

## 微细电火花加工中的放电能量分布研究

姜东升<sup>1</sup>, 刘庆玉<sup>1,\*</sup>, 陈志恒<sup>2</sup>, 姜芙林<sup>1</sup>

(1. 青岛理工大学 机械与汽车工程学院, 青岛 266525; 2. 青岛华大智造极创科技有限公司, 青岛 266500)

**摘要:** 微细电火花加工技术已经广泛应用于精密制造领域, 然而由于尺度效应的存在, 其加工机理特别复杂, 对于放电蚀除过程中的放电能量分布尚未明确。开展了微细电火花单脉冲放电实验, 并考虑到熔化潜热和汽化潜热的影响, 对传统的电热模型进行了修正, 基于微细电火花的放电持续时间, 计算了分布到工件中的能量分布比。结果发现, 由于放电初期有相当一部分的放电能量消耗于放电通道的形成, 所以传入工件中的能量分数随着放电持续时间的增加而增大, 在放电持续时间  $0.63 \sim 20.5 \mu\text{s}$  时, 分布到工件上的放电能量分数为  $7.1\% \sim 16.3\%$ 。伴随着放电持续时间的持续增加放电等离子体通道半径将会一定程度增大, 放电等离子体通道半径随放电持续时间的变化范围是  $5.9 \sim 23.2 \mu\text{m}$ 。

**关键词:** 微细电火花加工; 能量分布; 放电等离子体通道半径; 放电持续时间

**中图分类号:** TG661 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4602(2024)04-0139-07

## Study on the discharge energy distribution in micro EDM

JIANG Dongsheng<sup>1</sup>, LIU Qingyu<sup>1,\*</sup>, CHEN Zhiheng<sup>2</sup>, JIANG Fulin<sup>1</sup>

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266525, China;  
2. Qingdao Huada Zhizaojichuang Technology Co. Ltd., Qingdao 266500, China)

**Abstract:** Micro EDM technology has been widely used in the field of precision manufacturing. However, due to the existence of scale effect, its machining mechanism is particularly complex. The distribution of discharge energy during the EDM process has not been clarified. The micro single pulse electrical discharge experiment was carried out, and the traditional electrical heating model was modified considering the influence of the melting latent heat and the vaporization latent heat. Based on the discharge duration of the micro EDM, the energy ratio distributed to the workpiece was calculated. The results show that the energy fraction distributed to the workpiece increases with the increase of the discharge duration because a considerable part of the discharge energy is consumed by the formation of the discharge channel at the initial stage of spark discharge. When the discharge duration is  $0.63 \sim 20.5 \mu\text{s}$ , the discharge energy fraction distributed to the workpiece is  $7.1\% \sim 16.3\%$ . With the continuous increase of the discharge duration, the discharge plasma channel radius would increase to a certain extent, and the variation range of the discharge plasma channel radius

收稿日期: 2022-12-13

基金项目: 山东省自然科学基金资助项目(ZR2022ME081); 高等学校学科创新引智计划资助项目(D21017); 工业流体节能与污染控制教育部重点实验室开放基金资助项目(2022-JXGCKFKT-YB-07)

作者简介: 姜东升(1995—), 男, 山东菏泽人。硕士, 研究方向为电火花加工。E-mail: 1033520040@qq.com。

\* 通信作者: 刘庆玉(1989—), 男, 山东济南人。博士, 副教授, 主要从事非传统加工工艺及装备等方面的研究。  
E-mail: liuqingyu@qut.edu.cn。

with the discharge duration is 5.9—23.2  $\mu\text{m}$ 。

**Key words:** micro EDM; energy distribution; discharge plasma channel radius; discharge duration

随着航天航空、医疗、生物技术及微电子器件对产品微型化和精密化的要求越来越高,微细加工技术在衡量一个国家的综合科技实力方面变得愈发重要<sup>[1]</sup>。微细电火花加工技术作为微细加工技术的一个分支,在可导电材料的加工以及加工精度中都展现出独特的优势,并且获得国内外学者的高度重视<sup>[2-3]</sup>。

微细电火花加工是一种非传统的加工过程,它利用高频脉冲放电在正负电极(工具和工件)之间去除材料,从而加工出满足预期尺寸、形状和表面质量要求的工件。然而由于这种电热过程、热传导过程和材料蚀除过程极其复杂,微细电火花加工的材料蚀除机理尚未明晰。而且,在电火花放电过程中,分布到工件、工具及工作液中的能量比例受到各种因素的影响,放电能的能量分布变化较大,目前尚未有明确的结论。国内外学者对电火花加工中的放电能量分布开展了一系列研究。BIGOT等<sup>[4]</sup>提出了一种通过控制放电时间来估算放电能量,加工到一定深度的方法,但其没有考虑产生热影响区和重铸层所消耗的能量。SINGH<sup>[5]</sup>使用热电偶测量特定位置的温度,以研究在不同加工参数下转移到工件的放电能量比例,但热电偶与放电位置之间的距离很难被精确控制。AKIRA等<sup>[6]</sup>通过测量工具电极和工件的温度,研究了石墨电极电火花加工中的放电能量分布,他们发现分配到工件的能量分布比为10%~13%。XIA等<sup>[7]</sup>通过研究发现能量传入阴阳两极的能量分布几乎一致,都占整个放电能的15%~30%。SHABGARD等<sup>[8]</sup>研究发现转移到工件的能量分布随放电电流和脉冲持续时间的变化而变化,能量分布为5%~45%。SHEN<sup>[9]</sup>和ZHANG<sup>[10]</sup>等采用金相法和有限元法对放电能量分布和放电等离子体直径进行了计算,并分析了不同加工条件对能量分布的影响。BAI等<sup>[11]</sup>提出一种基于均匀的盘状热源传导模型,使用放电凹坑的尺寸来确定能量分布,通过一系列的实验,得到了平均的脉冲能量分布,阳极为9.4%,阴极为3.6%。ZAHIRUDDIN等<sup>[12-13]</sup>研究了常规电火花与微细电火花加工在功率密度、能量利用效率和去除效率方面的差异,结果发现在功率密度方面,微细电火花加工约是电火花加工的30倍;而且在能量利用率方面,微细电火花加工更高。虽然学者们从不同方面对放电能量分配开展了大量研究,但是结论相差很大,主要的原因在于采用的研究方法、实验材料和假设条件等各不相同(理论模型、工件材料等),以及计算过程中大部分学者没有考虑到熔化潜热、汽化潜热和重铸层的影响。电火花加工的放电能量分布仍需进一步研究。

本文考虑到微尺度电火花放电特性,提出了一种通过比较实际放电和理论计算两种情况下放电凹坑尺寸来预测微细电火花放电等离子体通道半径和脉冲能量分布比的方法。设计并做了微细电火花单脉冲放电实验,基于放电凹坑尺寸、放电参数及理论模型等分析了分布到工件的放电能量分数,预测了放电等离子体通道的半径,验证了该计算方法的可靠性。

## 1 电热模型

电火花放电是一个极其复杂的过程,涉及到电磁学、热力学、流体力学和爆炸力学等多个物理现象的综合作用。微细电火花加工过程中(电介质为液体),液体介质击穿主要由气泡机制<sup>[14]</sup>和电子机制引起<sup>[15]</sup>。在微细电火花加工条件下,当极间场强足够大时,在阴极微观凸起(微峰)处发射击穿前预放电电流,从而引起液体介质加热及成核气泡的形成。气泡迅速扩展并向阳极运动,随着局部介质密度的降低,当分子密度小于电子轰击的阈值时发生雪崩式电离,介质击穿,等离子体通道形成<sup>[1]</sup>。在放电通道中含有大量带正电和负电的粒子以及中性粒子,带电粒子在电场作用下迅速加速,电子及正离子以极高的速度分别向阳极和阴极运动,运动过程中不断发生粒子碰撞、电离。因此,放电通道形成初期,放电通道内的温度和压力极高,而且电子及正离子在电场作用下将以很高的速度分别轰击阴极和阳极表面,将部分放电能量传递到两极表面,使两极放电点处的材料迅速熔化或汽化,形成放电凹坑。

电火花加工放电过程的能量分布如图1所示。每次放电有相当部分的放电能量作用于放电通道及气泡形成,大部分放电能以辐射、光能、热能和声能的形式消散于电介质,只有少部分放电能作用于电极材料蚀除,这一过程十分复杂,与放电时间密切相关。

放电点处的热传导过程如图 2 所示。为了简化模型做出如下假设:①热传导是传热的唯一途径,辐射和对流的热损失忽略不计;②热源采用与实际情况更相符的高斯热源<sup>[16]</sup>;③电极材料是各向同性并且是均匀的;④放电凹坑认为是球冠形。Fourier 热传导公式为

$$\frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (1)$$

式中: $T$  为温度, $T = T(r, z, t)$  为温度分布函数; $t$  为时间; $r$  为径向距离; $z$  为垂直距离; $\alpha$  为扩散系数,可表示为

$$\alpha = \frac{K_t}{\rho C_p} \quad (2)$$

式中: $K_t$  为材料的导热系数; $\rho$  为材料密度; $C_p$  为材料的比热。

大部分已有文献的电热模型假设达到熔点的材料被完全去除,没有考虑到熔化潜热、汽化潜热和重铸层的影响。本文考虑到熔化潜热和汽化潜热,对电热模型进行优化改进以增加计算精度,式(2)可表示为

$$\alpha = \frac{K_t}{\rho [C_p + (L_m + L_v) / T_v - T_0]} \quad (3)$$

式中: $L_v$  为汽化潜热; $T_v$  为汽化点; $T_0$  为环境温度; $L_m$  为熔化潜热。

与常规电火花加工相比,由于微细电火花加工的放电时间非常短,会导致放电等离子体通道根本来不及完全扩展,并且通道内的能量密度极高,通常会认为在放电点处汽化的材料会全部蚀除,而熔化的材料在放电结束后会在电极表面重新凝固。金属材料的汽化潜热远远大于熔化潜热,因此计算过程中不考虑熔化潜热。偏微分方程的边界条件和初始条件分别为

$$T(r, z, 0) = T_0 \quad (4)$$

$$T(\infty, \infty, t) = T_0 \quad (5)$$

$$-K_t \frac{\partial T(r, 0, t)}{\partial z} = \begin{cases} q & 0 < r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad (6)$$

式中: $R$  为放电等离子体通道半径; $q$  为热通量。

模型采用盘状热源,计算热通量的公式为<sup>[17]</sup>

$$q = \frac{FU_d I_d}{\pi R^2} \quad (7)$$

式中: $F$  为转移到工件的能量分数; $U_d$  为放电电压; $I_d$  为放电电流。

式(1)的精确解为<sup>[17]</sup>

$$T(r, z, t) = T_0 + \frac{qR}{2K_t} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) J_1(\lambda R) \times \left[ \exp(-\lambda z) \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at_d}} - \lambda \sqrt{at_d}\right) - \exp(\lambda z) \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at_d}} + \lambda \sqrt{at_d}\right) \right] \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (8)$$

式中: $t_d$  为放电时间; $J_0$ 、 $J_1$ 、 $\lambda$  为常数。

电极表面垂直方向上的温度分布( $r=0$ )的方程式可表示为

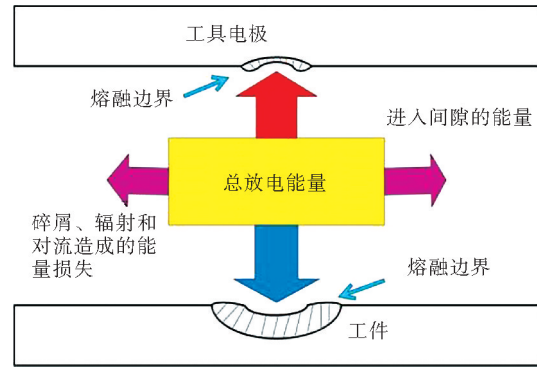


图 1 电火花放电时的能量分布

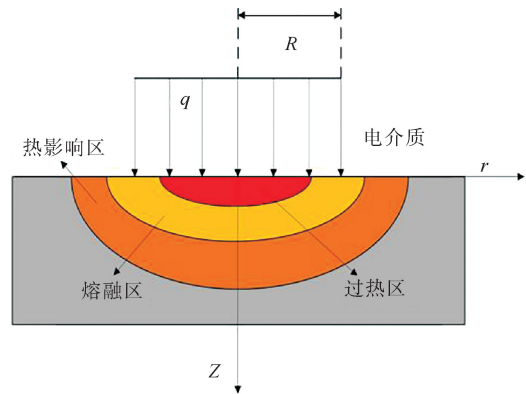


图 2 电火花放电时的热传导示意

$$T(0, z, t) = T_0 + \frac{q}{K_t} \left\{ 2\sqrt{\frac{at_d}{\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{4at_d}\right) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{4at_d}\right) \right] + \sqrt{z^2 + R^2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{z^2 + R^2}}{2\sqrt{at_d}}\right) - z \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2\sqrt{at_d}}\right) \right\} \quad (9)$$

通过将  $z=0$  代入式(8)中,可以得到径向上的温度分布为

$$T(r, 0, t) = T_0 + \frac{qR}{K_t} \int_0^\infty J_0(\lambda r) J_1(\lambda R) \frac{d\lambda}{\lambda} - \frac{qR}{K_t} \int_0^\infty \operatorname{erfc}(\lambda \sqrt{at_d}) J_0(\lambda r) J_1(\lambda R) \frac{d\lambda}{\lambda} = T_0 + I_1 - I_2 \quad (10)$$

其中,  $I_1$  和  $I_2$  的精确解为<sup>[18-19]</sup>:

$$I_1 = \begin{cases} \frac{2qR}{\pi K_t} E\left(\frac{r}{R}\right) & r < R \\ \frac{2qR}{\pi K_t} & r = R \\ \frac{2qr}{\pi K_t} \left[ E\left(\frac{R}{r}\right) - \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) K\left(\frac{R}{r}\right) \right] & r > R \end{cases} \quad (11)$$

$$I_2 = \frac{R}{2\sqrt{\pi at_d}} \frac{qR}{K_t} \sum_{i=0}^\infty \left\{ \frac{(-R^2)^i i!}{(2i+1)(4at_d)^i} \sum_{j=1}^{i+1} (i-j+2) \left[ \frac{r^{j-1}}{(j-1)! (i-j+2)! R^{j-1}} \right]^2 \right\} \quad (12)$$

其中,  $E, K$  分别为第一、第二类完全椭圆积分。

放电凹坑的深度和半径通过求解以下 2 个方程式得到

$$T(0, z, t) = T_v \quad (13)$$

$$T(r, 0, t) = T_v \quad (14)$$

求解转移到工件中的能量分数和等离子体通道半径的流程如图 3 所示。

首先设定传入工件的能量分数  $F$  值,其范围在 0~1 之间(初始值为 0.01,每次迭代进给 0.001),再假定等离子体通道半径  $R$  值,  $R$  的最大值不能超过热影响区半径的最大值  $R_{h, \max}$  (初始值为 0,每次迭代进给 0.1  $\mu\text{m}$ ),由式(7)计算出放电点处的热通量  $q$ ;然后将式(3)求解的热扩散系数以及紫铜工件的相关参数分别代入式(9)和式(10) ( $I_1$  和  $I_2$  由式(11)和式(12)给出),通过 Matlab 软件求解放电凹坑深度和半径,然后将计算得到的凹坑深度和半径分别与单脉冲放电实验得到的放电凹坑深度和半径进行对比;若计算值与实验值不完全相同,则重新对  $F$  和  $R$  赋值,直到计算值和实验值完全相同,此时的  $F$  和  $R$  值就是传递到工件上的能量分数  $F$  和等离子体通道半径  $R$  的大小。重复对比每一组实验数据,得到相关的数据范围。整个计算过程在 Matlab 软件中操作,通过遗传算法迭代计算。

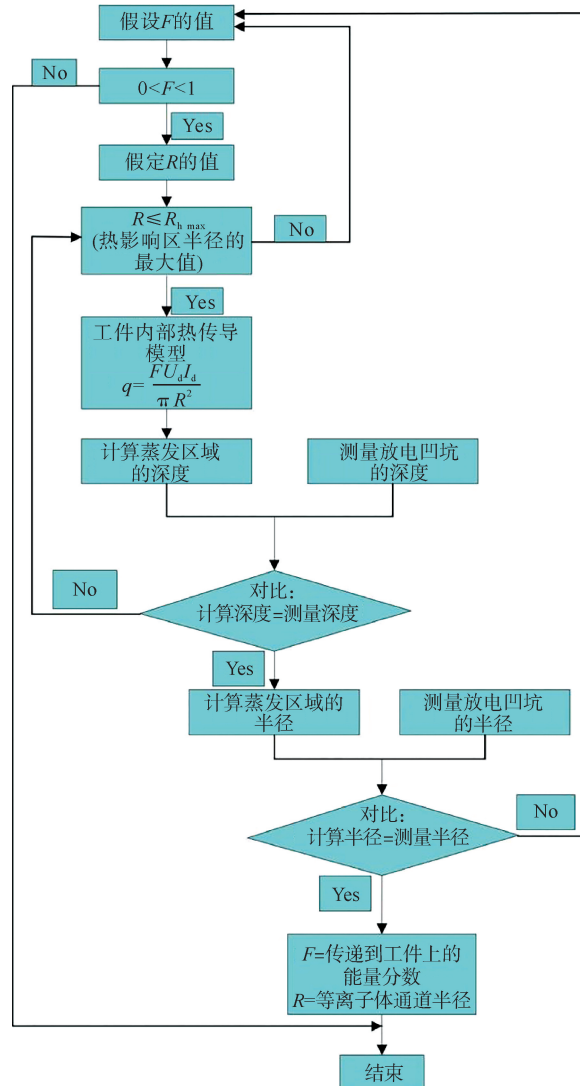


图 3 求解转移到工件中的能量分数和等离子体通道半径的流程

## 2 单脉冲放电实验设计

在本次单脉冲放电实验中,由晶体管式微能高频电源系统提供放电能(图 4),放电脉宽分别设置为 5、10、15、20、25  $\mu\text{s}$ 。由于并不是每次放电都会持续到放电结束,且经常出现单次脉冲期间出现多次放电情况,所以即使脉宽确定,每次放电的放电持续时间也并不相同<sup>[20]</sup>。因此,本文以放电持续时间为变量展开研究。实验过程采用示波器记录每次单脉冲放电时的电压和电流波形,用以计算实际的放电持续时间和放电能量。实验的放电电压和放电电流见表 1,工具电极采用直径 200  $\mu\text{m}$  的柱状钨电极,工件为厚度 300  $\mu\text{m}$  的 T2 紫铜,工作液介质为电火花油。

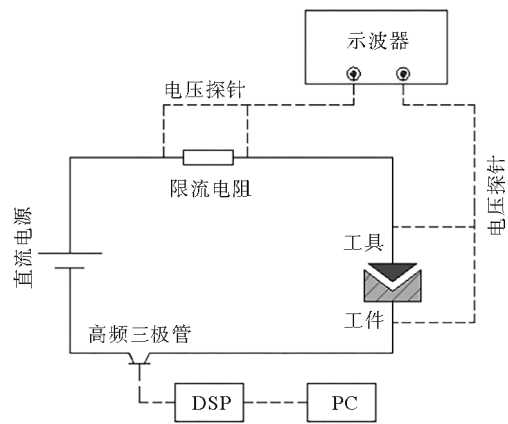


图 4 单脉冲放电系统回路示意

表 1 实验参数及计算结果

实验编号	放电持续时间 $t_d/\mu\text{s}$	放电电压 $U_d/\text{V}$	放电电流 $I_d/\text{A}$	凹坑半径 $r/\mu\text{m}$	凹坑深度 $z/\mu\text{m}$	热影响区半径 $R_h/\mu\text{m}$	放电等离子体通道半径 $R/\mu\text{m}$	转移到工件中的能量分数 $F/\%$	$(R-r)/\mu\text{m}$
1	0.63	20.0	0.48	5.0	1.28	7.5	5.9	7.1	0.9
2	1.56	16.5	0.38	6.8	1.25	9.0	7.8	8.5	1.0
3	1.75	14.5	0.36	7.0	1.29	9.5	9.2	9.2	2.2
4	1.75	17.0	0.38	6.9	1.30	9.4	9.2	9.2	2.3
5	3.20	19.0	0.44	11.0	1.13	14.0	13.8	13.0	2.8
6	3.70	18.0	0.44	13.5	1.00	16.0	14.9	11.9	1.4
7	4.30	18.0	0.43	13.8	0.82	18.0	15.2	12.7	1.4
8	5.40	20.0	0.44	10.5	2.05	14.5	11.6	10.1	1.1
9	6.20	18.0	0.42	14.5	1.39	21.0	14.8	10.8	0.3
10	10.00	19.0	0.44	15.0	1.78	20.0	16.5	13.2	1.5
11	11.50	20.0	0.46	17.6	0.97	23.0	19.3	12.2	1.7
12	13.70	20.0	0.40	18.5	1.22	27.0	19.7	15.5	1.2
13	20.50	17.0	0.44	20.0	1.89	30.0	23.2	16.3	3.2

实验采用超声清洗机对试样表面的碎屑颗粒进行清洗。然后分别采用大景深三维显微系统和扫描探针显微镜对放电凹坑的半径、深度以及形状进行观测。图 5 为单脉冲放电凹坑的三维图。

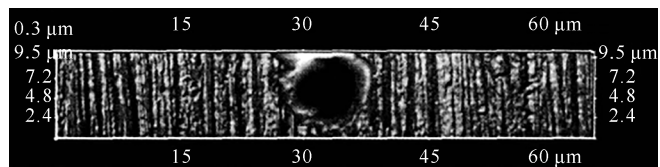


图 5 放电凹坑的三维图(放电持续时间为 1.6  $\mu\text{s}$ )

## 3 结果与讨论分析

基于上述步骤和方法,通过 Matlab 计算出每次单脉冲放电的等离子体通道半径和转移到工件中的能量分布,具体参数及计算结果见表 1。实验结果发现,放电电流和放电电压在放电持续时间增加的情况下,两者都只是在较小的范围内波动。这是因为放电过程中,放电等离子体通道扩展,其内部能量密度降低,而实际的放电电压和电流处于相对稳定的状态,即放电通道形成之后只需要消耗较少的能量维持放电通道。

### 3.1 放电持续时间对放电等离子体通道半径、凹坑和热影响区半径的影响

从表1中可看出,由于放电持续时间的逐渐增加,放电等离子体通道半径快速增加后,再缓慢增大,在放电持续时间为 $0.63\sim 20.5\ \mu\text{s}$ 时,放电等离子体通道半径的范围为 $5.9\sim 23.2\ \mu\text{m}$ 。这是由于在放电初期,放电通道半径很小,集中在放电中心的能量密度很大,温度和压力很高,放电等离子体通道会迅速扩展。随着放电等离子体通道的不断扩展,通道内的压力和温度都会迅速减小,最终会达到相对稳定的放电状态。从表1可看出,放电持续时间处于 $20.5\ \mu\text{s}$ 以内时,放电通道处于扩展状态,即微细电火花加工中的放电通道来不及完全扩展,这也是微细电火花加工的材料蚀除机理不同于常规电火花加工的原因之一。

表1可以看出放电凹坑半径一直小于等离子体半径和热影响区半径。在一定时间的范围内等离子体通道半径也是一直小于热影响区半径,但在放电后期可以扩展到和热影响区半径差不多的大小。这是因为当放电电流和放电电压稳定时,放电持续时间和放电能两者是正相关,放电能会随着放电持续时间的增加而增高,会使更多的工件材料被融化,放电凹坑的半径不断地变大。随着放电持续时间的增加,放电等离子体通道持续扩展,通道的能量密度迅速降低,直至达到相对稳定状态,放电点中心处的材料不断被熔化、汽化,而放电等离子体通道半径周边的能量密度逐渐不足以熔化材料,只能产生热影响区。这样,随着放电持续时间增加,不断有放电能量传递到工件,放电凹坑半径经过迅速增大后趋于稳定,而热影响区的尺寸不断扩大。

### 3.2 放电持续时间对转移到工件中能量分数的影响

从表1可以看出,转移到工件中的能量分数随着放电持续时间的增加而增加,在放电持续时间为 $0.63\sim 20.5\ \mu\text{s}$ 时,转移到工件中的能量分数范围是 $7.1\%\sim 16.3\%$ 。当放电持续时间较短时,相当一部分放电能消耗于电介质的击穿和放电通道的形成,放电能量来不及传导,因而分布到工件上的能量分数较低。随着放电持续时间增加,用于维持放电通道的放电能相应地减少,但转移到工件和工具电极中的能量会不断增加,从而使分布到工件和工具上的百分比不断增加。当放电持续时间增加到一定值后,放电通道接近平衡状态,能量分配率也会达到一个相对平衡的状态。

## 4 结论

本文考虑到常规电火花加工与微细电火花加工材料蚀除机理的差异,提出了一种预测微细电火花加工能量分数和放电等离子体通道半径的方法。通过单脉冲放电实验和理论计算得到以下结论:

1) 在微细电火花加工放电刚开始的阶段,放电通道半径迅速增大,随后会缓慢增大,最终达到一个相对平衡的状态。在放电持续时间为 $0.63\sim 20.5\ \mu\text{s}$ 时,放电等离子体通道半径随着放电持续时间的变化范围是 $5.9\sim 23.2\ \mu\text{m}$ 。

2) 转移到工件中的能量分数随着放电持续时间的增加而增大。在放电刚开始的阶段,相当部分的放电能量消耗于放电等离子体通道的形成,因此分配到工件电极的能量比例较低。随着放电持续时间的增加,放电通道逐渐进入稳定状态,消耗于放电通道的能量减少,在放电持续时间为 $0.63\sim 20.5\ \mu\text{s}$ 时,转移到工件中的放电能量分数不断增加。工件上的能量分数范围是 $7.1\%\sim 16.3\%$ 。

3) 随着放电持续时间的增加,放电凹坑半径始终小于放电等离子体通道半径和热影响区半径。放电初期,蒸发区域跟热影响区域变化趋势大致相同,随着放电持续时间的增加,放电通道迅速扩展,能量密度迅速降低,虽然不断有放电能量传递到工件,但放电通道周边的能量不足以熔化材料,所以放电凹坑半径逐渐趋于稳定而热影响区半径不断增大。

### 参考文献(References):

- [1] 刘庆玉. 微细电火花加工中的材料微观结构尺度效应研究[D]. 济南:山东大学,2017.  
LIU Qingyu. Study on scale effect of material microstructure in micro EDM[D]. Jinan: Shandong University, 2017.
- [2] YIN Y, ZHANG J, HUO J, et al. Effect of microstructure on the passive behavior of selective laser melting-fabricated Hastelloy X in  $\text{NaNO}_3$  solution[J]. Materials Characterization, 2020, 165: 110370.
- [3] 李晓鹏, 王元刚, 刘宇, 等. 电蚀产物对微细电火花电极形状损耗影响的实验研究[J]. 中国机械工程, 2020, 31(15): 1815-1822.  
LI Xiaopeng, WANG Yuangang, LIU Yu, et al. Experimental study on the effect of etching products on the shape loss of micro EDM

- electrode[J]. *China Mechanical Engineering*, 2020, 31(15):1815-1822.
- [4] BIGOT S, DURSO G, PEMOT J P, et al. Estimating the energy repartition in micro electrical discharge machining[J]. *Precision Engineering*, 2016, 43:479-485.
- [5] SINGH H. Experimental study of distribution of energy during EDM process for utilization in thermal models[J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 2012, 55(19/20):5053-5064.
- [6] AKIRA O, YOSHIYUKI U, ISAO. Energy distribution in electrical discharge machining with graphite electrode[J]. *Memoirs of the Faculty of Engineering Okayama University*, 2000, 34(1/2):19-26.
- [7] XIA H, KUNIEDA M, NISHIWAKI N, et al. Measurement of energy distribution in continuous EDM process[J]. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 1996, 62(8):1141-1145.
- [8] SHABGARD M, AKHBARI S. An inverse heat conduction method to determine the energy transferred to the workpiece in EDM process[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2016, 83(5/8):1037-1045.
- [9] SHEN Y, LIU Y, ZHANG Y, et al. Determining the energy distribution during electric discharge machining of Ti-6Al-4V[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 70(1/4):11-17.
- [10] ZHANG Y Z, LIU Y H, SHEN Y, et al. A novel method of determining energy distribution and plasma diameter of EDM[J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 2014, 75:425-432.
- [11] BAI S, RAJURKAR K P. Micro-EDM pulse energy distribution ratio determination[C]//8th International Conference on Micro Manufacturing. Victoria, BC:2013.
- [12] ZAHIRUDDIN M, KUMIEDA M. Comparison of energy and removal efficiencies between micro and macro EDM[J]. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 2012, 61(1):187-190.
- [13] ZAHIRUDDIN M, KUNIEDA M. Energy distribution ratio into micro EDM electrodes[J]. *Journal of Advanced Mechanical Design Systems & Manufacturing*, 2010, 4(6):1095-1106.
- [14] DHANIK S, JOSHI S S. Modeling of a single resistance capacitance pulse discharge in micro-electro discharge machining[J]. *Journal of Manufacturing Science & Engineering*, 2005, 127(4):759-767.
- [15] WATSON P K. The role of electrostatic and hydrodynamic forces in the negative-point breakdown of liquid dielectrics[J]. *IEEE Transactions on Electrical Insulation*, 1991, 26(4):543-559.
- [16] YEO S H, KURNIA W, TAN P C. Electro-thermal modeling of anode and cathode in micro-EDM[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2007, 40(8):2513.
- [17] WANG K, ZHANG Q, ZHU G, et al. Research on the energy distribution of micro EDM by utilization of electro-thermal model[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2017, 93(9):4179-4186.
- [18] THOMS P H. Some conduction problems in the heating of small areas on large solids[J]. *Quarterly Journal of Mechanics & Applied Mathematics*, 1957(4):482-493.
- [19] BECK J V. Large time solutions for temperatures in a semi-infinite body with a disk heat source[J]. *International Journal of Heat & Mass Transfer*, 1981, 24(1):155-164.
- [20] 刘庆玉, 杨曼, 张勤河, 等. 微尺度条件下的单脉冲电火花放电特性[J]. *电加工与模具*, 2019(6):6-9.  
LIU Qingyu, YANG Man, ZHANG Qinhe, et al. Characteristics of single pulse spark discharge under microscale conditions[J]. *Electric Machining and Mold*, 2019(6):6-9.

(责任编辑 张晓靖;英文校审 程文华)