

基于小波阈值算法的桥梁结构健康监测信号去噪研究

张云龙, 夏云霞*, 闰金明, 程岩峰

(青岛理工大学 土木工程学院, 青岛 266525)

摘要: 桥梁在复杂恶劣的服役环境中运行, 其健康监测系统常受各种环境因素的影响, 导致系统中存在噪声。噪声会显著降低桥梁结构健康监测数据的准确性, 因此, 对桥梁健康监测信号进行去噪处理至关重要。提出了一种选择小波去噪参数的方法。引入稀疏指数(SI)作为量化评价指标, 用于选择最佳的小波基; 利用统计过程控制图理论的迭代算法, 确定阈值。仿真结果表明, 该方法相比其他方法具有更好的去噪效果, 并能更有效地处理桥梁结构健康监测数据。

关键词: 桥梁健康监测; 小波变换; 小波阈值去噪; 改进阈值

中图分类号: TU317 **文献标志码:** A **文章编号:** 1673-4602(2025)03-0009-08

Research on the denoising of bridge structural health monitoring signals based on wavelet thresholding algorithm

ZHANG Yunlong, XIA Yunxia*, RUN Jinming, CHENG Yanfeng

(School of Civil Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266525, China)

Abstract: The operation of bridges in complex and harsh service environments is often influenced by various environmental factors, leading to the presence of noise in their health monitoring systems. Noise can significantly reduce the accuracy of bridge structural health monitoring data. Therefore, it is crucial to denoise the bridge health monitoring signals. This study proposes a method for selecting wavelet denoising parameters. The sparse index (SI) is introduced and used as a quantification evaluation metric to select the optimal wavelet basis. A threshold is determined by using an iterative algorithm based on the theory of statistical process control charts. Simulation results demonstrate that compared with other methods, this method provides better denoising effects and can process bridge structural health monitoring data more effectively.

Key words: bridge health monitoring; wavelet transformation; wavelet threshold denoising; improved threshold

桥梁健康监测数据记录了桥梁状态, 但受噪声干扰, 故信号去噪至关重要^[1]。基于小波变换的小波阈值去噪法是一种快速、广泛应用的方法, 对桥梁结构安全和健康状态的准确评估至关重要。小波阈值去噪

收稿日期: 2023-10-25

基金项目: 山东省自然科学基金(ZR2023ME105)

作者简介: 张云龙(2000—), 男, 山东聊城人。硕士, 研究方向为结构健康监测信号预处理。E-mail: 1258148460@qq.com。

* 通信作者: 夏云霞(1986—), 女, 山东临朐人。博士, 副教授, 主要从事结构健康监测、结构振动理论与应用方面的研究。
E-mail: xiayunxia@qut.edu.cn。

法的参数包括小波基函数、阈值选取规则和阈值函数等。在实际应用中,许多学者致力于改进阈值函数以提高去噪性能,虽然取得了一定成果,但是对于小波基函数和阈值选取规则的参数选择依旧存在困难,更多的是依靠经验或给定参数以获取最终结果。例如,于重重等^[2]在对桥梁振动信号进行去噪时直接使用了 sym3 和 sym5 小波基函数。而刘海涛^[3]在对滑坡原始监测数据进行去噪时,直接使用了 db4 小波基函数。在过去的 20 年中,也有相关研究者提出各种定量标准来帮助选择各种应用的小波,例如,均方误差(MSE)、信噪比(SNR)和最大误差^[4-5]。在某些情况下,也使用了相关指数、能量和熵^[6-8]。然而,由于对不同结构响应分析的小波变换应用限于使用理论和特设措施来选择正确类型和最佳小波,尚无选择适当类型和母小波的明确标准。而且,阈值的选择也是一个至关重要的因素,阈值过大,会丢失部分有用信号;阈值过小则会保留较多的噪声,导致去噪不完全^[9]。

针对上述桥梁结构健康监测数据预处理中存在的问题,本文提出一种改进的小波阈值去噪方法。它采用一个定量因子,即稀疏指数(SI)来辅助选择最佳小波基函数;引入控制图原理来确定小波阈值^[10],并通过自适应因子来对控制上下限进行修正。以某悬索桥的结构健康监测数据为例,验证了所提方法的有效性。

1 小波阈值去噪原理

在桥梁健康监测数据中,假设原始信号 x 是有效信号,而 n 是有效信号中混入的噪声。则含噪信号 S 可以表示为

$$S = x + n \quad (1)$$

设 W 是与给定的多分辨率小波分解相关联的标准正交变换矩阵。因此, S 的小波 W_S 表示为

$$W_S = W \cdot S \quad (2)$$

同样记作: $W_x = W \cdot x$, $W_n = W \cdot n$ 。因为 W 是一个线性变换,所以上述变量满足 $W_S = W_x + W_n$ 。

式(2)中的 W_S 为含噪信号 S 的小波系数。显然,信号 W_S 可由有效信号的小波系数 W_x 和噪声的小波系数 W_n 组成。因此,可以通过在含噪信号的小波系数中估计噪声的小波系数并将其去除,然后进行小波逆变换,从而实现降噪的目标。

小波阈值降噪的基本思想是,将噪声小波系数 W_n 的幅值设定为小于有效信号小波系数 W_x 的幅值。通过选择适当的阈值 λ ,可以将大于阈值的小波系数 W_S 视为有效信号产生的部分,并予以保留或进行收缩处理,而将小于阈值的小波系数 W_S 视为噪声产生的部分,将其置为 0^[11]。

传统的小波阈值降噪方法包括硬阈值^[12]和软阈值^[13] 2 种策略。在硬阈值降噪中,小波系数的绝对值若小于给定的阈值 λ ,则将其置为 0;若大于阈值 λ ,则保持不变。因此,经过降噪处理后的小波系数可用以下公式表示:

$$W_{\text{hard}} = \begin{cases} W_S & |W_S| \geq \lambda \\ 0 & |W_S| < \lambda \end{cases} \quad (3)$$

而在软阈值降噪中,当小波系数的绝对值小于阈值 λ 时,将其设为 0;而当绝对值大于阈值 λ 时,则减去 λ 。降噪后的小波系数可以用以下公式表示:

$$W_{\text{soft}} = \begin{cases} \text{sgn}(W_S)(|W_S| - \lambda) & |W_S| \geq \lambda \\ 0 & |W_S| < \lambda \end{cases} \quad (4)$$

小波阈值去噪法的具体步骤如下:

- 1) 小波分解,对原始信号进行小波分解,得到不同尺度的小波系数。
- 2) 阈值选择,通过一定的阈值选择方法,确定需要保留的小波系数。
- 3) 阈值处理,将小于阈值的小波系数置为 0,保留大于阈值的系数。
- 4) 小波重构,对经过阈值处理后的小波系数进行小波反变换,得到去噪后的信号。

采用小波阈值去噪进行小波去噪时通常面临小波参数选择困难的问题,如小波基函数的选择、阈值的选取以及阈值函数的选择。对于阈值函数,硬阈值函数的主要问题是它是一个硬切换函数,不会平滑地将小波系数降低到 0,而是将小波系数突然置 0,可能导致信号在去噪过程中出现不连续性,如伪吉布斯现

象^[14]。因此本文选择软阈值函数进行小波去噪研究。

2 小波参数的选择方法

2.1 小波基函数的选择方法

小波基函数的选择通常依据信号特征。选择小波基函数时,需要考虑以下性质:正则性、支撑长度、对称性、正交性和消失矩等^[15]。而在实际工程中,每天会产生大量不同类型的信号数据,因此选择小波基函数具有一定的主观性。为了消除主观因素的影响,选择最优的小波基函数需要依赖定量评价指标的支持。根据 LIU 等^[16]的研究,采用稀疏指数(SI)来评估小波基函数与目标信号的匹配程度,其公式如下:

$$SI = \sum_j \sum_k \frac{\|W_{j,k}\|^2}{\|W_{j,k}\|^2 + \epsilon} \quad (5)$$

式中: $W_{j,k}$ 为尺度 j 和空间位置 k 处的小波系数; ϵ 为无穷小常数,例如, $\epsilon = 10^{-8}$ 。

若 $W_{j,k} = 0$, 则 $SI = \frac{\|W_{j,k}\|^2}{\|W_{j,k}\|^2 + \epsilon} = 0$; 若 $W_{j,k} \neq 0$, 则 $SI = \frac{\|W_{j,k}\|^2}{\|W_{j,k}\|^2 + \epsilon} = 1$ 。

稀疏指数 SI 反映了小波变换后的小波系数中零小波系数所占的个数。在理想情况下,小波变换后的系数中只有目标信号对应的小波系数不为 0,其他小波系数都为 0,这种情况下小波变换的能量集中在目标信号对应的小波系数上,表现出稀疏性。零小波系数所占比例越高,即 SI 的值越小,稀疏性越强,分离效果也就越好。

2.2 阈值的选择方法

2.2.1 峰和比

信号经过离散小波变换(Discrete Wavelet Transformation, DWT)处理后,信号和噪声的小波系数表现出一系列特征,这些特征取决于小波分解的水平。有价值信号的能量主要集中在少数几个大幅度的小波系数中,而噪声的能量则分散在大量小幅度的小波系数中,覆盖整个小波域。随着分解层数的增加,噪声的小波系数振幅持续降低,而有用信号的小波系数振幅持续增加^[17]。因此,本文通过计算小波系数的峰和比来确定一个值,该值可以将以噪声的小波系数为主导的分解层数与以有用信号的小波系数为主导的分解层数区分开。峰和比 S_j 的确定如下:

$$S_j = \frac{\max W_j}{\sum_{k=1}^{N_j} W_{j,k}} \quad (6)$$

式中: W_j 为 j 层小波系数; N_j 为 j 层小波系数的个数。

S_j 反映了细节分量的稀疏性,并允许识别细节分量中存在的噪声。大的 S_j 意味着仅具有几个大系数值的信号存在,而小的 S_j 揭示了具有大量小系数值的噪声存在^[18],具体如下:

- 1) 仅包含噪声小波系数的细节分量, $S_j \leq 0.01$ 。
- 2) 以噪声小波系数为主,仅含有少量有效信号系数的细节分量, $0.01 < S_j \leq 0.1$ 。
- 3) 以信号小波系数为主的细节分量,噪声小波系数幅度较小, $0.1 < S_j \leq 0.2$ 。
- 4) 仅包含信号小波系数的详细成分,即噪声不再可区分, $S_j > 0.2$ 。

2.2.2 改进的小波阈值

阈值选取的方法层出不穷,在桥梁结构健康监测信号的应用中,不同方法得到的结果存在较大差异。本文基于文献[10]的 SpcShrink 方法构建了新的阈值,该方法基于控制图理论^[19],通过设定阈值来监测和改进过程的稳定性。控制图利用统计学原理将过程数据与上下限对比,判断是否处于统计控制状态,这有助于发现问题,提高产品或服务质量^[20]。类似的,小波阈值也旨在识别和剔除数据中的噪声,通过分解信号产生小波系数,并将其与控制限进行比较。小波系数在控制限内被视为噪声,而在控制限外则被视为有效信号。因此该方法的具体步骤为:

- 1) 利用离散小波变换将信号分解为小波系数 $W_{j,k}$ 。
- 2) 估计 j 层小波系数的标准差 σ_j 。

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{N_j - 1} \sum_{k=1}^{N_j} (W_{j,k} - \bar{W}_j)^2} \quad (7)$$

其中, $\bar{W}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} W_{j,k}$ 。

3) 确定控制极限

$$\begin{cases} L = -u_j \sigma_j \\ C = 0 \\ U = u_j \sigma_j \end{cases} \quad (8)$$

当 $S_j \leq 0.01$ 时

$$\begin{cases} L = -2 \times \max(|W_j|) \\ C = 0 \\ U = 2 \times \max(|W_j|) \end{cases} \quad (9)$$

当 $0.01 < S_j \leq 0.1$ 时

$$u_j = \frac{4}{P_j} \quad (10)$$

当 $0.1 < S_j \leq 0.2$ 时

$$u_j = \frac{3}{P_j} \quad (11)$$

当 $S_j > 0.2$ 时

$$u_j = 0 \quad (12)$$

式中: L 、 C 、 U 分别为上控制限、中心线和下控制限; u_j 为调整函数; P_j 为自适应因子, $P_j = L_j^{S_j}$, L_j 为该层小波系数的长度。

当 $S_j \leq 0.01$ 时, 说明该层对应的小波系数几乎全部为噪声小波系数, 此时设置了较大的阈值, 目的是将该层的小波系数全部滤除。

4) 对于小波系数 $W_{j,k}$ ($k=1, 2, \dots, N_j$), 如果该小波系数超过控制极限 (L, U), 则排除该系数并重复步骤 1) 和 2); 如果所有的小波系数均在 (L, U) 范围内, 则阈值 $\lambda_j = U$, 停止迭代。

3 实验分析

本次实验对仿真信号去噪与实际信号去噪分别进行分析, 所用实验设备为计算机, 其处理器为 i7-12700, 显卡为 RTX 3070ti, 并装有 32G 运行内存以及 512G 固态硬盘。

3.1 仿真信号去噪

假设 $f(t)$ 为 bumps 标准测试信号, 并引入 2 种不同形式的噪声: 高斯白噪声和非高斯噪声。高斯白噪声的信噪比范围为 5~50 dB。在 5 dB 信噪比条件下添加了均匀分布于 $(-1, 1)$ 范围内的非高斯噪声, 在 10~20 dB 信噪比条件下添加了均匀分布于 $(-0.5, 0.5)$ 范围内的非高斯噪声, 而在其他信噪比条件下, 添加了均匀分布于 $(-0.1, 0.1)$ 范围内的非高斯噪声。在本节中, 选取了 5 dB 低信噪比条件下的噪声强度用以模拟强噪声的情况。对比对象为: heursure 阈值、文献[18]所述方法、文献[10] ($\alpha=1.5\%$) 所述方法以及本文的新方法。表 1 数据为根据第 2 节方法所确定的小波基函数, 其选择范围为: db3~db8、coif3~coif5、sym3~sym8。

如图 1 所示, 当存在强噪声时, 纯净信号几乎完全被噪声淹没, 纯净信号的轮廓几乎难以辨认。根据表 2 的数据, 在 5 dB 信噪比条件下, 将信号进行 5 层小波分解后, 其 4、5 层小波系数主要由有用信号成分主导, 噪声的影响较小。从图 2 中也可以看出, 1~3 层的小波系数中, 有用信号几乎被噪声淹没, 而 4、5 层的小波系数则主要由有用信号主导。因此, 在进行去噪时, 应该采取的策略是去除 1~3 层的绝大多数噪声小波系数, 同时保留 4、5 层有用信号小波系数。然而, 如图 2 所示, heursure 阈值和文献[18]中的方法由于设置了过大的阈值, 导致 4、5 层的有用信号小波系数也被滤除。文献[10]的方法, 与本文的方法相

比,两者都保留了 4、5 层大量有用信号的小波系数,但文献[10]的方法由于 1~3 层的阈值过小,导致噪声小波系数未能完全去除。从图 3 的去噪效果图可以验证这一点,文献[10]方法的时域图仍然存在较多小毛刺,去噪不完全。heursure 阈值与文献[18]方法的时域图曲线则过于平滑,损失了很多有用信号。而本文采用的阈值去噪方法,在有效去除大量噪声的同时,成功保留了信号的有用信息,呈现出相对较好的去噪效果。

从图 4 的各种方法去噪后的输出信噪比和均方根误差可以看出,在低信噪比的噪声强度下,本文的方法要优于其他方法,随着信噪比的增加,文献[10]的方法与本文方法的去噪效果相似。

表 1 不同信噪比下的最佳小波基函数

信噪比/dB	5	10	15	20	25	30	35	40
最佳小波基函数	sym7	db7	db4	coif5	db4	sym5	coif3	coif3

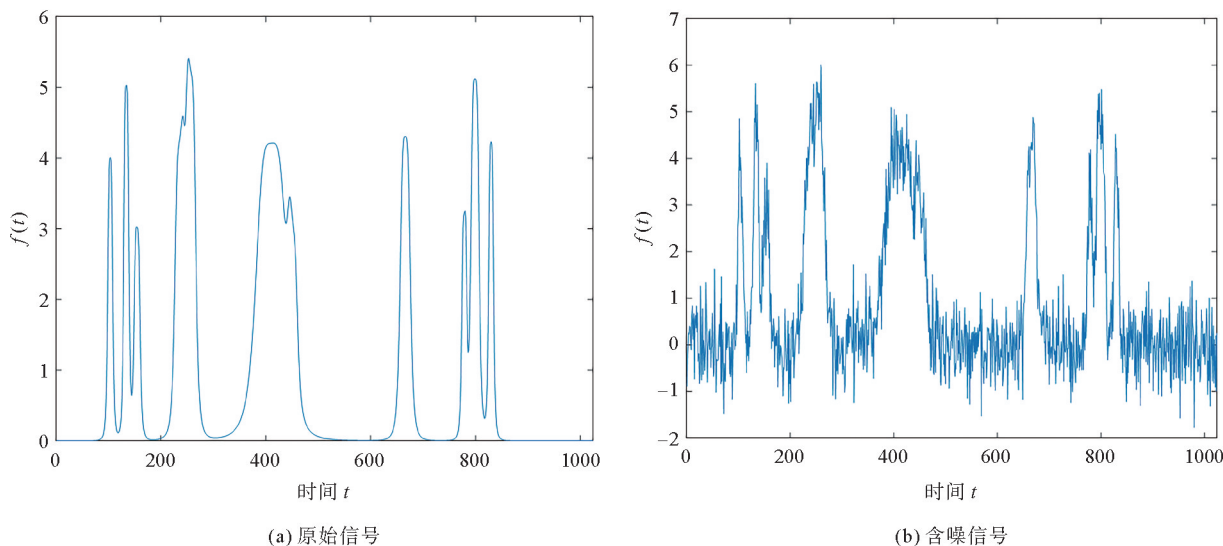
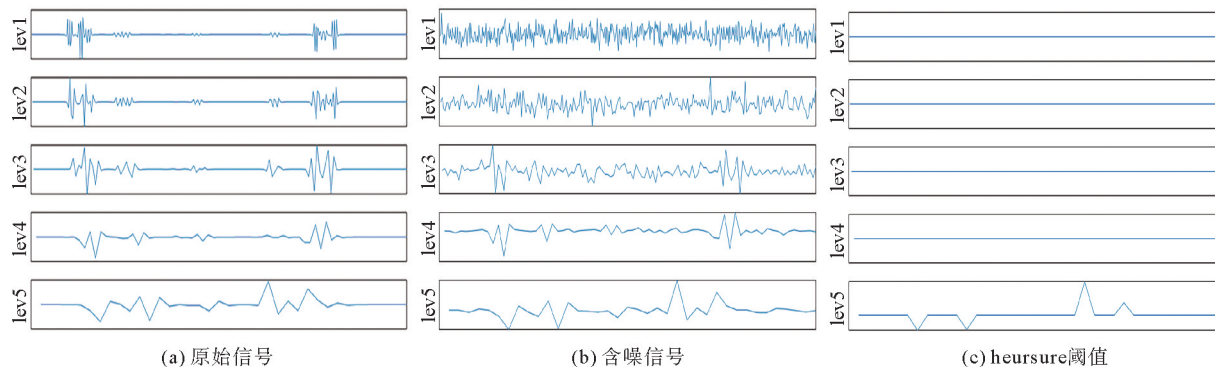


图 1 bumps 原始信号及其含噪信号

表 2 5 dB 信噪比条件下的 S_j 值

分解层数	1	2	3	4	5
S_j	0.007	0.018	0.041	0.115	0.174



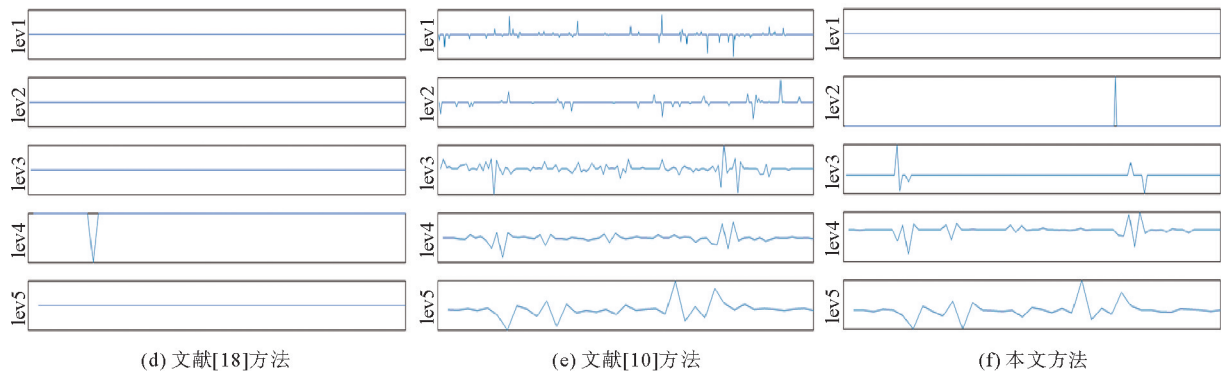


图2 5 dB信噪比条件下的5层小波系数

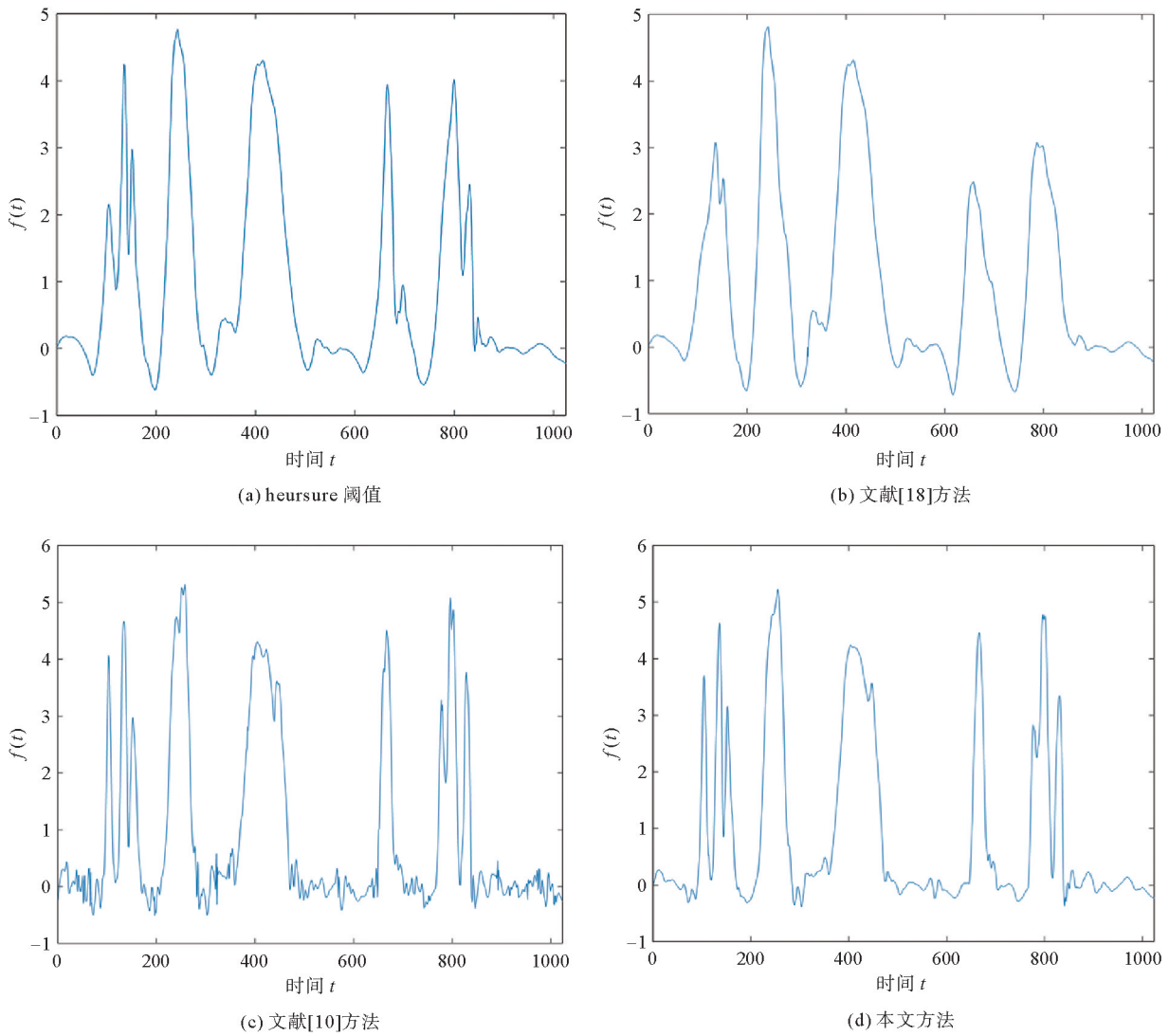


图3 仿真信号不同方法的去噪效果时域图

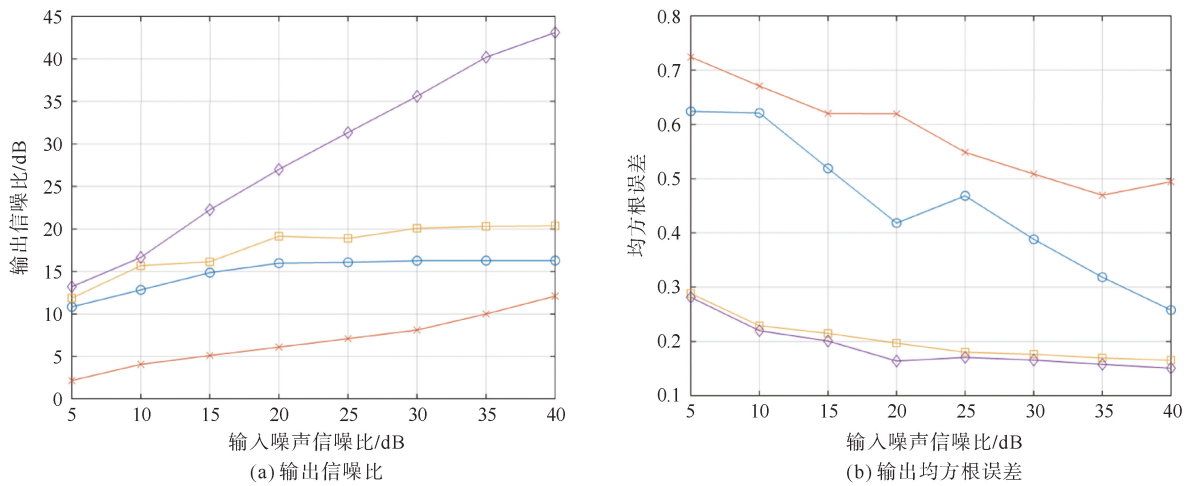


图 4 不同信噪比条件下的输出信噪比及均方根误差

—○— heursure 阈值; —×— 文献[18]方法; —□— 文献[10]方法(1.5%); —◇— 本文方法

3.2 桥梁健康监测信号去噪

桥梁健康监测数据涵盖多种数据类型,根据各桥梁设施的实际工程需求,配备了多样传感器,用于数据采集。这些传感器包括温度、应变、位移等。本文选择某悬索桥的应变数据进行去噪结果分析。应变数据属于非平稳信号,主要由温度引起的应变反应和车载引起的应变反应组成。其原始信号时域图如图 5 所示,该信号存在较强的噪声,且信噪比较低,导致信号轮廓难以清晰辨识。

针对该信号,4 种方法的去噪效果如图 6 所示。从图中可以观察到,heursure 阈值与文献[10]方法的去噪效果较差,去噪后的信号在时域图中仍然表现出较多的小毛刺现象。文献[18]方法虽然成功剔除了绝大多数噪声,却也带走了应变数据本身可能存在的一些细节信息。本文采用的阈值去噪方法,在有效去除大量噪声的同时,特征曲线本身几乎没有出现明显的小毛刺,且成功保留了信号的有用信息,呈现出相对较好的去噪效果,明显优于其他 3 种方法。

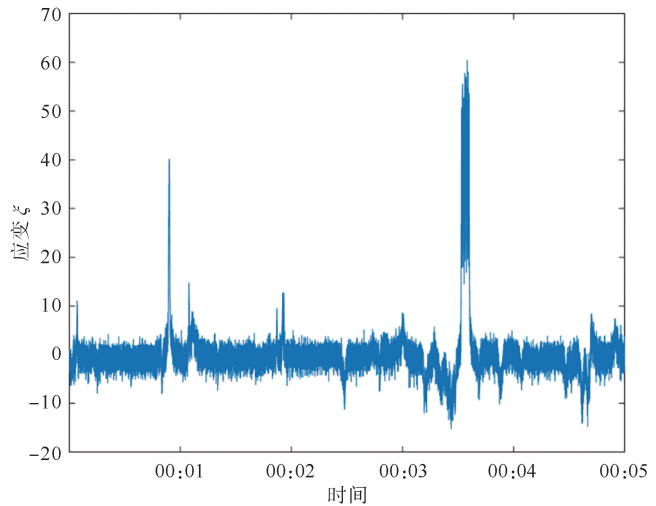
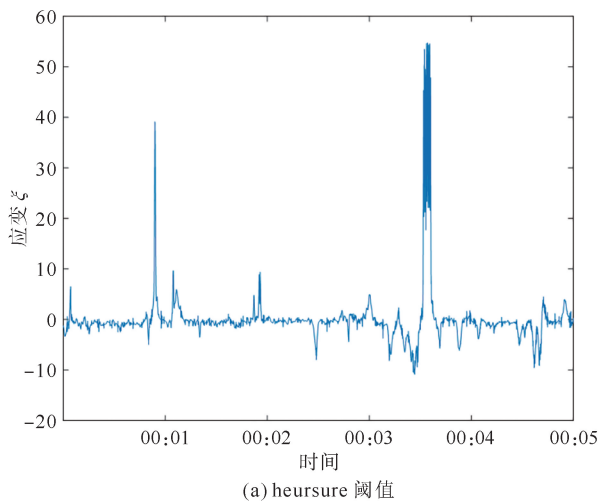
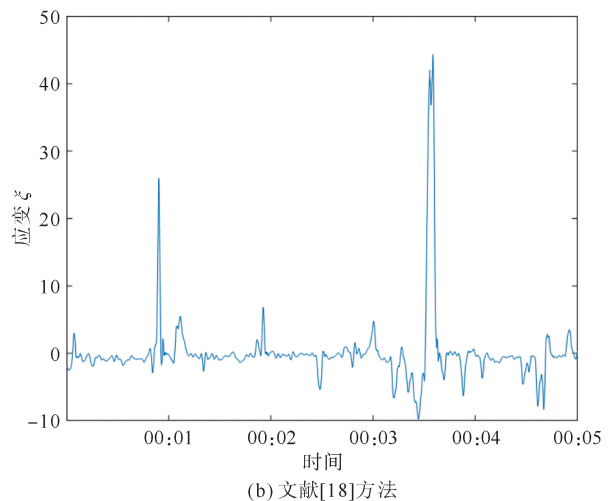


图 5 应变信号时域图



(a) heursure 阈值



(b) 文献[18]方法

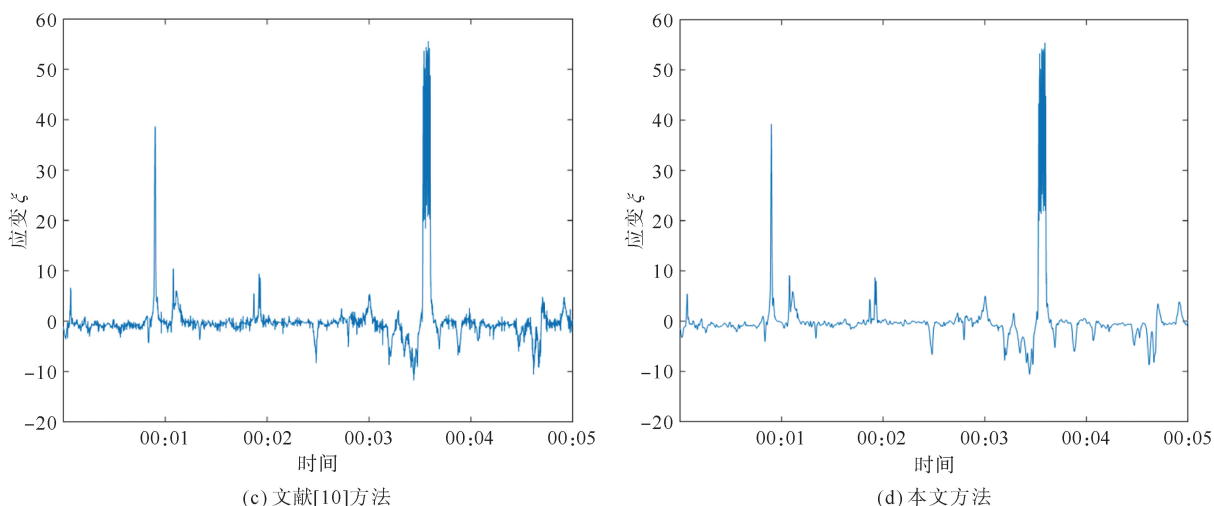


图6 桥梁健康监测信号不同方法的去噪效果时域图

4 结论

本研究构建了一个综合性的小波阈值去噪参数选择方法,该方法在选择适宜的小波基函数的同时,允许针对性地优化阈值以实现有效的去噪策略。实验结果充分验证了该方法的去噪能力,尤其在最大限度保留有用信号的前提下表现显著。在实际工程应用中,桥梁健康监测系统的传感器子系统所获取的数据存在高斯白噪声与非高斯噪声的复杂混合。本研究在抑制非高斯噪声方面也取得了显著效果,整体去噪过程中曲线平滑度显著提升,具有出色的鲁棒性。

参考文献(References):

- [1] JIANG X, LANG Q, JING Q, et al. An improved wavelet threshold denoising method for health monitoring data: A case study of the Hong Kong-Zhuhai-Macao bridge immersed tunnel[J]. *Applied Sciences*, 2022, 12(13): 6743.
- [2] 于重重, 王竞燕, 谭励, 等. 基于时频分析方法的桥梁结构健康监测[J]. *数据采集与处理*, 2011, 26(5): 585-591.
YU Chongchong, WANG Jingyan, TAN Li, et al. Bridge structural health monitoring system using time-frequency analysis method[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2011, 26(5): 585-591.
- [3] 刘海涛. 基于小波分析的湖南罗富冲滑坡监测数据去噪与预警[J]. *科学技术创新*, 2024(6): 221-224.
LIU Haitao. Wavelet analysis-based denoising and early warning of monitoring data in Luofuchong landslide, Hunan Province[J]. *Scientific and Technological Innovation*, 2024(6): 221-224.
- [4] ADELI H, JIANG X. Dynamic fuzzy wavelet neural network model for structural system identification[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2006, 132(1): 102-111.
- [5] ADDISON P S. *The illustrated wavelet transform handbook: Introductory theory and applications in science*[M]. Boca Raton: Science Engineering Medicine & Finance Institute of Physics Publishing, 2002.
- [6] ADELI H, KIM H. Wavelet-hybrid feedback-least mean square algorithm for robust control of structures[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2004, 130(1): 128-137.
- [7] KARIM A, ADELI H. Incident detection algorithm using wavelet energy representation of traffic patterns[J]. *American Society of Civil Engineers*, 2002, 128(3): 232-242.
- [8] WIJAYA D R, SARNO R, ZULAIKA E. Information quality ratio as a novel metric for mother wavelet selection[J]. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 2016, 160: 59-71.
- [9] 马杭, 陆文总, 耿世宇, 等. 基于改进阈值函数的小波降噪方法研究[J]. *激光杂志*, 2023, 44(10): 19-24.
MA Hang, LU Wenzong, GENG Shiyu, et al. Research on wavelet denoising method based on improved threshold function[J]. *Laser Journal*, 2023, 44(10): 19-24.
- [10] BAYER F M, KOZAKEVICIUS A J, CINTRA R J. An iterative wavelet threshold for signal denoising[J]. *Signal Processing*, 2019, 162: 10-20.

(下转第71页)