



基于 RLC 串联谐振电路实验的探究式 实验教学研究

王慧娟, 冯文宏, 崔桂彦, 范海红

(华北电力大学 电气工程学院, 保定 071003)

摘要: RLC 串联谐振实验是电路实验中的基本实验内容。在实验过程中发现, 谐振时电阻电压的实际测量值与理论值之间有误差。通过探究误差产生的原因, 引出对电感交流电阻频率特性的研究。经实验方法、仪器测量法比较, 从电磁场的角度进行了理论计算和建模仿真。这一发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的探究式实验教学过程, 提高了学生的学习兴趣, 培养了创新能力和研究能力, 是对大学验证实验向探究式综合实验转换的有益尝试。

关键词: RLC 串联谐振; 电路实验; 探究式实验; 交流电阻

中图分类号: TM133

文献标志码: A

DOI: [10.12179/1672-4550.20230467](https://doi.org/10.12179/1672-4550.20230467)

Research on Exploratory Experimental Teaching Based on RLC Series Resonant Circuit Experiment

WANG Huijuan, FENG Wenhong, CUI Guiyan, FAN Haihong

(School of Electrical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: The RLC series resonance experiment is a basic experimental content in circuit experiments. During the experiment, the error of the resistance voltage during resonance between the measured value and the theoretical value is discovered. The research on the frequency characteristics of inductance AC resistance is induced by exploring reasons for the error. Through the comparison between experimental methods and instrument measurement methods, theoretical calculations and modeling simulations are carried out with electromagnetic field analysis methods. The exploratory experimental teaching process has improved students' learning interest, cultivated innovation and research abilities through discovering, raising, analyzing, and solving problems, and it is a beneficial attempt to transform a verification experiment to an exploratory comprehensive experiment.

Key words: RLC series resonance; circuit experiments; exploratory experiments; AC resistance

电路实验课是电气电子类专业的必修实验课程之一, 大多安排在大一下学期或大二上学期, 是学生大学期间最早接触的专业基础实验。该实验多为验证实验, 即根据电路某个知识点的原理进行实验验证, 这种实验模式缺乏学生对知识的探究环节, 不易发挥学生的创造力和综合思维能力, 不利于培养学生的科研能力和多学科知识的交叉融合能力。在当前新工科教育理念背景下, 激发学生对科研的兴趣, 创新工程教育的方式与手段, 是工科类课程需要不断摸索的当务之急。针对传统电路实验的教学改革已做的探索有线上

线下的混合式实验教学研究, 加入了电路仿真软件和网络教学平台的应用^[1]; 也有针对电路实验开展的探究式教学的改革^[2]。本文结合华北电力大学电路实验的开展情况, 通过电路实验中的 RLC 串联谐振实验, 探索如何将探究式的教学方式引入实验教学。

1 在实验中发现问题的

1.1 RLC 串联谐振实验的实验原理

交流电路的频率特性实验是电路实验的一个经典内容, 目前, 已有针对该实验的教学研究,

收稿日期: 2023-10-02

基金项目: 河北省新工科研究与实践项目(2020GJXGK066)。

作者简介: 王慧娟, 硕士, 工程师, 主要从事电工程理论与新技术方面的研究。E-mail: juan2004juan@163.com

如基于仿真软件建模计算^[3]、探讨电源内阻影响^[4]、研究电路参数对谐振特性影响^[5]等，这些研究使学生从不同的角度加深对该实验的理解和掌握。但如何引导学生从实验中发现问题的，进而主动研究并解决问题，需要从基本的验证实验开始。该实验原理图如图 1 所示，在正弦稳态 RLC 串联电路中，当正弦交流信号源的频率 f 改变时，电路中的感抗、容抗随之而变，电路中的电流也随之变化，当 $X_L=X_C$ 时电路发生谐振，电路呈纯阻性时有：

$$f = 1/2\pi\sqrt{LC} \tag{1}$$

$$U_L = U_C \tag{2}$$

$$U_S = U_R \tag{3}$$

在实验中，需要测量串联电路中不同频率下

的电阻电压 U_R 、电感电压 U_L 和电容电压 U_C ，根据测量值绘制出 3 个元件的电压频率特性曲线。从而理解电路发生谐振的特点。

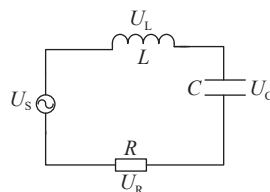


图 1 RLC 串联谐振实验电路图

1.2 实验数据

在实验中，保持信号源电压为 3 V，电感为 9 mH，电容为 0.470 μ F，根据式(1)可以计算出谐振频率为 2.445 kHz，通过电压表分别测量不同频率下 3 个元件的电压，得到的实验数据如表 1 所示，RLC 串联谐振曲线如图 2 所示。

表 1 RLC 串联谐振实验数据

参数	f/kHz														
	0.050	0.200	0.600	1.000	1.400	1.800	2.000	2.200	2.445	2.600	3.000	3.600	4.000	4.500	5.000
U_R/V	0.043	0.170	0.529	0.950	1.480	2.130	2.440	2.660	2.760	2.720	2.430	1.910	1.640	1.400	1.220
U_L/V	0.004	0.021	0.187	0.560	1.220	2.250	2.870	3.440	3.980	4.170	4.280	4.020	3.840	3.660	3.530
U_C/V	2.940	2.970	3.090	3.330	3.720	4.160	4.300	4.260	3.980	3.700	2.850	1.870	1.450	1.100	0.864

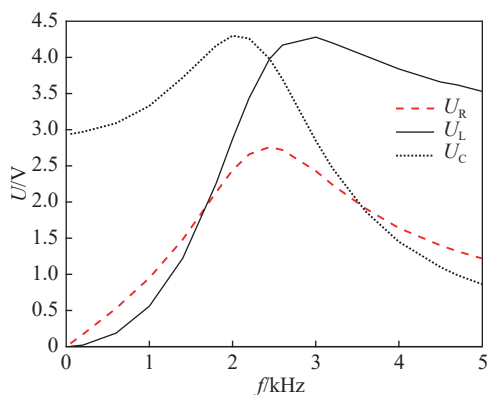


图 2 RLC 串联谐振曲线

由图 2 可知，电容电压从约等于电源电压值开始，随着频率升高先增大后减小；电感电压从约为 0 开始，先增大，后减小，在谐振频率点处与电容电压相等；电阻电压从约为 0 开始，先增大，后减小，在谐振频率点处达到最大值。

1.3 实验中遇到的问题

根据谐振的理论公式(3)，我们知道，在谐振频率点处，电阻电压等于电源电压，然而，由以上实验数据可以看出，在谐振点 2.445 kHz 时， $U_R < U_S$ ，且差值较大，不可以忽略，与理想状态

有一定差距，由此，可引导学生思考谐振时影响电阻两端电压的可能因素。谐振时，电路频率较大，电感元件由于集肤效应和邻近效应，其交流电阻有可能增大，但具体阻值与频率的关系，需要理论推导和设计实验来研究。

2 电感元件交流电阻频率特性的研究

2.1 电感损耗电阻的产生机理

电感(电感线圈)是用绝缘导线(如漆包线、纱包线等)绕制而成的电磁感应元件，在直流或低频交流的情况下电流均匀地分布在导体的横截面上，产生的直流损耗称为绕组损耗，可等效为直流电阻，然而随着电流的频率不断增加，导体会产生集肤效应和邻近效应。集肤效应是指通入高频电流对应的磁场感应出一个反向电流，即涡流，导体内部电流大都抵消了，导体表面的电流增加，随着频率不断升高，这种现象越明显，导体的有效横截面积减小，所以在一定的电流下导体的损耗电阻将增加，导致导体的温升会增加。邻近效应是指距离较近相邻导体通入高频电流，感应产生涡流，导致内部电流分布不均，随着频

率的不断升高,交流损耗已不容忽视,表征为交流电阻也随之增加^[5]。

文献[6]研究了电路参数对串联谐振特性的影响,指出空心电感线圈的交流电阻随电压频率的增高而增大,但因为电感的种类较多,内部结构复杂,电感的交流电阻值也不同,要想确定具体电感元件的交流电阻随频率变化的特性,需要引导学生尝试多种方法。首先,最常用的方法是用测量仪器进行测量,该方法简单直观,容易实现;其次是设计实验,通过改变电路参数改变谐振频率,利用电源电压和电阻电压的差值计算电感元件的交流电阻值;最后,为了探索电感元件随着频率升高交流电阻增大的本质原因,还可以从电磁场的角度进行分析和仿真计算,这样有助于学生从现象看到本质。

2.2 实验法

考虑电感线圈交流电阻的等效电路如图3所示。

由图可知,谐振时:

$$\frac{U_R}{R} = \frac{U_S - U_R}{R'} \quad (4)$$

变形后可得:

$$R' = \frac{U_S - U_R}{U_R} R \quad (5)$$

为了研究电感交流电阻随频率的变化规律,需要改变电容值,以得到不同的谐振频率。本文电容分别取0.470、0.220、0.100、0.047、0.022 μF,根据谐振频率的计算公式,对应的谐振频率分别为2.445、3.578、5.305、7.738、11.310 kHz。为减小误差,电阻R可取不同数值,对于每一种谐振频率的电路,电阻分别取30、51、100 Ω,然后测量不同阻值下的各元件电压、电源电压 U_S 、电阻电压 U_R 、电感电压 U_L 和电容电压 U_C ,并利用式(5)计算出电感的等效电阻 R' ,最后将几种不同阻值情况下得到的交流电阻取平均值得到 \bar{R}' 。由此,实验测量数据和计算得到的电感交流电阻如表2所示。

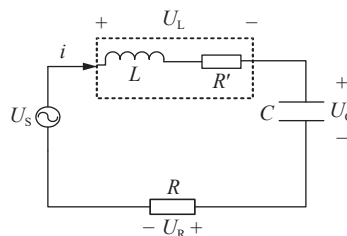


图3 电感线圈交流电阻的等效电路图

表2 不同谐振频率下RLC电路测量及计算数据

f/kHz	R/Ω	U_S/V	U_R/V	U_L/V	U_C/V	R'/Ω	\bar{R}'/Ω
2.445	30	2.830	2.370	10.600	10.600	5.82	7.06
	51	3.510	3.030	8.640	8.640	8.07	
	100	4.410	4.110	5.970	5.970	7.29	
3.578	30	1.650	1.130	7.890	7.230	13.80	12.90
	51	1.630	1.300	5.370	4.950	12.90	
	100	2.050	1.830	3.830	3.550	12.00	
5.305	30	1.520	1.010	10.200	10.000	15.00	14.08
	51	1.820	1.430	8.580	8.380	13.90	
	100	2.290	2.020	6.190	6.070	13.36	
7.738	30	1.600	0.960	14.200	13.900	20.00	19.67
	51	1.880	1.360	12.000	11.800	19.50	
	100	2.330	1.950	8.760	8.600	19.50	
11.310	30	2.300	1.000	22.000	20.900	39.00	37.27
	51	2.520	1.460	18.900	18.000	37.00	
	100	2.920	2.150	14.100	13.500	35.80	

由以上实验数据可知,随着频率的升高,电感的交流电阻在不断增大;频率较高时,谐振点处的电感电压略大于电容电压。

2.3 测量法

为了与实验法得到的电感交流电阻进行对

比,本文用实验室的FLUKE PM6304 RCL测量仪对实验中的电感元件进行频率特性测量。本实验所用的电感元件为9 mH的插式工字电感,工字电感具有高功率、高磁饱和性、低阻抗、体积小等特点,便于学生实验。RLC参数测量设备如图4

所示, 所测数据如图 5 所示。

由 RLC 设备的测量数据可以看出, 随着频率的升高, 在从直流到 11.300 kHz 频率范围内, 电感的交流电阻基本呈线性增大趋势, 数值比实验中的计算数据小, 并且随着频率升高, 差距变大。分析其中原因, 可能由于实验中信号源电阻, 导线的接触电阻等随频率升高而变大。



图 4 RLC 参数测量设备

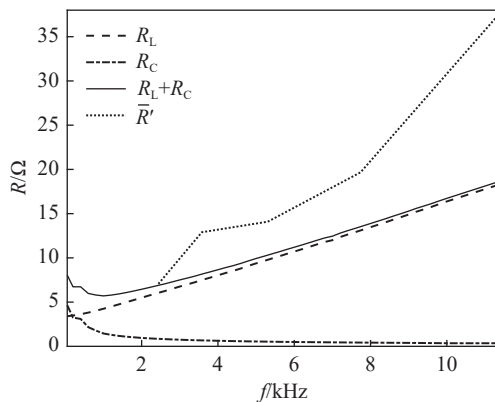


图 5 电感和电容交流电阻测量值与实验值

至此, 从电路计算和实际测量的角度得到了谐振电路中主要由于电感的交流电阻随频率升高而增大的原因导致了电阻电压与电源电压的误差, 但电感的交流电阻具体为什么会随着频率升高而增大, 需要引导学生从电磁场的角度去分析。

3 电感交流电阻的建模仿真

3.1 电感线圈交流电阻的研究

螺旋线圈是常用电感的重要组成部分, 同时, 在电力系统中也是某些重要设备的组成部分, 如在变压器中, 绕组的结构是由多匝线圈缠绕磁芯而成, 谐波引起的变压器损耗有一部分是绕组涡流损耗, 其本质上是由螺旋线圈的交流电阻所引起^[7]。无线电能传输磁耦合系统中的 Litz 线

平面螺旋线圈也是螺旋线圈的一种, 由于其一般工作于高频开关模式, 高频引起的集肤效应和邻近效应使得绕组损耗增大, 直接影响系统的效率和温升^[8], 因此对螺旋线圈电阻的频率特性研究有重要的工程理论价值。国内外均有关于绕组高频阻抗参数的研究, 文献 [9] 系统地提出了低频下螺旋线圈参数的近似计算方法和公式, 没有考虑高频下的集肤效应和邻近效应; 文献 [10] 分析计算了二维平面结构的电机绕组的涡流分布, 不能推广到二维轴对称; 文献 [11] 提出了螺旋线圈高频电阻和电感的数值计算方法, 但需要用到有限元编程, 不利于初学者掌握; 文献 [12-13] 均用到了贝塞尔函数, 计算比较复杂, 同样不适于初学电路的学生掌握; 文献 [14] 将有些公式进行了简化, 可以较准确地计算出电感的线圈损耗, 进而计算出交流电阻。该计算方法是将集肤效应与邻近效应产生的损耗分别计算, 由集肤效应导致的线圈损耗等效交流电阻 R_{ac} 与直流电阻 R_{dc} 的比值记为 ξ_1 , 由邻近效应导致的 R_{ac} 与 R_{dc} 的比值记为 ξ_2 , 由文献 [14] 得出的计算公式为:

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \xi_1 = \frac{\gamma}{2} \frac{\sin h\gamma + \sin \gamma}{\cosh \gamma - \cos \gamma} \quad (6)$$

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \xi_2 = \frac{\gamma}{2} \left\{ \eta^2 \left[\frac{4(n^2 - 1)}{3} + 1 \right] \frac{\sin h\gamma - \sin \gamma}{\cosh \gamma + \cos \gamma} \right\} \quad (7)$$

式中: η 为电感线圈的空隙比, $\eta = \frac{d}{t} \sqrt{\frac{\pi}{4}}$, d 为导线直径, t 为导线中心距离; $\gamma = \sqrt{\frac{\pi d}{2\delta}}$, δ 为导线集肤深度, $\delta = 1/\sqrt{\pi f \mu \sigma}$, μ 为导线磁导率, σ 为导线电导率, f 为频率。

依照此计算方法, 考虑集肤效应和邻近效应的总交流电阻可表达为:

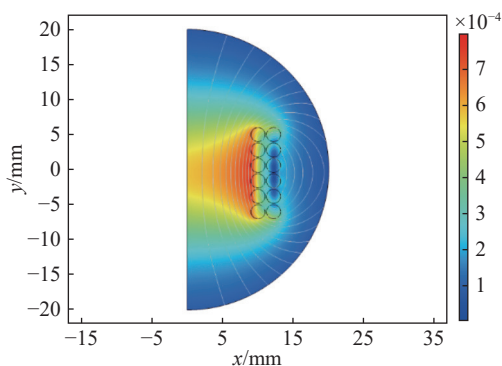
$$R_{ac} = (\xi_1 + \xi_2) R_{dc} \quad (8)$$

3.2 建模计算

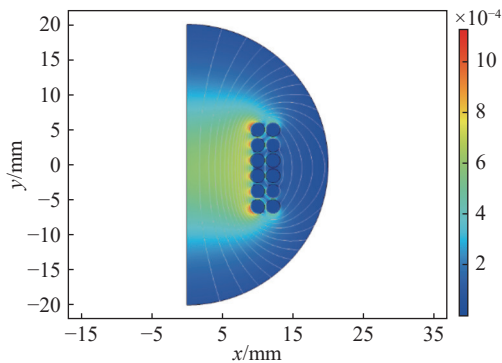
为了计算电感线圈的交流电阻频率特性, 可以应用 COMSOL Multiphysics 软件来建模计算, 该软件是一款基于有限元算法的多物理场仿真软件, 它的 AC/DC 模块可用于计算低频电磁场问题, 由于其强大的多物理场耦合功能及三维立体仿真结果, 应用越来越广泛, 华北电力大学也将其应用于电磁场实验的仿真教学^[15-17]。

为了简化计算, 这里的电感可以用一个每层

缠绕8匝线圈,共2层的空心螺旋线圈来代替电感,其二维轴对称图形如图6所示。频率为1 Hz时得到的磁通密度如图6(a)所示,随着频率的升高,由于集肤效应,线圈的电流密度逐渐趋于线圈表面,使得电阻增大,得到的磁通密度如图6(b)所示。任取一个线圈截面,在水平沿着直径方向的电流密度模如图7所示,可见电流密度在边缘较大,中间很小,左右并不完全对称,这是由于线圈右侧有相邻线圈,由于电磁感应,产生去磁效应,导致电流较左侧偏小。



(a) 频率为1 Hz时



(b) 频率为1 MHz时

图6 表面的磁通密度模(T)

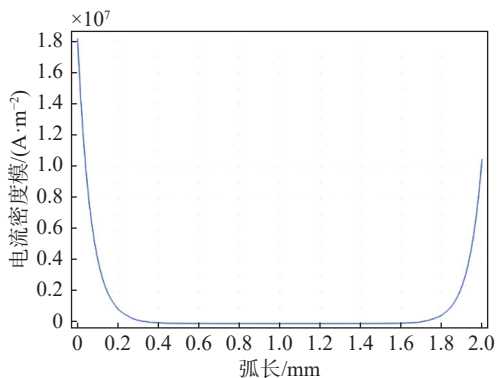


图7 导线截面的电流密度模

将仿真得到的交流电阻与直流电阻的比值与理论计算值进行对比,结果如图8所示。由图可

见,计算值与仿真值基本吻合,仿真值比计算值略大,随着频率升高,两者逐渐接近,这可能与理论的拟合公式在低频时略有偏差有关。经过理论计算和建模仿真,对电感的交流电阻有了更准确的认知,对于解决实际工作中有关电感线圈结构的频域参数问题有一定指导意义。

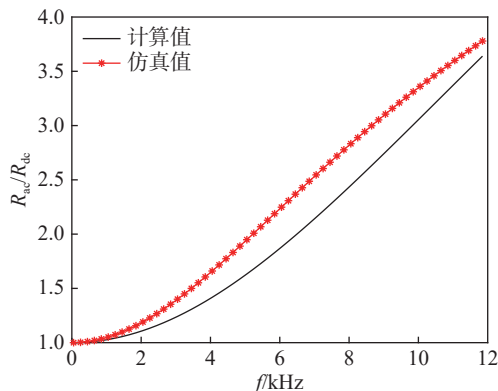


图8 交流与直流电阻比的仿真值与计算值

4 结束语

通过RLC串联谐振电路实验中遇到谐振时电阻电压的实际测量值与理论值之间存在误差的问题,引导学生去发现问题、提出问题、分析问题、解决问题,在这个过程中,学生加深了对专业知识的理解,融合了不同学科的知识,掌握了该专业领域的一些应用软件,提高了解决问题的能力,增强了对所学专业的兴趣。

参考文献

- [1] 罗兰,刘珊,张士文.基于RC电路实验的混合式教学探究[J].实验室研究与探索,2022,41(5):159-163.
- [2] 王琪,徐国清,王力.基于探究式学习的《电路分析》实验教学改革[J].现代计算机,2019(29):75-78.
- [3] 李鹏,刘永涛.RLC串联电路频率响应实验教学研究[J].实验室研究与探索,2012,31(4):327-329.
- [4] 魏良淑,刘桂玲,卢礼萍,等.RLC串联谐振实验中电源内阻的影响及实验方法探讨[J].大学物理实验,2017,30(1):32-36.
- [5] 陈春志,陈为,孔毅鹏.基于振荡法的高频空心电感损耗电阻测量[J].电气开关,2022,60(4):9-12.
- [6] 张丕进,赵伟,周红,等.串联谐振电路综合提高实验(之三):电路参数对串联谐振特性的影响[J].实验室研究与探索,2018,37(8):197-201.
- [7] 尹忠东,魏文思,王萍,等.考虑集肤效应和邻近效应的变压器绕组谐波损耗计算及实验研究[J].电力系统保护与控制,2019,47(4):143-151.

- [8] 陈庆彬, 范峰, 汪金帅, 等. 无线电能传输磁耦合系统 Litz 线圈交流电阻精确评估方法[J]. 电工技术学报, 2022, 37(24): 6294–6305.
- [9] 雷银照. 轴对称线圈磁场计算[M]. 北京: 中国计量出版社, 1991.
- [10] WEISS J. Efficient finite element solution of multipath eddy current problem[J]. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1982, 18(6): 1710–1712.
- [11] 陈为, 罗恒廉, 张冠生. 螺管结构线圈涡流场及高频阻抗的数值分析[J]. 电工电能新技术, 1998(2): 14–17.
- [12] NAN X, SULLIVAN C R. An improved calculation of proximity-effect loss in high-frequency windings of round conductors[C]//IEEE Power Electronics Specialist Conference. Acapulco: IEEE, 2003.
- [13] DAVID E M, BARRIOS E L, SANCHIS P, et al. Analytical modeling of high-frequency winding loss in round-wire toroidal inductors[C]//2020 IEEE 21st Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL). Denmark: IEEE Press, 2020.
- [14] 李明勇, 陈敏, 翟建勇, 等. 高频电感线圈损耗的分析和计算[J]. 电力电子技术, 2007(9): 47–49.
- [15] 王慧娟, 李慧奇. 基于 COMSOL Multiphysics 的通电螺线管磁场分析[J]. 实验科学与技术, 2014, 12(6): 31–32.
- [16] 王慧娟, 李琳. 磁悬浮实验分析[J]. 电气电子教学学报, 2014, 36(6): 100–103.
- [17] 王慧娟, 李慧奇. 基于仿真软件的电磁场实验教学研究[J]. 大学物理实验, 2015, 28(1): 79–81.

编辑 张俊

(上接第 28 页)

- [3] 高波, 霍凯, 陈羽, 等. 新工科背景下提升学生创新实践能力的探究[J]. 实验室研究与探索, 2022, 41(6): 178–181.
- [4] 李瑞峰, 荣伟彬, 邓鑫. 新工科背景下机器人工程专业研究与探索[J]. *中国大学教学*, 2020(Z1): 32–36.
- [5] 范良志, 江珂, 朱海平, 等. 新工科背景下机器人知识体系与课程内容研究[J]. 高等工程教育研究, 2021(2): 32–38.
- [6] TAKAHIRO M, JOONHO L, JEMIN H, et al. Robot operating system 2: Design, architecture, and uses in the wild[J]. *Science Robotics*, 2022, 7(66): eabm6074.
- [7] 金紫凤, 潘思聪, 危辉. 可变环境下基于位姿变换矩阵的机器人无标定手眼协调方法[J]. *电子学报*, 2022, 50(10): 2318–2328.
- [8] 陈善言, 关永, 施智平, 等. 机器人碰撞检测方法形式化[J]. 软件学报, 2022, 33(6): 2246–2263.
- [9] GENNARO N, SIDDHARTH M, YOUSEF E, et al. A resilient and energy-aware task allocation framework for heterogeneous multirobot systems[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2022, 38(1): 159–179.
- [10] 刘志, 陈慧, 徐静. 基于模型和数据驱动的机器人 6D 位姿估计方法[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2022, 62(3): 391–399.
- [11] 栗琳, 郑莉芳, 马飞, 等. 创新能力培养的机器人专业系列实验课程探索与实践[J]. 实验室研究与探索, 2022, 41(10): 216–220.
- [12] 陈建, 朱鲁闯, 王杰, 等. 新工科背景下工程训练创新实践课程体系研究[J]. *实验科学与技术*, 2021, 19(6): 84–88.
- [13] 米洁, 吴迎年, 甄真, 等. 新工科专业“大实践平台”的建设及思考: 以机器人工程教育改革为例[J]. 中国高校科技, 2021(9): 67–71.
- [14] 张月文, 栾楠, 李永刚. 基于虚拟仿真的工业机器人实验教学方法[J]. *实验科学与技术*, 2023, 21(2): 122–126.
- [15] 吴军, 何瑜, 申世军. 面向安全操作的工业机器人虚实结合实验教学方法[J]. *实验科学与技术*, 2024, 22(1): 62–67.
- [16] 王帅, 吴成东, 贾子熙, 等. 虚实结合的机器人实验教学平台设计与教学实践[J]. 中国现代教育装备, 2021(7): 69–72.
- [17] 梁敏, 汪西莉. 结合超分辨率和域适应的遥感图像语义分割方法[J]. *计算机学报*, 2022, 45(12): 2619–2636.
- [18] 李龙, 陈禾炜, 汪田鸿, 等. 基于接近觉的机械臂避障路径规划[J]. 机器人, 2022, 44(5): 601–612.
- [19] 冯振辉, 肖人彬. 基于混合反馈机制的扩展蚁群算法[J]. 控制与决策, 2022, 37(12): 3160–3170.

编辑 张俊