立摆物理模型建立、自定义目标软硬件实现、虚拟倒立摆与嵌入式目标之间的通信方法等。通过该虚拟实验系统, 可以进行开放性自动控制类、嵌入式系统类实验教学, 达到寓教于乐, 消除控制原理学习的枯燥感, 激发学生学习热情的目的。

**关键词:** 倒立摆; 半物理仿真; 基于模型设计; 虚拟实验

中图分类号: TP319, G642

文献标志码: A

DOI: [10.12179/1672-4550.20230087](https://doi.org/10.12179/1672-4550.20230087)

## Design and Development of the Virtual Experiment System for Semi-Physical Simulation of Inverted Pendulum

CHANG Guanghui, SU Pan\*, ZHANG Yachao, LIU Shuyong

(College of Power Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

**Abstract:** In view of the abstract design content of the control principle controller, the lack of students' intuitive understanding of the actual control case, and the difficulty of traditional experimental teaching resources to meet the teaching needs due to the constraints of site, time, economic cost and other conditions, a design scheme of the first-order inverted pendulum virtual experiment system based on semi-physical simulation is proposed, and the key technologies of the virtual experiment system are introduced in detail, including the establishment of the physical model of the first-order inverted pendulum, the implementation of customized software and hardware, communication methods between virtual inverted pendulums and embedded targets, etc. Through the virtual experiment system, open automatic control and embedded system experimental teaching can be carried out, so as to achieve the purpose of entertaining, eliminating the boredom of learning control principles, and stimulating students' enthusiasm for learning.

**Key words:** inverted pendulum; semi-physical simulation; model-based design; virtual experiment

倒立摆是机器人技术、控制理论、计算机控制等多个领域、多种技术的有机结合, 是一个不稳定、高阶次、多变量、强耦合的非线性系统, 可以作为一个典型的控制对象对其进行研究。倒立摆系统是控制理论研究中的一种比较理想的实验项目。传统倒立摆实验装置价格较贵, 同时受场地、时间、维修等限制, 与实验教学需求之间的矛盾日益突出, 通过虚拟仿真实验可以有效解决此类问题。很多学者进行了这方面的研究: 文

献 [1] 开发了船舶导航设备虚拟仿真实验教学平台, 操作者可在三维虚拟船舶综合驾驶台中调用船舶导航仿真设备, 进行虚拟拆装和交互; 文献 [2] 根据课程教学和实验要求, 运用三维建模、虚拟现实、人机交互等技术, 开发了多场景下钢弹簧浮置板减振轨道设计与减振评价虚拟仿真实验项目; 文献 [3] 采用基于 MATLAB 物理模型的自动控制原理综合性实验的虚拟仿真方法, 以直流电机转速控制系统为例介绍了仿真实验的方法

收稿日期: 2023-02-22

基金项目: 国家自然科学基金(51579242); 海军工程大学教学成果立项培育项目(202106)。

作者简介: 常广晖, 博士, 副教授, 主要从事计算机仿真和机舱自动化方面的研究。E-mail: [cgh\\_navy@163.com](mailto:cgh_navy@163.com)

\* 通信作者: 苏攀, 博士, 副教授, 主要从事计算机仿真和机舱自动化方面的研究。E-mail: [243923527@qq.com](mailto:243923527@qq.com)

和过程; 文献 [4] 以三容水箱过程控制实验装置为模型, 对三容水箱液位、温度、流量等参数进行控制仿真, 开展虚拟仿真实验教学; 文献 [5] 应用 LabVIEW 软件绘制倒立摆装置操作界面, 并编制后台程序实现其模型仿真, 最后利用 OPC 数据共享构建了一种倒立摆虚拟仿真系统。

目前大部分虚拟仿真实验还有一些不足, 如有的借助 VR 技术仅仅还原了传统物理实验的步骤和效果, 没有后台机理模型的驱动<sup>[6-7]</sup>; 有的通过 MATLAB 建立了系统的仿真模型但界面通过组态软件实现, 没有临境感, 且普遍缺乏和物理控制器之间的关联, 而这在开展控制类实验中是很重要的。因此本文提出一种结合虚拟现实和半物理仿真的虚拟实验系统设计方案, 以一阶倒立摆为例进行开发, 并详细介绍了该虚拟实验系统实现的关键技术, 以及在教学中的具体应用。

### 1 虚拟实验系统方案设计

一阶倒立摆虚拟仿真实验系统的总体架构如图 1 所示。实验系统开发采用了基于模型设计先进理念并融合了 3D 虚拟现实和嵌入式仿真技术, 主要分为上位机虚拟样机软件和下位嵌入式仿真平台两部分<sup>[7]</sup>。运行于上位机虚拟仿真软件中的三维模型基于固高公司的某型倒立摆实验装置进行开发, 首先根据几何优化算法对模型进行轻量化设计, 然后将处理过的三维模型导入 Unity 3D 仿真引擎平台开发上位机虚拟仿真软件。除了逼真地展示虚拟倒立摆之外, 软件还具备实验初始参数设定、仿真数据记录、曲线实时显示等功能。下位机嵌入式仿真平台基于 STM32F407 进行开发, 主要用于对倒立摆仿真模型的实时解算。主要技术思路是, 首先在 MATLAB/Simulink 环境建立一阶倒立摆的动力学模型, 然后将嵌入式仿真平台指定为自定义目标, 通过 Embedded Coder 工具箱生成紧凑且快速的嵌入式代码, 并编译、下载到嵌入式仿真平台<sup>[8]</sup>。上位机虚拟软件和下位机嵌入式平台之间则通过自定义的 TCP/IP 协议进行双向数据互动, 从而实现虚拟仿真。这样将机理模型和虚拟软件分开设计的优势在于, 方便后期实验功能、控制算法的逐步拓展, 开展基于模型设计、嵌入式系统类等实验项目, 满足虚拟实验创新性和高阶性的教学要求。

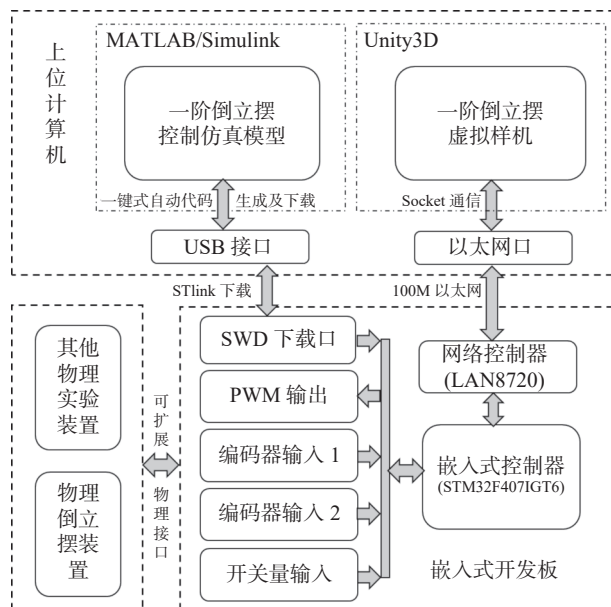


图 1 一阶倒立摆半物理仿真虚拟实验系统总体架构

## 2 实验系统开发

### 2.1 一阶倒立摆建模

一阶倒立摆工作原理如图 2 所示, 采用拉格朗日方程分析一阶倒立摆的动力学方程具有便利性。

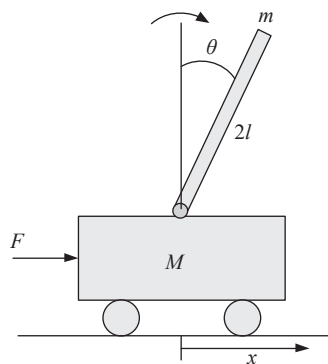


图 2 一阶倒立摆工作原理

当系统在保守力外系统还受到非保守力的主动力并考虑粘滞阻力作用时, 拉格朗日方程写成如下形式:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中:  $L$  为拉格朗日函数, 且  $L = T - V$ , 其中,  $T$  是以广义坐标  $(q_1, \dots, q_n)$  和广义速度  $(\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n)$  形式表示的系统动能,  $V$  是系统在广义坐标形式下的势能,  $Q_i$  是广义坐标下的非保守主动力;  $D = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j$  是耗散函数, 其中  $c_{ij}$  为系统在广义坐标  $q_j$  方向有单位广义速度时, 在广义坐标  $q_i$  方向

产生的阻尼力。

图 2 中, 小车质量为  $M$ , 一级摆杆质量为  $m$ , 长度  $2l$ 。为了方便在数学上推导和处理问题, 可作出如下假设:

- 1) 摆杆在运动中是不变形的刚体;
- 2) 齿型带与轮之间无相对滑动, 齿型带无拉长现象;
- 3) 小车运动阻尼系数为  $b_1$ , 摆杆受到空气的阻尼系数为  $b_2$ 。

取位移  $x$  和摆杆旋转角度  $\theta$  为广义坐标, 由此可得, 小车动能为:

$$T_M = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (2)$$

小车的势能为:

$$V_M = 0 \quad (3)$$

摆杆动能为:

$$T_m = \frac{1}{2} J_m \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \left\{ \left[ \frac{d}{dt} (x + l \sin \theta) \right]^2 + \left[ \frac{d}{dt} (l \cos \theta) \right]^2 \right\} \quad (4)$$

式中: 转动惯量  $J_m = \frac{1}{3} m l^2$

式(4)化简可得:

$$T_m = \frac{2}{3} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + m l \cos \theta \dot{\theta} \dot{x} \quad (5)$$

摆杆势能为:

$$V_m = m g l \cos \theta \quad (6)$$

小车的耗散能:

$$D_M = \frac{1}{2} b_1 \dot{x}^2 \quad (7)$$

摆杆的耗散能:

$$D_m = \frac{1}{2} b_2 \dot{\theta}^2 \quad (8)$$

将小车和摆杆能量各表达式(2)、式(4)~(8)代入拉格朗日函数得:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = F \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\theta}} = 0 \end{cases} \quad \text{即}$$

$$\begin{cases} M \ddot{x} + m \ddot{x} + m l (\ddot{\theta} \cos \theta - \sin \theta \dot{\theta}^2) + b_1 \dot{x} = F \\ \frac{4}{3} m l^2 \ddot{\theta} + m l \ddot{x} \cos \theta - m g l \sin \theta + b_2 \dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

整理式(9)可得一阶倒立摆的非线性动力学模型

$$\begin{bmatrix} M+m & m l \cos \theta \\ m l \cos \theta & \frac{4}{3} m l^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u + m l \sin \theta \dot{\theta}^2 - b_1 \dot{x} \\ m g l \sin \theta - b_2 \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (10)$$

化简上式为:

$$\begin{bmatrix} u(1) & u(2) \\ u(2) & u(3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u(4) \\ u(5) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中,

$$u(1) = M+m, u(2) = m l \cos \theta, u(3) = \frac{4}{3} m l^2$$

$$u(4) = u + m l \sin \theta \dot{\theta}^2 - b_1 \dot{x}, u(5) = m g l \sin \theta - b_2 \dot{\theta}$$

根据式(11)在 Simulink 环境下建立的一阶倒立摆模块如图 3 所示。

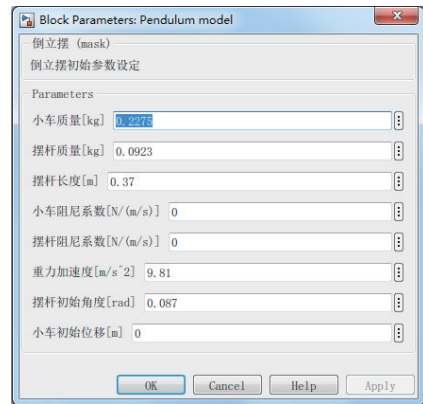


图 3 一阶倒立摆模块

倒立摆模型有两个输入端口, 一个是作用于小车的力  $F$ , 一个是随机干扰力  $iF$ ; 有一个输出端口, 输出系统状态向量  $X = [x \quad \dot{x} \quad \theta \quad \dot{\theta}]^T$ 。

## 2.2 嵌入式自定义目标软硬件设计

为了让一阶倒立摆虚拟仿真实验系统与 MATLAB/Simulink 无缝链接, 本文通过软、硬两方面设计一种开放式的支持 ARM 内核的目标系统。硬件选用 ARM STM32F407IGT6 为内核的硬石电子公司的 F4-Pro 嵌入式开发板。其搭载高达 168 MHz 主频的 MPU 可满足一阶倒立摆动力学模型的实时仿真运行, 同时开发板还具备 RS485、CAN、以太网等通信接口, 方便与上位机进行数据通信。一阶倒立摆仿真模型内部框图如图 4 所示。软件则是直接采用了文献 [9] 所开发的 STM-32F4XTarget 目标系统。如图 5 所示, 利用该目标系统文件 stm32f4x.tlc、stm32f4x\_file\_process.tlc 等控制三容水箱仿真模型的代码生成过程, 并将 Embedded Coder 自动生成的 C 代码, 以 XML 文件读写的方式集成到事先准备好的 Keil uVision5

工程文件中, 进而通过调用 Keil 软件对工程进行编译并将可执行代码下载到开发板。整个过程不

需要人为干预, 只需点击 Simulink 工具栏上的 Build 即可部署到配套的嵌入式开发板上。

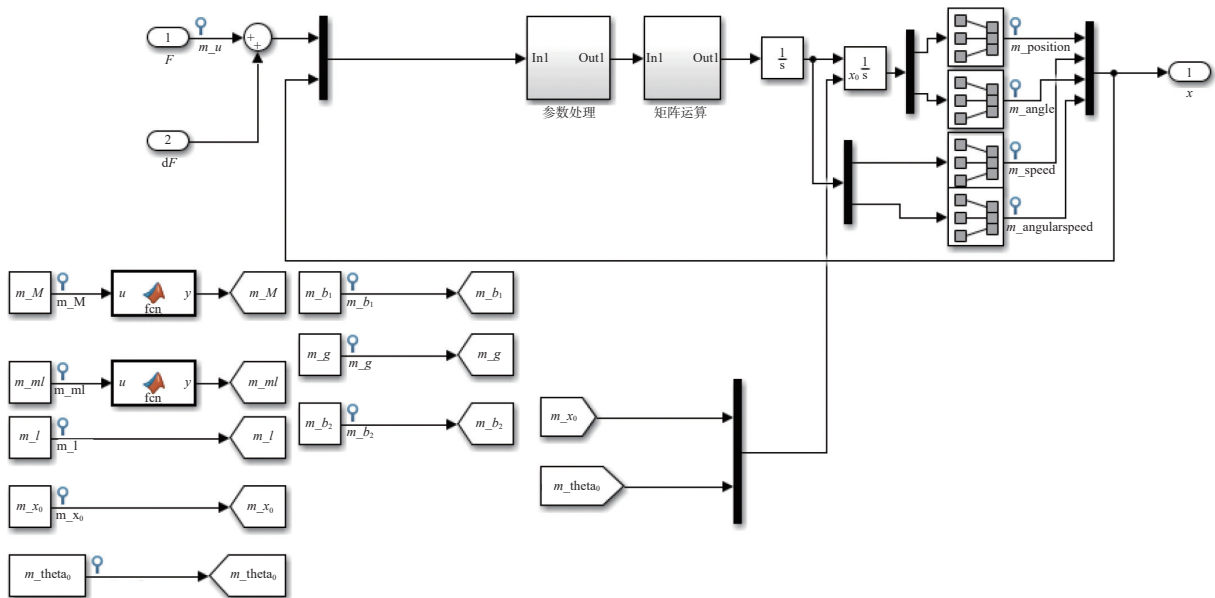


图 4 一阶倒立摆模块内部框图

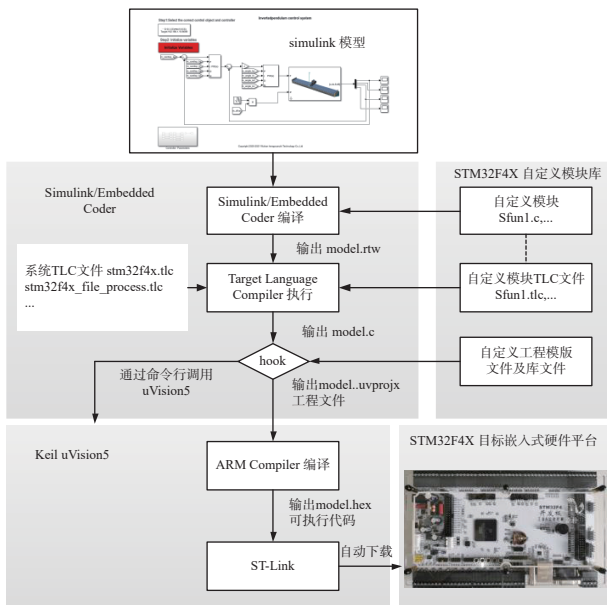


图 5 STM32F4X Target 目标系统工作原理

### 2.3 嵌入式实时仿真流程

考虑到实际仿真实验的灵活性, 嵌入式仿真模型除了实现倒立摆的动力学模型解算, 同时也应包含全面的仿真调度策略。仿真调度主要是控制模型的实时仿真流程, 共包含了初始态、等待启动仿真、正常仿真、单步仿真、仿真暂停、停止仿真、终止态共 7 种状态, 通过不同状态之间的切换可满足仿真实验需求。仿真调度通过有限状

态图的思想进行编程实现, 上位机通过向嵌入式开发板发送不同的报文实现仿真模型状态切换, 如 SETPARAM, GETPARAMS, MODEL\_START, MODEL\_STOP, MODEL\_PAUSE, MODEL\_STEP, MODEL\_CONTINUE 之类。嵌入式仿真的状态流程如图 6 所示。

### 2.4 一阶倒立摆虚拟样机

选用 Unity3D 实现一阶倒立摆的虚拟样机。首先采用 Solidwork 建立与固高公司倒立摆一致的三维模型。为提高模型导入 Unity 3D 仿真引擎的效率<sup>[10]</sup>, 对其几何模型特征进行删减、曲面简化, 然后通过场景划分、遮挡剪裁等策略, 实现顶点缓存优化、多分辨率显示, 达到虚拟实验场景中倒立摆模型轻量化表达要求。为了更真实还要添加一些必要的组件, 包括物理材料、碰撞器、声音等<sup>[11-12]</sup>; 同时使用装饰工具对实验桌进行灯光渲染使场景更加真实、直观。为了实验观察方便同时提供了“透视投影”和“正交投影”2 种投影方式, 用户可以根据需要任意选择其中一种。

为了实现倒立摆的虚拟实验, 虚拟样机还需要与嵌入式开发板进行双向数据通信, 一方面虚拟样机可以把特性参数(包括小车阻尼系数、小车质量、摆杆阻尼系数、摆杆质量、摆杆长度、滑轨长度、初始角度、外部干扰力等)和控制器参

数(包括摆杆角度控制器和小车位置控制器的比例系数、积分系数、微分系数、滤波系数、小车位置设定值等)在仿真前传递给开发板,在仿真开始后还要接收嵌入式开发板的实时仿真数据,包括小车的位移、速度,摆杆的角度、角速度等。通过这些数据驱动虚拟小车、摆杆运动,实现嵌入式控制器对虚拟被控对象的运动控制。数据双向通信采用 C#脚本编进行 Socket 编程的方式实现<sup>[13]</sup>。最终一阶倒立摆虚拟样机实现如图 7 所示。

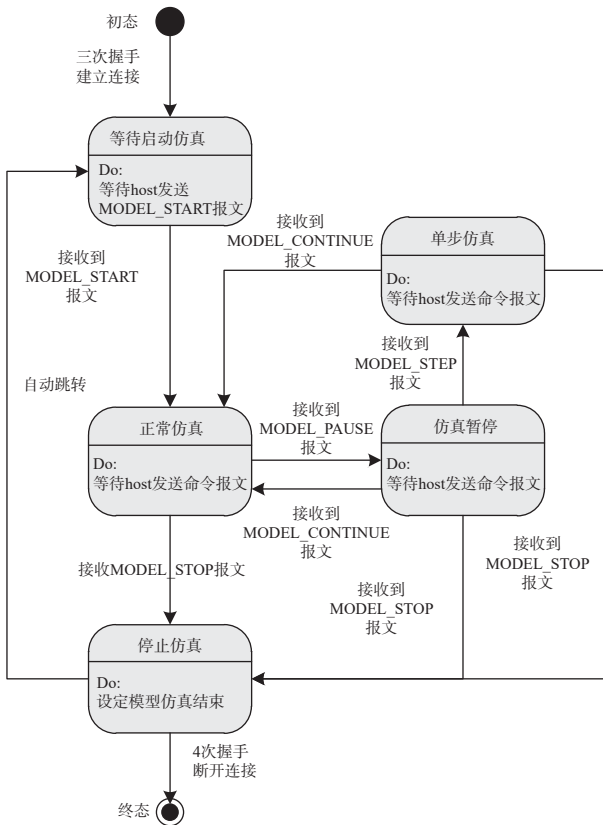


图 6 嵌入式仿真状态流程



图 7 一阶倒立摆虚拟样机

### 3 虚拟仿真实验系统应用

一阶倒立摆半物理仿真虚拟实验系统在教学

中应用可分为以下 3 个方面。

#### 3.1 一阶倒立摆控制器设计

竖直向上位置是直线一级倒立摆系统的不稳定平衡点,可以设计稳定控制器来使直线一阶倒立摆系统稳定在这个点。直线一阶倒立摆的输出量主要考虑 2 个,即摆杆的角度和小车的位置。因此要设计合适的 PID 控制器对摆杆的角度和小车的位置进行控制。由于一阶倒立摆的控制量是小车的驱动力,比它的自由度少一个,因此它是一个欠驱动系统。这种欠驱动方式会限制其自由运动的能力。为了平稳实现倒立摆的稳摆控制,采用串级 PID 控制方法,即把位置控制和角度控制两个控制器串联起来工作,其中位置控制器的输出作为角度控制器的输入。因此位置控制器不应有积分控制,这样系统稳定时位置控制器输出为零,消除对角度控制的影响。采用串级 PID 的一阶倒立摆控制仿真模型如图 8 所示。

#### 3.2 半物理实时仿真实验

为了叙述方便下面把运行一阶倒立摆虚拟实验软件的计算机称之为主机(host),把嵌入式开发板称之为目标机(target)。控制器设计好之后,便可通过 STM32F4XTarget 目标系统将模型部署到 target。之后通过网线将 target 和 host 进行连接就可以开展半物理实时仿真实验,实验前需要在 host 的虚拟实验软件设定 target 的 IP 地址,而且 host 和 target 的 IP 地址要设定在一个局域网段里面。

虚拟实验的操作都是在主机的虚拟实验软件上进行,实验界面如图 9 所示。首先在参数设定界面设定好虚拟倒立摆实验装置各项参数的初始值,通过点击参数同步按钮,将这些参数下载到嵌入式开发板对仿真模型参数进行更新,然后用鼠标将摆杆移动到平衡位置附近,点击开始仿真,开始控制实验。仿真实验过程中可以通过实时仿真曲线窗口,查看仿真曲线。在仿真的过程中,根据实验需要可以暂停仿真,修改控制器参数或倒立摆参数等。点击停止仿真按钮后,一次仿真循环结束,一次仿真循环所有的实验数据以.txt 文本文件的形式保存在所设定的目录下,方便后续的实验分析。

通过该虚拟实验系统可以开展直线一阶倒立摆建模与分析、PID 控制、线性二次最优 LQR 控制等各类控制实验。比物理倒立摆更具优势的

方在于, 除了可以分析不同控制器的控制效果, 同时可以方便地修改虚拟倒立摆的小车质量、摆

杆长度、摆杆质量等, 分析同一控制器对于不同参数倒立摆的控制效果。

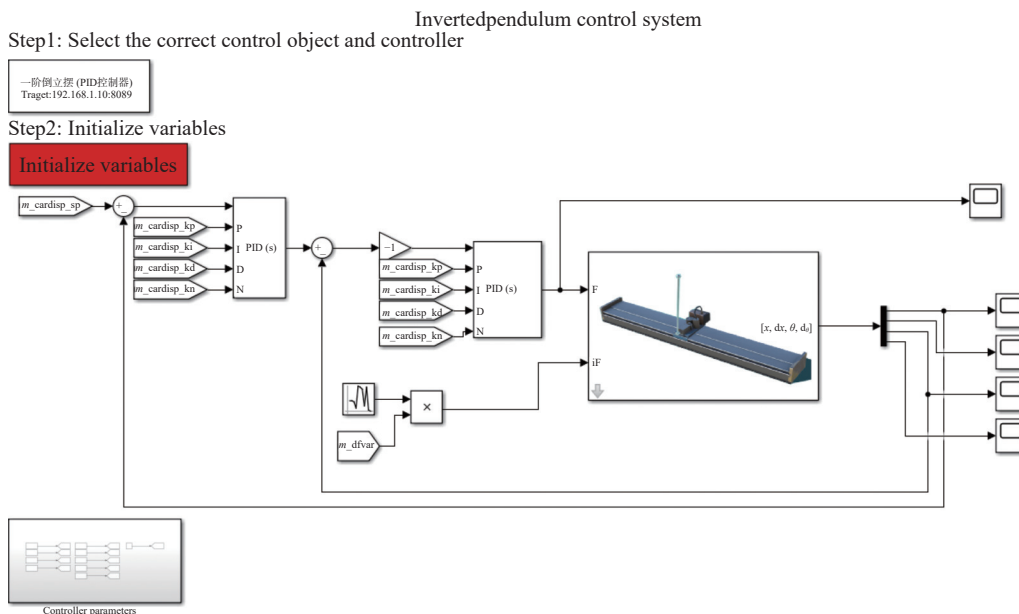


图 8 采用串级 PID 的一阶倒立摆控制仿真模型

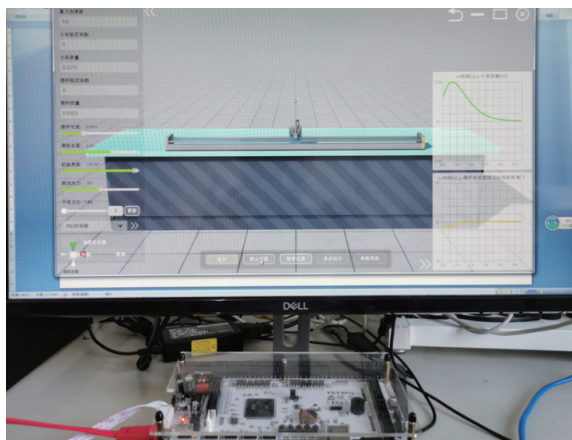


图 9 半物理实时仿真实验界面

### 3.3 教学改革前后对比

该虚拟实验在学校舰船动力控制原理与技术课程教学中, 已进行过两年多的教学改革实践应用。教学改革前采用物理倒立摆装置开展实验, 由于实验装置较贵, 采购数量很少, 而实验学员较多, 矛盾突出; 而且实验软件不能开源, 不能做到控制算法的自主设计, 实验效果不佳。采用半物理虚拟仿真实验的形式后, 可实现每人发放一套设备, 开展自主实验, 实现了以学员为中心自主学习, 充分发挥信息化时代下的数字化资源优势, 提升了学员的实践能力和创新能力。

### 4 结束语

提出了一种一阶倒立摆虚拟实验系统设计方案。该方案融合了半物理仿真和基于模型设计的理念, 将成本较低的嵌入式开发板作为物理控制器引入控制回路, 将成本较高的倒立摆机械实体用 3D 虚拟样机代替。倒立摆的控制算法以及运动学模型采用图形化的 Simulink 实现, 然后在自定义的目标文件控制下自动代码生成并一键式下载到嵌入式开发板。

利用此方案设计的一阶倒立摆虚拟实验系统成本低、使用方便、实验场景直观真实、临境体验感强, 可用于控制类和嵌入式类课程的各类基本实验和创新性实验。在舰船动力控制原理与技术课程实践中的实际应用表明: 通过该实验系统能将抽象的控制理论和复杂的嵌入式控制技术变得更形象具体, 降低了嵌入式开发的门槛, 使学生主动参与、乐于动手, 对学生的设计思维、工程思维和系统思维的培养起到了促进作用。同时, 一阶倒立摆虚拟实验系统设计方法和关键技术也为工科其他课程实验系统的开发提供了很好的借鉴和参考。

(下转第 132 页)