

## 条纹投影三维重建中相位提取的抗噪能力研究

刘锦涛, 徐鹏, 张雯, 单硕, 李泽, 王建华\*

(青岛理工大学 信息与控制工程学院, 青岛 266525)

**摘要:** 对于静态漫反射物体的三维重建, 不可避免的噪声干扰是影响条纹投影三维重建的重要因素之一。介绍了相移轮廓术、傅里叶变换轮廓术与小波变换轮廓术, 并对其抗噪能力进行了分析和对比。研究发现, 相移法在非噪声和噪声干扰条纹图像的三维重建中的相位误差最小。条纹图像不含噪声干扰时, 傅里叶变换法与小波变换法的相位误差接近, 均大于相移法的相位误差。条纹图像含噪声干扰时, 基于直接最大脊的二维小波变换轮廓术的均方根误差 (RMSE) 比基于直接最大脊的一维小波变换轮廓术和傅里叶变换轮廓术的 RMSE 降低了 45.88% 和 58.41%。基于评价函数的小波脊提取算法的相位误差要远小于基于最大脊的小波脊提取算法的相位误差。进一步证实了采用 Fan 小波的抗噪能力要优于采用 Morlet 小波的, 为条纹投影轮廓术 (FPP) 的不同场景的相位算法选择提供了参考。

**关键词:** 相移; 傅里叶变换; 小波变换; 评价函数; 抗噪能力

**中图分类号:** O439 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4602(2024)05-0142-12

## Research on the anti-noise ability of phase extraction in 3D reconstruction of fringe projection

LIU Jintao, XU Peng, ZHANG Wen, SHAN Shuo, LI Ze, WANG Jianhua\*

(School of Information and Control Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266525, China)

**Abstract:** For the three-dimensional reconstruction of static diffuse reflection objects, unavoidable noise interference is one of the important factors affecting fringe projection three-dimensional reconstruction. Phase-shifting profilometry, Fourier transform profilometry and wavelet transform profilometry are introduced in this study, and their anti-noise capabilities are analyzed and compared. The research found that the phase error of phase-shifting method is the smallest in the three-dimensional reconstruction of fringe images with and without noise interference. When the fringe image does not contain noise interference, the phase error of Fourier transform method and wavelet transform method are similar, both greater than the phase error of phase-shifting method. When the fringe image contains noise interference, the root mean square error (RMSE) of the two-dimensional wavelet transform profilometry based on the direct maximum ridge is reduced by 45.88% and 58.41% respectively compared with the RMSE of the one-dimensional wavelet transform profilometry based on the direct maximum ridge and the RMSE of Fourier transform profilometry. The phase error

收稿日期: 2023-03-14

基金项目: 山东省自然科学基金资助项目 (ZR2021MF024)

作者简介: 刘锦涛 (1998—), 男, 河南开封人。硕士, 研究方向为三维测量。E-mail: liujintao202204@163.com。

\* 通信作者: 王建华 (1981—), 男, 山东临沂人。博士, 副教授, 主要从事三维测量方面的研究。E-mail: wjh051130@163.com。

of the wavelet ridge extraction algorithm based on the evaluation function is much smaller than that of the wavelet ridge extraction algorithm based on the maximum ridge. It further confirms that the noise resistance of using Fan wavelet is superior to using Morlet wavelet. This provides a reference for the selection of phase algorithms for different scenarios of fringe projection profilometry (FPP).

**Key words:** phase-shifting; Fourier transform; wavelet transform; cost function; anti-noise ability

条纹投影轮廓术(Fringe Projection Profilometry, FPP)是典型的结构光三维测量技术,它具有低成本、高速度、高精度以及全场测量等多种优点,被广泛应用于各行业。条纹投影轮廓术是通过数字投影仪在被测物体的表面上投影电脑生成的标准条纹,然后使用摄像机采集被物体调制的变形条纹,利用摄像机和投影仪所构建的三角几何关系可以重建被测表面的三维形貌。相位提取是 FPP 技术的核心内容,其中包括 2 种主要的方法:包裹相位提取和展开相位提取。在包裹相位提取中,常用的 3 种方法有相移(Phase-Shifting, PS)法、小波变换(Wavelet Transform, WT)法以及傅里叶变换(Fourier Transform, FT)法。

相移法在三维测量中通常用于测量光栅或投影仪产生的光斑的位移,并通过计算位移的相位差来获得表面高度信息。因其需要 3 幅及以上的灰度条纹图案,适用于静态物体的三维测量。因此,在三维静态表面形态分析方面,相移法被广泛应用。

在相移法的优化问题中,LIU 等<sup>[1]</sup>提出了一种改进的两步相移轮廓法,利用最小二乘法进行参数估计,得到背景分量和调制分量,然后根据条纹灰度的静态特性,利用反余弦函数确定两相移随机正弦条纹图之间的相位步长,最后从两帧的归一化模式和阶跃值中提取相位。GUO 等<sup>[2]</sup>为解决动态情况下物体运动导致的误差,提出了一种四步相移轮廓术的实时运动误差补偿方法,将 4 幅相移图像分成 2 组,分别计算前 3 个条纹和后 3 个条纹对应的 2 个包裹相位。由于运动引起的误差是投影条纹频率的 2 倍,平均相位可以有效地补偿运动引起的误差。HUANG 等<sup>[3]</sup>提出一种双三步相移法,通过投影 2 组相位差为  $60^\circ$  的三步相移光栅条纹,得到 2 组包裹相位,然后将 2 组包裹相位展开再组合得到最终相位,进而减小相位误差,但由于相位展开算法较复杂故所需时间较长。对于上述问题 ZHENG 等<sup>[4]</sup>将 2 组包裹相位进行组合,通过减少包裹相位进而缩短相位展开时长。

傅里叶变换法只需要 1 幅灰度条纹图案即可计算包裹相位,因此对动态表面引入相位误差免疫。但是,物体高度跃变、噪声、阴影等易引起包裹相位误差,最终降低三维重建精度。为此,许多学者为减小傅里叶变换法测量误差进行研究,ZUO 等<sup>[5]</sup>提出了一种微傅里叶变换轮廓术( $m\mu$  FTP),通过改进相位展开和误差补偿算法提高相位恢复质量,通过配对高速摄像机和 DLP 投影仪开发了高帧率条纹投影硬件,实现了二进制模式切换和精确同步图像捕获,帧率高达 6096 m/s。LI 等<sup>[6]</sup>提出了一种混合计算框架,将傅里叶变换法与相移法相结合,来减少运动引起的测量误差。QIAN 等<sup>[7]</sup>在傅里叶变换法与相移法相结合的基础上,设计了一种基于相位的逐像素运动检测策略,可以准确地勾勒出运动物体区域与静止物体区域的轮廓,然后融合相应的确定区域,最后对融合后的区域求解,此方法有效提高了测量精度。LOHRY 等<sup>[8]</sup>针对在不影响条纹质量的情况下消除三阶谐波,提出了一种通过调制二值图案的平方来有效消除三阶谐波的方法。FU 等<sup>[9]</sup>针对光栅条纹有阴影时,断开的相位无法正确展开的问题,提出了一种解决方法,使用双频光栅投影到被测物体,对 2 幅图像进行拼接,得到经光栅调制的清晰的目标图像,然后采用傅里叶变换轮廓术对图像进行处理,并设计了高频和低频滤波器。在低频相位差的基础上计算出高频相位差,最后,实现三维轮廓测量。

小波变换法计算包裹相也是只需要 1 幅灰度条纹图案,但其抗噪能力通常优于傅里叶变换法,而对于小波变换法的精度问题,HAN 等<sup>[10]</sup>采用二维实墨西哥帽小波函数,结合二维单正交解析希尔伯特变换构造二维连续复小波,使局部条纹和子小波的匹配效果更好,从而提高相位精度。CHEN 等<sup>[11]</sup>基于 Gabor 小波变换法,选取一阶莫尔条纹的光强进行相位导出,并将上述相位信息提取结果与傅里叶变换法提取的

相位信息进行比较,证明此方法在降噪方面具有更好效果。HAN等<sup>[12]</sup>开发一种新的二维小波变换模型,对二维小波进行双角度旋转运算,提高了小波的方向选择性和频率局域性。该方法提高了小波变换轮廓术的相位计算精度。LOPEZ-TORRES等<sup>[13]</sup>对于物体产生的阴影影响三维重建的问题,提出了一种在三维重建中检测阴影区域并降低其影响的新方法,该方法使用彩色条纹图案检测阴影,并使用数学形态学来调节阴影区域的轮廓,最终达到降低阴影部分影响的效果。JIANG等<sup>[14]</sup>出了一种基于小波变换的多频条纹投影轮廓法,该算法采用峰值搜索算法从物体上单个点的不同频率的相位中获取物体高度,因此,较大不连续的物体可以被描绘出来,从而提高测量精度。

展开相位提取包括空域相位展开(Spatial Phase Unwrapping, SPU)和时域相位展开(Temporal Phase Unwrapping, TPU)。空域相位展开通过比较相邻像素点的包裹相位来消跳变,但要求被测表面连续,高度跃变会导致空域相位展开失败。时域相位展开根据多幅不同频率的包裹相位逐个像素展开,该方法能够对高度跃变、孤立的复杂表面进行相位展开,精度和可靠性高,但需要多幅不同频率的包裹相位,从而需要多频的相移条纹序列,例如三步相移法和双频时域相位展开结合计算展开相位,需要2套不同频率的三步相移条纹序列,即条纹数量为 $2 \times 3 = 6$ 幅。

对于静态场景漫反射表面的三维形貌重建,FPP通常面临2种误差源。

1) 投影仪Gamma效应导致条纹图案非正弦性,进而导致相位提取误差。现有方法通常可以归为6类:①预先得到投影仪的输入、输出响应曲线,从而生成校正条纹;②基于Gamma数学模型,校正投影条纹;③预建立一个用来查询相位误差的表格,使用该表格查询相位误差,然后补偿相位误差;④基于迭代的相位误差补偿方法;⑤基于附加条纹序列的双 $N$ 步相移法;⑥相位误差自校正技术。

2) 环境光干扰导致条纹图案引入高次谐波分量,进而导致相位提取误差。目前,学者主要对相移法的抗噪能力进行了分析,ZUO等<sup>[15]</sup>根据基于相移法的相位误差与采集条纹的调制强度成反比的特性,提出了一种提高相移法采集条纹调制强度的方法。ZHANG等<sup>[16]</sup>证实了基于相移法的相位误差与条纹频率也有关,并给出条纹最优频率的选择方法。

噪声干扰导致FPP引入了相位误差,现有方法主要分析了相移法的抗噪能力,没有对傅里叶变换法、基于直接最大脊的小波变换法和基于评价函数的小波变换法的抗噪能力进行对比。为此,本文对各种算法的高斯噪声和椒盐噪声引入的相位误差进行了分析和对比,从而为算法选择提供了依据。

## 1 相移轮廓术和傅里叶变换轮廓术

条纹投影轮廓术<sup>[17]</sup>的采集条纹可以用式(1)表示:

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \varphi(x, y) \quad (1)$$

式中: $a$ 为背景; $b$ 为调制强度; $\varphi$ 为蕴含高度信息的待提取相位。

### 1.1 相移轮廓术

相移轮廓术是沿着与条纹成 $90^\circ$ 夹角的方向在1个周期内移动 $n$ 次,使用这 $n$ 幅图像求解包裹相位, $n \in (1, N)$ , $N$ 为总相移步数。

$$g_n(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [\varphi(x, y) + 2\pi(n-1)/N] \quad (2)$$

以三步相移法为例,采集条纹可以表示为

$$g_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \varphi(x, y) \quad (3)$$

$$g_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [\varphi(x, y) + 2\pi/3] \quad (4)$$

$$g_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos [\varphi(x, y) + 4\pi/3] \quad (5)$$

进一步写成:

$$\begin{cases} g_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \varphi(x, y) \\ g_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \left[ -\frac{1}{2} \cos \varphi(x, y) - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi(x, y) \right] \\ g_3(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \left[ -\frac{1}{2} \cos \varphi(x, y) + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \varphi(x, y) \right] \end{cases} \quad (6)$$

根据式(6)得

$$\begin{cases} \sqrt{3} [g_3(x, y) - g_2(x, y)] = 3b(x, y) \sin\varphi(x, y) \\ 2g_1(x, y) - g_2(x, y) - g_3(x, y) = 3b(x, y) \cos\varphi(x, y) \end{cases} \quad (7)$$

$$\varphi(x, y) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{3} [g_3(x, y) - g_2(x, y)]}{2g_1(x, y) - g_2(x, y) - g_3(x, y)} \right\} \quad (8)$$

相比于其他测量技术,相移法提取包裹相位的精度较高,而且能够实现非常宽的测量范围和高速的测量速度,并且对环境和噪声干扰不敏感,具有较强的抗干扰性,但需 3 幅及以上的条纹图案,适用于静态物体的三维测量。

### 1.2 傅里叶变换轮廓术

傅里叶变换轮廓术将条纹从空域变换到频域,在频域中,高频分量代表噪声,零频分量则代表背景光,将这两种分量除去后剩下的则是基频分量,剩下的基频分量蕴含所需的相位信息,对其进行逆傅里叶变换,通过复数运算获取相位。式(1)可以表示为

$$\begin{aligned} g(x, y) &= a(x, y) + \frac{1}{2}b(x, y)\exp[i\varphi(x, y)] + \frac{1}{2}b(x, y)\exp[-i\varphi(x, y)] \\ &= a(x, y) + c(x, y) + c^*(x, y) \end{aligned} \quad (9)$$

对其进行一维傅里叶变换得到

$$G(f, y) = A(f, y) + C(f - f_0, y) + C^*(f + f_0, y) \quad (10)$$

式(10)3 种频谱信号如图 1 所示,  $f_0$  为载波频率,对  $C(f - f_0, y)$  进行逆傅里叶变换得到

$$\begin{aligned} c(x, y) &= \frac{1}{2}b(x, y)\exp[i\varphi(x, y)] \\ &= \frac{1}{2}b(x, y)[\cos\varphi(x, y) + i\sin\varphi(x, y)] \end{aligned} \quad (11)$$

基于傅里叶变换提取单幅条纹的相位,得到

$$\varphi(x, y) = \frac{\text{Im}\{c(x, y)\}}{\text{Re}\{c(x, y)\}} \quad (12)$$

相比于相移法,傅里叶变换法只需要 1 幅条纹即可计算相位,因此对动态表面引入相位误差免疫。但该方法计算量大,物体高度跃变、跳变、噪声、阴影等易引起频谱混叠等,导致相位误差,因此不适用于高度跃变的复杂物体三维测量。但由于傅里叶变换法只需要 1 幅条纹就能计算相位,因此对于动态过程的实时数据采集和三维测量具有明显的优势。

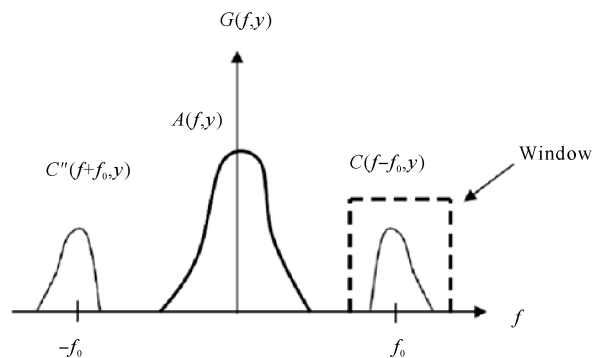


图 1 条纹一维傅里叶变换

### 1.3 基于评价函数的小波变换轮廓术

#### 1.3.1 基于最大脊的小波变换轮廓术

小波变换法解包裹相位只需 1 幅条纹,因此可用于动态测量。小波变换具有多分辨率分析特点,在时间和频率上同时具有对相位突变敏感与良好的局部化的特性,抗噪能力通常优于傅里叶变换轮廓术,在存在强度非线性误差和深度不连续的情况下,也可以提供更高的测量精度。

1) 一维小波变换轮廓术。数值模拟被测物体 Peaks,如图 2(a)所示,其表达式为

$$P(x, y) = 3(1-x)^2 \exp[-x^2 - (y+1)^2] - 10\left(\frac{x}{5} - x^3 - y^5\right) \exp(-x^2 - y^2) - \frac{1}{3} \exp[-(x+1)^2 - y^2] \quad (13)$$

图 2(b)为计算机模拟生成的变形条纹。对图 2(b)中的第 256 行像素进行提取并组成一维数组  $g_{(256, \cdot)}(x)$ ,对其进行一维小波变换:

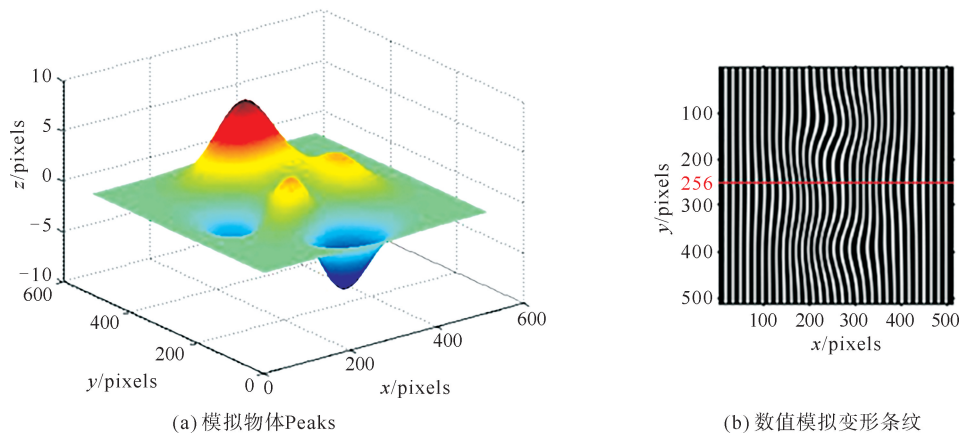


图2 数值模拟

$$W(b, s) = \frac{1}{s} \int_R g_{(256, \cdot)}(x) \psi\left(\frac{x-b}{s}\right) dx \tag{14}$$

式中:  $W(b, s)$  为小波变换系数;  $b$  为平移因子;  $s$  为尺度因子;  $\psi(x)$  为一维母小波。

这里使用一维 Morlet 小波, 表达式为

$$\psi(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \exp(i\omega_0 x) \tag{15}$$

一维小波变换系数矩阵是二维的, 包含了系数的模和相位信息分布。其中, 一维小波变换系数的模和相位分别为

$$\begin{cases} m = |W(b, s)| = \sqrt{\{\text{Re}[W(b, s)]\}^2 + \{\text{Im}[W(b, s)]\}^2} \\ p = \tan^{-1}\left\{\frac{\text{Im}[W(b, s)]}{\text{Re}[W(b, s)]}\right\} \end{cases} \tag{16}$$

式(16)的模如图 3(a)所示, 当选择合适的小波尺度因子  $s$  时, 小波变换系数的模达到最大值, 并被定义为“小波脊”, 沿着尺度因子得到一条“小波脊线”, 提取出“小波脊线”对应的图 3(b)相位, 即为该第 256 行条纹的相位信息。

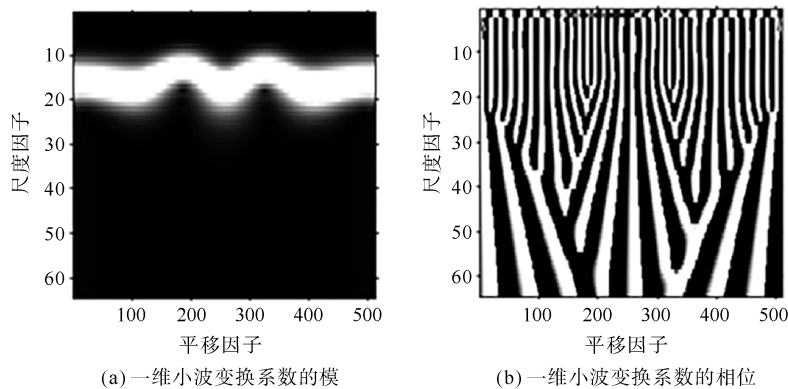


图3 一维小波变换

2) 二维小波变换轮廓术。二维小波变换比一维小波变换多 1 个旋转因子, 所以在方向上具有选择性, 并且多分辨率分析能力高于一维小波变换。条纹二维小波变换表达式为

$$W(b_1, b_2, s, \theta) = \frac{1}{s^2} \iint g(x, y) \psi\left(\frac{x-b_1}{s}, \frac{y-b_2}{s}, \mathbf{r}_\theta\right) dx dy \tag{17}$$

式中: $W(b_1, b_2, s, \theta)$ 为二维小波变换系数; $b_1, b_2$ 为平移因子; $s$ 为尺度因子; $\theta$ 为旋转角度; $r_\theta$ 为旋转矩阵。

假设在进行二维小波变换处理时,尺度因子  $s$  可以取 64 种不同的值,即  $s \in [1, 64]$ ,旋转角度  $\theta$  可以取 4 种不同的值,即  $\theta \in (0, \pi/6, \pi/3, \pi/2)$ 。如果图像的分辨率为 512 像素  $\times$  512 像素,那么进行二维小波变换后,将得到 1 个四维矩阵,如图 4 所示。如果提取每一个矩阵的第 1 个数值,则可以组成该像素的  $20 \times 4$  矩阵。分别求出二维小波变换系数的模和相位,找出  $20 \times 4$  矩阵最大模,并进一步得到模最大值对应的相位值,即为像素(1,1)相位。

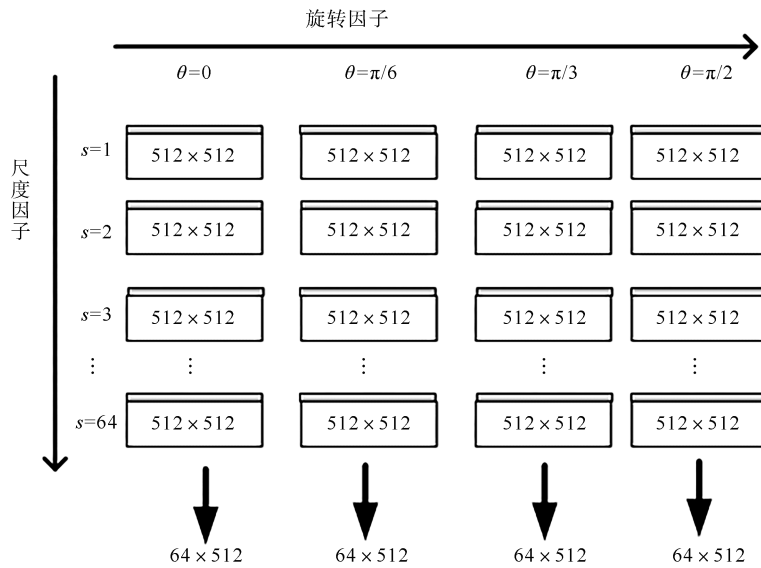


图 4 二维小波变换

### 1.3.2 基于评价函数的一维小波变换轮廓术

基于直接最大脊的小波脊提取方法具有高效、便捷的特点。然而,当条纹图像中存在噪声时,此方法可能会将多个局部极大值点误判为脊线并列入结果中,从而会因找到错误的“小波脊”而导致增大提取相位的误差。“小波脊线”具有连续性,通过图 3(a)可以看到 1 条灰度值最大的明亮“小波脊线”,因此可以利用此性质去除局部极值点。为此,建立一维小波变换小波脊提取的评价函数为

$$C_{\text{cost}}[s(b), b] = -C_0 \int_b |M[s(b), b]|^2 db + C_1 \int \left| \frac{\partial s(b)}{\partial b} \right|^2 db$$

$$= - \int_b |M[s(b), b]|^2 db + k \int \left| \frac{\partial s(b)}{\partial b} \right|^2 db \tag{18}$$

式中: $C_{\text{cost}}$ 为评价函数的计算结果, $b$ 为平移因子; $s(b)$ 为平移因子  $b$  处的尺度因子; $M[s(b), b]$ 为尺度因子为  $s(b)$  和平移因子为  $b$  时的一维小波变换系数的模;评价函数引入了  $\partial s(b)/\partial b$ ,为尺度因子的梯度,也反映了“小波脊线”的连续性; $C_0, C_1$ 为权值, $k = C_0/C_1$ 反映了小波连续性在评价函数上的权重。

由式(18)可以看出,当  $M[s(b), b]$  越大时,  $C_{\text{cost}}$  越小,则信号能量越大;  $\partial s(b)/\partial b$  越小,  $C_{\text{cost}}$  也越小,表示“小波脊线”光滑、梯度小。

假设  $C_0$  与  $C_1$  相等且都为 1,则离散评价函数(任意路径)表示为

$$C_{\text{cost}}[s(b), b] = \sum_{b=2}^W \{-|M[s(b), b]|^2 + |s(b) - s(b-1)|^2\} \tag{19}$$

式中: $W$ 为条纹的宽度。

如果使用评价函数计算所有路径上的评价函数值,选择评价函数值最小的路径作为小波脊,则计算量很大。为提高计算效率,通常认为真正的“小波脊”是小波变换系数模的“极点”,且按式(20)计算。

令  $p=s(b), q=s(b+1)$ , 假设“小波脊线”经过点  $(p, b)$ , 则后面一点  $(q, b+1)$  的评价函数值为

$$C_{\text{cost}}(q, b+1) = \min\{C_{\text{cost}}(p, b) - |s(q, b+1)|^2 + |q-p|^2\} \quad (20)$$

以条纹含有  $\sigma^2=0.8$  的高斯白噪声为例, 如图 5(a) 所示。基于评价函数的一维小波变换小波脊提取算法步骤如下:

1) 将第 1 行条纹组成数组  $g(1, :)(x)$ ;

2) 对步骤 1) 中数组进行一维小波变换, 得到 1 个二维的系数矩阵, 然后解出模与相位信息, 如果尺度因子  $s$  有 64 种不同取值, 则模为二维  $512 \times 64$  矩阵, 如图 5(b) 所示。由于高斯白噪声干扰, 图 5(b) 的“小波脊线”相对于图 3(a) 的“小波脊线”明显变得模糊;

3) 在图 6 中依次找出模的极值点, 然后再列出模的极值点所对应的尺度因子, 如图 7 所示;

4) 由于高斯白噪声干扰, 所有候选点都有可能是最终的“小波脊”。因此, 根据式(20)计算所有候选点的评价函数值, 第一列的  $C_{\text{cost}}$  都为 0(图 8)。

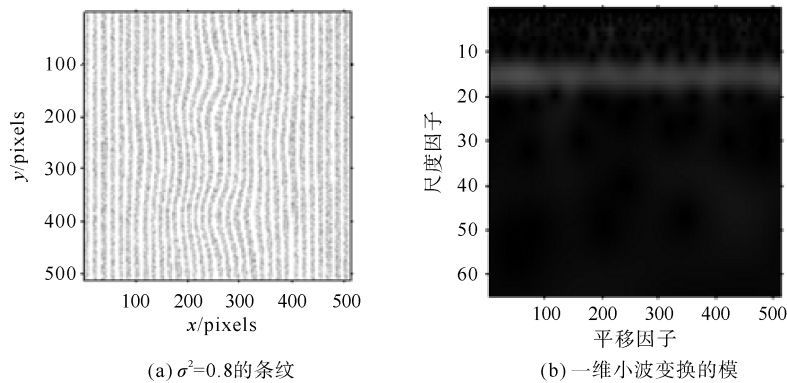


图 5 噪声条纹与第 1 行像素的一维小波变换的模

		像素点						
		→						
候		<b><math>b=1</math></b>	<b><math>b=2</math></b>	<b><math>b=3</math></b>	...	<b><math>b=256</math></b>	...	<b><math>b=512</math></b>
选		0.0465	0.0490	0.0507		0.0757		0.0435
点		0.1876	0.0437	0.0453		0.0715		0.1861
的		0.0706	0.1893	0.1911		0.2254		0.0684
模		0.0888	0.0728	0.0751		0.0473		0.0887
			0.0888	0.0889		0.0423		

图 6 条纹第 1 行的一维小波变换候选点(极值点)对应的模

		像素点						
		→						
候		<b><math>b=1</math></b>	<b><math>b=2</math></b>	<b><math>b=3</math></b>	...	<b><math>b=256</math></b>	...	<b><math>b=512</math></b>
选		6	6	6		4		6
点		15	9	9		6		15
的		22	15	15		15		22
尺		52	22	22		40		52
寸			52	52		60		
因								
子								

图 7 条纹第 1 行的一维小波变换候选点(极值点)对应的尺度因子

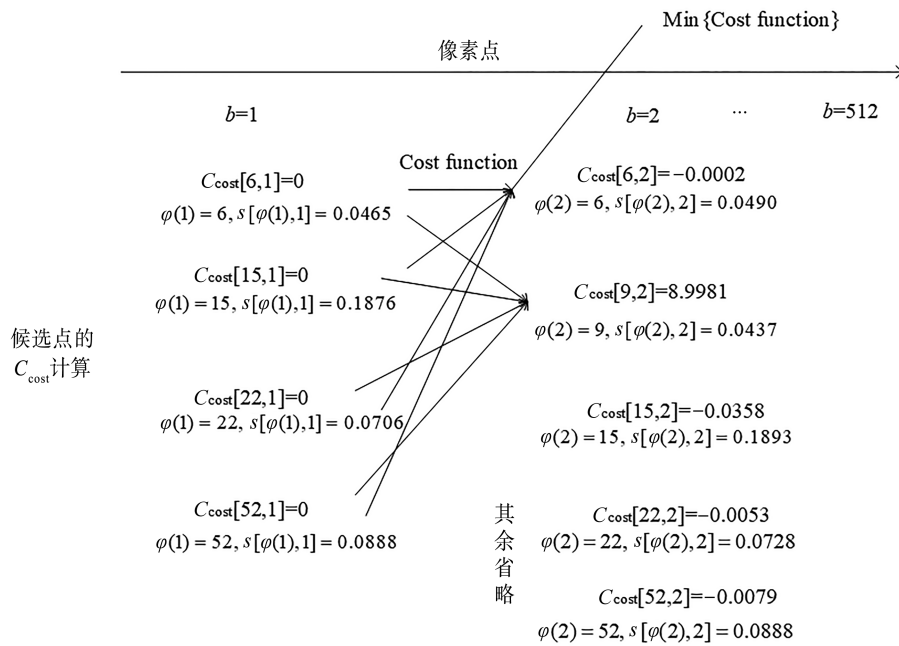


图 8 条纹第 1 行的一维小波变换候选点(极值点)的  $C_{cost}$  计算

5) 找到第 512 列中最小  $C_{cost}$ , 并找出最小  $C_{cost}$  的求解路径, 然后按照逆序依次寻找到所有最优路径, 即为“小波脊线”, 进而能得到条纹第 1 行的包裹相位, 如图 9 所示。

6) 将第 2—512 行条纹依次取出, 并重复步骤 2)—5), 从而得到整幅参考条纹的相位。

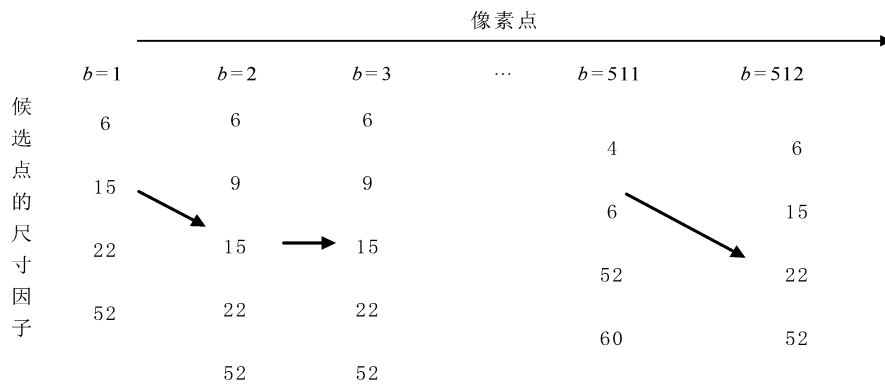


图 9 基于评价函数的最优“小波脊线”

相比于基于直接最大脊的小波脊提取方法, 基于评价函数的小波脊提取方法在算法中加入价值函数进行改进。在含有噪声干扰时, 基于直接最大脊的小波脊提取方法会出现错误的“小波脊”而导致增大提取相位的误差; 而基于评价函数的小波脊提取方法会通过价值函数的筛选去除局部极大值, 进而提高测量精度。

## 2 计算机模拟

### 2.1 不含噪声干扰的相位提取精度对比

计算机模拟物体为  $0.5 \times \text{Peaks}$ , 相移轮廓术采用三步相移法, 傅里叶变换轮廓术采用一维傅里叶变换, 小波变换轮廓术采用基于直接最大脊的一维和二维小波变换, 母小波采用一维和二维 Morlet 复小波, 相位展开采用 Itoh 空域相位展开方法。当条纹不含噪声干扰时, 提取相位和相位误差如图 10 所示。

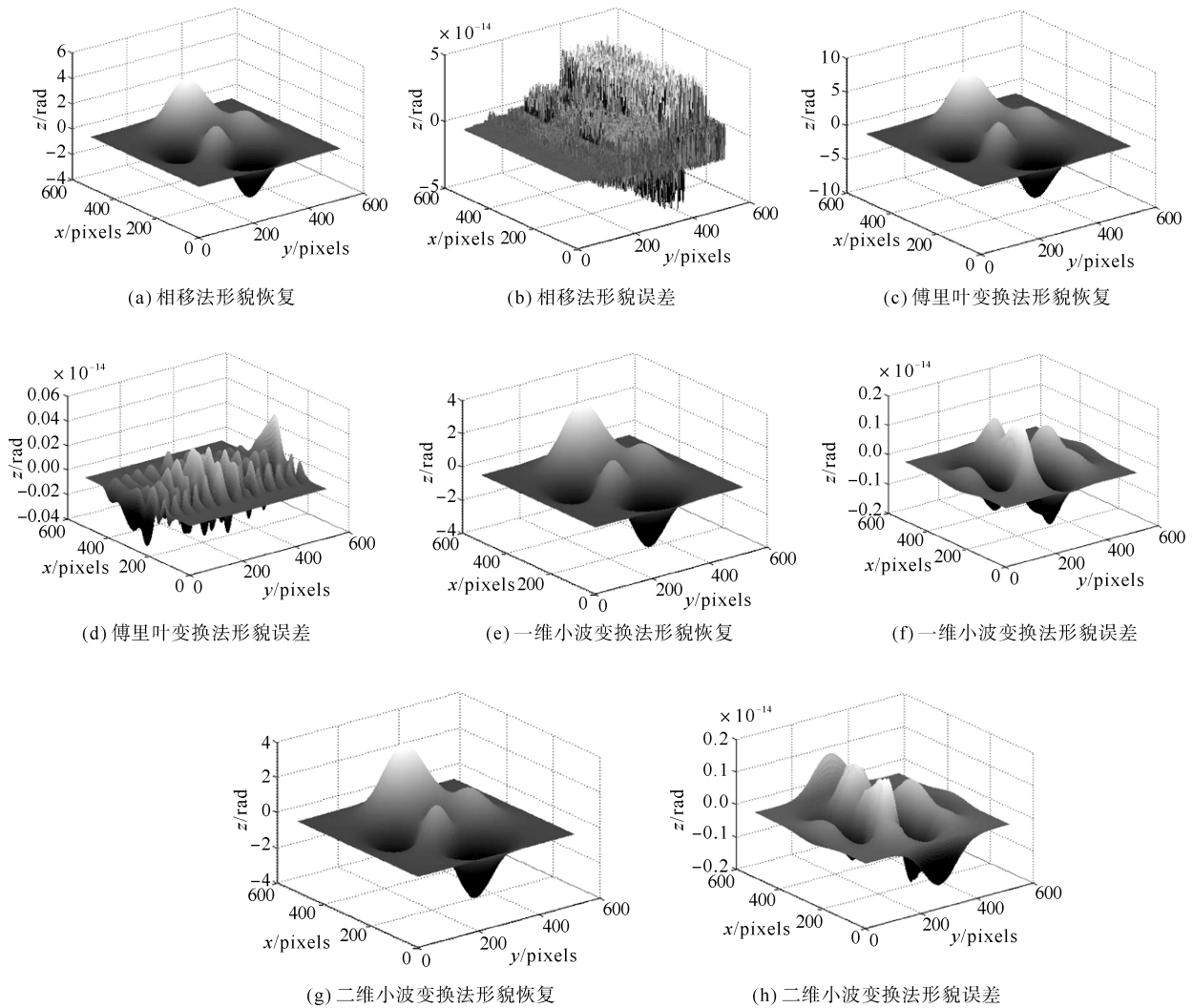


图 10 条纹不含噪声干扰时的相位和相位误差对比

为实现量化对比,采用均方根误差(RMSE)衡量测量结果,其表达式为

$$R = \sqrt{\frac{\sum_{y=1}^W \sum_{x=1}^H [\varphi_P(x, y) - \varphi_R(x, y)]^2}{WH}} \quad (21)$$

式中: $R$  为均方根误差; $W$ 、 $H$  为条纹宽度和高度; $\varphi_P$  为模拟物体的理想相位, $\varphi_R$  为提取的实际相位。

由表 1 可以看出,条纹不含有噪声干扰时,各算法的 RMSE 都很小,相位提取精度高,其中采用相移轮廓术的相位提取精度最高、误差最小,采用傅里叶变换轮廓术、一维小波变换轮廓术和二维小波变换轮廓术的 RMSE 接近。

表 1 不含噪声干扰时的 RMSE 对比

				rad
相移轮廓术	傅里叶变换轮廓术	一维小波变换轮廓术	二维小波变换轮廓术	
$8.6469 \times 10^{-15}$	0.0102	0.0469	0.0390	

### 2.2 含噪声干扰的相位提取精度对比

条纹含有  $\sigma^2 = 0.6$  的高斯白噪声时,提取相位和相位误差如图 11 所示。可以看出,采用相移轮廓术的相位误差小,抗噪能力强。采用 RMSE 进行量化对比,结果如表 2 所示。根据表 2 看出,相移轮廓术的 RMSE 最小,其对环境噪声不敏感。基于最大脊提取的二维小波变换轮廓术的 RMSE 比一维小波变换轮廓术和傅里叶变换轮廓术的 RMSE 分别降低了 45.88% 和 58.41%,在 3 种单幅条纹提取相位的变换法中,基于最大脊提取的二维小波变换轮廓术的抗噪能力最好,傅里叶变换轮廓术的抗噪能力最差。

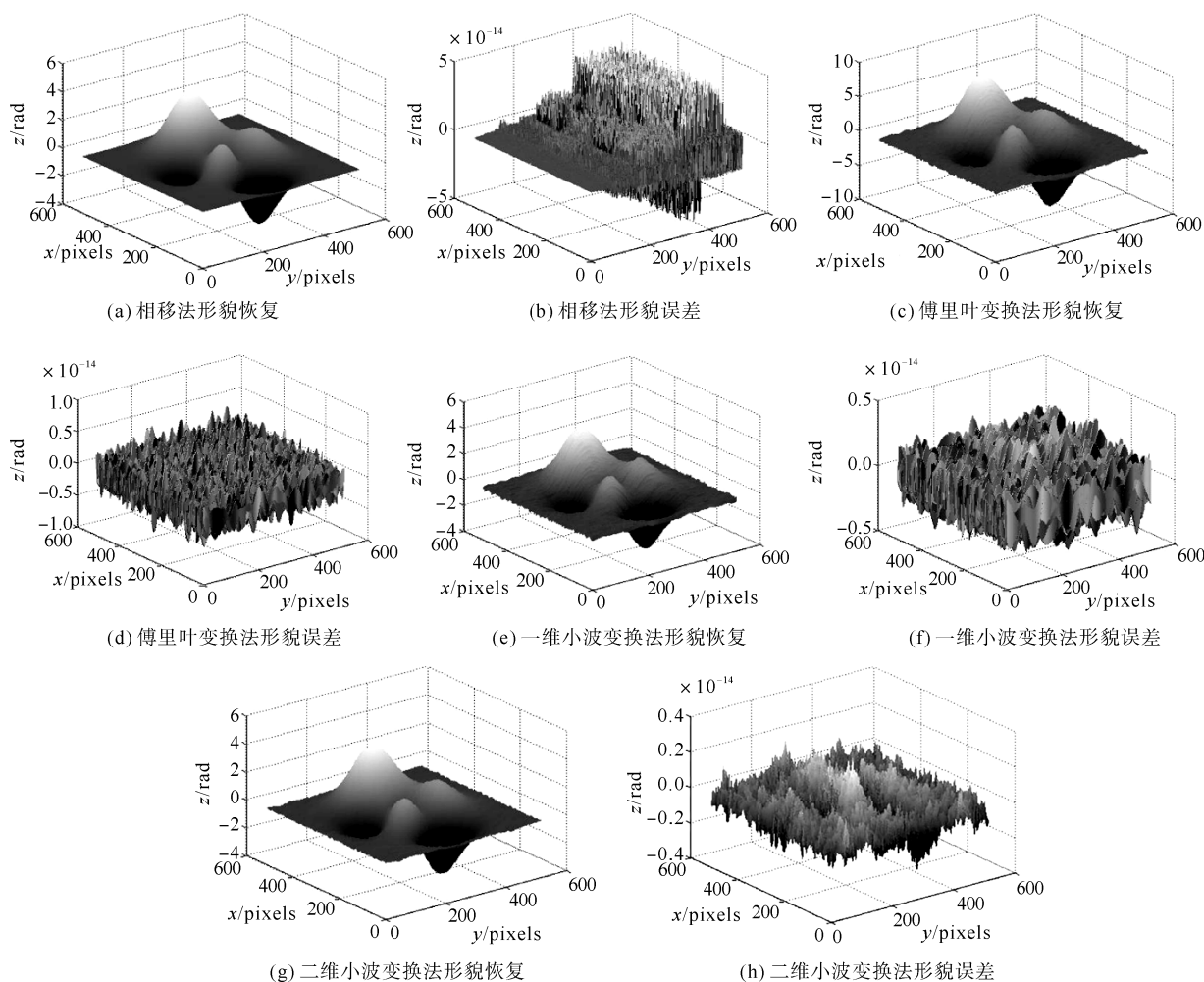


图 11 条纹含  $\sigma^2=0.6$  高斯白噪声时的相位和相位误差对比

表 2 含  $\sigma^2=0.6$  高斯白噪声时的 RMSE 对比

表 2 含 $\sigma^2=0.6$ 高斯白噪声时的 RMSE 对比				rad
相移轮廓术	傅里叶变换轮廓术	一维小波变换轮廓术	二维小波变换轮廓术	
$9.7104 \times 10^{-15}$	0.1373	0.1055	0.0571	

### 2.3 二维母小波对比

二维 Morlet 复小波的使用较为普遍,其表示为

$$\psi_{\text{Morlet}}(x, y) = \exp\left(-\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}\right) \exp[ig_0(x \cos\theta + y \sin\theta)] \quad (22)$$

式中: $\theta$  为小波相对于  $x$  旋转角度; $g_0$  为小波中心频率。

选择的第 2 个母小波称为 Fan 小波,由二维 Morlet 复小波叠加而成,表示为

$$\psi_{\text{Fan}}(x, y) = \sum_{j=0}^{N_\theta-1} \exp\left(-\frac{1}{2} \sqrt{x^2 + y^2}\right) \exp[ig_0(x \cos\theta_j + y \sin\theta_j)] \quad (23)$$

计算机模拟被测物体为  $0.5 \times \text{Peaks}$ ,在该实验中,将高斯白噪声以标准方差 0.1 的递增步长加入条纹图像,并采用 2 种小波变换方法,基于最大脊提取算法进行二维小波变换处理。最终计算出的 RMSE 结果如图 12 所示。可以看出,Fan 小波形貌恢复结果优于 Morlet 小波。

### 2.4 基于直接最大脊的小波脊提取和基于评价函数的小波脊提取算法的对比

计算机模拟被测物体仍为  $0.5 \times$  Peaks, 采用一维小波变换和 Morlet 小波。将高斯白噪声以标准方差梯度为 0.1 的递增步长加入条纹图像, 得到 RMSE 结果如图 13 所示。从图 13 可以看出, 当高斯白噪声  $\sigma^2 < 0.8$  时, 基于评价函数的小波脊提取相位的 RMSE 小于直接最大脊提取相位的 RMSE, 但两者比较接近。当  $0.8 < \sigma^2 < 0.9$  时, 基于评价

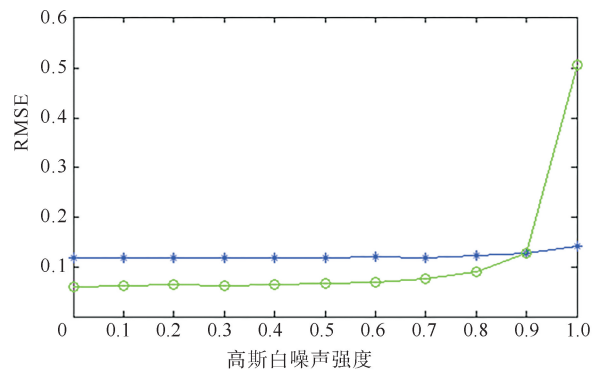


图 12 不同高斯白噪声方差时，二维Morlet和Fan小波的RMSE对比

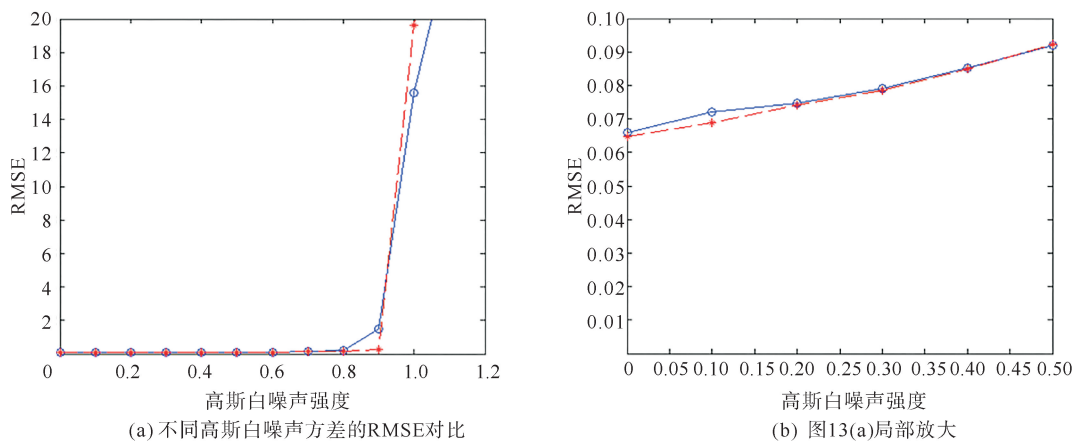


图 13 不同高斯白噪声方差时，直接最大脊提取和基于评价函数的小波脊提取算法的RMSE

函数的小波脊提取相位的 RMSE 远远小于直接最大脊提取相位的 RMSE。当  $\sigma^2 > 0.9$  时, 2 种方法的 RMSE 均急剧增大。对于高斯白噪声, 基于评价函数的小波脊提取相位没有太大优势。

当加入标准方差梯度 0.1 递增的椒盐噪声时, 直接最大脊提取相位和基于评价函数的小波脊提取相位的 RMSE 如图 14 所示。由图 14 可看出, 对于椒盐噪声, 基于评价函数的小波脊提取相位具有更好的抗噪能力。

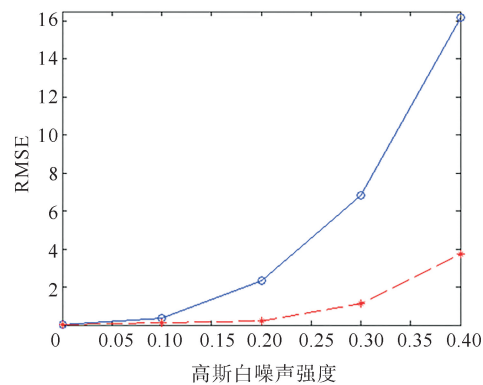


图 14 不同椒盐噪声方差时，直接最大脊提取和基于评价函数的小波脊提取算法的RMSE

## 3 结论

本文讨论了相移法、傅里叶变换法、小波变换法及其抗噪能力。对 3 种方法进行了不含噪声干扰与含噪声干扰的相位提取精度对比, 通过仿真实验得出在条纹不含噪声与含噪声时, 相移法的测量精度都最高; 不含噪声干扰时, 傅里叶变换轮廓术、一维小波变换轮廓术与二维小波变换轮廓术的相位误差接近; 当含噪声干扰时, 基于最大脊提取的二维小波变换轮廓术的 RMSE 比一维小波变换轮廓术和傅里叶变换轮廓术的 RMSE 分别降低了 45.88% 和 58.41%。对于二维 Morlet 复小波与 Fan 小波, 在加入噪声干扰

后,通过比较 RMSE 可以得出 Fan 小波形貌恢复结果优于 Morlet 复小波。最后比较基于直接最大脊的小波脊提取和基于评价函数的小波脊提取 2 种算法,加入高斯白噪声时,基于评价函数的小波脊提取相位没有太大优势,但加入盐椒噪声时,基于评价函数的小波脊提取相位具有更好的抗噪能力。

### 参考文献(References):

- [1] LIU Yepeng, DU Guangliang, ZHANG Chaorui, et al. An improved two-step phase-shifting profilometry[J]. *Optik*, 2016, 127(1): 288-291.
- [2] GUO Wenbo, WU Zhoujie, ZHANG Qican, et al. Real-time motion-induced error compensation for 4-step phase-shifting profilometry[J]. *Optics Express*, 2021, 29(15): 23822-23834.
- [3] HUANG P S, HU Q J, CHIANG F P. Double three-step phase-shifting algorithm[J]. *Applied Optics*, 2002, 41: 4503-4509.
- [4] ZHENG Dongliang, DA FeiPeng. Gamma correction for two step phase shifting fringe projection p-rofilometry[J]. *Optik*, 2013, 124(13): 1392-1397.
- [5] ZUO Chao, TAO Tianyang, FENG Shijie, et al. Micro fourier transform profilometry ( $\mu$ FTP): 3D shape measurement at 10,000 frames persecond[J]. *Optics and Lasers Engineering*, 2018, 102: 70-91.
- [6] LI Beiwen, LIU Ziping, ZHANG Song. Motion-induced error reduction by combining Fourier transform profilometry with phase-shifting profilometry[J]. *Optics Express*, 2016, 24(20): 23289-23303.
- [7] QIAN J, TAO T, FENG S, et al. Robust dynamic 3D shape measurement with hybrid Fourier-transform phase-shifting profilometry[C]//Image and Graphics: 10th International Conference, Beijing. Cham; Springer, 2019: 122-133.
- [8] LOHRY William, ZHANG Song. Fourier transform profilometry using a binary area modulation technique[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(11): 113602.
- [9] FU Yanjun, JIANG, Guangyu, CHEN Fengying. A novel Fourier transform profilometry based on dual-frequency grating[J]. *Optik*, 2012, 123(10): 863-869.
- [10] HAN Mengqi, CHEN Wenjing. Two-dimensional complex wavelet with directional selectivity used in fringe projection profilometry[J]. *Optics Letters*, 2021, 46(15): 3653-3656.
- [11] CHEN Yayi, CHEN Yunyun, CHENG Weihao, et al. Extraction information of moire fringes based on Gabor wavelet[J]. *Optica Review*, 2022, 29(3): 197-206.
- [12] HAN Mengqi, CHEN Wenjing. Dual-angle rotation two-dimensional wavelet transform profilometry[J]. *Optics Letters*, 2022, 47(6): 1395-1398.
- [13] LOPEZ-TORRES Claudia-Victoria, COLORES Salazar Sebastian, KELLS Kevin, et al. Improving 3D reconstruction accuracy in wavelet transform profilometry by reducing shadow effects[J]. *IET Image Processing*, 2020, 14(2): 310-317.
- [14] JIANG C, JIA S, DONG J, et al. Multi-frequency fringe projection profilometry based on wavelet transform[J]. *Optics Express*, 2016, 24(11): 11323-11333.
- [15] ZUO Chao, CHEN Qian, GU Guohua, et al. Optimized three-step phase shifting profilometry using the third harmonic injection[J]. *Optica Applicata*, 2013, 43: 393-408.
- [16] ZHANG Minliang, CHEN Qian, TAO Tianyang, et al. Robust and efficient multi-frequency temporal phase unwrapping: Optimal fringe frequency and pattern sequence selection[J]. *Optics Express*, 2017, 25(17): 20381-20400.
- [17] 董延清, 徐永泽, 王宴华, 等. 提高结构光投影轮廓术中三维成像质量的算法研究[J]. *青岛理工大学学报*, 2021, 42(05): 110-118.  
DONG Yanqing, XU Yongze, WANG Yanhua, et al. Study on the algorithm for improving 3D imaging quality in structured light profilometry[J]. *Journal of Qingdao University of Technology*, 2021, 42(5): 110-118.

(责任编辑 张晓靖;英文校审 程文华)