

文章编号: 1673-3193(2024)02-0123-09

基于改进人工势场法的RRT*无人船路径规划算法

周卫祥, 许继强

(上海海事大学 信息工程学院, 上海 201306)

摘要: 为了使RRT*能够更好地适应不同复杂程度的环境, 并快速生成一条平滑的较优路径, 本文在RRT*算法的基础上引入人工势场法, 设计了基于改进人工势场法的RRT*算法。首先, 对全局地图进行划分, 并进行分区偏置采样; 然后, 改进节点拓展方式, 引入障碍物大小因子来改进斥力势场函数, 引导新节点的生成; 同时, 引入自适应变步长策略, 根据距离障碍物的远近, 以不同的步长拓展路径点。为了使规划路径更符合无人船的航行特性, 采用三次非均匀B样条对改进算法生成的路径进行了平滑处理。为了验证本文改进算法的优势, 通过设计特殊障碍物环境、简单障碍物环境以及复杂障碍物环境, 对比分析了RRT、RRT*、人工势场法和本文算法, 发现了本文改进算法生成的路径平均长度短于RRT、RRT*和人工势场法所规划的路径长度, 路径规划效率更高, 面对不同障碍物环境有更好的适用性。

关键词: 无人船; RRT*; 人工势场法; 三次非均匀B样条; 路径规划

中图分类号: U675.79; TP18 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1673-3193.2024.02.001

引用格式: 周卫祥, 许继强. 基于改进人工势场法的RRT*无人船路径规划算法[J]. 中北大学学报(自然科学版), 2024, 45(2): 123-131.

ZHOU Weixiang, XU Jiqiang. RRT* unmanned ship path planning algorithm based on improved artificial potential field method[J]. Journal of North University of China(Natural Science Edition), 2024, 45(2): 123-131.

RRT* Unmanned Ship Path Planning Algorithm Based on Improved Artificial Potential Field Method

ZHOU Weixiang, XU Jiqiang

(College of Information Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China)

Abstract: In order to make RRT* better adapt to a variety of different complexity environments and quickly generate a smooth optimal path, this paper introduced artificial potential field method based on RRT* algorithm, and designed RRT* algorithm based on improved artificial potential field method. The global map was divided for partition bias sampling. Then, the node expansion method was improved, and the obstacle size factor was introduced to improve the repulsion potential field function, so the generation of new nodes was guided. Through introducing the adaptive variable step size strategy, the path points was expanded with different step sizes according to the distance from the obstacle. To make the planned path more in line with the navigation characteristics of unmanned ships, non-uniform cubic B-spline was used to smooth the path generated by the improved algorithm. In order to verify the advantages of the improved algorithm of this paper, by designing special obstacles, simple obstacles and complex obstacles, RRT, RRT*, artificial potential field method and the algorithm of this paper was compared and analyzed.

收稿日期: 2023-09-27

基金项目: 上海市启明星培育(扬帆专项)资助项目(22YF1416100); 国家自然科学基金青年科学基金项目资助(62203293)

作者简介: 周卫祥(1991-), 男, 讲师, 博士, 主要从事无人运载器的导航、制导与控制等方面的研究。E-mail: zhouwx@shmtu.edu.cn.

The results show that the improved algorithm generation path average length is shorter than RRT, RRT* and artificial potential field method planning path length, the path planning efficiency is higher, and have better applicability to different obstacle environment.

Key words: unmanned ship; RRT*; artificial potential field method; non-uniform cubic B-spline; path planning

0 引言

随着自动化技术的发展以及对设备高效、安全、环保等方面要求的提高,使得无人船设备得到了迅猛发展^[1]。同时,路径规划算法也成为了无人船智能化不可或缺的技术^[2]。路径规划旨在找到一条满足各种约束条件、能够成功完成任务的最优路径。

路径规划算法可以按不同的分类方式进行划分。根据环境中是否存在移动障碍物可以分为静态路径规划^[3]和动态路径规划^[4];根据是否实时可以分为离线和在线路径规划;根据对环境信息的把控程度可以分为全局路径规划^[5]和局部路径规划^[6];根据是否智能可以分为传统算法和智能算法。常见的路径规划算法有A-star算法^[7]、Dijkstra算法^[8]、RRT算法^[9]、人工势场法^[10]、蚁群算法^[11]、遗传算法^[12]等。

蚁群算法对参数选择敏感,易陷入局部最优解;遗传算法的控制变量多,局部搜索能力差。以上智能算法虽然克服了传统算法的部分缺点,但是存在容易陷入局部最优和参数设置过多的问题。RRT*算法具有高效、快速搜索、易于实现、适用性强等优点,被广泛应用于路径规划中。本文将继续对RRT*算法进行优化,以提高算法的路径规划性能。

科研人员在RRT算法的基础上提出了众多改进方法。Islam等^[13]采用更智能化的采样策略和近似优化方法提出RRT*-Smart来改进RRT*以提高采样点的质量和效率;Khattab等^[14]利用智能模糊逻辑系统(FLS)来控制随机节点生成提出了FA-RRT*N算法,提高了路径生成效率;Luo等^[15]提出Graft-RRT,对起点和终点之间的可行区域进行有限随机抽样,生成第三种随机树Graft-Tree,然后扩展起点随机树和终点随机树;Gammell等^[16]提出基于RRT*启发式搜索方法的Informed RRT*,引入启发式信息来加速路径规划;Mashayekhi等^[17]混合RRT实现了双树搜索,将双树搜索的起始树和目标树合二为一,对单棵树进

行知情抽样,提出了Hybrid RRT。这些算法从不同角度进行改进,提高了RRT算法的效率。

人工势场法通过构造势场函数来表示航行过程中障碍物和目标点对无人船的整体影响。无人船通过搜索势能减少的方向实现路径规划,并最终移动到目标点。传统人工势场法存在目标不可达等问题,国内外学者通过对势场函数进行改进解决了这一问题。

本文对斥力势场函数进行了改进。首先,引入障碍物大小因子来提高人工势场法对障碍物的敏感程度,引导RRT*生成的新节点远离大障碍物,更好地进行路径规划。然后,采用分区偏置采样策略降低边缘区域的采样次数,提高采样效率,引入动态变步长策略使得算法对不同复杂程度的障碍物均有很好的适用性。最后,对路径进行平滑处理,使之更加符合无人船的实际航行特性。

1 算法简介

RRT算法最早由LaValle提出,用于解决移动机器人的路径规划问题,可以在给定空间内找到一条连接起点和终点的无碰撞路径^[18]。RRT算法使用基于采样的方法对地图的空白区域进行快速探索来获取工作空间信息,从而避免状态空间的离散化,并提供一种较弱的完整性形式,是一种概率完全的非最优算法。RRT算法会在全局地图中随机采样,得到采样点 X_{rand} ,之后在树中寻址,找到树中离采样点最近的 $X_{nearest}$,以固定步长从 $X_{nearest}$ 向 X_{rand} 拓展,按照这种拓展方式不断迭代,直至到达目标点。RRT算法原理图如图1所示。

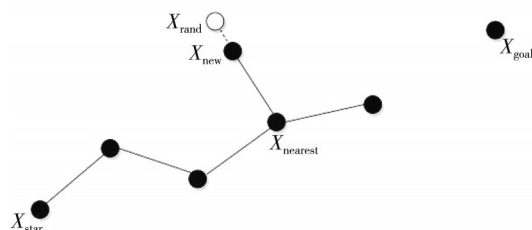


图1 RRT算法原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the RRT algorithm

RRT*在RRT算法的基础上进行了改进,在RRT拓展得到新节点 X_{new} 后,在以 X_{new} 为中心、半径固定的圆形区域内,进行父节点重选,寻找 X_{new} 到 X_{star} 代价值最小的路径,之后进行路径重连,使圆域中个别节点的路径代价值减少,重新布线能够减少冗余,父节点重选使得每一次拓展的新路径代价值尽可能小,两者结合使RRT*对路径不断渐进优化。

2 算法改进

2.1 分区偏置采样策略

RRT*算法所采用的采样策略是全局范围内的简单随机采样,这种方式可以快速拓展路径,寻找到一条从起点到目标点的路径,但是这种完全随机的采样方式会使采样点冗余,需要不断地迭代才能得到一条较优路径。

本文对RRT*算法的采样方式进行改进,提出一种分区偏置采样策略,将全局地图划分为边缘区域 A_1 和中心区域 A_2 两部分,分区策略如图2所示。

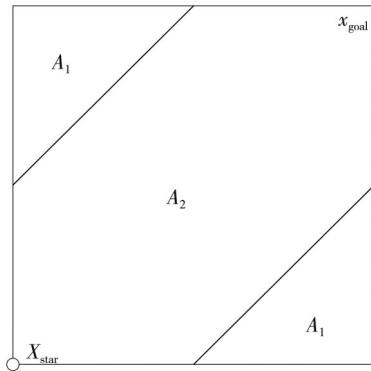


图2 分区策略示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the partition strategy

偏置采样策略为

$$X_{rand} = \begin{cases} \text{边缘区域} & \begin{cases} X_{goal}, rand(1) > P_1, \\ X_{free}, rand(1) \leq P_1, \end{cases} \\ \text{中心区域} & \begin{cases} X_{goal}, rand(1) > P_2, \\ X_{free}, rand(1) \leq P_2, \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

式中： X_{rand} 为采样点； X_{goal} 为目标点； X_{free} 为随机点； P_1 和 P_2 为偏置概率。当在边缘区域进行采样时,若随机数 $X_{rand1} > P_1$ 则将目标点 X_{goal} 作为采样点,随机数 $X_{rand1} \leq P_1$ 则随机采样;当在中间区域进行采样时,若随机数 $X_{rand1} > P_2$ 则随机采样,随机数 $X_{rand1} \leq P_2$ 则将目标点 X_{goal} 作为采样点。

分区策略在不改变算法概率完备性的同时,提高了RRT*算法路径生成的效率。

2.2 节点拓展方式改进

在RRT*进行节点拓展时,首先要在路径树中找到离采样点 X_{rand} 最近的临时父节点 $X_{nearest}$,由 $X_{nearest}$ 向 X_{rand} 以固定步长进行拓展,得到新的路径点后在临近空间进行搜索和树的重新连接。

本文引入改进的人工势场法改进节点拓展方式,加快了随机树的搜索效率。人工势场法需要构造两个势场函数:引力势场函数和斥力势场函数^[19],引力势场函数用于计算目标点对无人船的引力,斥力势场函数用于计算障碍物影响范围内各障碍物对船的斥力。人工势场法原理如图3所示。

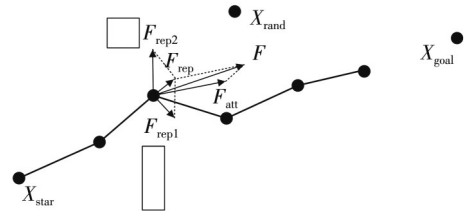


图3 人工势场法原理图

Fig. 3 Schematic diagram of the artificial potential field method

引力势场函数可以表示为

$$U_{att}(q) = \frac{1}{2} k_{att} d(q, q_g)^2, \quad (2)$$

式中： k_{att} 为引力增益系数； q 为当前无人船所处位置； q_g 为目标点所处位置； $d(q, q_g)$ 为无人船与目标点两者之间的欧式距离,计算公式为

$$d(q, q_g) = \sqrt{(q_{g1} - q_1)^2 + (q_{g2} - q_2)^2}. \quad (3)$$

对引力势场函数进行负梯度求导得到引力大小,方向由无人船指向目标点。

$$F_{att}(q) = -\text{grad}(U_{att}(q)) = k_{att} d(q, q_g) \frac{\partial(d(q, q_g))}{\partial x}. \quad (4)$$

由式(4)可以看出,引力大小与引力增益系数、目标点与无人船的距离有关,无人船距离目标点越远,引力越大,同时大小合适的引力增益系数,也能加快路径收敛的速度。

当无人船与障碍物的距离大于设置的障碍物影响范围 d_0 时,斥力势场函数为0,不会对无人船产生排斥,当两者之间的距离小于等于设置的 d_0 时,障碍物会对障碍物产生斥力。

斥力势场函数表示为

$$U_{\text{rep}}(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_{\text{rep}} \left(\frac{1}{d(q, q_i)} - \frac{1}{d_0} \right)^2, & d(q, q_i) \leq d_0, \\ 0, & d(q, q_i) > d_0, \end{cases} \quad (5)$$

式中: k_{rep} 为斥力增益函数; $d(q, q_i)$ 为无人船和障碍物之间的欧氏距离; d_0 为障碍物的影响范围。

传统斥力势场函数仅由斥力增益系数、与障碍物的距离来控制, 未考虑到障碍物的大小对路径规划效率的影响。本文对斥力势场函数进行了改进, 通过引入障碍物大小因子使得算法在控制设备躲避障碍物时, 对大障碍物的避障行为更加明显。这种改进能够在一定程度上解决 RRT* 算法在大障碍物附近控制设备时面临的缓慢拓展问题, 可以减小障碍物大小对于路径规划速度的影响。改进的斥力势场函数为

$$U_{\text{rep}}(q) = \begin{cases} \lambda k_{\text{rep}} \left(\frac{1}{d(q, q_i)} - \frac{1}{d_0} \right)^2 d^2(q, q_i), & d(q, q_i) \leq d_0, \\ 0, & d(q, q_i) > d_0, \end{cases} \quad (6)$$

式中: λ 为障碍物大小因子。 λ 的计算公式为

$$\lambda = \frac{l - l_{\min}}{l_{\max} - l_{\min}}, \quad (7)$$

式中: l 为障碍物的长度; l_{\max} 为所有障碍物长度的最大值; l_{\min} 为所有障碍物长度的最小值, 其设定值略小于任何一个障碍物的长度。

对改进的斥力势场函数进行负梯度求导, 可以得到斥力大小, 方向由障碍物指向无人船。

$$F_{\text{rep}}(q) = \begin{cases} F_{\text{rep1}}(q) + F_{\text{rep2}}(q), & d(q, q_i) \leq d_0, \\ 0, & d(q, q_i) > d_0, \end{cases} \quad (8)$$

$$F_{\text{rep1}}(q) = \frac{\partial \lambda k_{\text{rep}} \cdot d^2(q, q_i)}{\partial x} \cdot \left(\frac{1}{d(q, q_i)} - \frac{1}{d_0} \right)^2, \quad (9)$$

$$F_{\text{rep2}}(q) = 2\lambda k_{\text{rep}} \cdot \frac{\partial d(q, q_i)}{\partial x} \cdot d(q, q_i) \cdot \left[\left(\frac{1}{d(q, q_i)} - \frac{1}{d_0} \right) + \left(\frac{1}{d(q, q_i)} - \frac{1}{d_0} \right)^2 \right]. \quad (10)$$

无人船在势场中总是沿着势场下降的方向运动, 合力势场函数是引力势场和斥力势场的叠加, 公式为

$$U = U_{\text{att}}(q) + U_{\text{rep}}(q) = U_{\text{att}}(q) + \sum_i U_{\text{rep}i}(q), \quad (11)$$

式中: U 为合力势场; U_{att} 为引力势场; U_{rep} 为斥力势场。对合力势场进行负梯度求导便得到了合力, 无人船始终沿着合力的方向前进。

$$F = -\text{grad}(U(q)) = F_{\text{att}}(q) + \sum_i F_{\text{rep}i}(q), \quad (12)$$

式中: F 为合力; F_{att} 为引力; $F_{\text{rep}i}$ 为障碍物的排斥力。

2.3 自适应变步长策略

RRT* 算法采用固定步长进行路径拓展, 面对密集障碍物或者狭缝时, 容易出现没有可用步长的状况, 导致路径拓展缓慢, 甚至失败, 而在面对简单障碍物环境或者距离障碍物较远时, 固定步长会增加路径拓展时间和冗余度。针对上述情况, 本文提出一种自适应的变步长策略, 可以根据无人船周围障碍物的复杂程度动态调整步长值, 从而高效地进行拓展树生长, 减少规划时间。自适应变步长策略的公式为

$$L_{\text{step}} = \begin{cases} L_{\max}, & d(q, q_0) \geq 2L, \\ L, & L < d(q, q_0) \leq 2L, \\ L_{\min}, & 0.5L < d(q, q_0) < L, \end{cases} \quad (13)$$

式中: L_{step} 为实际步长; L_{\max} 为预设的最大步长; L 为预设的正常步长; L_{\min} 为预设的最小步长。

当无人船与障碍物距离大于 2 倍步长时, 则以最大步长 L_{\max} 进行拓展; 当与障碍物距离小于 1 倍步长时, 则以 L_{\min} 进行拓展; 在 1 倍步长与 2 倍步长之间时, 则以正常步长 L 进行拓展。

2.4 路径平滑

虽然基于改进人工势场法的 RRT* 算法规划的路径是一系列路径点的连线, 但是无人船航行时航向角有突变, 这显然不符合无人船的实际运动特性, 需要对路径进行平滑处理。

三次 B 样条具有足够的灵活性, 可以适应各种路径形状, 同时又相对简单, 并且在大多数情况下能够很好地平滑路径, 因而在路径平滑中被广泛使用。同时, 三次 B 样条能够提供充分的自由度, 使得它可以有效地拟合原始路径, 同时又避免了过度拟合的问题。此外, 三次 B 样条在计算复杂度和效率之间取得了较好的平衡, 因此本文采用三次均匀 B 样条进行路径平滑。

B 样条曲线的数学表达式为

$$S(u) = \sum_{j=0}^n Q_j B_j^p(u), \quad (14)$$

式中: $u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$ 为曲线参数; p 为曲线参数; Q_j 为控制点; $B_j^p(u)$ 为 B 样条基函数, 通常使用 de Boor-Cox 递推定义。只要给定控制点、节点向量及曲线次数等参数, 就可以构造出 B 样条曲线。

三次 B 样条路径规划的基本原理是通过插值技术在控制点之间进行曲线拟合。它使用一系列参数化的三次多项式, 通过调整这些参数, 可以产生平滑的路径。三次非均匀 B 样条, 即曲线次数为 3, 节点向量非均匀的 B 样条, 图 4 为选区的控制点为 $Q=[0 \ 0; 20 \ 30; 40 \ 20; 50 \ 30; 70 \ 50; 90 \ 60; 100 \ 100]$ 的平滑效果图。

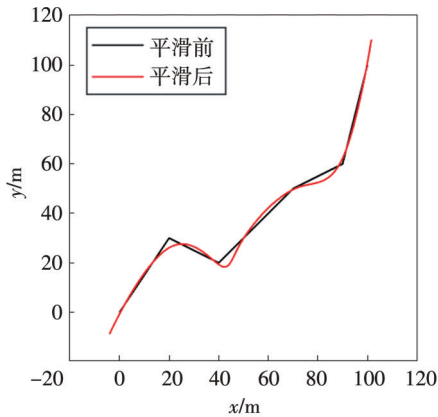


图 4 三次非均匀 B 样条平滑效果图

Fig. 4 Smoothing of non-uniform cubic B-spline

由图 4 可以看出, 经过三次 B 样条平滑之后的路径拐角更加平缓, 更贴合船舶的航行特性。通过适当调整权重, 算法可以满足不同的路径要求, 如避开障碍物、最小化路径长度或最大化路径平滑性等, 适用性更好。

2.5 算法流程

基于改进人工势场法的 RRT* 算法流程如图 5 所示。

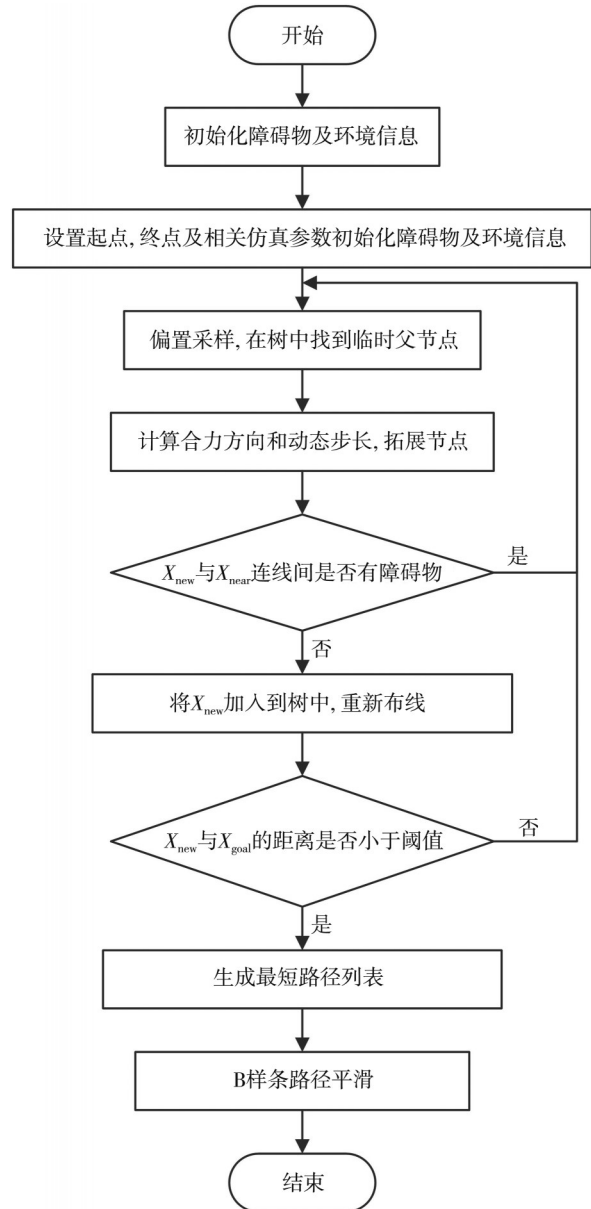


图 5 算法流程图

Fig. 5 Algorithm flow chart

3 仿真实验

为了验证本文基于改进 APF 的 RRT* 算法有效性, 采用 Intel (R) Core (TM) i5-1035G1 CPU @1.00 GHz, 机带 RAM 为 16.0 GB 的仿真计算机和 MatlabR2022a 软件, 分别在 3 种不同的障碍物环境中对简单偏置采样的 RRT、RRT*、APF 和本文的改进算法进行仿真, 以对比验证本文算法的有效性。

本文中设置的障碍物地图大小为 1000×1000 。起始点在效果图中用紫红色点表示, 坐标为 (0, 0), 目标点在效果图中用杏黄色点表示, 坐标为 (999,

999)。路径规划得到的路径树用蓝色线表示,最终规划得到的路径用红色线表示。实际环境中的障碍物形状各异,包括但不限于矩形障碍物,其他类型的障碍物可以进行膨化处理,近似为矩形障碍物。仿真中障碍物用黑色矩形表示。RRT、RRT*采用的简单偏置采样策略:当 $P > 0.2$ 时, $X_{rand} = X_{free}$; 当 $P < 0.2$ 时, $X_{rand} = X_{goal}$ 。改进算法偏置采样的偏置概率设置为 $P_1 = 0.2$, $P_2 = 0.8$ 。为了无人船的航行安全,在实验时对障碍物的长和宽均进行了20 m的膨化。算法要进行采样和拓展路径点,因此,时间复杂度主要受迭代次数的影响。算法运行过程中需要

储存当前的搜索树,因此空间复杂度主要受节点数量的影响。为了使得到的实验数据更加客观,本文使用的路径数据是算法进行10次路径规划后的平均值。

3.1 特殊障碍物实验

在特殊环境中对4种算法进行仿真实验。通过在地图中设置大小差异很大的障碍物,用来验证本文算法在快速向目标点靠近的同时,面对不同大小障碍物的避障行为,4种算法规划效果如图6所示。

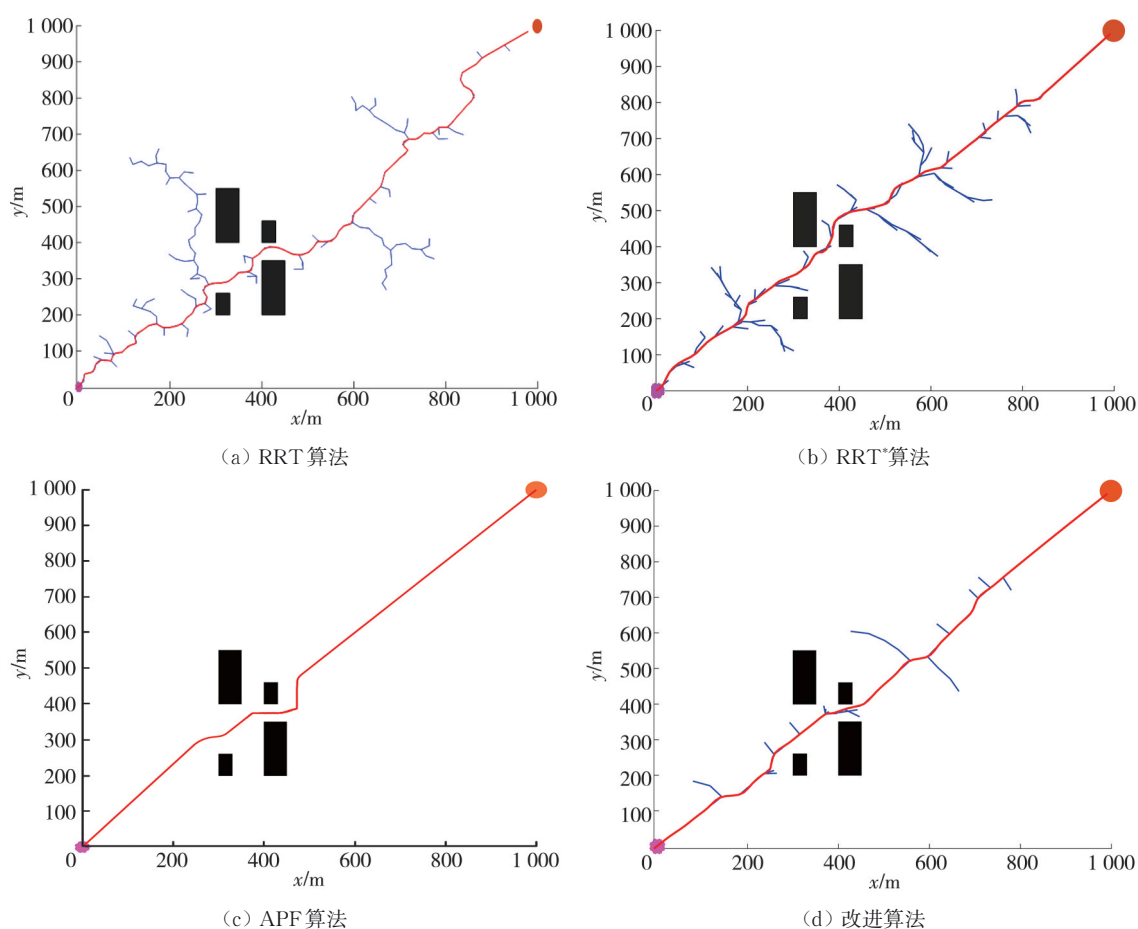


图6 特殊障碍物时不同算法的路径规划图

Fig. 6 Path planning diagram of different algorithms for special obstacles

由图6可以看出:本文改进算法由于引入改进的人工势场法,躲避大障碍物的行为更加明显,在障碍物影响范围内会主动远离大障碍物。RRT算法和RRT*算法的需要不断进行迭代,路径点利用率低,人工势场法在面对障碍物时,避开障碍物的时间成本较大。

特殊障碍物时路径规划的数据如表1所示。

表1 特殊障碍物环境中不同算法的路径规划对比

Tab. 1 Path planning comparison of different algorithms in special obstacle environments

算法	路径点数	规划时间 t/s	路径长度 s/m
RRT	188.7	4.5	1 787.8
RRT*	151.1	5.7	1 669.6
APF	107.3	5.9	1 632.8
改进算法	96.4	3.2	1 548.5

由表 1 中可以看出：本文改进算法性能明显优于RRT、RRT*和APF算法。改进算法路径点数比RRT、RRT*和APF分别减少48.9%，36.2%和10.2%，规划时间分别减少40.6%，42.4%和45.7%，路径长度分别减少13.4%，7.3%和5.2%。

3.2 简单障碍物实验

在简单障碍物环境中对4种算法进行仿真实验，在地图中设置6个相同大小的障碍物，对比验证不同算法的性能，4种算法在面对简单障碍物时规划出的路径如图7所示。

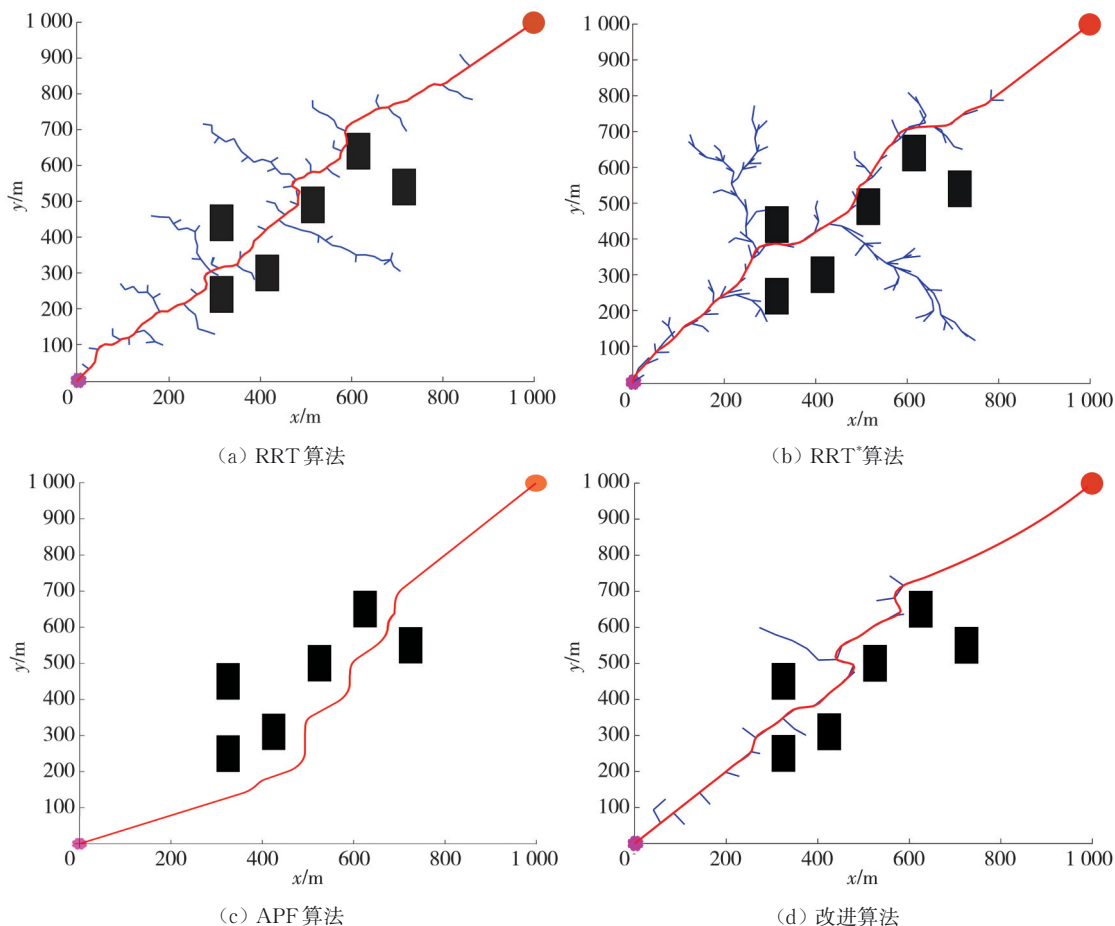


图7 简单障碍物时不同算法的路径规划图

Fig. 7 Path planning diagram by different algorithms for simple obstacles

由图7可以看出：在简单障碍物环境下，本文改进算法的拐点比RRT、RRT*和APF规划路径的拐点更少。同时，由于采用了动态变步长策略，本文改进算法在距离障碍物较远的地方能够以大步长拓展，路径规划效率更高。

简单障碍物时路径规划的数据如表2所示。

表2 简单障碍物环境不同算法规划路径对比

Tab. 2 Path planning comparison by different algorithms for simple obstacle environments

算法	路径点数	规划时间 t/s	路径长度 s/m
RRT	196.8	4.5	1 896.4
RRT*	175.7	5.4	1 731.2
APF	116.2	7.8	1 874.8
改进算法	90.6	3.7	1 628.7

由表2可以看出：本文改进算法的路径点数相比RRT、RRT*和APF算法分别减少了54.0%，48.4%和22.0%，规划时间减少了17.8%，31.5%和52.6%，路径长度减少了14.1%，5.9%和13.1%。本文改进算法在简单障碍物环境中能以较小代价快速到达目标点。

3.3 复杂障碍物实验

在复杂环境中对4种算法进行仿真实验，在地图中设置25个不同大小的障碍物，在复杂障碍物环境中4种算法的路径规划如图8所示。

由图8可以看出：RRT算法的频繁转向不利于无人船的航行，RRT*算法比RRT算法的路径拐点大幅减少，但是节点的利用率不高，APF算

法由于没有采样策略,面对复杂障碍物环境时,路径拓展缓慢。本文改进算法的路径拐点少,节

点利用率高,能快速到达目标点。

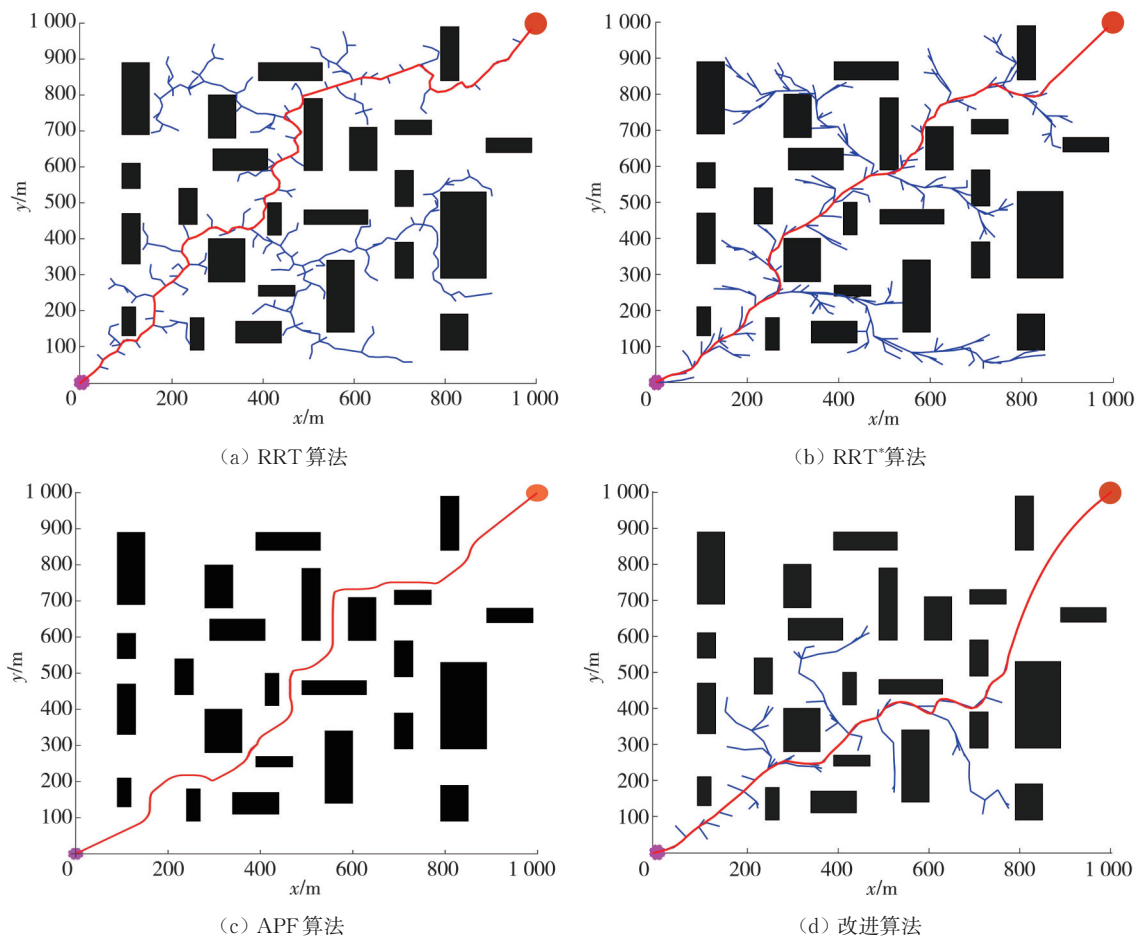


图8 复杂障碍物环境时不同算法的路径规划图

Fig. 8 Path planning diagram of different algorithms for complex obstacle environments

复杂障碍物时路径规划的数据如表3所示。

表3 复杂障碍物环境时不同算法的路径规划对比

Tab. 3 Path planning comparison of different algorithms for complex obstacle environments

算法	路径点数	规划时间 t/s	路径长度 s/m
RRT	284.9	6.9	2 042.9
RRT*	248.3	8.1	1 768.6
APF	147.1	11.5	1 926.3
改进算法	123.4	4.4	1 678.4

由表3中可以看出:本文改进算法路径点数比RRT、RRT*和APF分别减少56.7%、50.3%和16.1%,规划时间分别减少36.2%、45.7%和61.7%,路径长度分别减少17.8%、5.1%和12.9%,可以看出复杂环境下本文改进算法仍能快速规划出一条较优的路径,路径规划性能稳定。

4 结论

本文在RRT*算法基础上引入了改进的人工

势场函数,使路径点的生成更具方向性,避障更加准确,同时采用分区偏置采样策略加快了算法的收敛速度,减少了低效采样的次数,加快了算法的收敛速度,动态变步长策略使得算法在面对不同复杂程度的障碍物环境均有很好的适用性,最后采用三次非均匀B样条对规划路径进行了平滑处理,更加符合无人船的特性。通过对比实验发现,改进算法规划的路径长度、规划时间和路径点数都较RRT、RRT*和APF算法有很大提升。

虽然无人船航行主要使用螺旋桨或者喷水推进,而无人机主要依靠螺旋桨或喷气发动机进行飞行,但是,本文所提算法是在障碍物环境中进行路径规划,因此,对于无人船和无人机的路径规划具有通用性。另外,本文算法主要考虑了环境中静态障碍物对于无人船路径规划的影响,而海洋上动态障碍物和风浪流等环境影响下的路径规划也同样值得思考和进一步探索。

参考文献:

- [1] HE J, ZHANG J, LIU J, et al. A ROS2-based framework for industrial automation systems[C]//2022 2nd International Conference on Computer, Control and Robotics (ICCCR), Shanghai, China, 2022: 98-102.
- [2] RAFI M S A b M, SEDIONO W, ABIDIN Z b Z. Radar-based collision avoidance on unmanned surface vehicles (USV) [C]//2022 IEEE 9th International Conference on Underwater System Technology: Theory and Applications (USYS), Kuala Lumpur, Malaysia. IEEE, 2022: 1-7.
- [3] 王跃午. 基于快速行进法的无人艇编队路径规划技术研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2015.
- [4] 高如江. 桥群水域船舶动态路径规划研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2017.
- [5] ZHANG J X, LIU M Q, ZHANG S L, et al. Robust global route planning for an autonomous underwater vehicle in a stochastic environment [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2022, 23(11): 1658-1672.
- [6] 张智能, 李以农, 余颖弘, 等. 复杂动态环境下智能汽车局部路径规划与跟踪算法研究[J]. *中国公路学报*, 2022, 35(9): 372-386.
ZHANG Zhineng, LI Yinong, YU Yinghong, et al. Study on local path planning and tracking algorithm of intelligent vehicles in complex dynamic environment [J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2022, 35(9): 372-386. (in Chinese)
- [7] LIU J, XI B, CHEN S, et al. The path planning study of autonomous patrol robot based on modified astar algorithm and genetic algorithm[C]//2022 34th Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Hefei, China, 2022: 4713-4718.
- [8] ZHU Z, LI L, WU W, et al. Application of improved Dijkstra algorithm in intelligent ship path planning [C]//2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC), Kunming, China, 2021: 4926-4931.
- [9] 王浩. 基于改进人工势场法的车辆避障路径规划研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [10] KUMAR P B, RAWAT H, PARHI D R. Path planning of humanoids based on artificial potential field method in unknown environments [J]. *Expert Systems: The International Journal of Knowledge Engineering*, 2019(2): 1-12.
- [11] LAMINI C, BENHLIMA S, ELBEKRI A. Genetic algorithm based approach for autonomous mobile robot path planning [J]. *Procedia Computer Science*, 2018, 127: 180-189.
- [12] 杨博, 刘树东, 鲁维佳, 等. 改进遗传算法在机器人路径规划中的应用[J]. *现代制造工程*, 2022(6): 9-16.
YANG Bo, LIU Shudong, LU Weijia, et al. Application of an improved genetic algorithm in robot path planning [J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2022(6): 9-16. (in Chinese)
- [13] ISLAM F, NASIR J, MALIK U, et al. RRT*-smart: Rapid convergence implementation of RRT* towards optimal solution[C]//2012 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Chengdu, China, 2012: 1651-1656.
- [14] KHATTAB O, YASSER A, JARADAT M A, et al. Intelligent adaptive RRT* path planning algorithm for mobile robots [C]//2023 Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET), Dubai, United Arab Emirates, 2023: 1-6.
- [15] LUO Z, LI Q, QIU J, et al. Graft-RRT: An efficient method to find and converge global paths through intermediate points [C]//2022 International Conference on Machine Learning and Knowledge Engineering (MLKE), Guilin, China, 2022: 256-260.
- [16] CAMELL J D, SRINIVASA S S, BARFOOT T D. Informed RRT*: Optimal sampling-based path planning focused via direct sampling of an admissible ellipsoidal heuristic [C]//2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Chicago, IL, USA, 2014: 2997-3004.
- [17] MASHAYEKHI R, IDRIS M Y I, ANISI M H, et al. Hybrid RRT: A semi-dual-tree RRT-based motion planner [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 18658-18668.
- [18] 赵亮, 王芳, 白勇. 水面无人艇路径规划的现状与挑战[J]. *船舶工程*, 2022, 44(4): 1-7.
ZHAO Liang, WANG Fang, BAI Yong. The current status and challenges of surface unmanned boat path planning [J]. *Ships Engineering*, 2022, 44(4): 1-7. (in Chinese)
- [19] 王海伟. 切换拓扑结构下多无人机的编队控制与避障方法研究[D]. 长春: 长春工业大学, 2023.