

文章编号: 1673-3193(2024)03-0334-06

车辆轨迹模型预测控制器的算法研究

候峙朴, 范英, 赵敏, 代晓文, 许晋军, 李一帆

(太原科技大学 车辆与交通工程学院, 山西 太原 030024)

摘要: 为提高无人驾驶汽车行驶控制中的跟踪精度和车辆稳定性, 提出了一个改进的模型预测控制器(MPC)。首先, 为解决高速转弯工况下轮胎侧偏刚度的强非线性特性导致的车辆失稳问题, 建立了轮胎动态侧偏刚度估计器进行实时估计; 在此基础上, 利用改进粒子群算法对现有模型预测控制器的时域参数进行优化, 以提高算法跟踪精度和稳定性; 最后, 为验证控制器的效果, 选取合适的工况进行了联合仿真测试。结果表明, 改进控制器在高速转弯的工况下, 跟踪精度误差降为4.9%, 横摆角误差降为2.6%, 比传统模型预测控制器分别提高了67.8%和62.3%, 比模糊控制算法优化的控制器分别提高了55.8%和58%。

关键词: 无人驾驶车辆; 轨迹跟踪; 侧偏刚度估计; 改进的模型预测控制器; 粒子群算法

中图分类号: U471.15 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1673-3193.2024.03.011

引用格式: 候峙朴, 范英, 赵敏, 等. 车辆轨迹模型预测控制器的算法研究[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2024, 45(3): 334-339.

HOU Zhipu, FAN Ying, ZHAO Min, et al. Research on algorithm of vehicle trajectory model predictive controller[J]. Journal of North University of China(Natural Science Edition), 2024, 45(3): 334-339.

Research on Algorithm of Vehicle Trajectory Model Predictive Controller

HOU Zhipu, FAN Ying, ZHAO Min, DAI Xiaowen, XU Jinjun, LI Yifan

(School of Vehicle and Traffic Engineering, Taiyuan University of Science and Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: An improved model predictive controller (MPC) was proposed to improve the tracking accuracy and vehicle stability of driverless vehicles. Firstly, in order to solve the vehicle instability problem caused by the strong nonlinear characteristics of tire side stiffness under high-speed turning conditions, a tire dynamic side stiffness estimator was established for real-time estimation. On this basis, the improved particle swarm optimization algorithm was used to optimize the time domain parameters of the existing model prediction controller to improve the tracking accuracy and stability of the algorithm. Finally, in order to verify the effect of the controller, the appropriate working conditions were selected for co-simulation test. The results show that the tracking accuracy error and yaw Angle error of the improved controller are reduced to 4.9% and 2.6% respectively under the condition of high-speed turning, which are 67.8% and 62.3% higher than those of the traditional model forecast controller, and 55.8% and 58% higher than those of the controller optimized by fuzzy control algorithm.

Key words: driverless vehicles; trajectory tracking; estimation of lateral stiffness; improved model predictive controller; particle swarm optimization algorithm

收稿日期: 2022-10-19

基金项目: 山西省科学技术发展计划项目(201903D121176); 山西省大创项目(S20229683); 山西省研究生教改项目(2022YJG208); 山西省研究生创新项目(2022Y704)

作者简介: 候峙朴(1998-), 男, 硕士生, 主要从事载运工具运用工程方面的研究。

通信作者: 范英(1975-), 男, 副教授, 主要从事载运工具方面的研究。E-mail: fanying2751@163.com。

0 引言

近年来,智能驾驶汽车已成研究热点。轨迹跟踪是实现无人汽车智能驾驶的关键技术,轨迹跟踪的重难点在于如何确保跟踪精确性和稳定性^[1]。为解决这个重难点问题,国内外许多学者从模型和控制算法这两个方面入手进行了研究。

围绕模型问题,王思山等^[2]分析了运动学和动力学模型的路径跟踪效果,为模型类型的选择提供了方向;徐明泽等^[3]在建立二自由度动力学模型的基础上,设计了横向LQR控制算法的轨迹跟踪控制器和纵向PID双控制算法的速度跟踪控制器,并采用遗传算法来确定横向控制的关键参数;刘红铄等^[4]基于二自由度动力学模型提出了一种模型预测控制与直接横摆力矩控制协同的综合控制方法,该协同控制方法解决了模型预测控制器中存在的稳定性约束与控制精度相矛盾的问题;庞辉等^[5]在建立二自由度运动学模型基础上,提出一种应用于自主车辆的线性时变模型预测跟踪控制器;WANG等^[6]结合无模型控制和模型预测控制,提出了一种超局部模型预测控制,这种控制把模型简化为了超局部模型,提高精度的同时降低了问题规模。但是,二自由度的模型未考虑轮胎侧偏刚度等因素的影响,为此,乔建璐等^[7]提出了考虑轮胎侧偏角的三自由度车辆动力学模型,重点研究了轮胎侧偏刚度等结构参数对车辆操纵稳定性的影响。

围绕控制算法问题,杨薪敬^[8]全面分析了智能汽车各类运动控制算法的优缺点;Geng等^[9]从二自由度飞行器动力学模型出发,提出了一种自适应轨迹预测的轨迹跟踪算法,在一定程度上克服了高速下车辆失控的问题;Cui等^[10]在MPC控制器中加入状态参数估计器来较好地实现智能车辆的轨迹跟踪;唐传茵等^[11]利用粒子群算法对MPC控制器进行优化来更有效地对车辆轨迹进行跟踪;张冰^[12]以全线控电动汽车为研究对象,搭建了一个双结构强滤波运动状态观测器(DSTF)来确保整车运动状态发生变化时仍然可以快速准确地进行信号处理;范英等^[13]将模糊规则与传统的PID控制器相结合,以此搭建了改进的模糊PID控制器。这些控制算法中,模型预测控制算法(Model Predictive Control, MPC)由于自身具有预测模型、滚动优化和反馈校正等特点,适用于不易建立精确数学模型且存在约束条件的控制,因此采用模型预测控制器对车辆轨迹进行跟踪。

基于以上研究,首先考虑轮胎侧偏刚度对车辆的影响,建立三自由度车辆动力学模型;然后搭建侧偏刚度估计器来解决高速转弯工况下轮胎侧偏刚度非线性变化的问题;最后引入改进粒子群算法来对模型预测控制器的时域参数进行优化。

1 车辆模型

在实际行驶过程中,轮胎与地面之间的相互作用会对车辆产生较大影响,轮胎侧偏刚度的变化会对轮胎侧向力产生明显的影响,进而影响车辆稳定性。为此,本文选择纵向、横向和横摆三个自由度的车辆动力学模型作为研究对象,如图1所示。

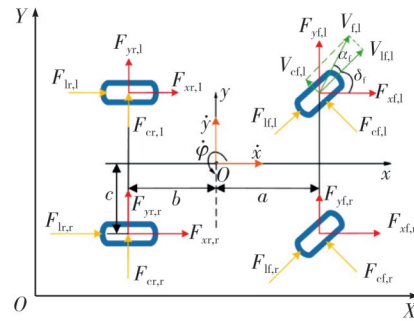


图1 车辆动力学模型

Fig. 1 Vehicle dynamics model

图1中, $\dot{\varphi}$ 为横摆角速度; δ_i 为前轮转角; α_i 为轮胎侧偏角; v_x 和 v_y 分别为车辆纵向和横向车速; a 和 b 分别为前后轮与质心的距离; c 为半轮距; F_{xi} 和 F_{yi} 分别为轮胎所受的纵向力和侧向力; F_{li} 和 F_{ci} 分别为轮胎所受的纵向力和侧偏力; i 代表了对应的4个车轮; 下标 f,l 为左前轮; 下标 f,r 为右前轮; 下标 r,l 为左后轮; 下标 r,r 为右后轮。

三自由度非线性车辆动力学模型如式(1)所示。其中: C_{lf} , C_{cf} , C_{lr} , C_{cr} 代表车辆模型4个轮胎的侧偏刚度, $C_{lf}=C_{cf}=66\ 900\ \text{N/rad}$, $C_{lr}=C_{cr}=62\ 700\ \text{N/rad}$; $s_f=0.2$ 代表车辆模型轮胎的滑移率; $m=1\ 723\ \text{kg}$ 代表车辆质量; $I_z=4\ 175\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$ 代表绕Z轴的转动惯量; $a=1.232\ \text{m}$ 为前轮距质心的距离; $b=1.468\ \text{m}$ 为后轮距质心距离。

$$\begin{cases} m\dot{v}_x = mv_y\dot{\varphi} + 2\left[C_{lf}s_f + C_{cf}\left(\delta_f - \frac{v_y + a\dot{\varphi}}{v_x}\right)\delta_f + C_{lr}s_f\right], \\ m\dot{v}_y = -mv_x\dot{\varphi} + 2\left[C_{cf}\left(\delta_f - \frac{v_y + a\dot{\varphi}}{v_x}\right) + C_{cr}\frac{b\dot{\varphi} - v_y}{v_x}\right], \\ I_z\dot{\varphi} = 2\left[aC_{cf}\left(\delta_f - \frac{v_y + a\dot{\varphi}}{v_x}\right) - bC_{cr}\frac{b\dot{\varphi} - v_y}{v_x}\right], \\ \dot{Y} = v_x\sin\varphi + v_y\cos\varphi, \\ \dot{X} = v_x\cos\varphi - v_y\sin\varphi, \end{cases} \quad (1)$$

2 模型预测控制器

MPC控制器的工作原理如图2所示。

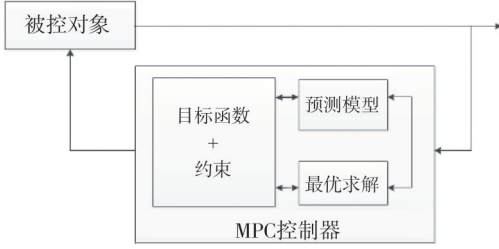


图2 模型预测控制器的工作原理

Fig. 2 Working principle of model predictive controller

$$A(t) = \begin{bmatrix} \frac{-2(C_{cf} + C_{cr})}{m\dot{x}_t} & \frac{\partial f_y}{\partial \dot{x}} & 0 & -\dot{x}_t + \frac{2(bC_{cr} - aC_{cf})}{m\dot{x}_t} & 0 & 0 \\ \dot{\varphi} - \frac{2C_{cf}\delta_{f,t-1}}{m\dot{x}_t} & \frac{\partial f_x}{\partial \dot{x}} & 0 & \dot{y}_t - \frac{2aC_{cf}\delta_{f,t-1}}{m\dot{x}_t} & 0 & 0 \\ \frac{2(bC_{cr} - aC_{cf})}{I_z\dot{x}_t} & \frac{\partial f_\varphi}{\partial \dot{x}} & 0 & \frac{-2(a^2C_{cf} + b^2C_{cr})}{I_z\dot{x}_t} & 0 & 0 \\ \cos \varphi_t & \sin \varphi_t & \dot{x}_t \cos \varphi_t - \dot{y}_t \sin \varphi_t & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_t & \cos \varphi_t & -\dot{y}_t \cos \varphi_t - \dot{x}_t \sin \varphi_t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \circ$$

2.2 约束条件

建立控制量与增量的约束、动力学相关的约束以及轮胎相关约束,约束的表达如式(3)所示。

$$\begin{cases} -25^\circ \leq \delta \leq 25^\circ, \\ -0.47^\circ \leq \Delta\delta \leq 0.47^\circ, \\ -12^\circ \leq \beta \leq 12^\circ (\text{附着系数良好路面}), \\ -2^\circ \leq \beta \leq 2^\circ (\text{附着系数较低路面}), \\ a_{y,\min} - \epsilon \leq a_y \leq a_{y,\max} + \epsilon, \\ -2.5^\circ \leq \alpha_{f,t} \leq 2.5^\circ, \end{cases} \quad (3)$$

式中: δ 为车前轮转角; $\Delta\delta$ 为前轮转角增量; β 为质心侧偏角; $a_{y,\min}$ 和 $a_{y,\max}$ 为加速度极限约束; $\alpha_{f,t}$ 为车辆模型前车轮侧偏角。

2.3 目标函数

构建如式(4)所示的目标函数。该目标函数通过控制横向位置偏差和横摆角偏差,使它们接近0。

$$J(\xi(t), u(t-1), \Delta U(t)) = \sum_{i=1}^{N_p} \|\eta(t+i|t) - \eta_{\text{ref}}(t+i|t)\|_Q^2 + \sum_{i=1}^{N_c-1} \|\Delta u(t+i|t)\|_R^2 + \rho\epsilon^2, \quad (4)$$

2.1 预测模型

通过向前欧拉法(FE)对式(1)进行线性化,得到线性时变方程如式(2)所示。

$$\dot{\xi} = A(t)\xi(t) + B(t)u(t), \quad (2)$$

式中: $\dot{\xi} = f(\xi, u)$, 状态量为 $\xi = [\dot{y}, \dot{x}, \varphi, \dot{\varphi}, Y, X]^T$, 控制量选取为

$$u = \delta_t, \\ B(t) =$$

$$\begin{bmatrix} \frac{2C_{cf}}{m}, \frac{2C_{cf}(2\delta_{f,t-1} - \frac{y_t + a\dot{\varphi}_t}{\dot{x}_t})}{m}, 0, \frac{2aC_{cf}}{I_z}, 0, 0 \end{bmatrix} \circ$$

式中: N_p 为控制器预测时域; N_c 为控制器控制时域; Q 和 R 为控制器的权重矩阵; η_{ref} 为参考输出; ρ 为权重系数; ϵ 为松弛因子。

控制器所解决的优化问题如式(5)所示。

$$\begin{cases} \text{s.t. } \Delta U_{\min} \leq \Delta U_t \leq \Delta U_{\max}, \\ U_{\min} \leq A\Delta U_t + U_t \leq U_{\max}, \\ y_{\text{hc},\min} \leq y_{\text{hc}} \leq y_{\text{hc},\max}, \\ y_{\text{sc},\min} - \epsilon \leq y_{\text{sc}} \leq y_{\text{sc},\max} + \epsilon, \\ \epsilon > 0, \end{cases} \quad (5)$$

式中: y_{hc} 为硬约束; y_{sc} 为软约束; $y_{\text{hc},\min}$ 和 $y_{\text{hc},\max}$ 为硬约束极限; $y_{\text{sc},\min}$ 和 $y_{\text{sc},\max}$ 为软约束极限。

求解后获得的时域内变量增量如式(6)所示。

$$\Delta U_t^* = [\Delta u_t^*, \Delta u_{t+1}^*, \dots, \Delta u_{t+N_c-1}^*, \epsilon]^T. \quad (6)$$

下一步,把控制序列的第一个元素作为实际的输入增量来作用于控制器,如式(7)所示。

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u_t^*. \quad (7)$$

当控制器进入下一个控制周期时,重复式(5)~式(7)所示的过程,如此循环实现对目标轨迹的跟踪控制。

3 侧偏刚度估计器

轮胎侧偏特性图如图3所示。

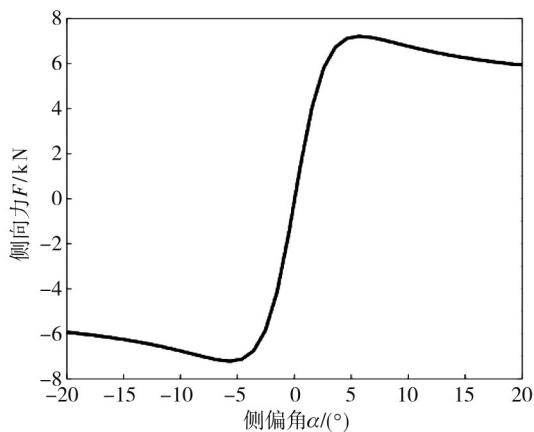


图 3 侧偏特性曲线图

Fig. 3 Side slip characteristic curve

由图 3 可知, 较小侧偏角下, 轮胎侧偏力与侧偏角呈线性关系, 但是在高速转弯的工况中, 轮胎侧偏角变大会导致侧偏刚度发生非线性变化, 影响车辆的跟踪精度和行驶稳定性。因此, 需要建立动态侧偏刚度估计器来对轮胎的侧偏刚度进行实时的动态估计。

3.1 估计器的搭建

采用递归最小二乘法(RLS)来估计轮胎的侧偏刚度^[14]。

侧偏角公式如式(8)所示。

$$\begin{cases} \alpha_f = \arctan\left(\frac{v_y + ar}{v_x}\right) - \delta_f \approx \frac{v_y + a\dot{\varphi}}{v_x} - \delta_f, \\ \alpha_r = \arctan\left(\frac{v_y - br}{v_x}\right) \approx \frac{v_y - b\dot{\varphi}}{v_x}. \end{cases} \quad (8)$$

式中: r 为横摆角速度。

估计器代价函数如式(9)所示。

$$J = \sum_{i=1}^N \lambda_m^{N-i} [Y_m(i) - \varphi^T(i)\hat{\Phi}(i)]^2, \quad (9)$$

式中: λ_m 为遗忘因子; $Y_m = \varphi^T(k)\Phi(k) + e(k)$ 为线性回归方程, $\varphi(k) = \frac{v_{y(k)} + a\dot{\varphi}(k)}{v_x(k)} - \delta(k)$ 为轮胎侧偏角; $\Phi(k)$ 为模型参数的估计值。

3.2 估计器的仿真

为了验证侧偏刚度估计器的效果, 选取反映跟踪精度的横向位置和反映稳定性的横摆角^[15]作为对照, 由于车辆在转弯处的变化值较大, 因此将控制器与参考轨迹在转弯处的偏差作为对照标准。

通过 Carsim 和 Simulink 搭建侧偏刚度为定值的模型预测控制器与侧偏刚度实时变化的控制

器, 对比轨迹跟踪精度和车辆横摆角来证明建立的估计器的有效性和合理性。

横向位置和横摆角的对比结果如图 4 和图 5 所示。

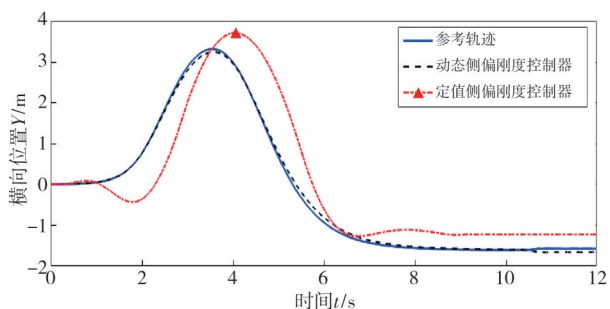


图 4 横向位置对比

Fig. 4 Transverse position contrast

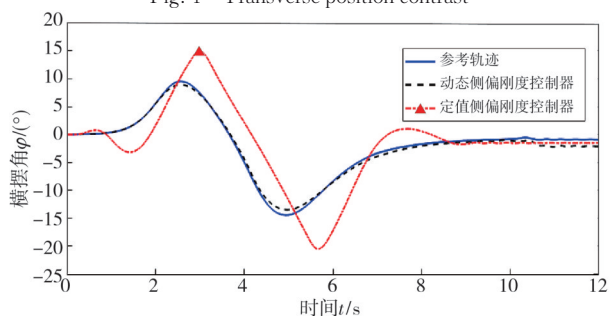


图 5 横摆角对比

Fig. 5 Yaw angle contrast

通过图 4 和图 5 的对比分析可知, 在高速转弯工况下, 轮胎侧偏刚度为固定值的控制器虽然勉强可以跟踪上轨迹, 但是误差相对比较大, 车辆行驶稳定性差; 而加入动态侧偏刚度估计器的控制器, 可以在车辆行驶中实时地对车辆轮胎的侧偏刚度进行估计, 降低了跟踪精度的误差, 同时还保证了车辆的稳定性。

4 控制器优化

预测时域和控制时域的选取对轨迹跟踪的精度和稳定性有很大的影响, 过大会增加控制器的计算负担, 过小则会降低车辆稳定性, 为此, 引入基于全局动态寻优的粒子群算法, 对这两个重要参数进行迭代的寻优。

4.1 粒子群算法

粒子更新自身状态的规则如式(10)所示。

$$\begin{cases} v_i^{t+1} = \omega v_i^t + c_1 r_1 (p_i^t - x_i^t) + c_2 r_2 (g_i^t - x_i^t), \\ x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \end{cases} \quad (10)$$

式中: ω 为惯性因子; v_i 和 x_i 分别为粒子的飞行速度和位置; p_i 和 g_i 分别为粒子运行过程中的历史最

优解和整个种群最优解; c_1 和 c_2 分别为自我学习因子和群体学习因子。

一般惯性因子为常数,但是固定为常数的惯性因子设置得过大大会导致局部寻优变弱,设置得过小则又会导致全局寻优变弱,所以对惯性因子 w 采取线性递减权值策略,如式(11)所示。

$$w=(w_{ini}-w_{end})(M-g)/M+w_{end}, \quad (11)$$

式中: w_{ini} 和 w_{end} 分别为惯性因子的初始值和最终更新值; g 为当前的迭代次数; M 为算法的最终迭代次数。

多目标粒子群算法的迭代寻优后的结果如图6所示。

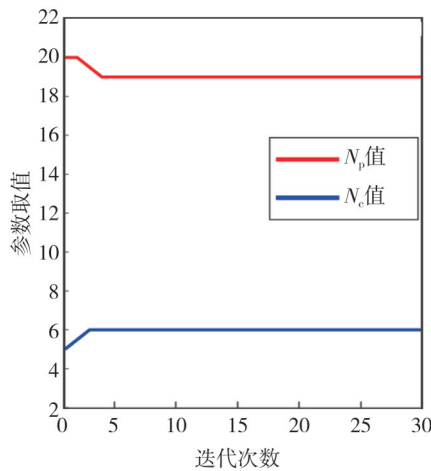


图6 算法寻优结果图

Fig. 6 Optimization results of the algorithm

4.2 不同控制器的对比

将粒子群算法优化后的控制器、传统控制器以及模糊算法优化的控制器进行对比,以验证控制器的性能。

通过Carsim和Simulink对控制器进行仿真对比,结果如图7和图8所示。

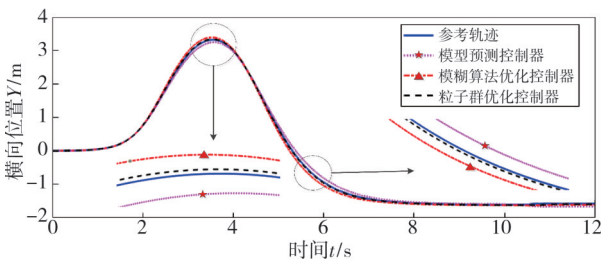


图7 不同控制器横向位置对比图

Fig. 7 Transverse position contrast of different controllers

由图7可以看出,与传统控制器和模糊算法优化的控制器相比,粒子群算法优化的控制器可以更好地跟踪轨迹;由图8可以看出,粒子群算

法优化的控制器在控制车辆行驶过程中的稳定性要比模糊算法优化控制器和传统控制器更好;由表1可知,粒子群算法优化的控制器横向位置误差仅有4.9%,比传统控制器提高了67.8%,比模糊算法优化的控制器提高了55.8%;横摆角误差仅有2.6%,比传统控制器提高了62.3%,比模糊算法优化的控制器提高了58%。相比其余两个控制器,粒子群算法优化控制器可以更好地将轨迹跟踪收敛,同时保证车辆行驶的稳定性。

表1 不同控制器误差

Tab. 1 Error of different controllers

| | 横向位置误差/% | 横摆角误差/% |
|-----------|----------|---------|
| 传统模型预测控制器 | 15.3 | 6.89 |
| 模糊算法优化控制器 | 11.1 | 6.2 |
| 粒子群优化控制器 | 4.9 | 2.6 |

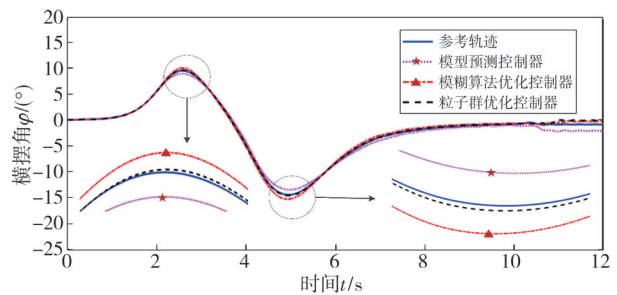


图8 不同控制器横摆角对比图

Fig. 8 Comparison of Yaw angles of different controllers

5 结论

1) 为解决高速转弯工况下轮胎侧偏刚度的强非线性特性导致的车辆失稳问题,搭建了轮胎动态侧偏刚度估计器对轮胎侧偏刚度进行实时估计,搭建后的控制器可以在高速转弯的工况下较好地跟踪参考轨迹。

2) 为提高车辆跟踪的精确性和稳定性,利用改进粒子群算法对控制器的时域参数进行优化,改进后的控制器跟踪精度误差降为4.9%,横摆角误差降为2.6%,比传统模型预测控制器分别提高了67.8%和62.3%,比模糊算法优化的控制器分别提高了55.8%和58%。研究结果证明改进后的控制器可以显著提高车辆的跟踪精度和稳定性。

参考文献:

[1] 陈慧岩, 陈舒平, 龚建伟. 智能汽车横向控制方法研究综述[J]. 兵工学报, 2017, 38(6): 1203-1214.
 CHEN Huiyan, CHEN Shuping, GONG Jianwei. A review on the research of lateral control for intelligent

- vehicles[J] *Acta Armamentarii*, 2017, 38(6): 1203-1214. (in Chinese)
- [2] 王思山, 周海鹰, 毕栋, 等. 基于运动学和动力学模型的无人驾驶路径跟踪控制器设计[J]. *湖北汽车工业学院学报*, 2020, 34(1): 1-5.
WANG Sishan, ZHOU Haiying, BI Dong, et al. Design of autonomous vehicle path tracking controller based on kinematic and dynamic model[J]. *Journal of Hubei University of Automotive Technology*, 2020, 34(1): 1-5. (in Chinese)
- [3] 徐明泽, 刘清河. 基于LQR和PID的智能车轨迹跟踪控制算法设计与仿真[J]. *太原理工大学学报*, 2022, 53(5): 877-885.
XU Mingze, LIU Qinghe. Design and simulation of intelligent vehicle trajectory tracking control algorithm based on LQR and PID[J]. *Journal of Taiyuan University of Technology*, 2022, 53(5): 877-885. (in Chinese)
- [4] 刘红铄, 陶刚, 李德润, 等. 智能汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协同控制[J]. *汽车工程学报*, 2022, 12(6): 773-781.
LIU Hongshuo, TAO Gang, LI Derun, et al. Collaborative control over trajectory tracking and yaw stability for intelligent vehicles[J]. *Chinese Journal of Automotive Engineering*, 2022, 12(6): 773-781. (in Chinese)
- [5] 庞辉, 刘楠, 刘敏豪, 等. 基于线性时变模型预测控制的自主车辆轨迹跟踪控制器设计与验证[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(24): 264-274.
PANG Hui, LIU Nan, LIU Minhao, et al. Design and verification of trajectory tracking controller for autonomous vehicle based on linear time-varying model predictive control [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(24): 264-274. (in Chinese)
- [6] WANG Z, WANG J. Ultra-local model predictive control: a model-free approach and its application on automated vehicle trajectory tracking[J]. *Control Engineering Practice*, 2020, 101(2): 104482.
- [7] 乔建璐, 范英, 晋民杰, 等. 四轮转向车辆转向特性研究[J]. *中北大学学报(自然科学版)*, 2017, 38(4): 458-465.
QIAN Jianlu, FAN Ying, JIN Minjie, et al. Study on the steering characteristics of four wheel steering vehicle [J]. *Journal of North University of China (Natural Science Edition)*, 2017, 38(4): 458-465. (in Chinese)
- [8] 杨薪敬. 智能汽车运动控制算法综述[J]. *汽车文摘*, 2022(9): 27-32.
YANG Xinjing. A review on motion control algorithms for autonomous vehicles [J]. *Automotive Digest*, 2022(9): 27-32. (in Chinese)
- [9] GENG C, ZHANG J, LIU J. Path-tracking control based on adaptive control period[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2020, 53(5): 592-597.
- [10] CUI Q, DING R, ZHOU B, et al. Path tracking of an autonomous vehicle via model predictive control and nonlinear filtering[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part D Journal of Automobile Engineering*, 2018, 232(9): 1237-1252.
- [11] 唐传茵, 赵懿峰, 赵亚峰, 等. 智能车辆轨迹跟踪控制方法研究[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2020, 41(9): 1297-1303.
TANG Chuanyin, ZHAO Yifeng, ZHAO Yafeng, et al. Research on the trajectory tracking control method of intelligent vehicles [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2020, 41(9): 1297-1303. (in Chinese)
- [12] 张冰. 全线控电动汽车不同行驶模式的轨迹跟踪控制研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.
- [13] 范英, 徐媛. 四轮转向汽车控制策略研究[J]. *太原科技大学学报*, 2022, 43(4): 335-339.
FAN Ying, XU Yuan. Research on control strategy of 4WS vehicle[J]. *Journal of Taiyuan University of Science and Technology*, 2022, 43(4): 335-339. (in Chinese)
- [14] 龚建伟, 刘凯, 齐建永, 等. 无人驾驶车辆模型预测控制[M]. 第2版. 北京: 北京理工大学出版社出版社, 2020.
- [15] FALCONE P, ERIC TSENG H, BORRELLI F, et al. MPC-based yaw and lateral stabilisation via active front steering and braking [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2008, 46(S1): 611-628.