

基于微分博弈的网联车队纵向控制策略

李奥迪^a, 崔善柠^b, 陈意成^a, 杨宇翔^b, 曲大义^{a,*}

(青岛理工大学 a. 机械与汽车工程学院; b. 土木工程学院, 青岛 266525)

摘要: 网联车队纵向控制影响着车辆的运行安全和效率, 针对这一问题, 提出基于微分博弈的车队控制策略。考虑车辆的运行状态信息和车辆惯性时滞等控制变量, 建立网联车队纵向决策控制方法。根据车队控制目标和车辆间距策略, 建立前车跟随和双前车跟随信息拓扑结构下的微分博弈目标函数。运用最优控制的求解方法, 构造 Hamilton 方程, 求解微分博弈的纳什均衡策略。搭建多车组成的车队仿真环境, 验证分析 2 种结构下控制策略的稳定性和精确性。结果表明, 基于微分博弈的控制策略满足车队的控制目标, 且双前车跟随结构下, 车队控制更加精确。

关键词: 微分博弈; 队列纵向控制; 最优控制

中图分类号: U491.2

文献标志码: A

文章编号: 1673-4602(2026)01-0115-11

DOI: 10.3969/j.issn.1673-4602.2026.01.015

Longitudinal control strategy of connected vehicle platoon based on differential game

LI Aodi^a, CUI Shanning^b, CHEN Yicheng^a, YANG Yuxiang^b, QU Dayi^{a,*}

(a. School of Mechanical and Automotive Engineering; b. School of Civil Engineering,
Qingdao University of Technology, Qingdao 266525, China)

Abstract: The longitudinal control of the connected vehicle platoon affects the safety and efficiency of vehicle operation, and a platoon control strategy based on differential game is proposed to address this problem. Considering the vehicle's operation state information, vehicle inertia time lag and other control variables, the longitudinal decision-making control method of the connected vehicle platoon is established. According to the platoon control objective and vehicle spacing strategy, the objective function of differential game is established under the informational topology structures of predecessor-following and two-predecessor-following. The optimal control solving method is applied to construct Hamilton's equation, and the Nash equilibrium strategy of differential game is solved. The platoon simulation environment consisting of multi-vehicles is constructed to verify and analyze the stability and accuracy of the control strategy under the two structures. The results show that the control strategy based on differential game meets the control objective of the platoon, and the platoon con-

收稿日期: 2024-04-23

基金项目: 国家自然科学基金(52272311)

作者简介: 李奥迪(1998—), 男, 河北石家庄人。硕士, 研究方向为车辆轨迹规划与控制。E-mail: liaodi0713@163.com。

* **通信作者:** 曲大义(1973—), 男, 山东青岛人。博士, 教授, 主要从事车路协同及安全控制等方面的研究。
E-mail: dayiqu@qut.edu.cn。

trol is more accurate under the two-predecessor-following structure.

Key words: differential game; longitudinal control of the platoon; optimal control

随着网联自主车辆(Connected Autonomous Vehicle, CAV)以及车车通信技术(Vehicle-to-Vehicle, V2V)的快速发展,自适应巡航控制(Adaptive Cruise Control, ACC)逐渐发展为协同自适应巡航控制(Cooperative Adaptive Cruise Control, CACC)。运用 V2V 技术共享车辆状态信息,CAV 可以在路上组成车队。研究表明,队列行驶在减少能源消耗、缓解交通堵塞以及提高车辆行驶安全性等方面有较大研究价值,车辆队列行驶是智能交通及网联驾驶领域的重要研究内容。

网联车队的主要研究内容在于通信拓扑结构、车辆队列间距策略以及车队控制策略。在简单的场景中一般采用单一类型的拓扑结构,不过车辆间通信往往呈现复杂的动态特性^[1]。有文献提出了动态拓扑方案,以解决实际情况下通信链接不稳定以及链接中断等导致的队列间通信时变问题^[2]。从车间距策略的角度出发,在传统的间距策略基础上,有学者提出了变时距策略^[3]和个性化间距策略切换机制^[4]等针对复杂工况设计的间距策略,提高了不同工况下车辆队列行驶的控制性能。

目前博弈论在网联车领域多用于车辆换道行为。例如,张可琨等^[5]在对换道意图客观量化的基础上,基于博弈思想建立换道决策行为模型,实现车辆的换道行为决策。既然博弈论能应用于换道行为决策中,那么队列中的车辆同样可以作为博弈参与方,应用于博弈论求解队列控制问题。例如刘阳^[6]和鞠金鑫^[1]分别使用不同的博弈方法,将车辆队列控制问题转化为博弈问题来求解,通过解析车辆队列的博弈机制,设计和车间距相关的收益函数,使队列内车辆不断博弈从而实现队列纵向控制。微分博弈最初是宏观经济学中解决多个个体驱动系统状态变量问题的方法,后来引申到导弹的追逃控制问题,考虑到车辆纵向控制与导弹追逃问题的相似性,采用微分博弈的方法来尝试解决车队控制问题。微分博弈构建的模型主要通过以下 3 种方法求解,分别是 Lyapunov 稳定性分析^[7]、Riccati 方程数值求解和 HJB 方程的数值解^[8]。针对网联车队间距控制策略问题,选择车辆与前车的间距作为收益,虽然单靠 V2V 技术和传统控制方法完全可以实现车队行驶的控制,不过跟随车辆之间仍存在碰撞的风险^[9],因此将跟随车辆如何保持适当的车间距作为主要问题解决,通过车辆的加减速策略来实现期望间距、期望速度以及期望加速度的控制。

从上述研究现状分析可知,在车辆队列纵向行驶控制方面,大都采用传统的控制方法^[10],或者基于机器学习^[11]的方法,而微分博弈在该领域的应用较少,博弈论往往应用于超车、换道和路口通行等场景的车车交互行为决策控制领域^[12],对于车辆队列行驶的间距控制策略研究较少。本文以车辆纵向动力学和间距策略为出发点,采用微分博弈的方法,构建车队控制的微分博弈目标函数,建立 Hamilton 方程,求解得到相应的状态轨迹方程,实现车辆队列决策控制;根据前车跟随通信结构下的模型,推导双前车跟随通信结构下的控制模型,并估计相应的均衡策略及状态轨迹方程;使用 Matlab 数值仿真,分析验证 2 种控制模型的稳定性与准确性。

1 网联车队系统建模

1.1 网联交通场景描述

图 1(a)是前车跟随式拓扑通信结构(Predecessor Following, PF),在此基础上衍生出各种队列通信拓扑结构,例如双向拓扑、双向领导拓扑和双前车跟随拓扑^[11](Two Predecessor Following, TPF)。假设队列中一共有 $N+1$ 辆车,其中 0 是队列中的领航车,其余都是跟随车,每辆车能与周围车辆以及路侧单元实时通信,获取前车的运行状态信息^[13]。领航车按照特定策略行驶,控制单元以前车运行状态作为输入,控制跟随车的加速度,实现期望间距。

1.2 车辆纵向动力学

车辆纵向动力学综合考虑了轮胎摩擦、滚动阻力、空气阻力、重力、发动机以及制动系统等非线性动力学函数,理论分析复杂,为了车队控制器能够简单描述车辆纵向动力学,采用反馈线性化方法将非线性函数线性化,并做以下假设,以便进行理论分析。

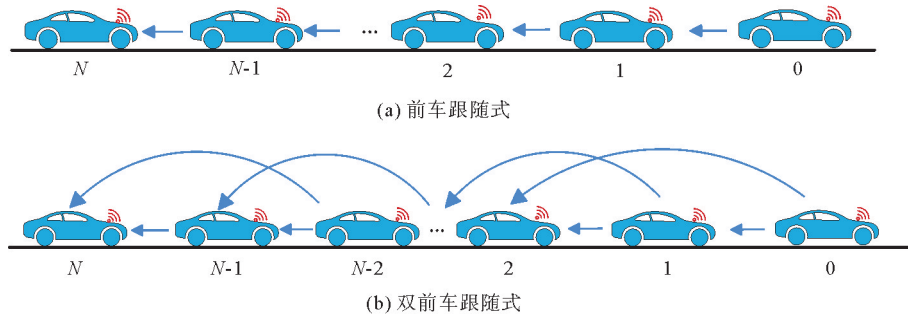


图 1 网联车辆队列拓扑通信结构

- 1) 为了便于计算,假设车辆直线行驶,且左右车道没有其他车辆干扰,所以忽略车辆侧向力的影响;
- 2) 为保证加速度的连续性,假设车辆在行驶中不进行换挡操作;
- 3) 假设理想情况下的路面附着系数,车辆行驶不发生滑移。

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = a_i(t) \\ \tau \dot{a}_i(t) = u_i(t) - a_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: t 为车辆队列的运行时间; $x_i(t)$ 、 $v_i(t)$ 、 $a_i(t)$ 和 $u_i(t)$ 分别为 t 时刻第 i 辆车的位置、速度、加速度和控制输入向量; $\dot{x}_i(t)$ 、 $\dot{v}_i(t)$ 和 $\dot{a}_i(t)$ 分别为 t 时刻第 i 辆车的位置、速度和加速度对时间 t 的导数; τ 是车辆发动机时间常数(惯性时滞)。

采用式(1)建立的一阶惯性时滞模型作为车辆的纵向动力学模型,即车辆的实际加速度和期望加速度之间存在一阶惯性时滞。因为动力学模型包含惯性时滞参数,所以即使型号相同的车辆,模型也会有所不同。为了简化求解过程,确保模型能够求得解析解,假设车辆发动机的惯性时滞参数 τ 相同。将公式(1)改写成以下状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{p}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{p}_i(t) + \mathbf{B}u_i(t) \\ \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \\ \mathbf{p}_i(t) = [x_i(t), v_i(t), a_i(t)]^T \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{p}_i(t)$ 为车辆 i 在 t 时刻位置、速度和加速度组成的状态向量; $\dot{\mathbf{p}}_i(t)$ 为向量 $\mathbf{p}_i(t)$ 对时间 t 的导数; \mathbf{A} 为系统矩阵; \mathbf{B} 为输入矩阵。

车辆控制首先要保证车辆不会发生碰撞,其次与车辆跟驰模型^[14]以及交通流稳态响应策略^[15]类似,在车队行驶时要实现以下控制目标。

控制目标 1: 单车稳定,指受控车辆以恒定速度行驶时,车辆与前车保持恒定的车间距且相对速度及加速度趋向于 0,如下所示:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} \| x_i(t) - x_0(t) + i(d_{\text{act}i}(t) + L) \| = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \| v_i(t) - v_0(t) \| = 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \| a_i(t) - a_0(t) \| = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $d_{\text{act}i}(t)$ 为 t 时刻受控车辆车头到前车车尾的距离; $x_0(t)$ 、 $v_0(t)$ 和 $a_0(t)$ 分别为领航车在初始时刻的运行位置、速度和加速度; L 为车辆长度。

控制目标 2: 队列稳定,指领航车辆速度变化,产生的车间距误差向队尾传递时误差不会增大,即车辆队列整体保持稳定。

1.3 车辆间距策略

车辆队列的安全行驶需要维持队列稳定,如图2所示,车辆队列的稳定运行则需要可靠的车间距策略,图中 $e_i(t)$ 为车辆 i 在 t 时刻与前车的间距误差,即期望间距与实际间距之间的差值。间距策略是指车辆行驶时前后车辆间的稳态距离,即与前车车头之间的距离。车辆间距越小对控制精度的要求越高,队列行驶的安全性也越难保证。因为较小的车间距容易发生碰撞,而较大的车间距则失去了队列行驶的优势,降低了道路通行效率。因此需要采用精确的控制方法确保车间距在安全稳定的范围内,是队列安全高效行驶的前提条件。

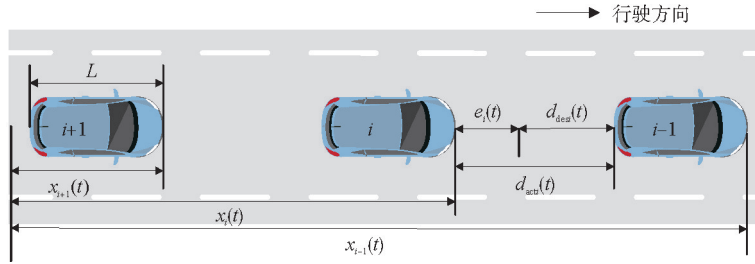


图2 车辆行驶间距

$$d_{desi}(t) = \gamma v_i(t) + d \quad (4)$$

式中: $d_{desi}(t)$ 为 t 时刻车辆间的期望间距; d 为静止状态下车间距; γ 为当前车辆与前车的车头时距值。

可变车头时距的特点是,能够及时调控车间距,提高道路通行效率,不过缺乏通用性,较为抽象^[11]。式(4)是固定车头时距表达式,与可变车头时距的区别在于 γ 是一个变化的量,不同的研究内容有不同的表达式。将期望间距 d_{desi} 与实际间距的差值定义为间距误差。

$$\begin{cases} e_i(t) = d_{acti}(t) - d_{desi}(t) = (x_{i-1}(t) - x_i(t) - d'_i) - (\gamma v_i(t) + d) \\ d'_i = L + d_{desi}(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中: d'_i 为车辆 i 与前车的车头间距。

2 前车跟随拓扑结构下的控制模型

2.1 车队微分博弈控制模型

2.1.1 模型假设

假设有 N 辆车参与博弈,并且车辆间的通信采用前车跟随式拓扑结构,即每辆跟随车只考虑前车运行状态信息,通过前车的运行状态信息来调整其车间距 d_{acti} 。与双方博弈或三方博弈问题不同,在车辆队列控制的微分博弈模型中,每辆车都是博弈参与方。将博弈问题的收益进行量化是构建目标函数的前提,量化的合理性决定了最终博弈结果的准确性。对于车队中行驶的每一辆车,假设其与前车的状态向量间的差值为该车辆的收益,且车间距随着时间在变化。车辆的收益如式(6)所示:

$$\begin{aligned} E_i(M) &= \| \mathbf{p}_{i-1}(M) - \mathbf{p}_i(M) - \hat{\mathbf{d}}_i \|^2 \\ \hat{\mathbf{d}}_i &= [d'_i \quad 0 \quad 0]^T \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $E_i(M)$ 为车辆 i 在博弈结束时刻的收益函数; $\mathbf{p}_i(M)$ 和 $\mathbf{p}_{i-1}(M)$ 分别为车辆 i 和车辆 $i-1$ 在博弈结束时刻的状态向量; $\hat{\mathbf{d}}_i$ 为第 i 辆车与前车的车头间距组成的向量; M 为博弈的总时长,即博弈终止时刻。

2.1.2 模型构建

微分博弈简单来说就是宏观经济学中的连续时间优化方法(最优控制、动态规划等)与博弈论的结合^[7-8]。微分博弈的博弈方会随时间的变化而重复互动,与传统博弈的不同点在于,传统的重复博弈,每次的重复都是同样的博弈,而在微分博弈中每一次博弈的状态向量都可能是不同的;与传统博弈相同的是,微分博弈同样有相应的均衡概念,即纳什均衡和反馈均衡。博弈方较多或者目标函数较为复杂的微分博

弈,通常解析解的求解较为困难,然而可以使用特殊的方法求解^[12]。例如,FRIDOVICH 等^[13]采用开环非反馈的方法来求解。

为了实现本文的控制目标,需要控制车辆的实际车间距 $d_{\text{acti}}(t)$ 和期望车间距 $d_{\text{desi}}(t)$ 尽可能接近,即车头间距误差 $e_i(t)$ 要尽可能小。将上文中的控制目标 1 和间距误差转换为微分博弈的目标函数 J_i ,第 i 辆车的目标函数定义如下^[10]:

$$J_i = \omega_i \mathbf{E}_i(t) + \int_0^M \mathbf{u}_i^2(t) dt = \omega_i \|\mathbf{p}_{i-1}(M) - \mathbf{p}_i(M) - \hat{\mathbf{d}}_i\|^2 + \int_0^M \mathbf{u}_i^2(t) dt \quad (7)$$

式中: ω_i 为第 i 车辆系统状态向量的正权重系数,每辆车可以根据不同的工况来调整该系数。

目标函数 J_i 采用的车辆拓扑结构为前车跟随式,由于这种结构比较简单,先求解该结构下的博弈均衡策略与状态轨迹函数,再根据通信拓扑结构类似的相似性,构建复杂拓扑结构下的目标函数,求解得到相应的博弈均衡策略和状态轨迹函数^[16-17]。

2.2 前车跟随拓扑结构下的纳什均衡

2.2.1 状态空间方程

使用微分博弈的方法解决车辆队列的纵向控制问题时,其最优解即该博弈问题的纳什均衡解。纳什均衡解的特点是没有博弈参与者能通过单方面变换策略来获取更高的收益。对于较为复杂的目标函数,首先需要证明其纳什均衡的存在性。通过以下方法,证明微分博弈的开环纳什均衡存在且唯一,求解得到均衡策略及状态轨迹方程。首先,关于状态空间方程,使用式(8)中的 $\mathbf{y}_i(t)$ 和 $\xi_i(t)$ 替换初始状态空间方程式(2)中的状态向量 $\mathbf{p}_i(t)$ 以及控制输入向量 $\mathbf{u}_i(t)$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{y}_i(t) = \mathbf{p}_{i-1}(t) - \mathbf{p}_i(t) - \hat{\mathbf{d}}_i \\ \xi_i(t) = \mathbf{u}_{i-1}(t) - \mathbf{u}_i(t) \end{cases} \quad (8)$$

式(8)对于所有的博弈参与者 $i \in [1, 2, \dots, N]$ 全部成立,使用新的状态向量 $\mathbf{y}_i(t)$ 以及控制输入向量 $\xi_i(t)$ 重新构造状态空间方程。

$$\dot{\mathbf{y}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}_i(t) + \mathbf{B}\xi_i(t) \quad (9)$$

将式(8)做变换可以得到相应的状态向量以及控制向量的表达式:

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j=1}^i \xi_j(t) \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_i(t) = \mathbf{p}_0(t) - \sum_{j=1}^i (\mathbf{y}_j(t) + \hat{\mathbf{d}}_j) \quad (11)$$

2.2.2 Hamilton 方程

最终,将式(7)(9)构成的车辆队列纵向控制微分博弈问题转化为式(12)最优控制问题。遵循最优控制问题求解的方法^[18],构造如式(13)所示的 Hamilton 方程。

$$\begin{cases} J_i = \omega_i \|\mathbf{p}_{i-1}(M) - \mathbf{p}_i(M) - \hat{\mathbf{d}}_i\|^2 + \int_0^M \mathbf{u}_i^2(t) dt \\ \dot{\mathbf{y}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{y}_i(t) + \mathbf{B}\xi_i(t) \end{cases} \quad (12)$$

$$\mathbf{H}_i = \xi_i^2(t) + \lambda_i^T(t)(\mathbf{A}\mathbf{y}_i(t) + \mathbf{B}\xi_i(t)) \quad (13)$$

式中: $\lambda_i(t)$ 为成本值。

根据庞特里亚金最小值原理,最优控制问题有解的必要条件是:最优条件方程 $\frac{\partial \mathbf{H}_i(t)}{\partial \xi_i(t)} = 0$ 、乘子方程 $\frac{\partial \mathbf{H}_i(t)}{\partial \mathbf{y}_i(t)} = -\dot{\lambda}_i(t)$ 以及状态方程都成立。将式(13)带入方程求解。

$$\begin{cases} \xi_i(t) = -\mathbf{B}^T \lambda_i(t) \\ \dot{\lambda}_i(t) = -\mathbf{A}^T \lambda_i(t) \\ \lambda_i(M) = \omega_i \mathbf{y}_i(M) \end{cases} \quad (14)$$

式(14)中 $\lambda_i(t)$ 可以通过求解其中的第 2 个微分方程得到,详细的求解过程会在 TPF 结构下的模型

中再求解一遍,因此在这里直接给出最终的结果:

$$\xi_i(t) = -\omega_i \mathbf{B}^T e^{(M-t)\mathbf{A}^T} [\mathbf{I} + \omega_i \mathbf{K}(M)]^{-1} e^{M\mathbf{A}} \mathbf{y}_i(0) \quad (15)$$

$$\mathbf{K}(t) = \int_0^t e^{(t-s)\mathbf{A}} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{(t-s)\mathbf{A}^T} ds \quad (16)$$

$$\mathbf{y}_i(t) = \{e^{t\mathbf{A}} - \omega_i \mathbf{K}(t) [\mathbf{I} + \omega_i \mathbf{K}(M)]^{-1} e^{M\mathbf{A}}\} \mathbf{y}_i(0) \quad (17)$$

式中: \mathbf{I} 为单位矩阵; 使用 $\mathbf{K}(t)$ 来代替积分项, 以简化式(15)和(17)。

通过观察微分博弈的均衡解可以得到: 想要证明控制向量和状态向量存在, 需要先证明矩阵 $[\mathbf{I} + \omega_i \mathbf{K}(M)]$ 是可逆矩阵。这就可以进一步证明微分博弈问题存在唯一的开环纳什均衡策略, 接下来将简单证明该矩阵可逆。

$$e^{(t-s)\mathbf{A}} \mathbf{B} \mathbf{B}^T e^{(t-s)\mathbf{A}^T} = e^{(t-s)\mathbf{A}} \mathbf{B} (e^{(t-s)\mathbf{A}} \mathbf{B})^T \quad (18)$$

由于式(16)中积分的部分表达式可以改写为式(18)所示的形式, 而矩阵和其转置的乘积一定是对称矩阵, 经过一系列推导, 就可以证明 $[\mathbf{I} + \omega_i \mathbf{K}(M)]$ 的逆矩阵存在, 因此微分博弈问题纳什均衡解存在且唯一。

3 双前车跟随拓扑结构下的控制模型

3.1 车队微分博弈控制模型

在车辆队列行驶过程中, 由于硬件或信号干扰等问题, 传感器会出现连接中断或通信延迟等情况, 导致车辆队列发生速度震荡, 从而引起队列不稳定。因此需要选择一种比 PF 更可靠, 同时相对简单的通信拓扑结构。因为双前车跟随的车辆通信拓扑结构考虑了多前车的运行状态信息, 所以为了能更加准确地控制车辆和队列的稳定, 建立 TPF 结构下的车队微分博弈控制模型。TPF 结构下的模型假设与 PF 结构下的模型假设类似, 队列内每辆车的目标函数定义如下式所示:

$$\hat{J}_i = \mathbf{J}_i + \omega'_i \|\mathbf{p}_{i-2}(M) - \mathbf{p}_i(M) - (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1})\|^2 \quad (19)$$

式中: ω'_i 为第 i 辆车的正权重参数。

3.2 双前车跟随拓扑结构下的纳什均衡

车队纵向动力学方程式(2)和目标函数式(19)构成新的车队微分博弈控制问题, 该函数的求解较为困难, 只能尝试估算一个精确解^[19], 以实现定量的车队控制。定义一个正标量函数 $h_i(t)$, 一个以 t 为变量的状态向量函数 $\mathbf{z}_i(t)$, 以及一个以 $h_i(t)$ 为变量的函数 $f(h_i(t))$ 。

$$f(h_i(t)) = \{\omega_i [h_i(t) + h_{i-1}(t) - (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1})]^T [h_i(t) + h_{i-1}(t) - (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1})]\}^2 \quad (20)$$

$$\mathbf{z}_i(t) = \{\mathbf{I} + [\omega_i - \omega'_i f(e^{t\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0))] \mathbf{K}(t)\}^{-1} [e^{t\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0) - \omega'_i f(e^{t\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)) \mathbf{K}(t) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i+1})] \quad (21)$$

式中: $\mathbf{z}_i(t)$ 为根据式(21)对第 i 辆车在 t 时刻状态向量取值。

向量 $\hat{\mathbf{h}}_i(M) = \mathbf{z}_i(M)$, 考虑线性动力学式(1)和目标函数式(19)的车辆队列控制问题, 根据式(21)计算第 i 辆车在终止时刻 M 的状态向量 $\hat{\mathbf{h}}_i(M)$ 。对于非合作微分博弈的车队控制问题, 以下对唯一的纳什均衡解构成了双前车跟随结构下车辆队列内每辆车的控制输入。

$$\hat{\mathbf{u}}_i(t) = - \sum_{j=1}^i \hat{\xi}_j(t) \quad (22)$$

式中: $\hat{\xi}_j(t)$ 为双前车跟随通信拓扑结构下的控制输入向量, 具体的表达式如下所示:

$$\hat{\xi}_j(t) = -\mathbf{B}^T e^{(M-t)\mathbf{A}^T} \{[\omega_i - \omega'_i f(e^{M\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0))] \hat{\mathbf{h}}_i(M) + \omega'_i f(e^{M\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i+1})\} \quad (23)$$

与前车跟随式拓扑结构下的状态轨迹方程类似, 均衡策略相关的状态轨迹由下式给出。

$$\hat{\mathbf{p}}_i(t) = \hat{\mathbf{p}}_0(t) - \sum_{j=1}^i (\hat{\mathbf{h}}_j(t) + \hat{\mathbf{d}}_j) \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_i(t) = e^{t\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0) - \mathbf{K}(t) \{[\omega_i - \omega'_i f(e^{M\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0))] \hat{\mathbf{h}}_i(M) + \omega'_i f(e^{M\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i+1})\} \quad (25)$$

接下来将式(3)以及式(19)所描述的车辆队列控制微分博弈问题, 用状态向量 $\mathbf{h}_i(t)$ 和控制输入向量 $\xi_i(t)$ 表示, 最终简化为求解以下优化问题的最小值问题。

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{J}}_i = \mathbf{J}_i(\boldsymbol{\xi}_i(t)) + \omega_i [\mathbf{h}_i(t) + \mathbf{h}_{i-1}(t) - (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1})]^T [\mathbf{h}_i(t) + \mathbf{h}_{i-1}(t) - (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1})] \\ \dot{\mathbf{h}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{h}_i(t) + \mathbf{B}\boldsymbol{\xi}_i(t) \end{cases} \quad (26)$$

使用状态空间方程式(9),定义汉密尔顿方程式(13),在必要的最优性条件下,得到式(14)以及以下终止条件,其中 $i \in [1, 2, \dots, N]$,式(13)可以利用终端条件式(26)的解给出。

$$\boldsymbol{\lambda}_i(M) = \omega_i \mathbf{h}_i(M) - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\mathbf{h}_i(M) + \hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \quad (27)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_i(t) = e^{(M-t)\mathbf{A}^T} \{ [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M))] \mathbf{h}_i(M) + \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \} \quad (28)$$

把式(28)代入(14)(9)可以得到控制输入向量方程,以及状态向量的微分方程。

$$\boldsymbol{\xi}_i(t) = -\mathbf{B}^T e^{(M-t)\mathbf{A}^T} \{ [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M))] \mathbf{h}_i(M) + \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \} \quad (29)$$

$$\dot{\mathbf{h}}_i(t) = \mathbf{A}\mathbf{h}_i(t) - \mathbf{B}\mathbf{B}^T e^{(M-t)\mathbf{A}^T} \{ [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M))] \mathbf{h}_i(M) + \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \} \quad (30)$$

求解式(30)可以得到新车辆拓扑结构最优化控制状态向量 $\mathbf{y}_i(t)$ 的解。

$$\mathbf{h}_i(t) = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{h}_i(0) - \mathbf{K}(t) \{ [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i)] \mathbf{h}_i(M) + \omega'_i f(\mathbf{h}_i) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \} \quad (31)$$

当 $t=M$ 时,解可以化简并且经过矩阵变换,写成 2 个等价的方程。

$$\{ \mathbf{I} + [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M))] \mathbf{K}(M) \} \mathbf{h}_i(M) = e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0) - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \mathbf{K}(M) \quad (32)$$

$$\mathbf{h}_i(M) = [\mathbf{I} + [\omega_i - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M))] \mathbf{K}(M)]^{-1} [e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0) - \omega'_i f(\mathbf{h}_i(M)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i-1}) \mathbf{K}(M)] \quad (33)$$

从式(33)中可以看出,对所有的博弈参与者 $i \in [1, 2, \dots, N]$,需要求得 $f(\mathbf{h}_i(M))$ 所有可能的终止状态向量 $\mathbf{h}_i(M)$,因为求解所有的终止状态向量较难,导致控制输入向量 $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 及其相关的状态轨迹 $\mathbf{h}_i(t)$ 求解困难,因此求解最优控制问题的纳什均衡策略 $\mathbf{u}_i(t)$ 及其相关状态轨迹 $\mathbf{p}_i(t)$ 也同样复杂。然而,可以从式(33)中求解得到 $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 和 $\mathbf{h}_i(t)$ 简化后的表达式。假设每个博弈参与者 i 使用 $\mathbf{h}_i(M) = e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)$ 来计算相应的 $f(\mathbf{h}_i(M))$ 。然后通过式(21)来预估终端状态向量 $\hat{\mathbf{h}}_i(M)$,将 $\hat{\mathbf{h}}_i(M)$ 代入式(29)(30),分别可以得到式(23)中的控制输入向量和式(25)中相应的状态轨迹。因此,唯一的纳什均衡策略及其相关的状态轨迹由式(22)(24)得出。最终得到以下输入控制向量 $\hat{\boldsymbol{\xi}}_i(t)$ 以及状态轨迹 $\hat{\mathbf{h}}_i(t)$ 。

$$\hat{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = -\mathbf{B}^T e^{(M-t)\mathbf{A}^T} \{ [\omega_i - \omega'_i f(e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0))] \mathbf{z}_i(M) + \omega'_i f(e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i+1}) \} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{h}}_i(t) = e^{\mathbf{A}t} \hat{\mathbf{h}}_i(0) - \mathbf{K}(t) \{ [\omega_i - \omega'_i f(e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0))] \mathbf{z}_i(M) + \omega'_i f(e^{\mathbf{M}\mathbf{A}} \mathbf{h}_i(0)) (\hat{\mathbf{d}}_i + \hat{\mathbf{d}}_{i+1}) \} \quad (35)$$

因为上述解决方案仅仅由初始状态向量和时间构成,由式(21)也可以看出,向量 $\mathbf{z}_i(t)$ 也是初始状态向量和时间的函数,所以该方案一样是开环纳什均衡策略。

根据微分博弈模型求解得到的均衡策略主要是用于下层控制所需的加速度。实际上车队控制一般由两层控制^[18],首先是上层的状态决策控制层,用来规划车队中车辆不同时刻、不同状态下的模型输入策略 $\boldsymbol{\xi}_i(t)$ 、 $\hat{\boldsymbol{\xi}}_i(t)$,通过计算解得实际的控制输入策略 $\mathbf{u}_i(t)$,本文所设计的微分博弈模型就属于其中的一种;其次下层控制器是一个简单的实现车辆加减速的控制单元,以根据上层规划的加速度策略实现实际的车队控制。

4 数值仿真验证分析

通过数值仿真实验验证车队微分博弈控制的有效性,假设 1 个由 5 辆车组成的车队,即 $N=4$,第 1 辆是领航车,其余都是跟随车,仿真过程中忽略外部车辆的影响。首先选取惯性时滞参数为 $\tau=0.55$,队列中的期望间距由式(4)计算得出。目标函数中的权重参数设计是为了控制系统状态向量误差在目标函数中所占比例,因此 2 种模型的权重参数的选取需要在一定范围内,过大会导致车间距较大降低通行效率,过小会导致跟随车辆之间发生碰撞。进一步考虑到系统状态在沿车队传播时难免会有误差,所以对于处于队列下游的车辆,权重参数需要适当地增大。经过多次调整,最终选取 PF 结构下的系统状态误差权重参数为: $\omega_1=4.5$ 、 $\omega_2=5.5$ 、 $\omega_3=6.5$ 、 $\omega_4=7.5$;同理,TPF 结构下权重参数按相同的原则选取: $\omega'_1=3$ 、 $\omega'_2=4$ 、 $\omega'_3=5$ 、 $\omega'_4=6$ 。由于拓扑通信的区别,构建的队列纵向控制模型车间距策略有所不同,以下是 2 种拓扑环境下车辆行驶的初始状态向量。

表1 车辆初始状态向量

队列内车辆	PF 车辆通信拓扑结构	TPF 车辆通信拓扑结构
领航车 v0	$p_0(0)=[0, 22, 22, 0]$	$p_0(0)=[0, 22, 22, 0]$
跟随车 v1	$p_1(0)=[-24, 33, 22, 22, 0]$	$p_1(0)=[-32, 97, 22, 22, 0]$
跟随车 v2	$p_2(0)=[-48, 89, 22, 22, 0]$	$p_2(0)=[-66, 17, 22, 22, 0]$
跟随车 v3	$p_3(0)=[-73, 45, 22, 22, 0]$	$p_3(0)=[-99, 36, 22, 22, 0]$
跟随车 v4	$p_4(0)=[-98, 0, 22, 22, 0]$	$p_4(0)=[-132, 62, 22, 22, 0]$

假设高速路上有多辆网联车组成队列匀速行驶,领航车辆初始速度为 22.22 m/s,行驶过程中领航车速度发生变化,车辆队列的控制策略以多前车信息为状态输入向量,以 $u_i(t)$ 为控制输出向量,最终输出车辆加速度,车辆做出相应的加减速操作。仿真结果如图 3、图 4 所示。

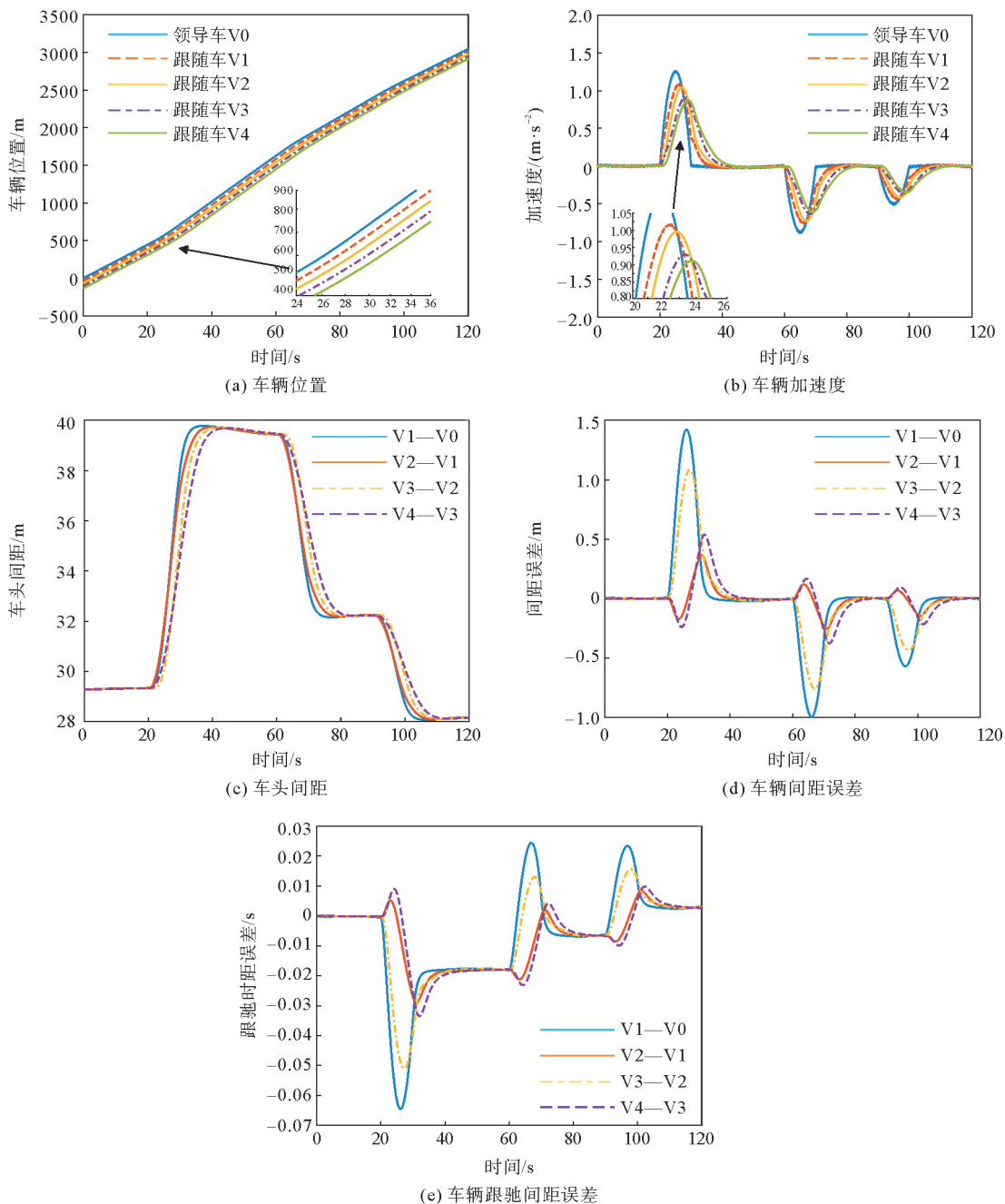


图3 前车跟随结构下车队运行状态信息

首先,图 3、图 4 是车辆队列的运行状态信息,可以看到跟随车辆与前车的间距可以稳定保持在 20 m 以上,并且各个车辆均未与前车碰撞,因此可以证明控制策略能维持单车稳定。其次,图 3、图 4 显示间距误差在沿车队向后传递时并未呈现增大的趋势,这一现象表明控制器满足队列稳定性的要求。

图 3 分别是车辆队列在 PF 结构下行驶的位置、加速度、车头间距、间距误差和跟驰时距误差信息。通过分析 5 幅图的信息可知,在 PF 结构下如果领航车根据周围交通环境改变行驶速度,跟随车能够做出相应的加减速操作,使跟随车与前车的车间距误差逐渐减小,车间距逐步趋于稳定。可以证明在 PF 通信拓扑结构下车辆队列的微分博弈策略能够满足车辆队列行驶稳定安全的要求。

图 4 分别是车辆队列在 TPF 结构下行驶的位置、加速度、车头间距、间距误差和跟驰时距误差信息。通过分析图中的信息可知,在 TPF 结构下车辆队列的微分博弈策略同样能够满足车辆队列行驶稳定安全的要求。

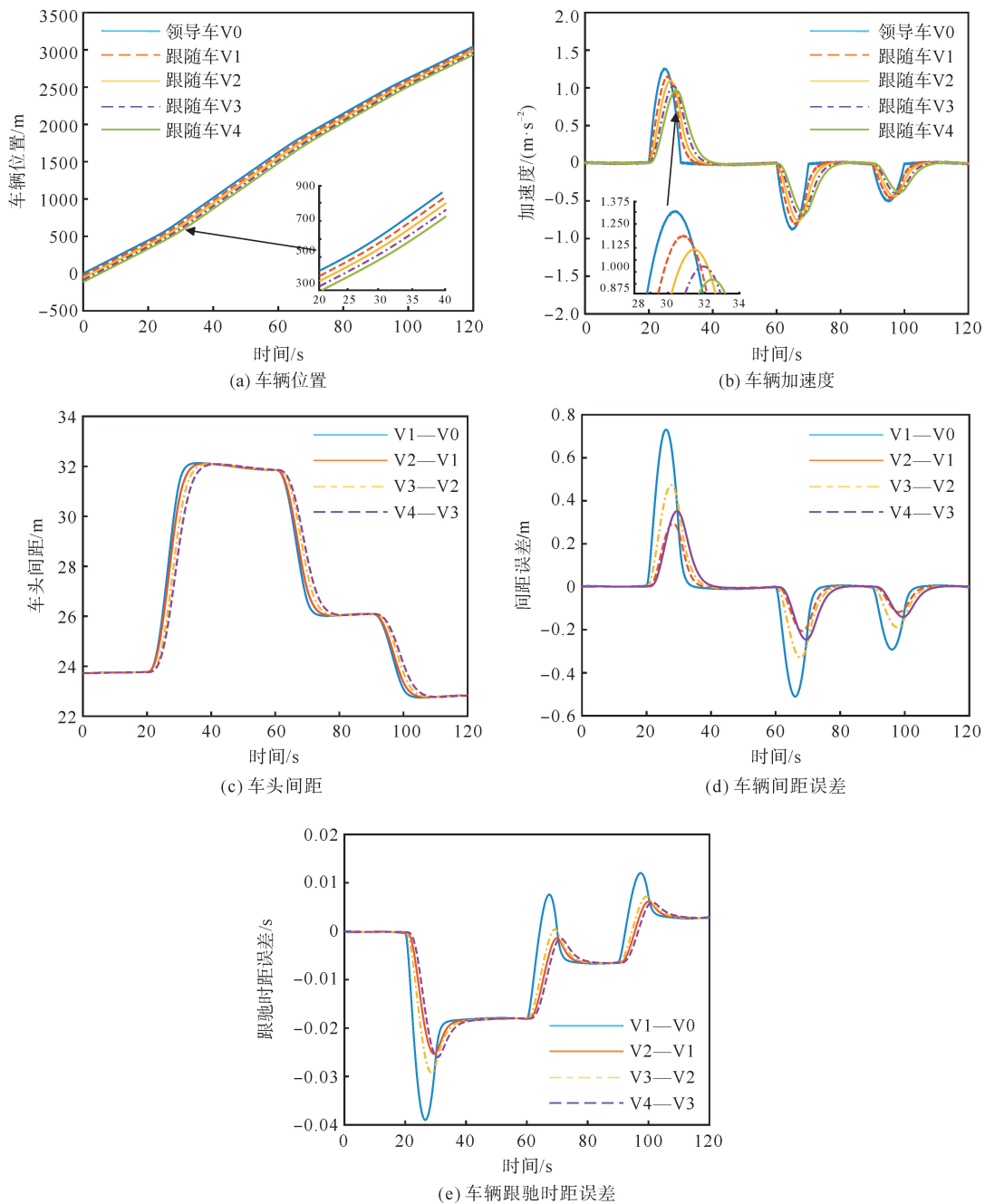


图 4 双前车跟随结构下车队运行状态信息

对比图3和图4可知,使用TPF的控制模型,跟随车辆对领航车的加速度变化响应更快、精度更高,跟随车能够更快地做出加减速操作。多前车信息使得车辆队列的控制更加精确,体现在图中就是:使用PF控制模型的车头间距相对较大,最大间距有39.78 m,而TPF控制模型的车间距最大只有32.13 m;对道路的使用率更高,可以提高道路的通行效率。两种控制模型下跟随车的间距误差和时距误差的波动趋势相同,对比2种控制模型,TPF控制下车辆队列的间距误差较小,与PF控制器相比,TPF控制器的间距误差降低了48.59%。

5 结论

针对车辆队列纵向控制问题,提出基于微分博弈的车辆队列控制方法,通过建立前车跟随式通信拓扑结构下的微分博弈控制问题并进行求解,继而在前车跟随式车队控制模型的基础上,使用双前车跟随式拓扑结构,改进微分博弈目标函数,以实现车队纵向控制。主要结论如下:

1) 通过求解车队微分博弈控制问题得到满足纳什均衡的车队控制策略以及状态轨迹方程。Matlab的仿真分析证明了使用微分博弈来控制车队行驶的可行性,能够满足车队的稳定行驶要求。

2) 对比2种控制模型的结果,得知2种模型都能保证车辆队列稳定行驶,不过在TPF结构下,车队控制模型能够实现更小的车头间距和控制误差,对于车队的控制更加精确,这说明信息更多的通信拓扑结构在微分博弈控制模型中能够提高控制精度,提高车辆行驶的安全性。

目前只设计了车队控制的纵向控制模型,未来仍需要研究车队横向控制策略以及纵横向耦合控制方法,即车队车辆的切入、切出行为的控制,以及这些行为对车队稳定性的影响,以实现网联场景中车辆队列的形成及交互等场景的决策控制。

参考文献(References):

- [1] 鞠金鑫. 基于模糊博弈的多车协同控制研究[D]. 安徽:合肥工业大学,2022.
JU Jinxin. Research on multi vehicle cooperative control based on fuzzy game[D]. Anhui: Hefei University of Technology,2022.
- [2] 李永福,何昌鹏,朱浩,等. 通信延时环境下异质网联车辆队列非线性纵向控制[J]. 自动化学报,2021,47(12):2841-2856.
LI Yongfu, HE Changpeng, ZHU Hao, et al. Nonlinear longitudinal control for heterogeneous connected vehicle platoon in the presence of communication delays[J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(12): 2841-2856.
- [3] 赵倩. 基于安全间距策略的商用车队列控制研究[D]. 吉林:吉林大学,2023.
ZHANG Qian. Research on platoon control of commercial vehicles based on safety spacing policy[D]. Jilin: Jilin University,2023.
- [4] 黄晶,王伟,邹德彪,等. 基于个性化间距策略的自适应巡航系统模式切换策略研究[J]. 汽车工程,2020,42(10):1302-1311.
HUANG Jing, WEI Wei, ZOU Debiao, et al. Research on multi-mode switching strategy of adaptive cruise control system based on personalized spacing strategy[J]. Automotive Engineering, 2020, 42(10): 1302-1311.
- [5] 张可琨,曲大义,宋慧,等. 自动驾驶车辆换道博弈策略分析及建模[J]. 复杂系统与复杂性科学,2023,20(2):60-67.
ZHANG Kekun, QU Dayi, SONG Hui, et al. Analysis and modeling for lane-changing game strategy of autonomous vehicles[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2023, 20(2): 60-67.
- [6] 刘阳. 基于博弈论的车辆队列运动协同分层控制算法研究[D]. 吉林:吉林大学,2021.
LIU Yang. Research on hierarchical control algorithm of motion cooperation for vehicle platoon based on game theory[D]. Jilin: Jilin University,2021.
- [7] JOND H B, YILDIZ A. Connected and automated vehicle platoon formation control via differential games[J]. IET Intelligent Transport Systems, 2023, 17: 312-326.
- [8] LI T, GAJIC Z. Lyapunov iterations for solving coupled algebraic riccati equations of nash differential games and algebraic riccati equations of zero-sum games[J]. New Trends in Dynamic Games and Applications, 1995, 3: 333-351.
- [9] 杜向阳,李伟勋,陈增强,等. 非线性耦合多智能体系统编队跟踪控制[J]. 复杂系统与复杂性科学,2022,19(4):72-79.
DU Xiangyang, LI Weixun, CHEN Zengqiang, et al. Group formation tracking control of nonlinear coupled multi-agent systems[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2022, 19(4): 72-79.
- [10] 王申义,杨秀建,吴相稷,等. 面向实际操纵工况的汽车队列自适应协调控制策略[J]. 控制与决策,2024,39(11):3709-3718.
WANG Shenyi, YANG Xiujian, WU Xiangji, et al. Adaptive coordinated control strategy of vehicular platoon orienting practical driving condition[J]. Control and Decision, 2024, 39(11): 3709-3718.
- [11] 李永福,周发涛,黄龙旺,等. 基于深度强化学习的网联车辆队列纵向控制[J]. 控制与决策,2024,39(6):1879-1887.

- LI Yongfu,ZHOU Fatao,HUANG Longwang,et al. Longitudinal control of connected vehicle platoon based on deep reinforcement learning[J]. *Control and Decision*,2024,39(6):1879-1887.
- [12] 衣鹏,潘越,王文远,等. 基于博弈论的多车智能驾驶交互决策综述[J]. *控制与决策*,2023,38(5):1159-1175.
YI Peng,PAN Yue,WANG Wenyuan,et al. A review on interactive decision-making of multi-vehicle autonomous driving with a game theoretical perspective[J]. *Control and Decision*,2023,38(5):1159-1175.
- [13] FRIDOVICH K D,RATNER E,PETERS L,et al. Efficient iterative linear-quadratic approximations for nonlinear multi-player general-sum differential games[C]// *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. Paris: Birkhäuser Boston, 2020:1475-1481.
- [14] 胡春燕,赵梓旭,曲大义,等. 考虑驾驶风格的心理场效应分析及跟驰行为建模[J]. *青岛理工大学学报*,2023,44(6):145-154.
HU Chunyan,ZHAO Zixu,QU Dayi,et al. Psychological filed effect analysis and car-following behavior modeling based on driving style[J]. *Journal of Qingdao University of Technology*,2023,44(6):145-154.
- [15] 孟奕名,曲大义,杨子奕,等. 网联混合车流跟驰特性及稳态响应策略[J]. *青岛理工大学学报*,2023,44(3):104-112.
MENG Yiming,QU Dayi,YANG Ziyi,et al. Car-following characteristics and steady-state response strategy of networked hybrid traffic flow[J]. *Journal of Qingdao University of Technology*,2023,44(3):104-112.
- [16] 于晓海,郭戈. 车队控制中的一种通用可变时距策略[J]. *自动化学报*,2019,45(7):1335-1343.
YU Xiaohai,GUO Ge. A general variable time headway policy in platoon control[J]. *Acta Automatica Sinica*,2019,45(7):1335-1343.
- [17] 李永福,王兴全,黄龙旺,等. 基于组合间距策略的自适应车辆队列纵向控制[J]. *中国公路学报*,2024,37(2):239-252.
LI Yongfu,WANG Xingquan,HUANG Longwang,et al. Adaptive longitudinal control of vehicle platoon based on combination spacing policy[J]. *China Journal of Highway and Transport*,2024,37(2):239-252.
- [18] GU D. A differential game approach to formation control[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*,2008,16(1):85-93.
- [19] XIONG X,SHA J,JIN L,et al. Optimizing coordinated vehicle platooning: An analytical approach based on stochastic dynamic programming[J]. *Transportation Research Part B:Methodological*,2021,150:482-502.
- [20] 殷春芳,谢永权,施德华,等. 基于全局快速积分终端滑模的智能车队有限时间纵向控制[J]. *西安交通大学学报*,2023,57(7):50-61.
YIN Chunfang,XIE Yongquan,SHI Dehua,et al. Finite time longitudinal control of intelligent vehicle platoon based on global fast integral terminal sliding mode[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*,2023,57(7):50-61.

(责任编辑 张晓靖;英文校审 程文华)

(上接第 52 页)

- [14] YUAN W B,WANG L D. Influence of connection location on dynamic characteristics of three-towers-connected high-rise building[J]. *Advanced Materials Research*,2011,243-249:419-425.
- [15] GB/T 37358—2019,建筑摩擦摆隔震支座[S].
GB/T 37358—2019,Building friction pendulum isolation bearing[S].
- [16] GB/T 32836—2016,建筑钢结构球型支座[S].
GB/T 32836—2016,Spherical bearing of building steel structure[S].
- [17] GB/T 50011—2010,建筑抗震设计标准[S]. 2024 年版.
GB/T 50011—2010,Standard for seismic design of buildings[S]. 2024 ed.
- [18] 潘毅,胡思远,赵崇锦,等. 基于试验的大跨异形钢连廊连体结构地震易损性分析[J]. *土木工程学报*,2020,53(2):12-22.
PAN Yi,HU Siyuan,ZHAO Chongjin,et al. Experimental-based seismic fragility analysis of long-span special-shaped steel corridor connected structures[J]. *China Civil Engineering Journal*,2020,53(2):12-22.

(责任编辑 赵金环;英文校审 徐 飞)