

基于旅客支付意愿随机性的卖高率估算方法

樊玮¹, 张永翔²

(1. 中国民航大学计算机科学与技术学院, 天津 300300; 2. 成都航空有限公司市场营销中心, 成都 610200)

摘要: 本文针对麻省理工学院的卖高率估算方法忽略旅客支付意愿的随机性, 存在对中等舱位需求低估的问题, 提出了一种考虑旅客支付意愿概率分布律的卖高率估算方法。首先, 假设旅客支付意愿服从正态分布, 进而基于其概率特性推导卖高率估算模型, 随后从历史数据中拟合旅客支付意愿分布参数, 实现卖高率的估算。为验证该方法的有效性, 本文借鉴国外著名仿真系统思想, 使用高斯混合分布统计旅客到达数据, 设计实现了航班旅客到达模拟软件, 进行仿真评估。结合3种代表性航线真实数据的系统仿真表明, 本文方法能有效加强中等舱位控制, 增加航班收益。

关键词: 卖高率; 支付意愿; 舱位需求预测; 收益管理

中图分类号: V354; TP39; F560.83

文献标志码: A

文章编号: 1674-5590(2025)05-0082-08

Estimation method of sell-up potential based on the stochastic nature of passengers' willingness to pay

FAN Wei¹, ZHANG Yongxiang²

(1. College of Computer Science and Technology, CAUC, Tianjin 300300, China; 2. Marketing Center, Chengdu Airlines CO., Ltd., Chengdu 610200, China)

Abstract: Regarding the issue that the stochastic nature of passengers' willingness to pay is neglected by the sell-up potential estimation method of the Massachusetts Institute of Technology, which results in the underestimation of the demand for intermediate class cabin, a sell-up potential estimation method that takes into account the probability distribution law of passengers' willingness to pay was proposed. Firstly, assuming that passengers' willingness to pay follows a normal distribution. Then, based on its probability characteristics, an estimation model for sell-up potential was derived. Subsequently, the parameters of the distribution of passengers' willingness to pay were fitted from historical data to realize the estimation of the sell-up potential. To validate the effectiveness of the proposed method, this article draws on the famous simulation system ideas from abroad, using Gaussian mixture distribution to statistically analyze the data of passengers arrival, and a flight passenger arrival simulation software was designed and implemented for simulation evaluation. The system simulation combining real data from three representative flight routes showed that the method proposed in this paper can effectively strengthen the control of intermediate-class cabin and increase flight revenue.

Key words: sell-up potential; willingness to pay; cabin class demand forecasting; revenue management

航空公司收益管理是在航班整个预售期内, 以航班座位总数为约束, 动态优化可销售座位在多个不同票价及销售限制的舱位之间的分配, 以期达到航班销售总收入最大化的目的^[1]。收益管理已在世界范围内得到广泛应用, 自21世纪初起, 中国的航空公司在广泛引进国外先进收益管理计算机应用系统的基础上, 逐步开展自主研发, 这也吸引了相关研究者对有关理论的深入研究^[2-6]。

收益管理的常规计算流程为: 首先, 收集航班订座历史数据, 进行坏数据剔除和基于期望最大化(EM, expectation maximization)方法的解约束处理^[7]; 然后, 基于历史数据和当前订座数对航班各舱位的最终订座数进行预测; 最后, 基于预测结果, 采用优化模型得到每个等级舱位最大可使用座位数, 该座位数被用于指导销售控制过程。上述流程在航班整个预售期内, 反复迭代。从该流程可看出, 各舱位最终订座数的预

测是影响航班收益的关键因素,研究表明,预测精度每提高 25%,都会增加 1%~2%的航班收入^[8],因此,舱位需求预测是收益管理理论和方法研究的持续热点。

受航班可观测数据影响,传统预测方法大都基于舱位独立性假设,即假定旅客只会购买特定舱位产品,如果该舱位关闭,则旅客流失^[9-10]。虽然这一思路在收益管理的早期实践中得到广泛应用,但随着以无差异化舱位为主要销售手段的廉价航空公司的兴起,以及基于互联网应用的比价搜索所导致的价格透明化,旅客更倾向购买当前开放的最低舱位,这使得基于舱位独立性假设的收益管理方法获得的收益螺旋式下降^[9],国内航空公司十多年的实践也遇到相同的问题。针对这一问题,国内外研究者开始从旅客支付意愿(WTP, willingness to pay)的角度展开舱位需求预测研究。这类方法主要从旅客购票限制,如提前期、退改签政策、出发时间限制、身份限制、在外停留时间、机上服务等方面,采用离散选择^[11-12]或多项 logit 模型^[10,13-16],以旅客对上述特性的总效用最大化为目标来求解旅客的舱位选择概率,但这类方法较难获得 WTP 的真实数据,与实际情形偏离较大。

麻省理工学院(MIT, Massachusetts Institute of Technology)的 Belobaba 团队针对收益螺旋式下降问题,采用 Q-预测方法^[17]进行 WTP 真实数据无法得到情况下的非独立舱位需求预测。该方法设定一个最低舱 Q,假设所有在 Q 舱关闭情况下购买了高价舱的价格敏感旅客都更愿意购买 Q 舱,同时也认为,购买了高价舱的价格敏感旅客是 WTP 为 Q 舱的部分旅客被以一定的比率“卖高”所导致。基于上述假设,Q-预测方法首先将历史数据中 Q 舱之上的价格敏感旅客按照卖高率统一折算为 Q 舱订座总需求,然后,利用 Q 舱订座总需求进行模型参数训练,再结合航班当前订座状态进行 Q 舱总需求预测,最后,依据 Q 舱到其他各舱的卖高率将 Q 舱预测总需求分解到各高舱位,得到各舱的需求预测结果。显然,卖高率的估算是 Q-预测方法的核心,也是基于 WTP 真实数据不可获得情况下的预测替代方案。关于卖高行为,国内外虽然存在少量研究^[18-20],但 Q-预测方法依然是国外航空公司收益管理应用的主流方法。

本文在采用 Q-预测方法进行 WTP 估算的实证过程中发现,存在中等舱位卖高率被低估的现象,这一现象发生的原因是 Q-预测方法未考虑 WTP 的随机性。因此,本文从 WTP 的随机性出发,假设 WTP 服从正态分布,并提出基于 WTP 分布的卖高率估算方法

(简称 WTP 分布方法)。为验证改进的收益管理方法的性能,国外研究往往依托于其独有的仿真模拟软件,通过仿真实验来进行性能分析。本文借鉴了国外著名仿真系统思想,设计实现了航班旅客到达模拟软件,对 WTP 分布方法进行评估。仿真实验表明,本文方法在同样数据条件下,可提高卖高率估算准确性;结合期望边际座位收益(EMSR, expected marginal seat revenue)算法的改进版本 EMSRb 算法^[21]可有效增加航班销售收入。

本文首先简述了 Q-预测的 4 种卖高率估算方法,并采用航空公司实际数据验证其不足;然后,提出 WTP 分布方法,并进行严格的数学推导;最后,系统地阐述了仿真程序设计方案并开展实验仿真,验证本文方法的有效性。

1 卖高率的经典估算方法

1.1 经典估算方法简介

收益管理控制流程在航班开始销售到航班离港前不断重复执行,将每次执行的时间点记为 t , 设定 15 个 t , 即 $t \in \{1, 2, \dots, 15\}$, 数字越大,距离离港日期越近。记 $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ 为可销售的舱位,数字越小,其票价 f_j 越高, n 为最低舱 Q。选取按日期排序的 k 个航班作为参数估计的历史数据集,对于任意 t ,各舱位在该时间点的历史订座数据可表示为一个 $n \times k$ 的矩阵

$$\mathbf{B}_t = \begin{bmatrix} b_{1,1,t} & \cdots & b_{1,k,t} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n,1,t} & \cdots & b_{n,k,t} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $b_{j,s,t}$ 表示第 s 个航班($s = 1, 2, \dots, k$)的 j 舱在时间点 t 的订座数。则所有历史数据集可记为 $\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots, \mathbf{B}_{15}\}$ 。

记 $\overline{b_{j,k,t}} = \frac{1}{m} \sum_{s=1}^k b_{j,s,t}$, 表示在时间点 t 所有 k 个历史航班 j 舱非零订座数的均值, m 为 $b_{j,k,t} > 0$ 的记录条数。记 $p_{j,k,t}$ 为在时间点 t 时 j 舱到 Q 舱的卖高率,其中 $p_{n,k,t} = 1$, 即最低舱到自己的卖高率为 1。Belobaba 团队^[22]提出的卖高率估算方法如下。

(1)直接观察(DO, direct observation)法:直接使用各舱与 Q 舱历史订座均值的比值估算卖高率,即

$$p_{j,k,t} = \frac{\overline{b_{j,k,t}}}{b_{n,k,t}} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (2)$$

(2)逆向累计(IC, inverse cumulative)法:假设购买较高舱位的旅客都愿意购买价格更低的舱位,则将 j

舱的需求设为 j 舱及以下订座平均数的累计, Q 舱需求设为所有舱位的总订座数, 以此估算卖高率为

$$p_{j,k,t} = \frac{\sum_{i=1}^j \overline{b_{i,k,t}}}{\sum_{i=1}^n \overline{b_{i,k,t}}} \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (3)$$

(3) 预测(FP, forecast prediction)法: 使用 $k-1$ 条数据得到的卖高率 $p_{j,k-1,t}$, 在 $k=1$ 时, 使用随机生成的 $p_{j,0,t}$, 或依据人工经验指定卖高率 $p_{j,0,t}$ 。使用各舱历史订座均值与估算得到 Q 舱平均需求的比值估算卖高率, 即

$$p_{j,k,t} = \frac{\overline{b_{j,k,t}}}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \overline{b_{i,k,t}}} \quad (4)$$

(4) 票价比(FR, fare-ratio)模型: 该模型认为在每个 t 内, 卖高率受被卖高舱位与 Q 舱价格比率(票价比 f_j/f_n)的影响, 卖高率和票价比呈负指数关系, 比率越高, 则卖高率越低。各 t 内设置卖高基准指数 r_t , r_t 代表 50% 的 Q 舱旅客可能被卖高时的票价比, 通常采用人工指定或利用上述 3 种方法之一的结果经参数回归估算得出。图 1 为常用 r_t 曲线, 越临近航班离港(t 越大), 舱位越容易被卖高, r_t 值越大。因此, 给出卖高率公式表示为

$$p_{j,t} = \exp\left(-\frac{\ln 0.5}{r_t} \left(\frac{f_j}{f_n} - 1\right)\right) \quad j = 1, 2, \dots, n-1 \quad (5)$$

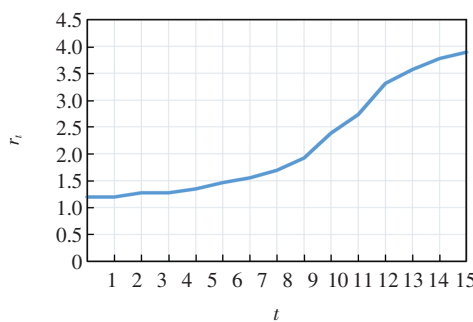


图 1 r_t 曲线图

Fig.1 Curve graph of r_t

FR 模型和上述 3 种方法相比, 引入了票价比, 通过历史订座数据 B_t 估算得到 r_t 后, 直接使用票价比计算卖高率, 故去掉下标 k , 以同上述 3 种方法进行区分。

1.2 经典估算方法实证分析

选择表 1 所示的代表性航线, 以某航空公司 2018、2019 年两年的实际订座数据作为数据集, 只考虑经济舱订座人数, 设定 Y、P、E、Q 共 4 个虚拟舱, 对应折扣比例如表 2 所示。

表 1 航线性质表

Tab.1 Table of airline property

代号	性质	特点
A	商务	航班密度大, 票价中高, 客座率高, 竞争激烈
B	旅游	航班密度一般, 票价低, 客座率高, 竞争强
C	普通	航班密度小, 票价中, 竞争中, 客座率中, 有竞争

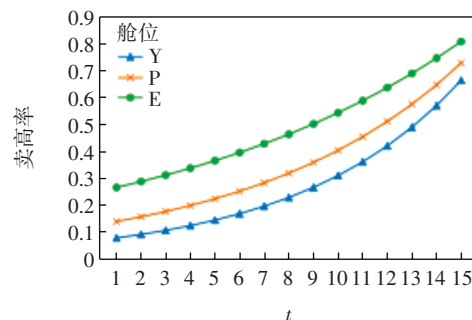
表 2 舱位折扣表

Tab.2 Table of cabin discount

舱位	折扣区间	舱位	折扣区间
Y	9 折及以上	E	4.5~7.5 折
P	7.5~9 折	Q	4.5 折及以下

本文分别采用 1.1 节的 4 种方法进行卖高率估算。由于卖高率实际值的不可获得性, 特邀请航空公司资深航线员对结果进行经验评估: DO 法和 FP 法存在较大的随机扰动, 可应用性差, 不再进一步评估; IC 法计算原理相对比较合理, 但在不同性质的航线上, 差异明显, 如竞争性商务航线 A 的各舱位订座相对均衡, 对卖高率的估算较好, 旅游航线 B 和普通航线 C 的高价 Y 舱订座人数较少, 对其卖高率估算不足。

FR 模型依据人工经验预先设定不同票价比 r_t , 再结合实际销售数据予以调整, 可以规避上述其他 3 种方法的弊端, 总体效果优于其他 3 种方法。但 FR 模型预设的卖高率曲线相对固定, 该估算方法对商务航线 A 在销售的前中期有低估中等级舱位卖高率的风险, 这会导致大量中等级舱位被下放到低等级舱位, 使收益下降; 对旅游航线 B 和普通航线 C, 在销售的中后期也有低估中等级舱位卖高率的风险。采用 FR 模型估算的卖高率如图 2 所示, 其中 Q 舱卖高率为 100%, 因此不显示。经分析认为, FR 模型预设卖高率曲线未考虑航班销售过程中的随机变动因素, 因此, 本文拟在 FR 模型的基础上, 考虑 WTP 价格的随机分布特性, 增加随机因素修正预设的卖高率曲线, 以加强估算方法的适应性。



(a) 航线 A

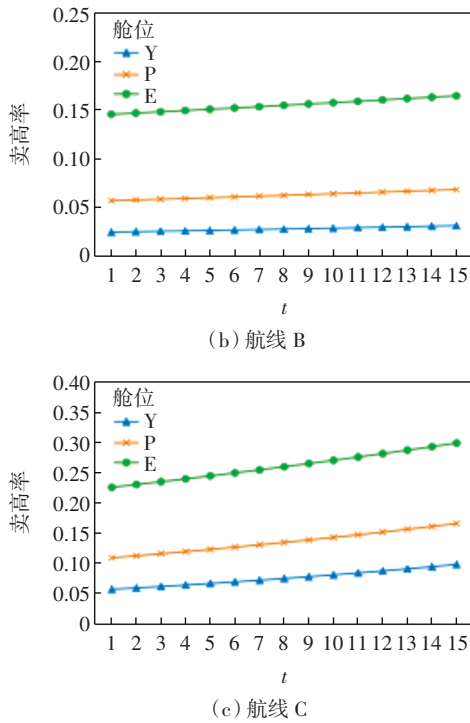


图 2 采用 FR 模型估算的卖高率
Fig.2 Sell-up potential estimated by adopting FR model

2 基于 WTP 分布的卖高率定义

式(5)中 r_t 是一个关键因子, r_t 的估计值一般基于航线管理人员经验设定,但旅客实际 WTP 具备一定的随机分布特性,因此,本文对卖高率定义做出修正。本文假设 WTP 在航班销售期 t 内服从 $N(\mu_t, \sigma_t^2)$ 分布,分布参数可从历史数据估计得到,见 3.2 节算法 1。令事件 X 为旅客的 WTP 大于 f_n ,事件 Z 为旅客的 WTP 大于 f_j ,则卖高率可以表示为

$$P(Z|X) = \frac{P(X \cap Z)}{P(X)} = \frac{P(Z)}{P(X)} \quad (6)$$

定义新的卖高率为

$$p_{j,t} = \frac{\int_{f_j}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp\left(-\frac{(x-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right) dx}{\int_{f_n}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \exp\left(-\frac{(x-\mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right) dx} \quad (7)$$

由式(7)可知,在 Q 舱的票价 f_n 及 WTP 分布的参数 μ_t 和 σ_t 确定时, $p_{j,t}$ 是一个关于 f_j 的函数,其定义域为 $[f_n, +\infty)$,用 $\Phi(x)$ 表示正态分布的分布函数,将式(7)改写为式(8),即

$$p_{j,t} = \frac{1 - \Phi\left(\frac{f_j - \mu_t}{\sigma_t}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{f_n - \mu_t}{\sigma_t}\right)} \quad (8)$$

为了探讨卖高率与票价 f_j 的关系,对式(8)求一阶导和二阶导,分别为

$$\frac{dp_{j,t}}{df_j} = \frac{\sqrt{2} \exp\left(-\frac{(f_j - \mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right)}{\sqrt{\pi} \left(\Phi\left(\frac{f_n - \mu_t}{\sigma_t}\right) - 1\right) \sigma_t} \quad (9)$$

$$\frac{d^2p_{j,t}}{df_j^2} = \frac{\sqrt{2} (f_j - \mu_t) \exp\left(-\frac{(f_j - \mu_t)^2}{2\sigma_t^2}\right)}{\sqrt{\pi} \left(\Phi\left(\frac{f_n - \mu_t}{\sigma_t}\right) - 1\right) \sigma_t^3} \quad (10)$$

其一阶导数恒小于 0,可知 $p_{j,t}$ 单调递减,即票价越高,卖高率越低;二阶导数仅在 μ_t 处存在一个零点,是 $p_{j,t}$ 的拐点,当 μ_t 大于 f_n 时, $p_{j,t}$ 在 $[f_n, \mu_t)$ 区间为凸函数,在 $[\mu_t, +\infty)$ 区间为凹函数,相较于在整个定义域内都为凹函数的 FR 模型,在 $[f_n, \mu_t)$ 区间卖高率下降得更缓慢,能够增强对这部分舱位需求的控制。

图 3 为 $\mu_t = 2.17f_n$ 时基于 WTP 分布与基于 FR 模型估算的卖高率比较,其中均将价格转换为与 Q 舱的票价比。图 3 是估计的参数 μ_t 大于 f_n 的一个示例,在票价达到旅客 WTP 均值 μ_t 之前,卖高率变化相对缓慢,如图 3 分界线左侧所示;票价超过 μ_t 之后,旅客对价格变化逐渐敏感,随着价格的增加,卖高率快速下降,如图 3 分界线右侧所示。

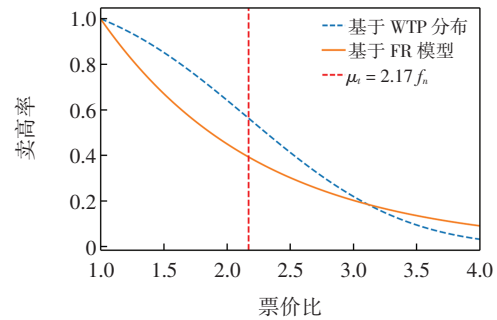


图 3 $\mu_t = 2.17f_n$ 时的卖高率对比
Fig.3 Comparison of sell-up potential when $\mu_t = 2.17f_n$

当 $\mu_t = 0.61f_n$ 时,两种方法估算的卖高率对比如图 4 所示,当 $\mu_t < f_n$ 时, $p_{j,t}$ 在定义域内为凹函数,与 FR 模型近似。在票价比低于 2.5 的情形下, WTP 分布方法比 FR 模型有更高的卖高率估计结果,这是由于 WTP 分布方法以 WTP 为核心定义,且考虑了其随机性,而 FR 模型以票价比为核心定义,新的卖高率估算方法能更准确地估计中等级舱位的需求。

综上所述, WTP 分布方法在旅客支付意愿较高情况下,即其估算的 $\mu_t > f_n$ 时,能有效加强对中等级舱位的控制;在旅客支付意愿较低时,其估算的 $\mu_t < f_n$,能得到和 FR 模型近似的结果。总体上,两者有一个相似的特性,即在 t 较小时,旅客加价的幅度和概率都较

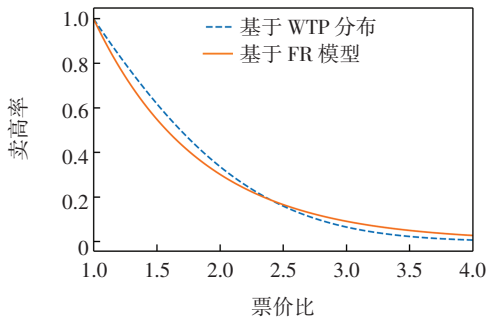


图 4 $\mu_i = 0.61f_n$ 时的卖高率对比

Fig.4 Comparison of sell-up potential when $\mu_i = 0.61f_n$.

小, t 较大时, 旅客加价的幅度和概率都会增大。以商务航线 A 为例, 其卖高率的参数估计结果如表 3 所示, 除最后一个 t 波动较大外, 随着 t 的变大, μ_t 逐渐变大, 总体结果与设计初衷相吻合。

表 3 航线 A 的卖高率参数

Tab.3 Parameters of sell-up potential of airline A

t	μ_t	σ_t	f_n
1	130.61	446.51	276
2	593.82	296.87	276
3	614.37	268.57	276
4	625.22	262.97	276
5	650.00	258.80	276
6	694.44	213.70	276
7	645.15	235.40	276
8	656.40	230.80	276
9	777.59	165.27	276
10	790.68	180.67	276
11	937.73	173.96	276
12	953.71	185.01	276
13	1 026.86	224.91	276
14	1 429.54	447.47	276
15	-272.88	3 998.85	276

3 仿真实验方案设计

FR 模型及在此基础上定义的 Q-预测方法已在国际上多家航空公司的收益管理系统中得到应用, 基于商业保密需求, 鲜见于国外文献, 国内目前也仅有文献[18]曾做过类似初步尝试。由于无法获取真实的卖高率, 一般采用系统仿真形式模拟航班销售的整个过程, 从而进行估算方法的效果分析, 其基本思路是: 从销售早期到航班离港, 在每个时间点 t 模拟各舱旅客到达, 预测未来各舱需求, 依据预测的需求进行剩余座位分配, 如此循环, 直到最后一个时间点 t , 即航班离港前关闭销售系统的时刻, 最后, 比较各种方法所

得的航班最终总收益, 以总收益大小评判方法优劣。MIT 研究者借助其特有的 PODS (passenger origin destination simulator) 模拟系统开展了一系列前瞻性估算方法研究。

3.1 仿真程序设计

由于国内没有类似 PODS 的仿真环境, 本文借鉴 PODS 的思想, 设计了如图 5 所示的仿真实验方案。该方案对表 1 所示 A、B、C 3 种性质的航线分别进行仿真, 将仿真时刻划分为 15 个 t , 基于 2018、2019 年两年的历史真实订座数据进行仿真参数学习, 分别采用传统的独立需求预测、基于 FR 模型的 Q-预测、基于 WTP 分布的 Q-预测进行独立与非独立需求预测, 并采用 EMSRb 算法进行座位分配, 最终, 分析比较各性质航线、各方法的航班实际最终收益。

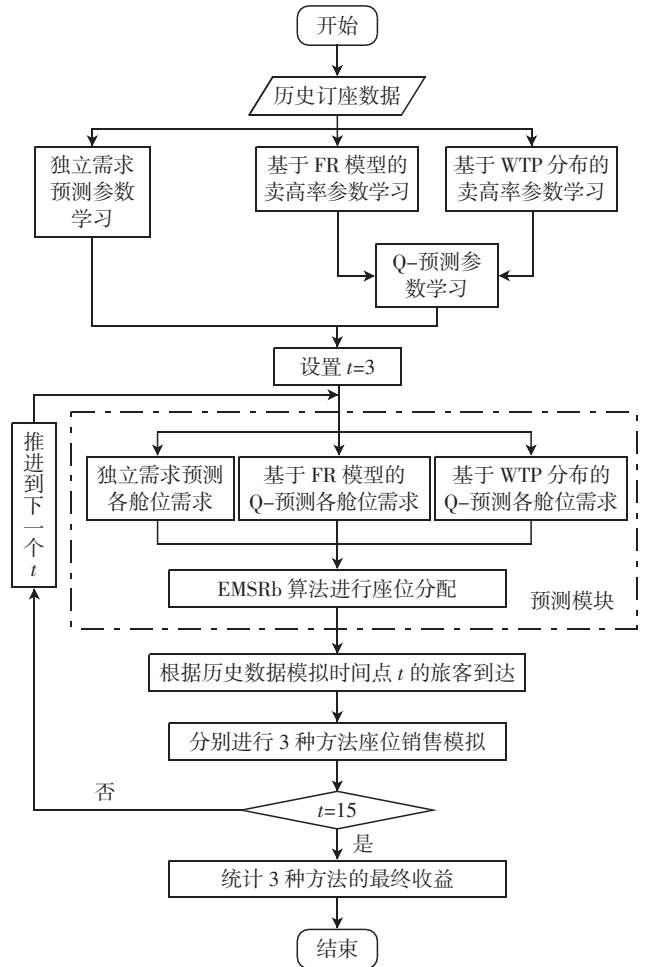


图 5 仿真流程图

Fig.5 Simulation flowchart

3.2 基于 WTP 分布的卖高率参数学习

本节介绍图 5 中的 WTP 分布方法参数学习部分, 使用历史数据估算基于 WTP 分布的卖高率 $p_{j,t}$ 的过程(算法 1)如下。

步骤 1 对不同性质的航线分别在各时间点 t 使用 IC 法结合历史数据统计各舱位的观察卖高率 $p_{j,k,t}$ 。

步骤 2 已知各舱位的观察卖高率 $p_{j,k,t}$ 和各舱位票价,通过线性最小二乘法最小化各舱位观察卖高率 $p_{j,k,t}$ 和估算卖高率 $p_{j,t}$ 的误差,得到 WTP 分布的参数 μ_t 和 σ_t ,如下:

$$(\mu_t, \sigma_t) = \operatorname{argmin}_{\mu_t, \sigma_t} \left(\sum_{j=1}^n \left(p_{j,k,t} - \frac{1 - \Phi\left(\frac{f_j - \mu_t}{\sigma_t}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{f_n - \mu_t}{\sigma_t}\right)} \right)^2 \right) \quad (11)$$

3.3 预测方法

图 5 的预测模块包括独立需求预测、基于 FR 模型的 Q-预测、基于 WTP 分布的 Q-预测共 3 种预测方法,后两者不同之处在于采用了不同的卖高率估算方法,后期都采用 Q-预测方法,预测在每个时间点 t 独立执行。Q-预测方法流程如图 6 所示。

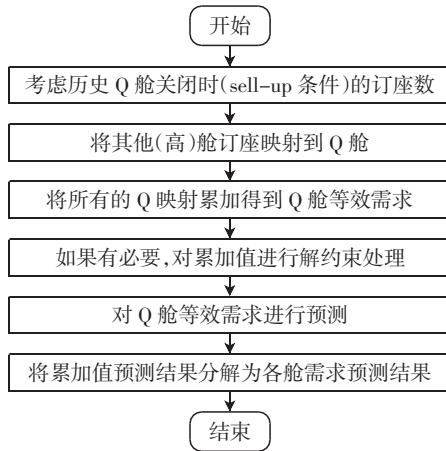


图 6 Q-预测流程图

Fig.6 Q-forecasting flowchart

独立需求预测方法采用了比较稳健的回归法,另外两种方法在采用不同的卖高率得到历史数据 Q 舱等效总数之后,也采用了回归法进行未来 Q 舱等效总数预测。继续采用前文矩阵 B_t 表示在时间点 t 时 k 个航班 n 个舱位的历史数据集,经过变换可得到 k 个航班的 Q 舱等效订座数,记为

$$Q_t = (q_{1,t}, q_{2,t}, \dots, q_{k,t})^T \quad (12)$$

式中, $q_{s,t} = \sum_{j=1}^n b_{j,s,t} / p_{j,t}$ 。

回归法依据历史数据 B_t 学习模型参数,独立需求预测方法输入时间点 $t \in \{1, 2, \dots, 14\}$ 的订座数作为自变量, $t = 15$ 的最终订座数作为因变量,具体预测时依据当前时间点 t 选择模型参数,并将当前各舱位实际订座数作为变量输入,独立需求预测方法对每个舱

位分别独立计算模型参数并独立预测,最终得到时间点 $t \in \{1, 2, \dots, 14\}$ 各舱位预测结果如下:

$$D_t = \{(d_{1,t}, \tau_{1,t}), (d_{2,t}, \tau_{2,t}), \dots, (d_{n,t}, \tau_{n,t})\} \quad (13)$$

式中, $(d_{j,t}, \tau_{j,t})$ 为各时间点 t 预测的第 j 个舱位最终 ($t = 15$) 订座数的均值与标准差,一般认为其服从正态分布。

基于 FR 模型和基于 WTP 分布的 Q-预测方法采用 Q 舱等效总数作为参数学习和预测的输入,其结果仅包含在时间点 $t \in \{1, 2, \dots, 14\}$ 时预测的时间点 $t = 15$ 的 Q 舱等效预测结果,记为 $(d_{Q,t}, \tau_{Q,t})$,为了适应下一步座位分配的输入形式,需将 Q 舱等效预测结果转换为和式 (13) 同样的各舱预测结果,转换公式如下:

$$d_{j,t} = d_{Q,t} (p_{j,t} - p_{j-1,t}) \quad (14)$$

$$\tau_{j,t} = \tau_{Q,t} \sqrt{p_{j,t} - p_{j-1,t}}$$

式中, $p_{j,t}$ 为在时间点 t 时 Q 舱 (标号 n) 到舱位 j 的卖高率, $p_{0,t} = 0$ 。

3.4 座位分配算法

在得到各舱位预测结果 D_t 之后,采用经典的 EMSRb 算法进行剩余座位分配。计算方法为从高到低逐次计算所有高于当前 j 舱的高舱保护数 $y_{j,t}$,再依据剩余座位计算各舱位的可销售座位数^[9]。

步骤 1 根据各舱位预测结果 D_t ,计算高于 $1 \sim j - 1$ 舱预测结果的累计均值 $\bar{D}_{>j,t}$ 及标准差 $\tau_{>j,t}$,即

$$\bar{D}_{>j,t} = \sum_{i=1}^{j-1} d_{i,t} \quad (15)$$

$$\tau_{>j,t} = \sqrt{\sum_{i=1}^{j-1} (\tau_{i,t})^2}$$

步骤 2 计算高于 $1 \sim j - 1$ 舱的加权平均票价

$$\bar{f}_{>j,t} = \left(\sum_{i=1}^{j-1} f_i d_{i,t} \right) / \bar{D}_{>j,t} \quad (16)$$

步骤 3 计算对 j 舱的保护数

$$y_{j,t} = \max\{y \in \{1, 2, \dots, M\} : P(\bar{D}_{>j,t} \geq y) > \frac{f_j}{\bar{f}_{>j,t}}\} \quad (17)$$

式中, M 为时间点 t 航班剩余座位数。

步骤 4 依据各舱保护数,按照高舱嵌套低舱的原则计算各舱可销售座位数

$$N_t = \{N_{1,t}, N_{2,t}, \dots, N_{n,t}\} \quad (18)$$

式中: $N_{1,t} = M, N_{j,t} = M - \sum_{i=1}^{j-1} y_{i,t}, j \in \{2, 3, \dots, n\}$ 。

3.5 旅客到达仿真

本节描述图 5 中旅客到达仿真算法。此时已得到时间点 t 各舱位的预测结果 D_t 、Q 舱到各舱的卖高率 $p_{j,t}$ 及各舱位可销售座位数 $N_{i,t}$ 。

旅客到达仿真算法如下:

步骤 1 依据式(12)得到的 Q 舱等效订座数,统计历史航班的高斯混合分布律;

步骤 2 对步骤 1 统计的高斯混合分布律进行采样,得到 Q 舱等效到达旅客总数;

步骤 3 将 Q 舱等效到达旅客总数按卖高率赋予其 WTP 属性。例如有票价从高到低的 4 个舱位 Y、P、E、Q,其卖高率分别为 0.20、0.40、0.75、1.00,则每个到达旅客需求 WTP 属于这 4 个舱位的价格所在区间的概率分别为 0.20、0.20、0.35、0.25;假设 Q 舱等效到达旅客总数为 5,则生成 5 个均匀分布 $U(0,1)$ 的随机数对应这 5 个需求,将其分配到这 4 个舱位,当生成的随机数在 $[0, 0.2)$ 范围内,则认为该旅客的 WTP 大于 f_1 ,在 $[0.2, 0.4)$ 范围内,则认为该旅客的 WTP 处于 $[f_p, f_1)$ 区间,其他舱位同理,如图 7 所示。

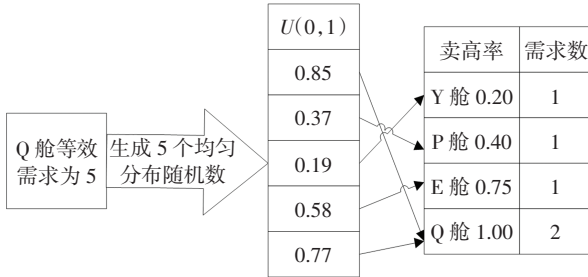


图 7 分配 Q 舱等效需求到各个舱位

Fig.7 Allocate Q-class equivalent demand to each cabin class

3.6 销售过程模拟

对已得到的旅客到达仿真结果按座位分配算法给定的 N_i 进行销售模拟。销售过程遵从无差别定价原则,旅客总是依据其 WTP 购买 Y、P、E、Q 4 个舱位中可接受的最低价格,如果该舱位的座位数已经售罄,如更高一级的尚有剩余座位的舱位价格不超过其 WTP,则购买更高一级的舱位,否则损失此旅客,以此类推。旅客购买后,对应舱位的 $N_{i,t} - 1$ 。上述过程,从时间点 $t = 1$ 逐次迭代到时间点 $t = 15$,可得到各舱最终的模拟销售数据。

4 实验结果分析

采用某航空公司 2018、2019 年两年 3 种性质的航线真实数据按照图 5 方法进行仿真,前 22 个月数据用于参数估计,后 2 个月用于仿真测试对比,最后分别计算航线的平均收益和平均客座率如表 4 和表 5 所示。

总体来看,不管是和真实销售数据相比,还是和两种考虑卖高率的需求预测方法相比,独立需求都有

着较高的客座率,但其平均收益都低于真实销售结果,这一方面验证了收益螺旋式下降的说法,另一方面也说明航空公司座位控制水平的不断提高,因此,后文不再分析独立需求方法。基于 FR 模型和基于 WTP 分布的方法在不同性质的航线上有不同的表现,下面重点分析这两种方法的差异。

表 4 仿真平均收益

Tab.4 Simulated average revenue

万元

需求预测方法	航线 A	航线 B	航线 C
真实	10.63	9.55	7.00
独立需求	6.56	8.72	6.96
基于 FR 模型	9.91	9.28	8.44
基于 WTP 分布	10.83	10.13	9.14

表 5 平均客座率对比

Tab.5 Comparison of average passenger load factors

%

需求预测方法	航线 A	航线 B	航线 C
真实	79.72	86.40	44.76
独立需求	96.37	97.51	59.14
基于 FR 模型	73.02	71.93	39.96
基于 WTP 分布	76.73	56.14	38.95

在商务航线 A 上,基于 WTP 分布方法的平均收益比基于 FR 模型的平均收益提高了 9.28%,同时客座率也提高了 3.71%。这得益于 E 舱订座人数的增加和 Q 舱订座人数的减少,即提高了 Q 舱到 E 舱的卖高率,如图 8 所示。

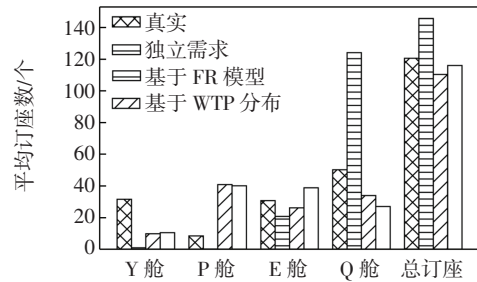


图 8 航线 A 舱位平均订座数对比

Fig.8 Comparison of average booking numbers for cabin of airline A

在旅游航线 B 上,基于 WTP 分布方法的平均收益比基于 FR 模型的平均收益提高了 9.16%,但客座率下降了 15.69%。这是因为准确地估算了 E 舱的需求,限制 Q 舱的销售,把大量的 Q 舱的旅客卖高到 E 舱,同时也导致 P 舱的收益下降,但提高了整体收益,随之而来的是客座率的大幅降低,如图 9 所示。

在普通航线 C 上,基于 WTP 分布方法的平均收益比基于 FR 模型的平均收益提高了 8.29%,客座率仅下降了 1.01%。这得益于基于 WTP 分布方法把大

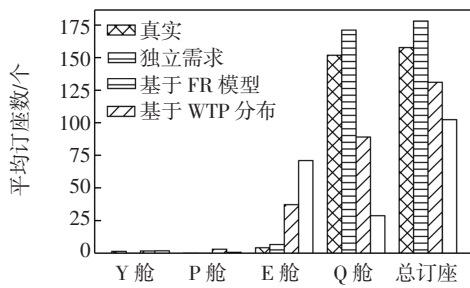


图 9 航线 B 舱位平均订座数对比

Fig.9 Comparison of average booking numbers for cabin of airline B

量 Q 舱旅客卖高到 E 舱,如图 10 所示。

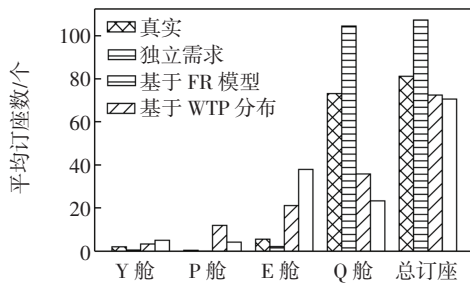


图 10 航线 C 舱位平均订座数对比

Fig.10 Comparison of average booking numbers for cabin of airline C

总的来说,基于 WTP 分布方法的平均收益比基于 FR 模型的平均收益提升了约 6.98%,总体客座率低了 3.25%。在 3 种不同性质的航线上的测试表明,基于 WTP 分布方法可有效提升旅客卖高率,得到总体较大的收益,整体上优于基于 FR 模型。

5 结语

针对 Belobaba 团队提出的基于各舱历史订座数的估算方法忽略了旅客支付意愿的随机性,导致对中等舱位卖高率的低估这一问题,本文提出一种考虑旅客支付意愿概率分布的卖高率估算方法,并自行设计了一套结合实际仿真计算流程,进行卖高率估算方法验证及对比。仿真实验结果表明,与 FR 模型及传统的独立需求预测方法相比,本文方法解决了中等舱位卖高率被低估的问题,提高了收益。

参考文献:

- [1] GALLEGO G, TOPALOGLU H. Revenue management and pricing analytics[M]. New York: Springer, 2019.
- [2] 林贵华,唐 艳,陈拼博. 随机需求下航空公司收益管理定价模型[J]. 系统工程, 2022, 40(2): 109-117.
- [3] 熊 浩,鄢慧丽. 考虑旅客跨区间流转的机票多预定区间折扣优化模型研究[J]. 中国管理科学, 2019, 27(8): 172-180.
- [4] 樊 玮,苏秋波. 基于分布估计算法的多航段座位分配模型[J]. 信

息与控制, 2012, 41(6): 774-778, 785.

- [5] 胡玉生,李金林,冉 伦,等. 基于乘客惰性行为的平行航班动态定价[J]. 运筹与管理, 2018, 27(4): 112-117.
- [6] 霍佳震,秦 瑛. 旅客需求双向转移的多等级舱位控制优化问题[J]. 系统工程, 2016, 34(1): 116-121.
- [7] WEATHERFORD L. The history of unconstraining models in revenue management[J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2016, 15(3): 222-228.
- [8] FIIG T, WEATHERFORD L R, WITTMAN M D. Can demand forecast accuracy be linked to airline revenue?[J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2019, 18(4): 291-305.
- [9] BELOBABA P P. Did LCCs save airline revenue management?[J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2011, 10(1): 19-22.
- [10] LE M L, LU M H. Network revenue management with dependent demand under overlapping segments[C]//2018 14th International Conference on Natural Computation, Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (ICNC-FSKD), July 28-30, 2018, Huangshan, China. IEEE, 2018: 677-684.
- [11] TALLURI K, VAN RYZIN G. Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior[J]. Management Science, 2004, 50(1): 15-33.
- [12] ALGERS S, BESER M. Modelling choice of flight and booking class—a study using stated preference and revealed preference data[J]. International Journal of Services Technology and Management, 2001, 2(1/2): 28-45.
- [13] 梅 虎,朱金福,汪 侠. 基于旅客舱位选择的航空收益管理[J]. 系统工程, 2006, 24(9): 11-17.
- [14] FUKUSHI M, DELGADO F, RAVEAU S, et al. CHAIRS: a choice-based air transport simulator applied to airline competition and revenue management[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2022, 155: 297-315.
- [15] CHIAMBARETTO P. Air passengers' willingness to pay for ancillary services on long-haul flights[J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2021, 147: 102234.
- [16] CARRIER E, WEATHERFORD L. Implementation of MNL choice models in the passenger origin-destination simulator (PODS)[J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2015, 14(6): 400-407.
- [17] WEATHERFORD L R. Intelligent aggressiveness: using forecast multipliers, hybrid forecasting, fare adjustment, and unconstraining methods to increase revenue[J]. Decision Sciences, 2017, 48(3): 391-419.
- [18] 樊 玮,杨同杰,衡红军. 基于卖高行为的航班舱位优化[J]. 计算机工程与设计, 2015, 36(7): 1948-1952.
- [19] 王洪建. 航班座位控制模型实现与分析[J]. 软件工程, 2022, 25(2): 26-28.
- [20] JIANG H Y, MIGLIONICO G. Airline network revenue management with buy-up[J]. Optimization, 2014, 63(6): 849-865.
- [21] BELOBABA P P. Optimal vs. heuristic methods for nested seat allocation[C]//Presentation at ORSA/TIMS Joint National Meeting, Brussels, Belgium. 1992: 28-53.
- [22] HOPPERSTAD C, ZERBIB G, BELOBABA P P. Methods for estimating sell-up[C]//AGIFORS Revenue Management and Distribution Study Group Meeting, Cancun, Mexico. 2006.

(责任编辑:明 月)