

• 土木工程 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202300822



本刊网刊

点振型埋地超材料带隙机理及地震波衰减性能研究

赵春风^{1,2}, 高志伟^{1,3}, 王胤植¹

(1. 合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 中国地震局工程力学研究所 中国地震局地震工程与工程振动重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150080; 3. 中国电子系统工程第二建设有限公司, 江苏 无锡 214000)

摘要:超材料隔震屏障作为一种新型的建筑结构减隔震技术,近年来得到了广泛的关注和研究,但是已有的研究普遍存在体积大和带隙较窄的问题。论文提出了一种内部结构由钢块和橡胶柱交替排列而成,外部由钢板围成的点振型埋地超材料。首先,通过理论推导和有限元计算得到超材料的能带结构和频响关系,并结合其振型分析了带隙的形成机理;其次,研究了屏障层数和正斜入射波对超材料滤波特性的影响规律,参数化分析了填土层数、橡胶密度及弹性模量对超材料带隙的影响,并进一步计算了超材料在考虑分层土时的滤波特性;最后,采用主频率分别为 0.7、5.0、8.0 Hz 的人工波和 El-Centro 等地震波对超材料屏障进行时程分析。结果表明:点振型埋地超材料由于局域共振效应可以产生较宽的低频带隙且与频率响应的衰减范围相对应;多层屏障并不能显著提高滤波效果,超材料对正斜入射波都具有很好的衰减作用,较少的填土层数、密度较大和弹性模量较小的橡胶有利于拓宽低频带隙,分层土相比均匀土带隙拓宽了 5.04 Hz;超材料对处于带隙内的人工波和地震波的衰减率均超过 60%,且不会对频率带隙外的地震波产生放大作用。研究结果可为设计低频宽带隙的地震超材料结构提供一定的借鉴和参考。

关键词:地震波;超材料;带隙;局域共振

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 2096-3246(2025)05-0179-13

地震具有不可预测性和极大的破坏性,在世界范围内已经造成了难以估量的损失,被认为是最具灾难性的自然灾害之一^[1-3]。传统的抗震设计研究采用增加结构整体刚度、底层引入柔性结构以及设置隔震支座等方法^[4-5],通过结构的变形消耗地震波的能量,以此减小建筑物的破坏;但这些方法可能会造成上部结构水平位移过大等问题,且存在难以应用于已经建成的建筑等一系列局限性。

地震超材料是由固体物理学中声学超材料的概念拓展到土木工程领域,基于局域共振理论由特殊设计的人工结构单元组成的结构,其显著的特征是存在某些固定的频率带(禁带,衰减域)对弹性波具有选择性阻隔作用。

周期结构的 Bragg 散射现象^[6-7]可以产生低频带隙。2013 年,Shi 等^[4]率先研究了周期性排桩屏障对弹性波的衰减效果,并解释了多排桩对弹性波的散射特性,但是基于周期结构的 Bragg 散射机理设计的屏障结构通常需要采用较大的结构尺寸才能产生低频带

隙,从而限制了其在工程抗震中的应用。

Li 等^[8]提出了局域共振超材料的概念,以较小的结构来抑制低频率的地震波,实现了使用小尺寸构件控制大波长。赵春风等^[9]对十字形梯度地震超材料带隙特性与隔震性能进行了研究,证明了正、逆梯度式屏障结构对低频 Rayleigh 波的衰减方式不同。Palermo 等^[10]提出了一种能够将 Rayleigh 波转换为远离地表的剪切体波的超屏障结构,并且可以调节共振频率。Zhao 等^[11]通过振动台实验对周期性基础的滤波特性进行了研究,证明了当地震波频率在带隙内时周期性基础能有效减小地震响应。Colquitt 等^[12]研究了杆状谐振器阵列置于弹性半空间或弹性薄板基础上,发现这种谐振器会与波相互作用,能将地震波中具有破坏性的 Rayleigh 波转换为向地下传播的体波从而实现隔震。赵春风等^[13]推导出 1 维周期性材料的频散关系,并通过有限元分析验证了其带隙的正确性。Xu 等^[14]对比了空心圆柱体和空心圆柱体内加十字形结构两种超材料,发现添加十字形结构后其

收稿日期:2023-10-19 修回日期:2024-01-12 网络出版日期:2024-06-13

基金项目:国家自然科学基金面上项目(52278302);中国地震局工程力学研究所基本科研业务费专项资助项目(2020E000V0404)

作者简介:赵春风(1983—),男,教授,博士。研究方向:工程结构抗震与易损性;超材料减隔震新技术。E-mail: zhaowindy@hfut.edu.cn

带隙宽度增加了 3 倍左右,但是其将结构部分置于地表,结构高度较大,可行性不强,且带隙起始频率较高。Bai 等^[15]设计了土膨胀抗震超材料,减少了人工材料的尺度限制,其中含橡胶成分的地震超材料对波的加速度幅值衰减了 90% 左右,但其考虑的两种模型晶格常数较大,分别为 10 m 和 30 m。Chen 等^[16]设计了一种局部共振型混凝土超材料,由一层软橡胶层和砂浆包覆的重铅球组成;但其得到的带隙较窄,由频谱曲线的衰减效果可以看出,其设计的超材料屏障并不能衰减频率在 0~3 Hz 的地震波。Ni 等^[17]提出了一种周期桩屏障,分析了结构参数对带隙的影响,并对周期桩屏障进行频域和时域分析;但其提出的结构在水平方向布置较为不规则,不易施工,且在竖直 Z 方向的尺寸很大,实现较难。

综上,现有研究存在:1) 占用地表空间大;2) 结构尺寸复杂,埋置深度大,不易施工;3) 低频波衰减效果较差,带隙频率高等问题,从而限制了其在低频地震波衰减中的应用。

本文针对衰减地震波中的 Rayleigh 波,提出了一种点振型埋地超材料;通过有限元软件计算其能带结构和频率响应函数,分析了考虑多层屏障和斜入射波时超材料的滤波特性,讨论不同填土层数、不同橡胶密度及弹性模量对带隙的影响,并模拟了考虑分层土时屏障结构对不同频率弹性波的衰减效果,最后采用低频人工波和地震波进行时程分析。

1 点振型埋地超材料

1.1 单元模型

点振型埋地超材料周期排列在建筑物周围形成超屏障,如图 1(a)所示,相比传统的抗震减震设计方法,这种方式既能够避免占用地表空间,也可以实现对已建成建筑物的保护;单元排列方式如图 1(b)所示;超材料单元整体模型如图 1(c)所示。图 1 中, a 为单胞的晶格常数, H 为总高度, H_1 为钢盖板厚度, H_2 为超材料结构部分厚度, H_3 为土壤层深度,超材料几何参数见表 1。

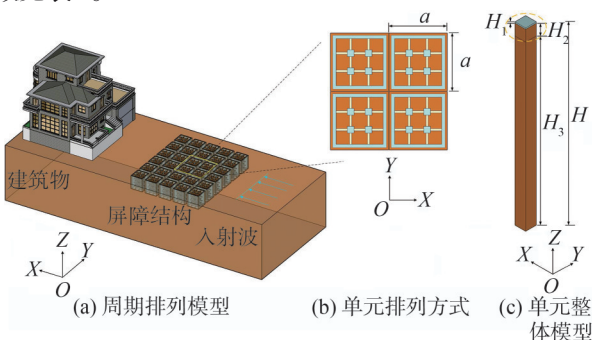


图 1 超材料模型

Fig. 1 Metamaterial model

表 1 超材料几何参数

晶格常数 a/m	总高度 H/m	钢盖板厚度 H_1/m	结构部分 厚度 H_2/m	土壤层深度 H_3/m
2.6	43	0.3	2.7	40

已有研究表明^[18],当土壤层深度 $H_3 > 10a$ 时,表面波的频散曲线和带隙的准确性可以得到保证,同时这个深度足以将兰姆波与表面波分开。

超材料结构部分的剖面图如图 2 所示。图 2 中浅蓝色区域为钢,淡黄色区域为橡胶,橘黄色区域为土壤,材料参数如表 2 所示^[19]。结构内边界四周及其上部由钢板围成,内部是由 4 层交替排列的橡胶柱和钢块构成,每两层之间用橡胶柱连接,橡胶柱的作用是为了降低谐振频率,同时将各个钢块连接起来。为了使结构更加稳定,将第一层埋入土壤。在实际应用中,将预先定制的超材料结构(H_2 部分)排列埋入预先开挖的基坑内,再依次埋入土壤、盖上钢盖板。内部结构中,正方体钢块的边长为 d ,橡胶柱的正方形截面边长为 b ,长度为 v ,外边界土壤层厚度为 l_1 ,内边界钢板厚度为 l_2 。假设材料都是线弹性的、均匀的、各向同性的,超材料物理参数见表 3。

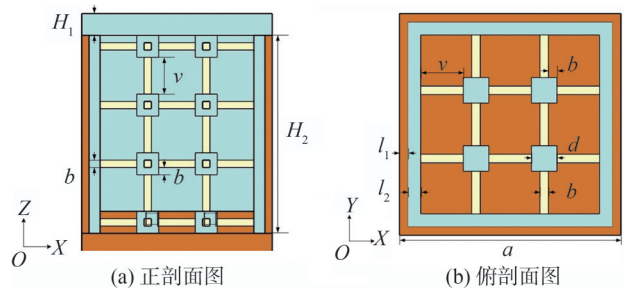


图 2 单元剖面图

Fig. 2 Cross-section of the unit cell

表 2 材料参数^[19]

材料	密度/($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	弹性模量/Pa	泊松比
钢	7 850	2.1×10^{11}	0.30
橡胶	1 300	1.2×10^5	0.47
土壤	1 800	2.0×10^7	0.30

表 3 超材料物理参数

钢块边长 d/m	橡胶柱截 面边长 b/m	橡胶柱 长度 v/m	外边界土壤 层厚度 l_1/m	内边界钢板 厚度 l_2/m
0.3	0.1	0.5	0.1	0.15

1.2 频散分析

假设结构初始应力为 0 且发生的是小变形,取介质中任意体积微元定义为研究对象。根据弹性波理论,可在笛卡尔坐标系下建立介质传播的弹性波

方程:

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla\mathbf{u}) + \mu\nabla^2\mathbf{u} + \rho\mathbf{f} = \rho\ddot{\mathbf{u}} \quad (1)$$

式中: ∇ 为倒三角算子; \mathbf{u} 为矢量位移; ρ 为质量密度; λ 、 μ 为Lame常数; \mathbf{f} 为作用在地壳上的体积力,在研究地震波传播时,通常假设 $\mathbf{f}=0$ 。

将周期结构抽象为Bravais格子后,即可采用数学公式来描述周期结构的周期性。对于2维周期结构,以任一格点为原点,沿两个不共线的方向连接最近的格点作矢量 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_2 ,矢量的长度为该方向的格点周期,则任一格点都可以表示为:

$$\mathbf{R} = n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 \quad (2)$$

式中, n_1 和 n_2 均为整数。当 n_1 和 n_2 取遍所有整数时,式(2)中给出矢量的端点就定义了不同的空间点阵,也就是完全定义了周期结构的格子,称为正格子,相应地 \mathbf{R} 成为正格矢。将结构按照实空间中的格矢平移,它将与原结构完全相同,即周期性结构满足平移对称性。

为了精简这种在空间上具有周期性的结构表达方式,对实空间进行傅里叶变换。实空间中任意一点 \mathbf{r} 处的物理量 $\mathbf{f}(\mathbf{r})$ 满足如下形式的周期性条件:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) = \mathbf{f}(\mathbf{r}) \quad (3)$$

用傅里叶级数展开式(3)中的周期函数:

$$\mathbf{f}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{F}(\mathbf{G})e^{i\mathbf{G}\cdot\mathbf{r}} \quad (4)$$

式中, \mathbf{r} 为位置矢量, i 为虚数单位, e 为自然常数, \mathbf{G} 为倒易空间中的倒格矢。

引入倒易空间的基矢 \mathbf{b}_1 、 \mathbf{b}_2 与实空间基矢及该2维平面的法线方向单位矢量 \mathbf{n} 的对应关系为:

$$\mathbf{b}_1 = \frac{2\pi(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{n})}{\mathbf{a}_1(\mathbf{a}_2 \times \mathbf{n})} \quad (5)$$

$$\mathbf{b}_2 = \frac{2\pi(\mathbf{n} \times \mathbf{a}_1)}{\mathbf{a}_2(\mathbf{n} \times \mathbf{a}_1)} \quad (6)$$

则:

$$\mathbf{G} = h_1\mathbf{b}_1 + h_2\mathbf{b}_2 \quad (7)$$

式中, h_1 和 h_2 均为整数。

由以上推导可知,将实空间点阵经过倒移变换得到一种假想的点阵空间,即倒易空间,将实空间中体现周期性的波长 λ 在倒易空间中变为波矢 k ,且 $k=2\pi/\lambda$,从而利用周期结构在倒易空间中计算方便性质。

根据Bloch-Floquet定理^[20-21],结构中 \mathbf{r} 处的弹性波可表达为:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = u_k(\mathbf{r})e^{i(k\mathbf{r} - \omega t)} \quad (8)$$

式中, ω 为角频率, t 为时间。由于周期性的存在,可推导出 $\mathbf{r}+\mathbf{a}$ 处的弹性波满足:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r} + \mathbf{a}, t) = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)e^{ik\cdot\mathbf{a}} \quad (9)$$

式中, \mathbf{a} 为晶格向量;式(9)表明周期结构 $\mathbf{r}+\mathbf{a}$ 处相比 \mathbf{r} 处的波函数只增加了一个与格式有关的相位因子 $e^{ik\cdot\mathbf{a}}$,根据Bloch-Floquet定理,只分析一个原胞中的波动形式,就可以得到整个周期结构中的波动形式。

为了验证点振型埋地超材料的滤波特性,利用有限元软件COMSOL对图1(c)所示的单胞模型进行频散关系分析,为了满足无限周期条件,分别在 X 方向和 Y 方向对结构施加周期性边界条件,并在土壤底部添加固定约束;扫描第一不可约布里渊区内的波矢量,得到超材料结构的频散关系。

图3是得到的频散关系曲线,体波模态(图3中橙色部分)位于声锥外,表面波模态位于声锥内。由图3可知,该结构在20 Hz以下存在一条较宽带隙(图3中灰色部分),带隙范围为0.87~12.57 Hz,带隙宽度11.70 Hz。

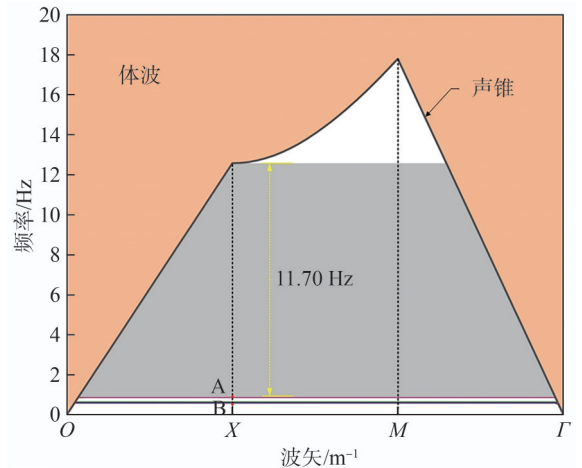


图3 频散关系曲线

Fig. 3 Dispersion relation curve

带隙产生的机理与激励及结构自身的频率有关,随着激励频率 f 的逐渐增加,土壤中对对应频率的振动模态会被激发并成为主要模态,振动以该模态进行传播,此时不会出现带隙。

当 f 逐渐接近谐振器的自振频率时,该频率对应的模态将逐渐成为谐振器的主模态。若谐振器的模态与土壤的模态一致,就会产生强烈的耦合作用,谐振器将限制土壤振动的传播,从而形成带隙。该模态下谐振器的等效质量和等效刚度决定带隙的起始频率,如式(10)所示:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{K_{\text{eff}}/M_{\text{eff}}} \quad (10)$$

式中, K_{eff} 、 M_{eff} 分别为该模态下谐振器的等效刚度与等效质量。

随着激励频率 f 的增加,频率大小将逐渐远离谐振器在该模态下的频率,对土壤模态的限制作用将逐

渐减弱。当完全远离谐振器在该模式的频率时,谐振器不再对土体模式产生限制作用,此时的频率为带隙的截止频率。

为了揭示点振型埋地超材料产生带隙的机理,计算图 3 中声锥内第一布里渊区 A 点和 B 点处的振型如图 4 所示。图 4(a) 为主带隙下边缘结构对应的振型,图 4(b) 为扫描的第一条波矢结构对应的振型。A 点水平方向连接钢块的橡胶柱沿 Z 轴按相反方向振动,使得钢块微微转动,并通过这种运动方式消耗弹性波的能量;B 点谐振器沿垂直 Z 方向位移较小,沿 X 方向位移较大,是此波矢下主要的振型,针对所设计的结构,这种模式引起的带隙宽度较窄。图 4 结果表明,点振型埋地超材料的带隙是由结构局域共振产生的。

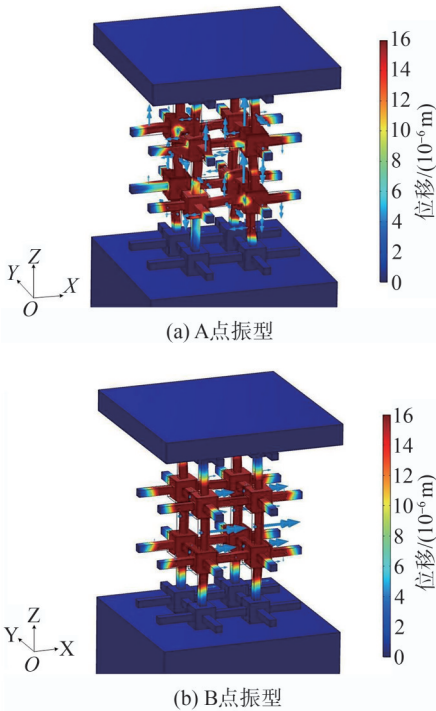


图 4 特殊点振型

Fig. 4 Vibration mode of the special point

1.3 频域分析

在周期结构的一端施加位移激励,另一端拾取激励产生的位移响应,利用频响函数曲线来描述周期结构的传输特性。频响函数(F_R)表达式为:

$$F_R = 20 \lg(u_2/u_1) \quad (11)$$

式中, u_1 为输入位移响应, u_2 为输出位移响应。

散射体沿激励传播的方向(X方向)周期排列 10 个单元屏障结构,并在垂直于波传播的方向(Y方向)只建立一系列模型,通过在 Y 方向模型的两侧施加周期性边界条件来实现具有周期性的无限多阵列,如图 5 所示。在有限元模型中添加厚度为 $3a$ 的完美匹配层(PML),加载处沿 Z 方向施加幅值为 1 m 的线位移来激发土壤中传

播的体波和 Rayleigh 波^[20],在响应处拾取输出位移大小。为了分离体波和面波,结构单元到加载处的距离设置为 $20a$,以保证超材料屏障只受到 Rayleigh 波的影响。此外,为了保证计算选取的网格大小不影响数值模拟的结果,采用 $C_R/f_{\max}/5$ 的四面体网格^[21],这种划分网格的方法能够保证数值解达到收敛。有研究表明^[22],在频率为 0 时施加在加载处的静态负载或静态位移不能传递到响应处,导致在 0 时不能观察到能量的传输,因此本节频率扫描范围为 $0.1 \sim 20.0$ Hz。

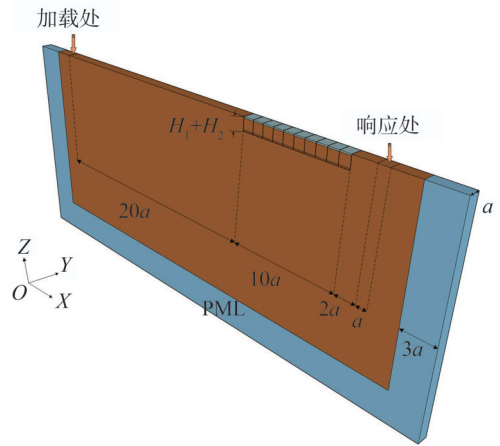


图 5 频域分析及时程分析有限元模型

Fig. 5 Finite element model of frequency domain analysis and time history analysis

分别求出无超屏障和分别设置 10 个单元结构以及 20 个单元结构时响应处的位移,代入式(11)中,得到频响函数曲线如图 6 所示。由图 6 可知,在 Γ -X 方向,相比无超屏障的结构,有超屏障的结构对 12.57 Hz 以下的低频波衰减效果有大幅度提升,随着单元结构数量的增加衰减效果更好,并且,所得带隙与频率响应结果高度吻合,验证了频散分析所得带隙的准确性,同时说明屏障结构对 Rayleigh 波有较好的衰减效果。

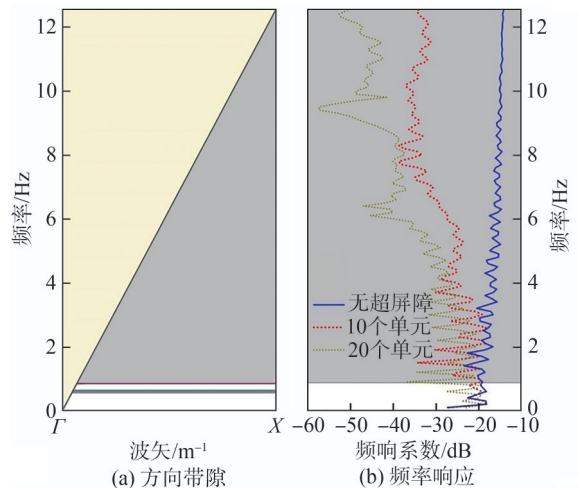


图 6 方向带隙和频率响应曲线

Fig. 6 Directional band gap and frequency response curve

选取频率为 6 Hz 的入射波,分别施加在有超材料屏障和无超材料屏障模型的加载处,得到模型的位移场图如图 7 所示。由图 7(a)可知,表面波沿着地表传递到响应处,响应处振动幅度几乎没有减小;由图 7(b)~(c)可知,表面波传递到屏障结构处后,超材料的第一个和第二个结构单元产生了局域共振,吸收了弹性波的大部分能量,剩余部分能量向下传递,由面波转化成体波传到下面的土壤中,响应处位移有了很大的衰减,周期结构形成了超屏障。计算出地表处垂直方向产生位移大小并进行归一化处理, w 为沿着 X 方向任

一点在 Z 方向的位移值, w_{\max} 为整个过程位移绝对值的最大值,位移方向沿着 Z 轴正方向时 w 取正;绘制得到位移分布图,如图 7(d)所示。从图 7(d)可以看出,当 Rayleigh 波到达屏障结构之后,垂直方向位移得到大幅度降低。

从图 7(b)可以看出, Rayleigh 波在经过结构以后产生的体波继续向上传递是造成后方振动的原因。对排列 3 层、7 层的超材料屏障进行频域分析,并将其结果与无屏障和排列一层超材料屏障的结果进行对比,结果如图 8 所示。

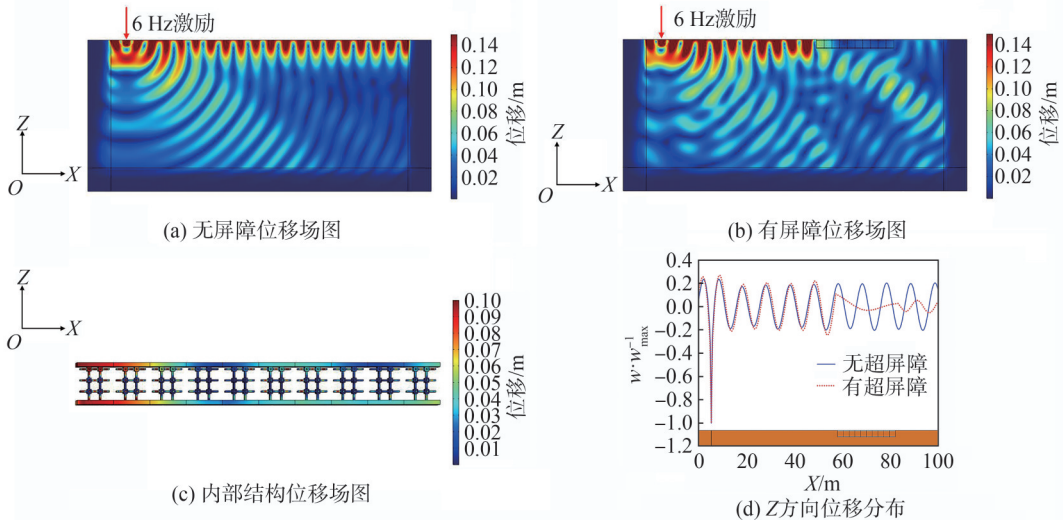


图 7 6 Hz 下位移场图和 Z 方向位移分布

Fig. 7 Displacement field diagram and Z direction displacement distribution for 6 Hz

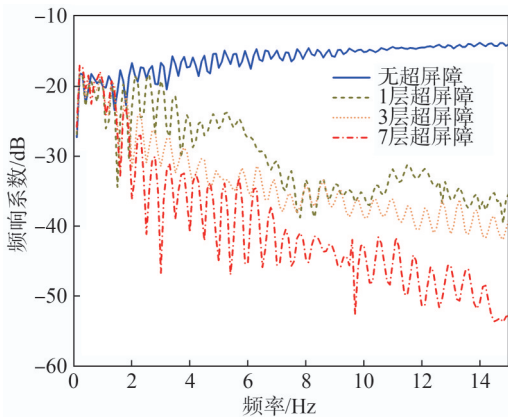


图 8 不同层屏障衰减效果对比

Fig. 8 Comparison of attenuation effects for different layers barrier

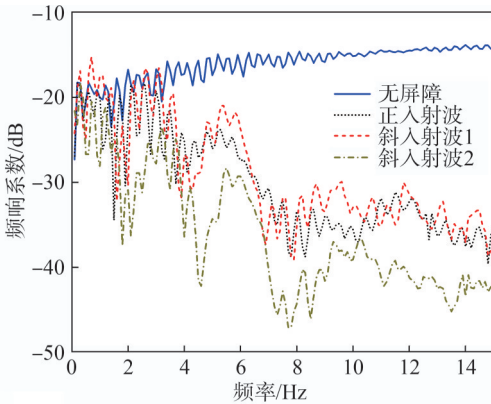
在 0~15 Hz 范围内,随着超材料屏障层数的增加衰减效果逐渐增加,但衰减效果的增加幅度并没有像层数一样成倍增加,1 层和 7 层的衰减效果只相差 40% 左右。因此,在考虑实际施工成本及施工难易程度的情况下建议只设置一层超材料屏障结构。

为了验证超材料屏障对斜入射波的衰减效果,用幅值为 1 m 的线位移来激发入射波进行频域分析。斜

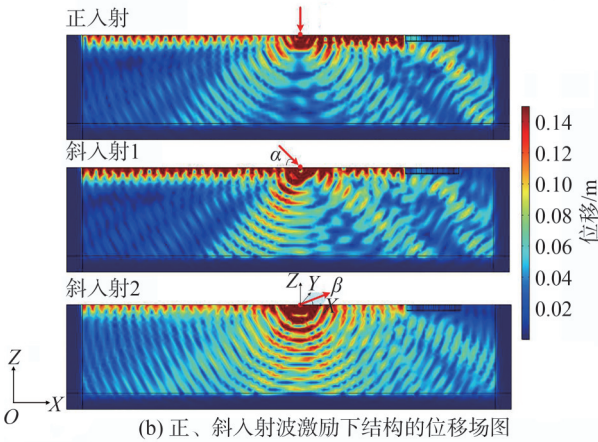
入射波的方向如图 9(b)所示,斜入射波 1 激励平行于 XOZ 平面,斜入射波 2 平行于 XOY 平面,其中, $\alpha = \beta = 45^\circ$;将屏障结构对斜入射波与正入射波激励的衰减效果进行对比,得到如图 9(a)所示的频率响应,结果表明,超材料屏障对正入射波和斜入射波 1 的滤波效果相差不大,对斜入射波 2 的滤波效果比正入射波更好。

计算超材料屏障对正入射波、斜入射波 1 及入射波 2 在 7 Hz 频率激励下的位移场图,并与无屏障进行对比,结果如图 9(b)所示。可以看到,体波在传到屏障处后向下转移,待传到屏障后方处后少部分继续向上传递,从而导致屏障后方表面有部分位移,对于入射波 2,继续向上传递的能量更少,从而得到了更好的衰减效果。由此可知,超材料屏障对斜入射波也有较好的衰减效果。

记录地震波的主频普遍处于 0~15 Hz 的范围内,本文由频散分析得到的带隙在 0.87~12.57 Hz。由频域分析结果可知:在 0~15 Hz 的弹性波都存在一定的衰减效果。由以上分析可知,此结构适用于衰减大部分记录地震波的能量,从而对建筑物起到屏障保护的作用。



(a) 结构对正、斜入射波的频率响应



(b) 正、斜入射波激励下结构的位移场图

图9 结构对正、斜入射波的衰减效果

Fig. 9 Attenuation effect of structure induced by the normal and oblique incident waves

2 点振型埋地超材料带隙的影响因素

为了比较不同频带范围的带隙宽度,论文采用填土层数、橡胶密度和弹性模量等参数对超材料主带隙和带隙宽度的影响规律进行分析。主带隙和带隙宽度分别用中心频率 f_m ($f_m = (f_u + f_b)/2$)和相对带宽 f_w ($f_w = (f_u - f_b)/f_m$)表示,其中, f_u 和 f_b 为带隙的上、下边缘频率。

2.1 填土层数对带隙的影响

在超材料结构中填入土壤可以增加其稳定性,为了探究填土层数对带隙的影响,对填入不同层数土壤的超材料进行频散分析,单胞模型的正剖面图如图10所示。

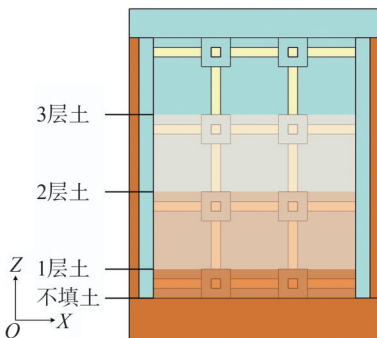
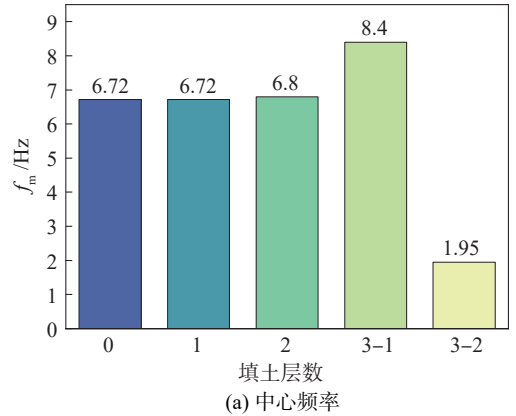


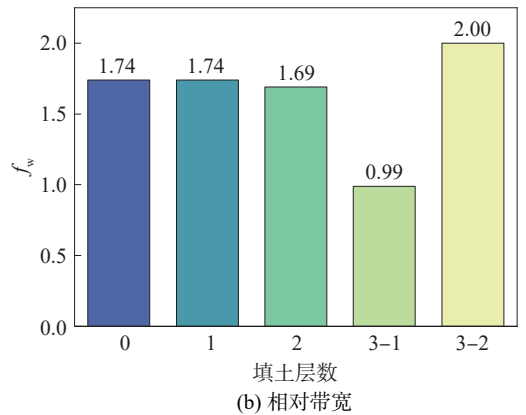
图10 不同填土层数单元正剖面图

Fig. 10 Positive section view of different soil layer unit

图11表示不同层土壤下单胞模型的带隙变化规律,其中,3-1、3-2分别为3层土时的第一带隙(主带隙)和第二带隙。由图11可知,在填土层数为0、1、2的情况下, f_m 和 f_w 大小没有明显变化,但是当埋入深度达到3层土时,主带隙的 f_m 大幅度增加, f_w 大幅度减小,使得带隙向高频小带宽移动,但其存在较宽的第二带隙,从而保证了填入3层土对低频波的衰减;从以上分析可知,为保证结构的稳定性,可选择采用埋入1、2或3层土的超材料屏障。



(a) 中心频率



(b) 相对带宽

图11 不同层土壤下超材料的带隙变化规律

Fig. 11 Variation of the band gap for different filled soil layers

2.2 橡胶密度对带隙的影响

为了使结构的连接更加牢固,应优先使用摩擦系数较大的橡胶。不同种类的橡胶摩擦系数差异很大,从密度为 930 kg/m^3 的天然橡胶(NR)到密度为 940 kg/m^3 的顺丁橡胶(SBR),再到密度为 1020 kg/m^3 的丁腈橡胶(NBR),其摩擦系数为 $\text{NBR} > \text{NR} > \text{SBR}$ ^[23]。对使用密度为 $900 \sim 1500 \text{ kg/m}^3$ 的橡胶进行数值分析,得到结构带隙的变化,结果如图12所示。

由图12可知,随着橡胶密度的增大, f_m 逐渐减小、 f_w 逐渐增大,带隙向低频大带宽移动,但移动的幅度并不明显。因此,当其他参数相同时,应在带隙不受较大影响的情况下,选用摩擦系数较大的橡胶。

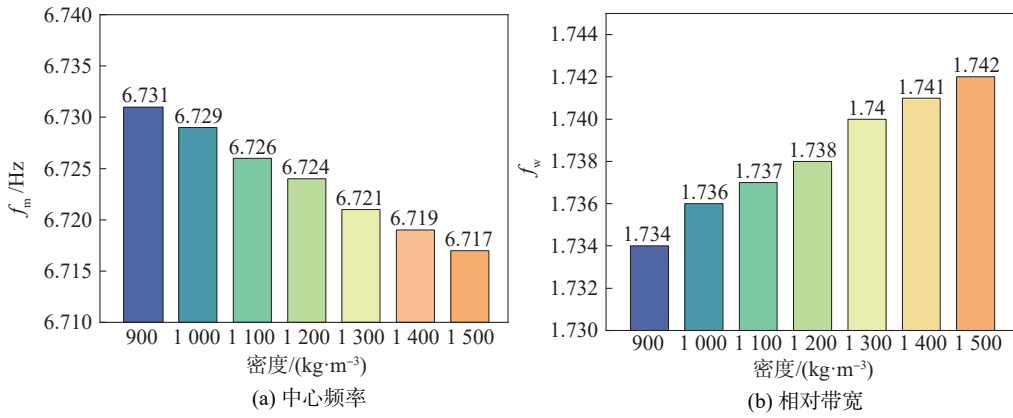


图 12 不同密度橡胶带隙变化

Fig. 12 Variations of the band gap for rubber with different densities

2.3 橡胶弹性模量对带隙的影响

对弹性模量为 $2 \times 10^5 \sim 1 \times 10^6$ Pa 的橡胶进行数值分析,不同弹性模量橡胶带隙变化如图 13 所示。

由图 13 可知,随着橡胶柱弹性模量的增加,内部

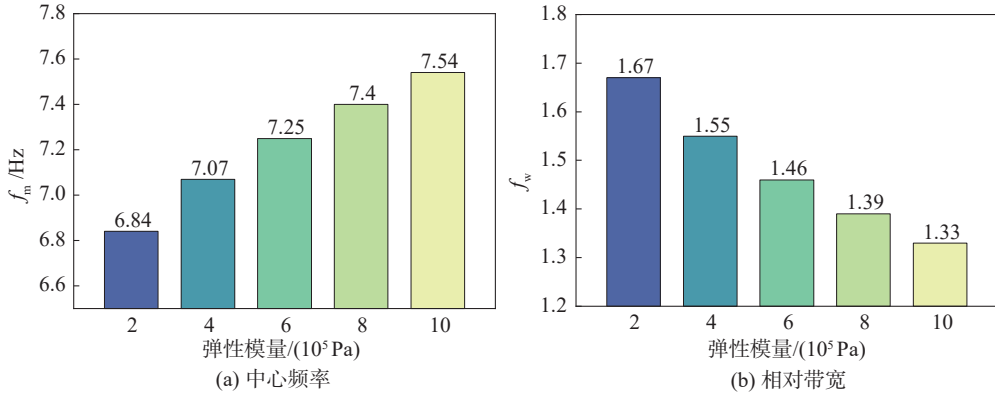


图 13 不同弹性模量橡胶带隙变化

Fig. 13 Variations of the band gap for rubber with different elastic modulus

3 分层土模拟

为了验证点振型埋地超材料在真实地质环境下的带隙大小及对弹性波的衰减效果,选择 6 种不同的土层进行模拟,各层土的参数如表 4 所示^[22]。

表 4 分层土壤材料参数

Tab. 4 Layered soil material parameters

土层	深度/m	密度/(kg·m ⁻³)	弹性模量/MPa	泊松比
1	1.6	1830	37	0.40
2	0.9	1839	44	0.40
3	6.5	1888	53	0.40
4	6.5	1898	141	0.45
5	10.0	1837	90	0.45
6	14.5	1847	155	0.45

根据表 4 的参数构建如图 14(a) 的单元模型。通过频散分析得到图 14(b) 所示的能带结构,带隙范围为 0.87~17.61 Hz,宽度为 16.74 Hz,比均匀土层宽度增

加了 5.04 Hz;在考虑分层土后,声锥线数值有所提高,从而拓宽了高频带隙,点振型埋地超材料在分层土情况下依然有较宽的带隙。

加了 5.04 Hz;在考虑分层土后,声锥线数值有所提高,从而拓宽了高频带隙,点振型埋地超材料在分层土情况下依然有较宽的带隙。

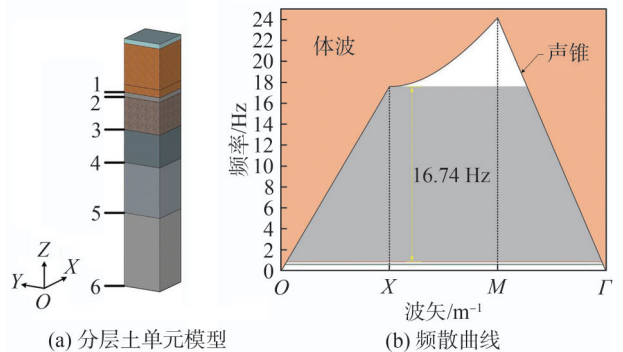


图 14 分层土单元模型及其频散曲线

Fig. 14 Dispersion curve and element model for layered soil element model and its dispersion curve

为了验证频散曲线的准确性及对弹性波的衰减效果,构建了如图 15(a) 所示的频域分析有限元模型,除在 X 方向排列 10 个单元结构以外,还考虑了沿 X 方

向排列 5 个单元屏障结构,并在垂直 Z 方向建立 4 行模型,形成 4×5 排列超屏障如图 15(b)所示。

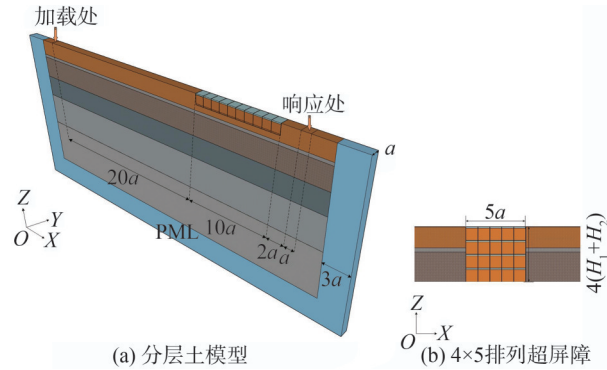


图 15 分层土频域分析模型

Fig. 15 Frequency domain analysis model of layered soil

分层土频率响应曲线如图 16 所示。从图 16 可以看出,在带隙范围内,线位移都有较好的衰减,对频率大于 4 Hz 的激励衰减效果更加明显,并且在设置 4×5 排列结构时对弹性波的衰减幅度更大。综上所述,点振型埋地超材料在土壤随着深度参数变化时,对低频的弹性波依然有较好的衰减效果,且合理变换单元排列方式会使衰减效果更好,为点振型埋地超材料的实际应用提供了依据。

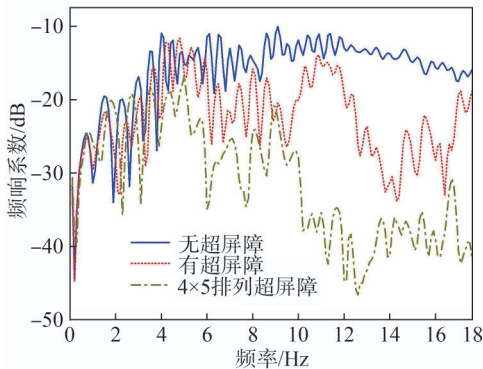


图 16 分层土频率响应曲线

Fig. 16 Frequency response curves of layered soil

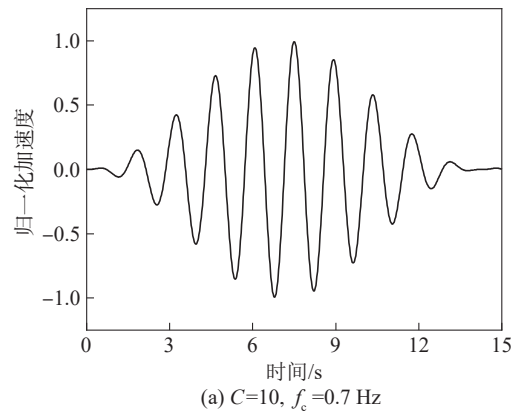
4 时程分析

4.1 人工波

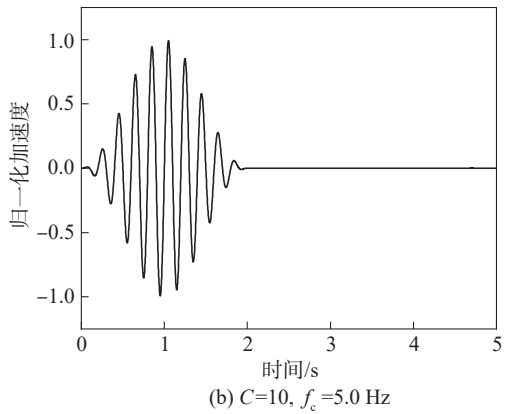
选取周期数等于 10,主频率分别为 0.7、5.0 和 8.0 Hz 的表面波进行时程分析,利用文献[9]的 Heaviside 阶跃函数对加速度幅值 A_{in} 进行归一化处理,归一化后的结果如图 17 所示。

$$A_{in} = \begin{cases} \frac{1}{A_{max}} \left(1 - \cos\left(\frac{2\pi f_c t}{C}\right) \right) \sin(2\pi f_c t), & 0 \leq t < \frac{C}{f_c}; \\ 0, & t \geq \frac{C}{f_c} \end{cases} \quad (12)$$

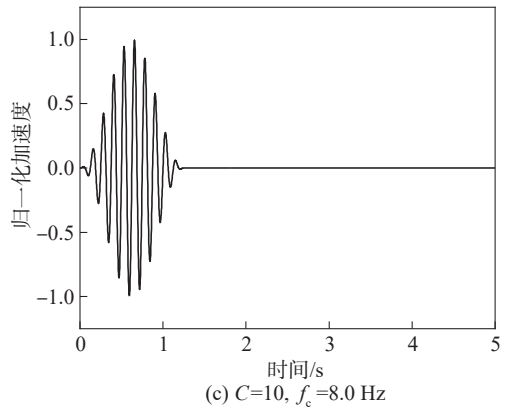
式中, C 为波周期数, A_{max} 为信号的最大振幅, f_c 为所施加脉冲的频率。



(a) $C=10, f_c=0.7$ Hz



(b) $C=10, f_c=5.0$ Hz



(c) $C=10, f_c=8.0$ Hz

图 17 归一化输入信号波

Fig. 17 Normalized input signal wave

有无超屏障响应处 Z 方向加速度时程如图 18 所示,通过对比有超屏障和无超屏障瞬态分析结果可知,当输入频率在带隙范围外 0.7 Hz 的信号波时,平均衰减效果达到 13% 左右,即使信号波的主频在带隙范围外,有超材料的结构依然比无超屏障的结构在响应处产生的加速度小,即超材料不会对带隙外的信号波有放大作用。当输入 5.0 Hz 的信号波时,平均衰减效果达到 65% 左右;当输入 8.0 Hz 的信号波时,平均衰减效果达到 96% 以上。由此,进一步验证了点振型埋地超材料对中心频率在带隙范围内的人工波加速度激励有较为理想的衰减效果。

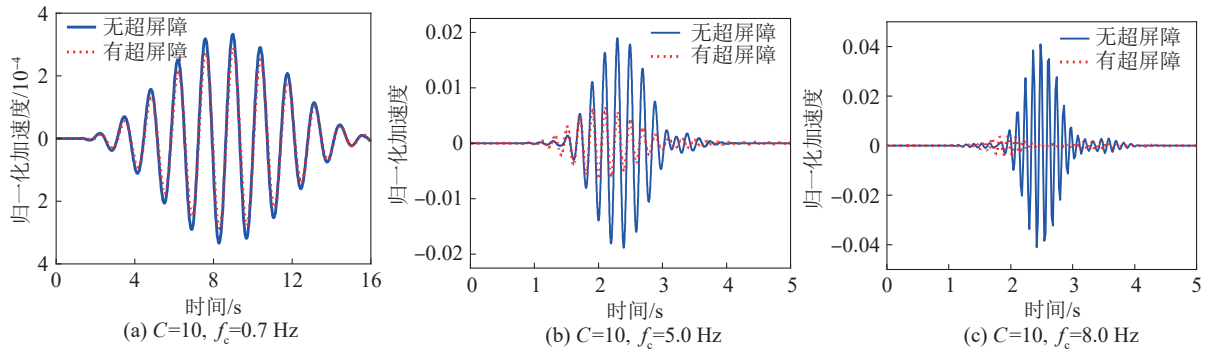


图18 有无超屏障响应处Z方向加速度时程

Fig. 18 Acceleration time history in Z direction with or without super-barrier response

4.2 地震波

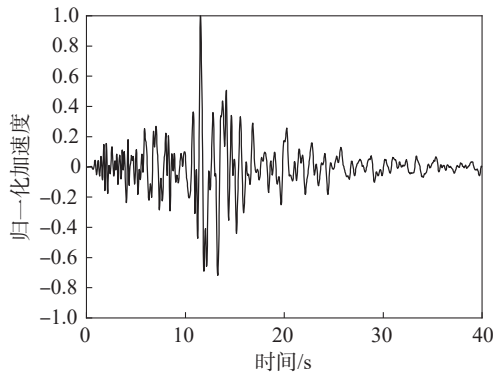
在PEER地震数据库中选取具有代表性的Imperial Valley地震波和El-Centro地震波并进行归一化处

理,2个地震波的持续时间、主频范围及频谱曲线幅值各不相同,如表5所示;地震波的时程曲线如图19(a)、20(a)所示,地震波的频谱曲线如图19(b)、20(b)所示。

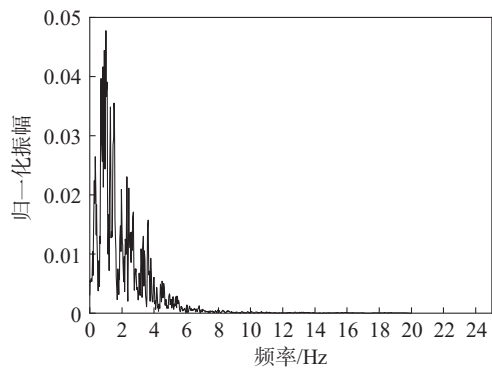
表5 地震波特征

Tab. 5 Seismic wave characteristics

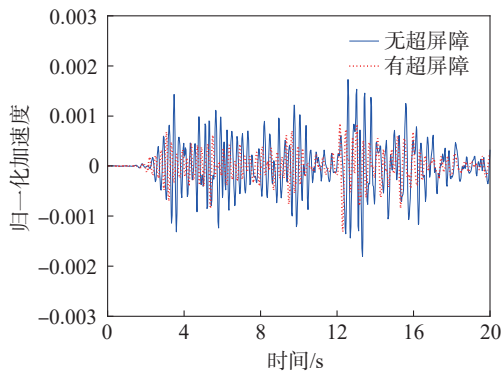
名称	持续时间/s	主频范围/Hz	幅值	X方向衰减效果/%	Z方向衰减效果/%
Imperial Valley	40	0~2	0.048	44	46
El-Centro	50	1~4	0.033	67	74



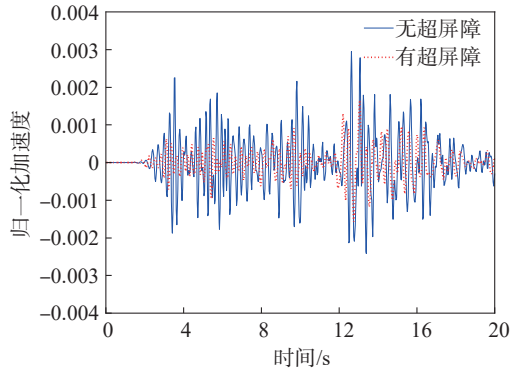
(a) Imperial Valley地震波时程曲线



(b) Imperial Valley地震波频谱曲线



(c) X方向加速度响应



(d) Z方向加速度响应

图19 Imperial Valley地震波和加速度响应

Fig. 19 Imperial Valley seismic wave and acceleration response

通过在加载处施加地震波激励,得到有屏障结构和无屏障结构在X、Z方向上的加速度响应,如图19(c)~(d)、20(c)~(d)和表5所示。对于持续时

间、主频范围及振幅幅值不同的地震波,只要其频率在带隙范围内,都能有较好的衰减效果,且随着主频的升高衰减效果越来越好。分析结果进一步证明了

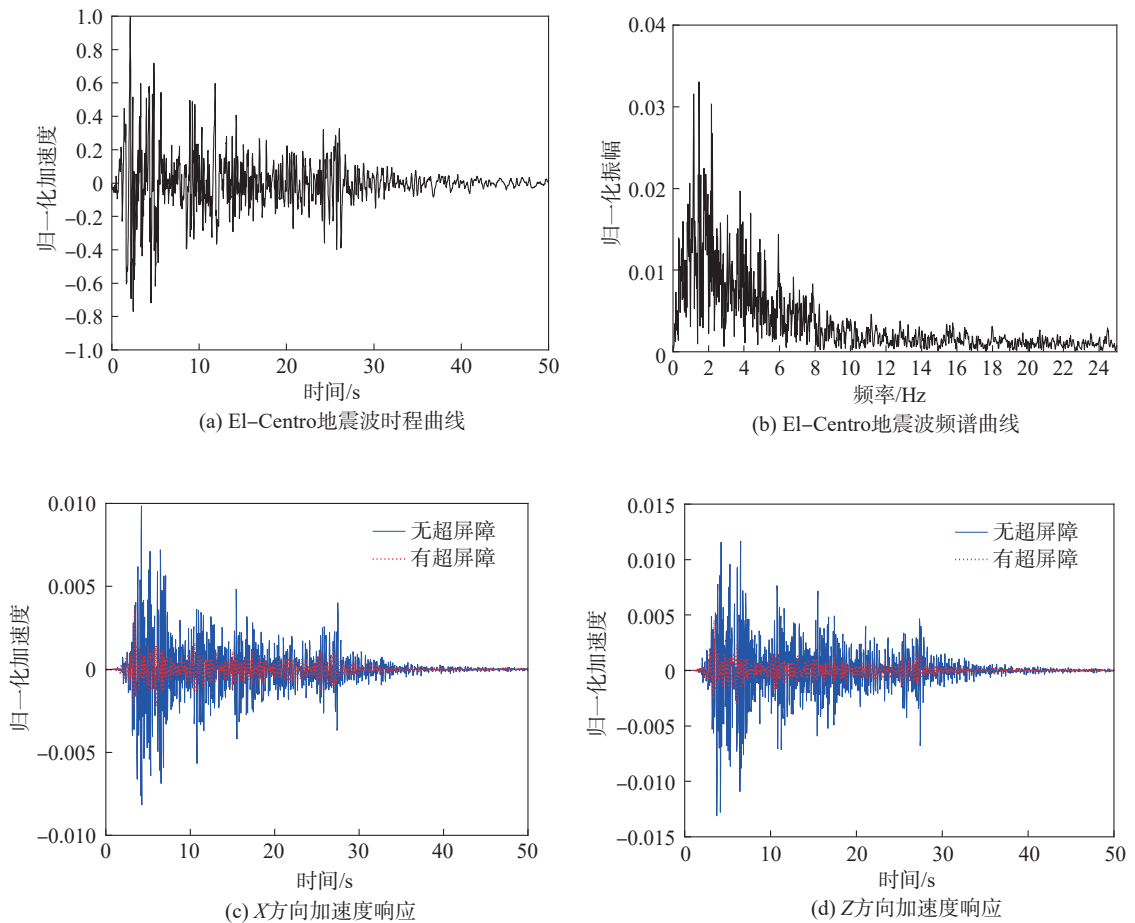


图 20 EI-Centro 地震波和加速度响应

Fig. 20 EI-Centro seismic wave and acceleration response

点振型埋地超材料对处于带隙范围内的地震波具有良好的衰减效果,有望应用于建筑减震。

从人工波和地震波的衰减结果可以看出,点振型超材料对 0~1 Hz 频率范围内的地震波衰减效果较差,通过降低带隙的起始频率可以优化这一问题,由第 1.2 节可知,带隙的起始频率 f 由结构的等效刚度及等效质量决定,因此可以在不影响结构稳定性的情况下,通过增加钢块的质量或降低橡胶柱的弹性模量来降低结构的起始频率。

5 结论

基于局域共振原理,提出了一种点振型埋地超材料,研究了超材料的滤波特性,得出如下结论:

1) 点振型埋地超材料可以产生低频带隙。超材料可以产生宽度为 11.70 Hz 的低频带隙,并且对带隙范围的 Rayleigh 波有较好的衰减效果,带隙的打开是由超材料的局域共振产生的;多层屏障并不能大幅度提高滤波效果,超材料屏障对斜入射波依然有很好的衰减。

2) 填入土壤、增大橡胶的密度及弹性模量,超材

料带隙变化幅度不大。填入 0~2 层土产生的带隙相差不大,填 3 层土时,依然满足对低频波的衰减,为保证超材料的稳定性,宜采用填入 1~3 层土;随着橡胶密度以及弹性模量的增大, f_m 、 f_w 的变化幅度不大,为保证橡胶与钢材之间的摩擦力及结构的稳定性,应在带隙影响不大的情况下选用摩擦系数以及弹性模量较大的橡胶。

3) 采用分层土时超材料仍有良好的带隙。点振型埋地超材料在分层土的环境下带隙宽度增加了 5.04 Hz,对带隙范围内的 Rayleigh 波依然具有良好的衰减效果。

4) 超材料对带隙内的人工波和地震波有较好的衰减效果。对中心频率为 0.7、5.0 和 8.0 Hz 的人工波加速度衰减了 13%、85% 和 96% 左右,对施加的 Imperial Valley、EI-Centro2 种地震波在 X 方向加速度分别衰减了 44%、67% 左右,在 Z 方向分别衰减了 46%、74% 左右。

参考文献:

- [1] Bilham R. Lessons from the Haiti earthquake[J]. Nature, 2010, 463(7283): 878-879.

- [2] Pei Weilai, Zhou Shiyong, Zhuang Jiancang, et al. Application and discussion of statistical seismology in probabilistic seismic hazard assessment studies[J]. *Science China Earth Sciences*, 2022, 65(2): 257–268.
- [3] Groudev P, Petrova P. Overview of the available information concerning seismic hazard for the Kozloduy NPP site [J]. *Progress in Nuclear Energy*, 2017, 97: 162–169.
- [4] Shi Zhifei, Huang Jiankun. Feasibility of reducing three-dimensional wave energy by introducing periodic foundations[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2013, 50: 204–212.
- [5] Shi Jianri, Dong Xinjun, Lin Youqin, et al. Experimental study on base isolation structure considering ssi effect under long-period earthquake[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2022, 30(4): 936–950. [施建日, 董昕珺, 林友勤, 等. 长周期地震动作用下考虑 SSI 效应基础隔震结构试验研究[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2022, 30(4): 936–950.]
- [6] Brûlé S, Javelaud E H, Enoch S, et al. Experiments on seismic metamaterials: Molding surface waves[J]. *Physical Review Letters*, 2014, 112(13): 133901.
- [7] Cenedese M, Belloni E, Braghin F. Interaction of Bragg scattering bandgaps and local resonators in mono-coupled periodic structures[J]. *Journal of Applied Physics*, 2021, 129(12): 124501.
- [8] Li J, Chan C T. Double-negative acoustic metamaterial[J]. *Physical Review E*, 2004, 70(5): 055602.
- [9] Zhao Chunfeng, Wang Yinzhi, Chu Fan, et al. Research on the isolation performance of cruciform gradient seismic metamaterial[J]. *Engineering Mechanics*, 2023, (3): 1–14. [赵春风, 王胤植, 楚凡, 等. 十字形梯度地震超材料带隙特性与隔震性能研究[J]. *工程力学*, 2023(3): 1–14.]
- [10] Palermo A, Krödel S, Marzani A, et al. Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6: 39356.
- [11] Zhao Chunfeng, Zeng Chao, Witarto W, et al. Isolation performance of a small modular reactor using 1D periodic foundation[J]. *Engineering Structures*, 2021, 244: 112825.
- [12] Colquitt D J, Colombi A, Craster R V, et al. Seismic metasurfaces: Sub-wavelength resonators and Rayleigh wave interaction[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2017, 99: 379–393.
- [13] Zhao Chunfeng, Zeng Chao, Witarto W, et al. Attenuation characteristics and isolation performance of one-dimensional periodic foundation[J]. *Journal of Building Structures*, 2020, 41(Supp2): 77–85. [赵春风, 曾超, Witarto W, 等. 一维周期性基础的衰减域特性与隔震性能研究[J]. *建筑结构学报*, 2020, 41(增刊2): 77–85.]
- [14] Xu Rui, Muzamil M, Fan Li, et al. Broadband seismic metamaterial with an improved cylinder by introducing plus-shaped structure[J]. *Europhysics Letters*, 2021, 133(3): 37001.
- [15] Bai Yongtao, Li Xiaolei, Zhou Xuhong, et al. Soil-expanded seismic metamaterial with ultralow and wide bandgap[J]. *Mechanics of Materials*, 2023, 180: 104601.
- [16] Chen Zhenyu, Wang Guifeng, Lim C W. Artificially engineered metaconcrete with wide bandgap for seismic surface wave manipulation[J]. *Engineering Structures*, 2023, 276: 115375.
- [17] Ni Anchen, Shi Zhifei. Broadband wave attenuation and topological transport in novel periodic pile barriers[J]. *Engineering Structures*, 2022, 262: 114378.
- [18] Liu Ze, Qin Kaiqiang, Yu Guilin. Partially embedded gradient metabarrier: Broadband shielding from seismic Rayleigh waves at ultralow frequencies[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2020, 146(5): 04020032.
- [19] Qin Kaiqiang, Liu Ze, Yu Guilin. Partially embedded barrier for broad band attenuation of surface waves in low frequencies[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Dynamics*, 2020, 40(2): 187–194. [秦凯强, 刘泽, 于桂兰. 具有低频超宽衰减域的部分埋入式表面波屏障[J]. *地震工程与工程振动*, 2020, 40(2): 187–194.]
- [20] Bloch F. Über die quantenmechanik der elektronen in kristallgittern[J]. *Zeitschrift Für Physik*, 1929, 52(7): 555–600.
- [21] Bilitewski T, Cooper N R. Scattering theory for floquet-Bloch states[J]. *Physical Review A*, 2015, 91(3): 033601.
- [22] Pu Xingbo, Shi Zhifei, Xiang Hongjun. Feasibility of ambient vibration screening by periodic geofoam-filled trenches[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, 104: 228–235.
- [23] Wang Wenjie, Ni Zhongbin, Chen Mingqing, et al. Effects of rubber types and SiC filler on rubber slip resistance[J]. *New Chemical Materials*, 2023, 51(5): 261–265. [汪文杰, 倪忠斌, 陈明清, 等. 橡胶种类及 SiC 填料对橡胶防滑性能的影响[J]. *化工新型材料*, 2023, 51(5): 261–265.]

Study on Band Gap Mechanism and Seismic Wave Attenuation Performance of Point-vibration Type Buried Metamaterials

ZHAO Chunfeng^{1,2}, GAO Zhiwei^{1,3}, WANG Yinzhi¹

(1. College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China;

2. Key Laboratory of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, Harbin 150080, China; 3. China Electronics System Engineering No.2 Construction Company Limited, Wuxi 214000, China)

Abstract:

Objective Earthquakes generate seismic waves that cause significant damage to buildings on the ground. At present, the metamaterial isolation barrier represents an emerging seismic reduction technology for building structures. However, existing research frequently encounters challenges such as excessive ground space requirements and limited band gaps in metamaterial isolation barriers. Therefore, this study proposes a buried point-vibration-type metamaterial encased in steel plates, with an internal structure composed of alternating steel blocks and rubber columns. The fundamental principle of seismic metamaterial isolation is to dissipate the energy of incoming seismic waves through local resonance, providing effective protection to buildings located within the barrier.

Methods The fundamental principle for calculating the dispersion relationship of periodic structures was derived from the theory of elastic waves. The band structure of the metamaterial and the mode shapes at specific points were calculated using the finite element method. The accuracy of the dispersion curve calculation method was validated by the simulation results of previous studies. A frequency-domain analysis model was developed, and displacement excitations in the frequency range of 0.1 to 20.0 Hz were applied at the excitation points. The frequency response curve was plotted using the transfer spectrum, and the filtering effect of the metamaterial barrier under 6.0 Hz excitation was analyzed based on the mode and displacement distribution. The filtering characteristics of multi-layer barriers on oblique incident waves were then calculated. Then, the optimal material parameters and number of buried layers were determined through parameter analysis by filling various layers of soil and rubber with different densities and elastic moduli inside the metamaterial structure. A model consisting of 6 layers of soil and metamaterials with different parameters was constructed to calculate the band gap and frequency response curve of metamaterials under layered soil conditions, considering the gradual variation of soil parameters with depth in real scenarios. In addition, the arrangement of the metamaterial structure in a 4×5 array was examined to enhance the attenuation effect of elastic waves. Finally, artificial sine waves with a wave period of 10 and center frequencies of 0.7, 5.0, and 8.0 Hz were constructed using the Heaviside step function. The 0.7 Hz sine wave was outside the band gap, while the 5.0 and 8.0 Hz sine waves were inside the band gap. Representative seismic waves were selected from the Peer ground motion database to simulate the filtering effect of metamaterials when encountering actual seismic waves.

Results and Discussions The results demonstrated that metamaterials generated a wide low-frequency band gap, with a band gap range of 0.87~12.57 Hz and a band gap width of 11.70 Hz. The mechanism behind the formation and closure of the gap was analyzed using the mode theory of specific points on the band structure, revealing that the gap was formed through the local resonance of the structure. The displacements at the response points were computed under three conditions: no super barrier, a 10-element structure, and a 20-element structure, and the frequency response curves were plotted based on the transfer spectrum. The results showed that the attenuation range of the frequency response curve was consistent with the gap, verifying the accuracy of deriving the gap from the dispersion curve. The displacement field and displacement distribution diagrams under 6.0 Hz excitation indicated that the displacement minimally decreases after the elastic wave passes through without the metamaterial barrier. However, the displacement significantly decreases with the addition of the metamaterial barrier, confirming the filtering effect of the metamaterial barrier. The metamaterial barrier also provided strong attenuation for oblique incident waves. As the number of soil layers increases, the midpoint frequency (f_m) gradually increases, and the relative band gap width (f_w) reduces, shifting the gap toward higher frequencies with a smaller bandwidth. Similarly, an increase in rubber density led to a gradual decrease in f_m and a gradual increase in f_w , resulting in lower frequencies with a larger bandwidth in the gap. In addition, an increase in rubber elastic modulus causes a gradual increase in f_m and a gradual decrease in f_w , shifting the gap toward higher frequencies with a smaller bandwidth. Under stratified soil conditions, the structure generated a gap with a range of 0.87~17.61 Hz and a width of 16.74 Hz, which was 5.04 Hz wider than the gap width of uniform soil layers. The frequency response curve showed a significantly enhanced attenuation effect of the metamaterial barrier with a 4×5 array structure. When an artificial sine wave with a frequency outside the gap range of 0.7 Hz was input, the average attenuation effect reached about 13%. Even when the main frequency of the signal wave was outside the gap range, the metamaterial barrier still produced a smaller acceleration at the response point compared to the structure without the super barrier, indicating that the metamaterial did not amplify the signal wave outside the gap. In addition, when

5.0 and 8.0 Hz artificial sine waves were input, the average attenuation effect reached about 65% and exceeded 96%, respectively. The accelerations of two seismic waves (Imperial Valley and El-Centro) were attenuated by about 46% and 74% in the Z direction.

Conclusions The structure with a metamaterial barrier possesses a broad low-frequency band gap generated through local resonance. The metamaterial demonstrates effective attenuation of elastic waves within the gap range, and the barriers retain strong attenuation capability even for oblique incident waves. It is recommended to utilize metamaterial barriers with one, two, or three layers of buried soil to ensure structural stability. Employing rubber with a higher friction coefficient helps minimize the impact on the gap while maintaining other parameters constant, whereas the use of rubber with a higher elastic modulus still preserves a favorable gap range. The gap width in stratified soil conditions increases, making the metamaterial barrier more suitable for practical applications. A 4×5 array or similar arrangement structures are recommended to enhance the attenuation effect. The metamaterial barrier effectively attenuates sine waves with frequencies within the gap without producing adverse effects on sine waves with frequencies outside the gap. It also demonstrates effective attenuation of recorded seismic waves and verifies the capacity to absorb low-frequency seismic wave energy. The findings presented in this study can provide valuable references for the practical application of seismic metamaterials and the design of vibration isolation structures with broader band gaps, stronger feasibility, and improved stability.

Key words: seismic waves; metamaterials; band gap; local resonance

(编辑 张 琼)

引用格式: Zhao Chunfeng, Gao Zhiwei, Wang Yinzi. Study on band gap mechanism and seismic wave attenuation performance of point-vibration type buried metamaterials[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2025, 57(5): 179–191. [赵春风, 高志伟, 王胤植. 点振型埋地超材料带隙机理及地震波衰减性能研究[J]. *工程科学与技术*, 2025, 57(5): 179–191.]