

• 土木工程 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202301058



本刊网刊

多自应力模态张拉整体结构质量优化研究

冯晓东^{1,2}, 姜晓峰¹, 郑亦汶^{1*}, 吕 辉³, 陆金钰⁴

(1. 绍兴文理学院 土木工程学院, 浙江 绍兴 312000; 2. 浙江大学 建筑工程学院, 浙江 杭州 310058;
3. 南昌航空大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330000; 4. 东南大学 土木工程学院, 江苏 南京 211189)

摘要:为实现对复杂多自应力模态张拉整体结构的轻量化设计,提出一种两阶段的质量优化方法:第1阶段,根据张拉整体结构找形理论,利用L2范数表征结构的几何对称性,寻找结构整体可行的预应力分布;第2阶段,先进行预应力分布相似判别,通过相似转换策略(STS)扩大种群搜索范围,继而,以结构在满应力状态下的最小质量作为目标函数,以拉索的屈服和压杆的屈服及屈曲为约束条件,建立结构质量最小化的约束优化模型,并对分析量子天牛须搜索算法(QBSA)、量子进化算法(QEA)和天牛须搜索算法(BASA)在找寻最优的多自应力模态组合系数中的效果,从而实现结构体系轻量化设计的目的。为更精准地对比不同预应力水平对结构质量优化的影响,采用调整预应力水平(APL)的方式确保所有比较对象的最大节点位移相等。最后,以空间四向张拉整体平板结构、不同环向区域份数与径向圈数的张拉整体环形结构和拼接组装的张拉整体三棱柱平板结构3种不同类型的结构为例,结合APL和STS两种策略,以寻找更轻的结构质量,从而验证算法的有效性及其普适性。研究结果表明,量子天牛须搜索算法兼具较强的局部寻优能力与全局寻优能力,且植入的APL和STS两种策略可有效提升算法的优化效果。此外,对于拼接而成的复杂张拉整体结构,所提方法可找到比拼接预应力更优的预应力分布形式。

关键词:张拉整体;轻量化设计;多自应力模态;预应力水平;预应力分布

中图分类号:TU394

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2025)06-0152-11

张拉整体结构是一类由离散的受压杆件与连续的拉索组成的稳定自平衡空间结构体系^[1]。构件单元之间合理的预应力为结构提供了初始刚度并确保体系的稳定性。此类结构凭借其轻质、美观、可展等特点,已在建筑结构^[2-4]、软体机器人^[5-7]、航空航天^[8-9]和超材料^[10-12]等领域被广泛应用。由于张拉整体结构是一种典型的柔性结构,受力明确(拉压分离),其比常规的结构体系具有更大的强度质量比。因此,在上述研究领域中,设计者致力于寻求使结构体系轻量化的策略,以求进一步降低结构的质量,从而充分发挥其轻质高效的特点。

国外学者关于张拉整体结构质量优化的研究较多:Skelton等^[13-14]针对张拉整体人形桥,提出荷载作用下最小化质量的方法,并对不同设计参数条件下的最优结构拓扑开展了对比;Nagase等^[15]提供了一种利用棱柱单胞构造张拉整体柱的方法,并获得了不同设

计参数条件下张拉整体柱在屈服和屈曲应力约束下的最小质量;Fraddosio等^[16]分析了不同V形张拉整体单胞的自应力模态,对在屈服和屈曲应力约束下的自平衡张拉整体结构开展了质量优化研究;Ma等^[17]采用刚度矩阵伪逆法求解结构的欠定平衡方程,并提出了在屈服、屈曲和全局稳定性约束下的环形张拉整体结构的最小质量优化模型;Goyal等^[18]评估了张拉整体结构在外力和预应力作用下的整体稳定性,并通过调整结构的形状和拓扑,给出结构轻量化的方案。国内学者在该领域也开展了类似研究:陈联盟等^[19]提出一种优化张拉整体结构自应力模态的方法,并以重量最轻为优化目标对构件截面进行优化设计;罗阿妮等^[20]以外荷载作用下的圆柱形张拉整体结构为研究对象,根据构件质量和材料失效模式的关系,提出以构件力密度、横截面积作为设计变量,采用线性规划法

收稿日期:2023-12-23 修回日期:2024-05-20 网络出版日期:2024-05-28

基金项目:国家自然科学基金面上项目(52478189)

作者简介:冯晓东(1987—),男,教授.研究方向:空间结构和智能结构. E-mail: xiaodong.feng@hhu.edu.cn

*通信作者:郑亦汶,讲师, E-mail: zhengyiwen@usx.edu.cn

此时,若 τ 内数值的所有元素均大于0,则表明所得的力密度 q 满足预设的拉压关系。

η 为 τ 内数值小于0的所有元素,其表达式为:

$$\eta = [\eta_1 \quad \eta_2 \quad \cdots \quad \eta_\beta]^T \quad (10)$$

式中, β 为列向量 τ 内数值小于0的元素个数。

第1阶段的目标函数 O_{bjv_1} 可设计为:

$$O_{bjv_1} = \min \left(\left(\beta + \left| \sum_{i=1}^{\beta} \eta_i \right| \right) \times 10^5 \right) \quad (11)$$

O_{bjv_1} 的值越小,则适应度越高,天牛种群越容易往该方向前进。优化迭代直至 O_{bjv_1} 等于0,表示当前预应力分布为整体可行预应力分布。

2.2 第2阶段目标函数

对于在自重和外荷载作用下的结构,可采用齿行法^[28]计算出每组整体可行预应力分布对应的结构在满应力状态下的截面尺寸和质量。因此,在第2阶段中采用齿行法,实现满应力状态下张拉整体结构的质量优化。

第2阶段的质量优化约束优化模型如下:

$$O_{bjv_2} = \min m = \sum_{i=1}^n \rho A_i l_i \quad (12)$$

式中, n 为构件数量, A_i 为第 i 根构件的截面面积, l_i 为第 i 根构件的长度, ρ 为材料密度。

约束条件为:

$$\begin{cases} \sigma_i \leq [\sigma_i], i = 1, 2, \dots, n; \\ A_{\min} \leq A_i \leq A_{\max}, i = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (13)$$

式中, σ_i 、 $[\sigma_i]$ 分别为第 i 根构件的应力和允许应力, A_{\min} 、 A_{\max} 分别为杆件截面积的上限和下限。

第 i 根压杆、拉索的允许应力 $[\sigma_i]_{\text{sturt}}$ 、 $[\sigma_i]_{\text{cable}}$ 和第 i 根压杆的欧拉临界应力(压杆的屈曲应力) $\sigma_{i,2}$ 计算式分别为:

$$[\sigma_i]_{\text{sturt}} = \min(\sigma_{i,1}, \sigma_{i,2}) \quad (14)$$

$$[\sigma_i]_{\text{cable}} = \sigma_{i,1} \quad (15)$$

$$\sigma_{i,2} = \frac{\pi^2 E_i I_i}{A_i l_i^2} \quad (16)$$

式(14)~(16)中, $\sigma_{i,1}$ 为构件的屈服应力, E_i 为第 i 根构件的弹性模量, I_i 为第 i 根构件的截面惯性矩。

2.3 相似转化策略

由于多自应力模态张拉整体结构需模态组合的特性,在预应力分布优化过程会频繁找到相似预应力分布的情况,这些分布对应的结构在优化后的质量相差非常小。为实现在有限代数内找到更轻的结构的目的,本文提出一种相似转化策略。

值得注意的是,经第1阶段优化后找到的各组力密度 q 往往不处于同一量级,为避免不同量级对相似性判断带来影响,需对其进行归一化处理:

$$q_0 = \frac{q}{\sum_{i=1}^b |q_i|}, i = 1, 2, \dots, b \quad (17)$$

在每次完成第2阶段的计算后,将此次计算的力密度 q_0 存入当前对照矩阵中的列向量 Q ,此后每当进行第2阶段计算前都需要对比力密度 q_0 与 Q 中所有向量的相似度,仅满足式(18)的 q_0 才能进入第2阶段的计算。

$$\theta = 1 - \frac{\sum_{i=1}^b q_{0i} \sum_{i=1}^b Q_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^b q_{0i}^2} \sqrt{\sum_{i=1}^b Q_i^2}} < 10^{-2} \quad (18)$$

式中: θ 为余弦相似度, $\theta \in [-2, 0]$,越接近0表示两向量越相似,反之越不相似; q_{0i} 为 q_0 的第 i 个元素; Q_i 为 Q 的第 i 个元素。

若相似度过高,不满足式(18),则随机转化该个体的收敛方向,重新进行迭代。

本文的算法流程如图1所示。

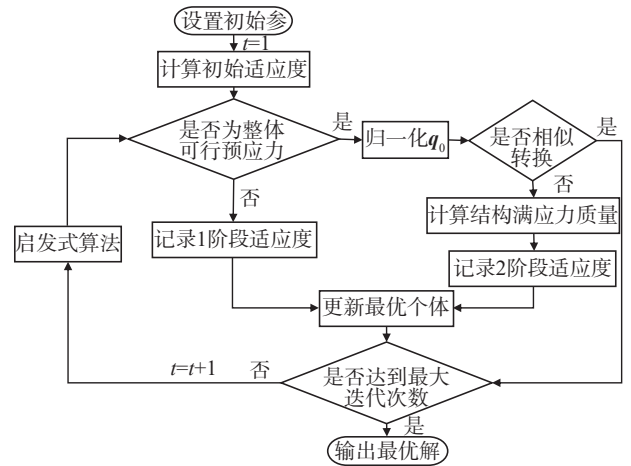


图1 算法流程

Fig. 1 Flowchart of the proposed algorithm

3 四向张拉整体平板结构的轻量化设计

3.1 相同预应力水平下的质量优化

考虑一个由82个节点、96个杆和217根索组成的四向张拉整体平板结构。四向张拉整体平板如图2所示,结构的跨度为18 m,网格尺寸为3 m。四向张拉整体平板构件分组方案如图3所示,该结构利用L2范数可分为45组构件,为直观地展示具体的分组情况,取结构几何对称的1/8,并将网格划分为4个部分:上层拉索(图3(c))、上下层连接拉索(图3(d))、下层拉索(图3(e))和压杆(图3(f))。图3中,数字为节点坐标编号,

括号中的数字为结构分组编号。

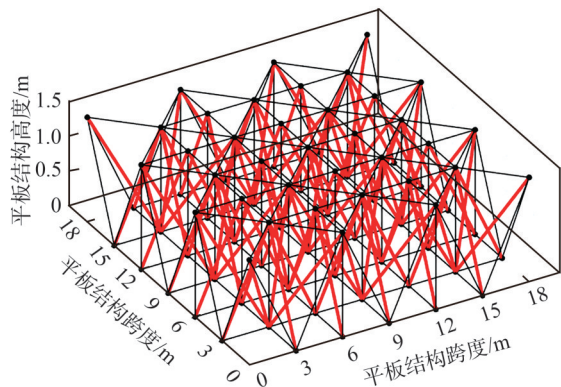


图 2 四向张拉整体平板

Fig. 2 Four-way tensegrity plate

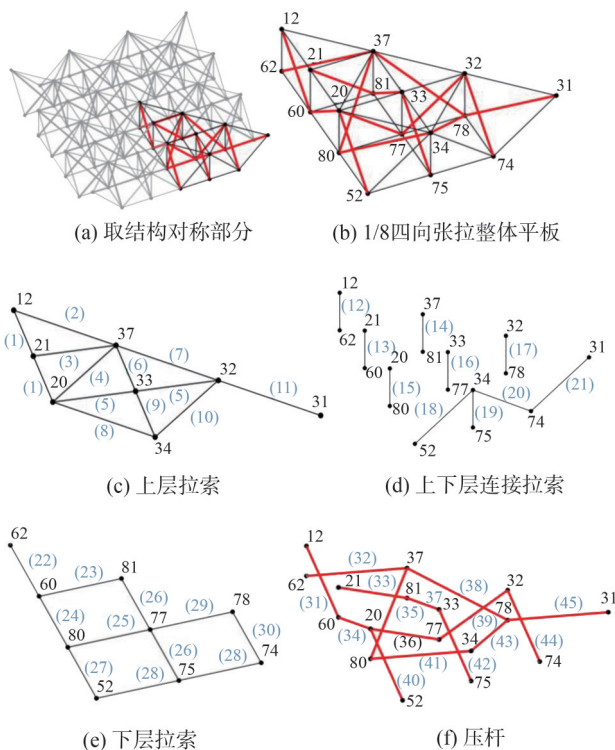


图 3 四向张拉整体平板构件分组方案

Fig. 3 Grouping scheme of the four-way tensegrity plate

设拉索和压杆的弹性模量分别设置为 $E_c=1.95 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ 和 $E_s=2.06 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ 。索的设计强度为 $\sigma_c=5.58 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ ，杆的设计强度为 $\sigma_s=2.15 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$ 。杆的直径上限为 0.20 m，直径下限为 0.05 m，结构采用 4 点支撑，支座采用三向固定铰支座，结构承受 1.0 kN/m^2 的竖向均布荷载。

设置 3 种不同启发式算法(量子天牛须搜索算法、量子进化算法和天牛须搜索算法)的种群个数均为 100，最大迭代数均为 250，步长衰减系数均为 0.95。3 种方法对四向张拉整体平板结构的优化迭代过程如图 4 所示，其优化结果如表 1 所示。

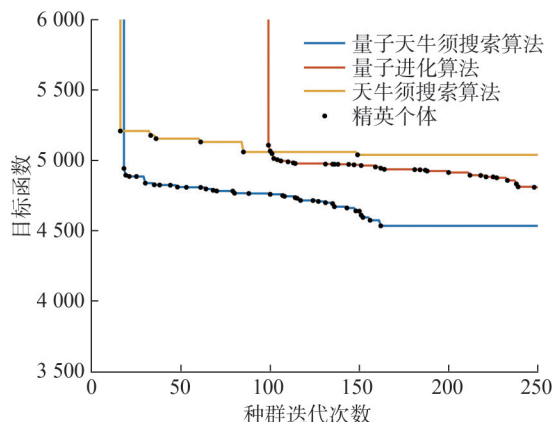


图 4 四向张拉整体平板结构的优化迭代过程

Fig. 4 Optimization iterative process of the four-way tensegrity plate

表 1 四向张拉整体平板结构的优化结果

Tab. 1 Optimization results of the four-way tensegrity plate

启发式算法	精英个体数	质量/kg	优化率/%
量子天牛须搜索算法	35	4 534	8.05
量子进化算法	33	4 808	5.85
天牛须搜索算法	6	5 039	3.24

一方面,由图 4 可知,根据式(11)中惩罚系数的设定,第 1 阶段的目标函数值会远大于第 2 阶段的目标函数,故在目标函数骤降前算法处于找寻整体可行预应力分布的第 1 阶段,随即进入第 2 阶段的质量优化。显然量子天牛须搜索算法和天牛须搜索算法在第 1 阶段所需的迭代次数均比量子进化算法更少,表明这两种方法在执行第 1 阶段时均具备较高的优化效率和较强的局部寻优能力。

另一方面,图 4 的 250 代种群迭代中,3 种启发式算法分别经历了 35、33 和 6 次有效优化,可视为当前种群中的精英个体。精英个体数量代表算法找到局部最优解的次数,其数量越多表明算法越不容易陷入局部最优解。由表 1 可知,量子天牛须搜索算法较量子进化算法而言有更好的全局寻优能力,而后者则优于天牛须搜索算法。

由此可见,量子天牛须搜索算法结合了另外两种算法的优点,其在保留较高局部寻优能力的同时具备了更强的全局搜索能力。

进一步对量子天牛须搜索算法中的精英个体进行深入分析,精英个体对应的结构质量和最大节点位移如图 5 所示。由图 5 可知,随着预应力分布的不断优化,精英个体对应的结构质量在不断下降,与此同时最大的节点位移出现波动(最大位移点在 52、62 节点间变化)。结果表明,对预应力分布的优化可以很大程

度上改善结构的整体受力状态,从而影响结构的最终质量与位移。

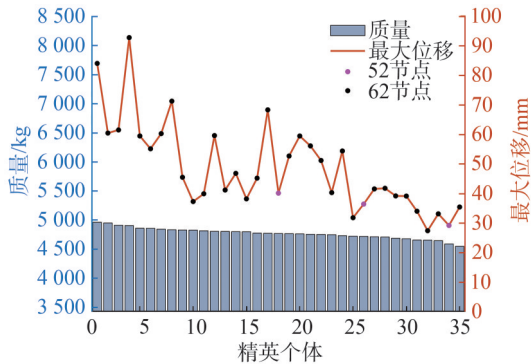


图5 精英个体对应的结构质量和最大节点位移

Fig. 5 Corresponding structural mass and maximum nodal displacement of the elite individuals

3.2 预应力水平的调节

图5中出现部分精英个体对应的结构质量和最大节点位移,未同时达到最佳设计现象(例如,图5中第35代精英个体对应的结构质量最轻,但最大节点位移的最小值却出现在第32代)。由此表明,存在未对预应力分布进行充分优化的情况。为更精准地分析预应力分布对结构轻量化设计的影响,需要明确预应力水平在质量优化过程中的作用。

图4中量子天牛须搜索算法优化后的四向张拉整体平板结构在不同预应力水平作用下的结构质量与最大节点位移,预应力水平与最大节点位移和结构质量关系如图6所示。由图6可知:结构质量随预应力水平的增大而增大,这是由于结构内力会随预应力水平的增大而增加,在满应力状态下的构件截面会增大,使得整体结构质量变大;节点的最大位移随预应力水平的增大而减小,这是因为预应力水平的提高增强了结构的刚度,从而增强了结构抵抗外部荷载的能力。

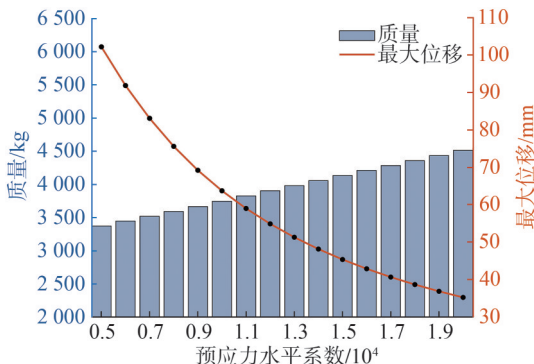


图6 预应力水平与最大节点位移和结构质量关系

Fig. 6 Relationship of the prestress level between the maximum nodal displacement and structural mass

基于上述考虑,可采用预应力水平调节的方式以确保在荷载作用下不同预应力分布的结构具有相同的最大节点位移,以便于分析不同预应力分布对结构

质量优化的影响。

四向张拉整体平板在图5的35组预应力分布下(确保具有相同最大节点位移,可根据需求进行调整,本文统一最大位移为50 mm)计算得到的结果,精英个体对应的结构质量与最大节点位移如图7所示。由图7可知,通过APL能精准地控制结构的最大节点位移,且相较于图5,结构的最大节点位移编号均没有发生改变,但优化后的结构质量有较大区别。具体而言,节点的最大位移越接近50 mm,经过预应力水平调节后结构的质量与调节前的差值越小,反之,其差值越大。此外,经预应力水平调节后,结构最小质量对应的精英个体由调节前的第35代变更为第32代。

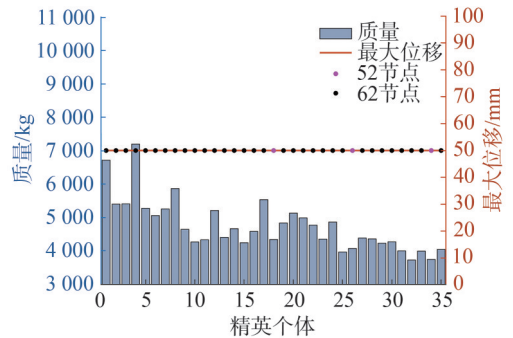


图7 精英个体对应的结构质量与最大节点位移(植入APL)

Fig. 7 Corresponding structural mass and maximum nodal displacement of the elite individuals (with the inserting of APL)

植入APL后采用3种启发式算法得到质量优化结果,植入APL的四向张拉整体平板优化迭代过程如图8所示,其优化结果如表2所示。对比图4、8可知,3种算法在植入APL后,结构优化后的质量更轻,均获得了更佳优化效果。与此同时,量子天牛须搜索算法展示出了与图4类似的优势,即兼具了天牛须搜索算法与量子进化算法的特点,获得了最佳的优化结果。鉴于此,第4、5节将执行该方法进行结构轻量化设计。

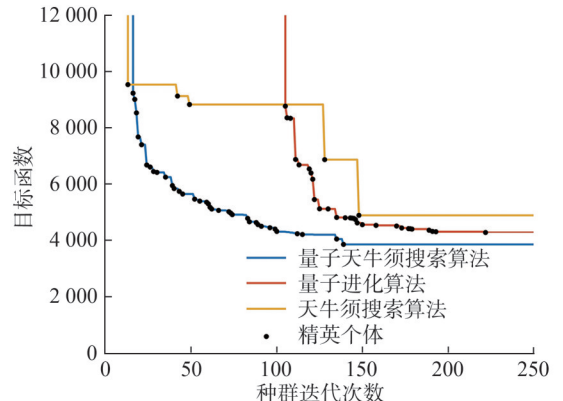


图8 植入APL的四向张拉整体平板优化迭代过程

Fig. 8 Optimization iterative process of four-way tensegrity plate with the inserting of APL

表 2 四向张拉整体平板结构的优化结果

启发式算法	精英个体数	质量/kg	优化率/%
量子天牛须搜索算法	36	3 790	58.95
量子进化算法	30	4 280	51.21
天牛须搜索算法	5	4 889	48.73

4 张拉整体环形结构的轻量化设计

对具有不同环向区域份数 k_n 与径向圈数 n_x 的张拉整体环形结构进行轻量化设计。该环形结构是由三角形单胞组合而成(每个单胞自身并不独立成形)的多自应力模态张拉整体结构。将重点分析不同几何参数对该结构质量优化结果的影响。采用 3 种方案开展对比研究:同时植入 APL 与 STS(方案 1)、植入 APL、不执行 STS(方案 2)及植入 STS、不执行 APL(方案 3)。

张拉整体环形结构如图 9 所示,一个径向圈数 n_x 为 3、环向区域份数 k_n 为 8 的环形结构,其直径为 25.75 m,高度为 6.00 m。张拉整体环形结构构件分组方

案如图 10 所示,利用 L2 范数可将 384 根构件分为 57 组,为了直观地展示具体的分组情况,取结构几何对称的 1/8,并将网格分为 4 个部分:上层拉索(图 10(c))、上下层连接拉索(图 10(d))、下层拉索(图 10(e))和压杆(图 10(f))。图 10 中,数字为节点坐标编号,括号中的数字为结构分组编号。根据式(1)可得 $s=102$,采用范数分组法可将结构的自应力模态从 102 降低至 16。结构周围支座采用三向固定铰支座,结构及算法基本参数设置同第 3 节。

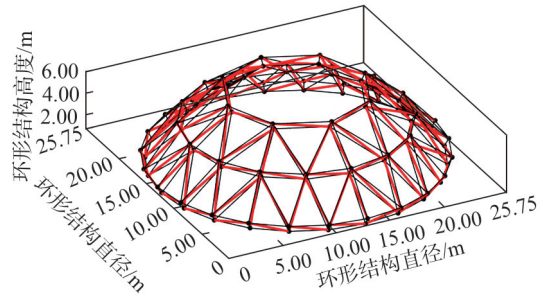


图 9 张拉整体环形结构

Fig. 9 Tensegrity torus structure

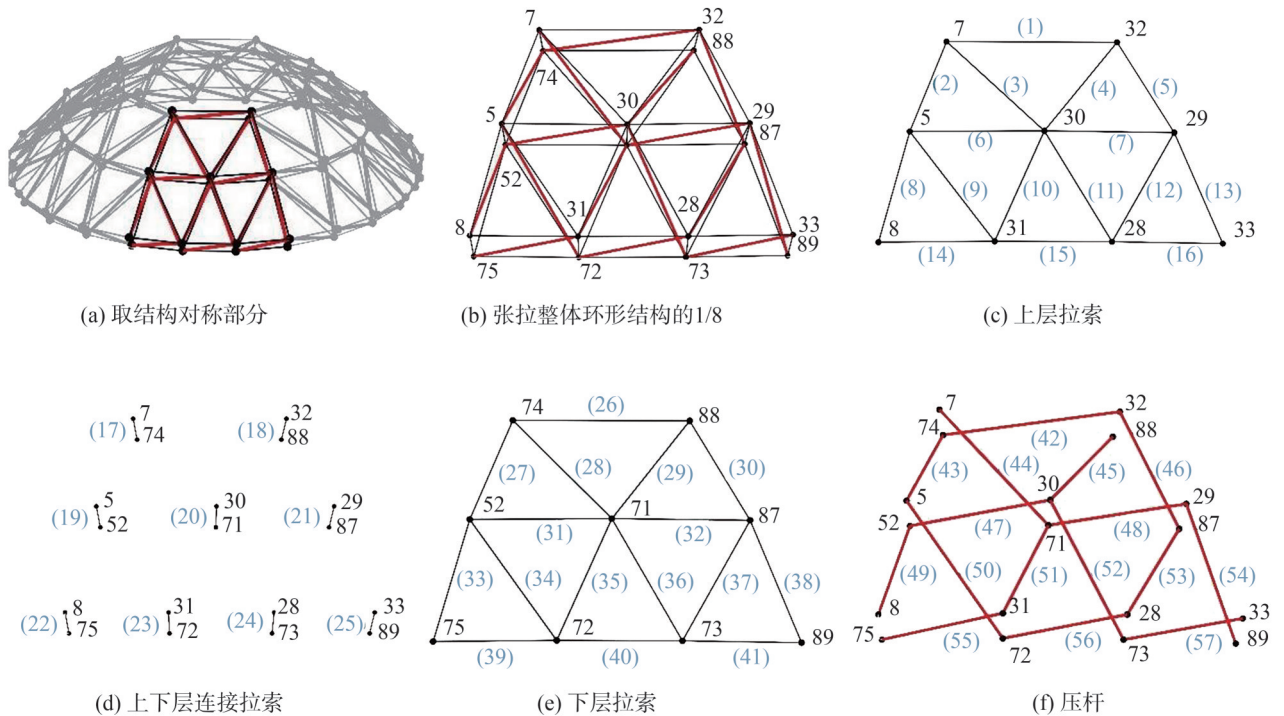


图 10 张拉整体环形结构构件分组方案

Fig. 10 Grouping scheme of the tensegrity torus structure

采用 3 种方案的张拉整体环形结构优化迭代过程如图 11 所示。由图 11 可知,3 种方案在第 10 代前均处于第 1 阶段,从第 11 代开始启动第 2 阶段的优化。方案 2 不执行 STS,在迭代过程中极易找到相似的预应力分布,使寻优过程中结构的质量差异不明显,从而导致算法优化效果不佳。类似地,方案 3 不执行

APL,结构的预应力水平系数始终保持一致,导致不同预应力分布下结构的质量差距接近,优化效果也较差。此外,方案 1 因同时植入了 STS 和 APL,避免了出现以上问题,优化效果最佳,最终所得质量为 6 564 kg,优化率达 35%。不同径向圈数 n_x 对环形结构质量优化的影响如表 3 所示。

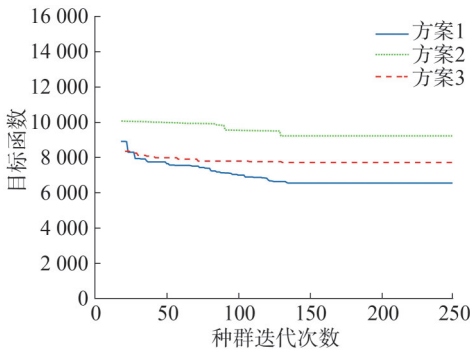


图 11 张拉整体环形结构优化迭代过程

Fig. 11 Optimization iterative process of tensegrity torus structure

环向区域份数 k_n 为 8, 不同径向圈数 n_x 的张拉整体环形结构如图 12 所示, 最终结果如表 3 所示。结果表明, 随着 n_x 的增大, 模态数 s 、构件分组数 h 也随之变大。优化后结构的质量随着 n_x 的增大呈现出先降后升的趋势。其主要原因是 n_x 的增加能降低节点的最大位移, 为满足不同结构具有相同最大节点位移的限定条件, 预应力水平会随着 n_x 增大而降低, 构件内力减小, 使优化后的结构质量降低。当 n_x 继续增大后, 构件内力进一步降低, 截面的尺寸也将随之变小, 但由于存在最小截面的约束条件, 部分构件的面积无法进一步减小, 最终优化后的质量呈现反向上升趋势。

表 3 不同 n_x 对环形结构质量优化的影响

Tab. 3 Effects of different n_x on mass optimization of tensegrity torus structure

n_x	s	h	方案 1		方案 2		方案 3	
			质量/kg	优化率/%	质量/kg	优化率/%	质量/kg	优化率/%
3	102	57	6 564	35.00	9 232	8.02	7 729	10.39
4	206	98	6 073	40.67	7 953	13.28	6 535	18.45
5	342	149	6 548	41.72	8 769	13.84	7 386	19.36
6	510	173	7 405	38.92	10 912	12.35	8 546	15.89

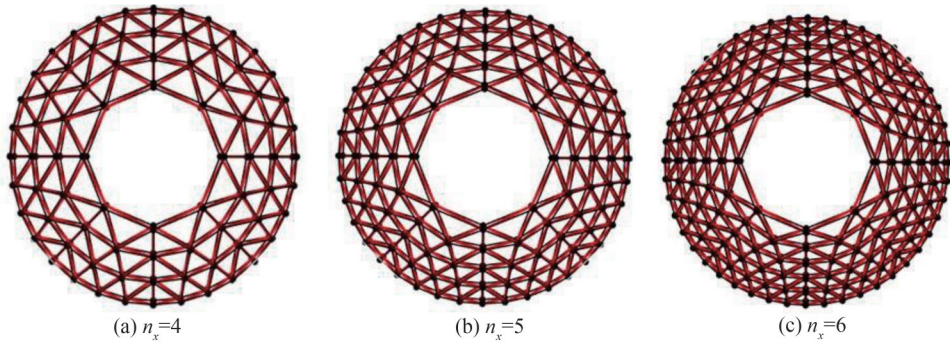


图 12 不同 n_x 的张拉整体环形结构 ($k_n=8$)

Fig. 12 Tensegrity torus structure with different n_x ($k_n=8$)

当 n_x 为 3 时, 不同环向区域份数 k_n 的张拉整体环形结构如图 13 所示, 优化后的最终结果如表 4 所示。 n_x 增大的情况相似, k_n 的增大也会使结构的态数 s 随着构件数的增加而变大, 但由于结构的对称性, 构件分组数 h 值始终保持不变。优化后的结构

质量随着 k_n 的增加呈现持续上升的趋势。这是由于 k_n 的增加使最大位移所在节点附近的构件数量增多, 导致结构自重和最大位移增大, 最终随着构件总数的增加, 出现优化后结构质量不断增大的结果。

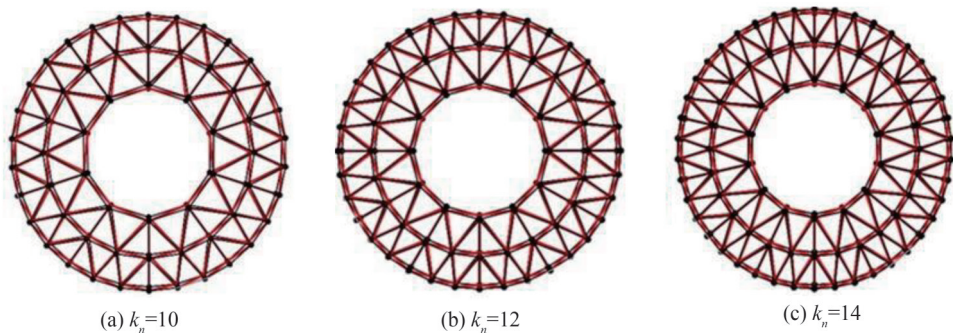


图 13 不同 k_n 的张拉整体环形结构 ($n_x=3$)

Fig. 13 Tensegrity torus structure with different k_n ($n_x=3$)

表 4 不同 k_n 对环形结构质量优化的影响

Tab. 4 Effects of different k_n on mass optimization of tensegrity torus structure

k_n	s	h	方案 1		方案 2		方案 3	
			质量/kg	优化率/%	质量/kg	优化率/%	质量/kg	优化率/%
8	102	57	6 564	35.00	9 232	8.02	7 729	10.39
10	126	57	7 189	41.62	9 604	13.64	8 034	19.15
12	150	57	7 595	36.32	11 065	9.18	8 835	14.61
14	174	57	8 061	37.76	12 658	11.68	9 875	15.72

此外,针对相同 k_n 和 n_x 的同一个张拉整体环形结构,由表 3 和 4 可知,相较于另外两种方案,执行方案 1 可获得更轻的结构质量和更高的优化率,由此表明,在轻量化设计中植入 STS 和 APL 可有效提升算法的优化效果。

5 张拉整体三棱柱平板的轻量化设计

对复杂三棱柱张拉整体平板结构进行质量优化

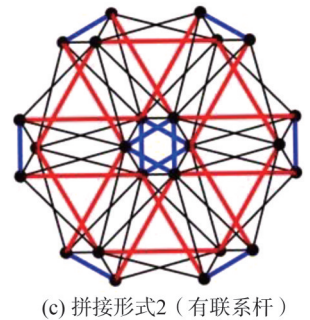
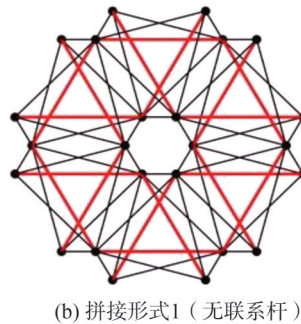
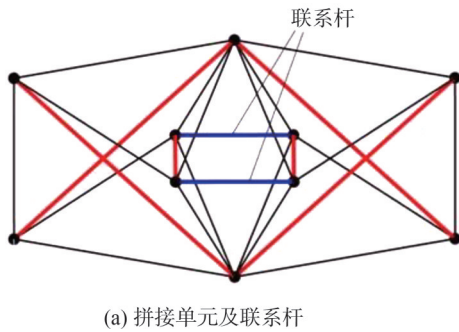


图 15 三棱柱单胞的两种拼接形式

Fig. 15 Two assembling ways of triangular prism units

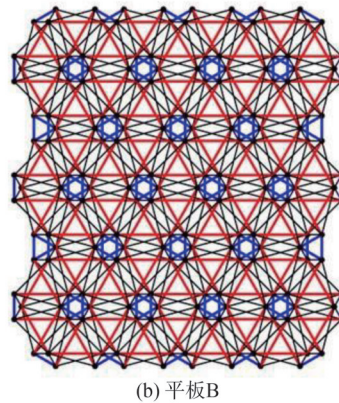
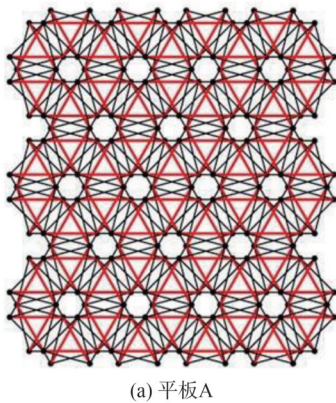


图 16 三棱柱张拉整体平板结构

Fig. 16 Triangular prism tensegrity plate

通常而言,可将由单胞拼接而成的复杂张拉整体结构的预应力形式分为两类:已成形的三棱柱单胞通过相应的拼接方式组装为平板后所得的预应力分布,称为拼接预应力(SP);自由预应力(FP)则是由未成形的三棱柱单胞组装后通过模态自由组合所得。平板 A

研究。与前两个算例不同,三棱柱张拉整体平板结构由三棱柱单胞拼接形成且每个单胞都可独立成形。一个独立的三棱柱单胞其镜像如图 14 所示,可将此单胞以不同方式的拼接(有联系杆和无联系杆(图 15))进行组装,可得到两个张拉整体平板结构(图 16),跨度均为 20 m,厚度均为 2.2 m。其中,张拉整体平板 A 由 182 个节点、486 根索和 162 根杆组成,而张拉整体平板 B 则在其基础上增加了 146 根联系杆。

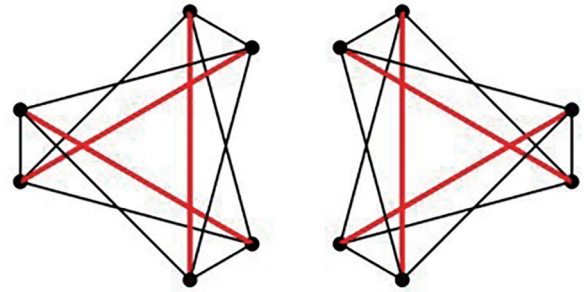


图 14 三棱柱单胞及其镜像

Fig. 14 Triangular prism unit with its mirror unit

和 B 采用 L2 范数分组后得到的组数分别为 6 和 7, s 均为 1。结构中的环索初始力密度均为 1.000,斜索初始力密度均为 1.732,压感初始力密度均为 -1.732,其中,平板 B 联系杆的初始力密度(SP)为 0,表明在未受荷载前(自由状态下),联系杆不受力。

采用轻量化设计方案 1,分别对平板 A 和 B 进行优化分析。三棱柱平板结构的优化迭代过程如图 17 所示。由图 17 可知,对于施加 FP 的平板 B,预应力分布的变化对结构质量优化影响较小,而对施加 FP 的平板 A 影响较大。同时,平板 A 和 B(施加 FP 或 SP)的研究结果表明,联系杆在结构轻量化设计中起着重要作用。具体而言,联系杆可提高结构刚度,从而减轻所需的结构质量,三棱柱平板结构的优化结果如表 5 所示。此外,具有 FP 平板 A 和 B 的最终优化质量均小于 SP 对应的优化质量,这表明对于此张拉整体三棱柱平板 FP 的解比 SP 更好。

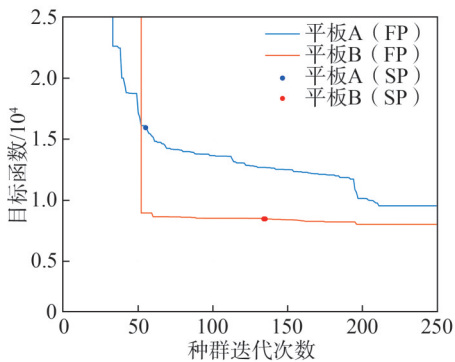


图 17 三棱柱平板结构的优化迭代过程

Fig. 17 Optimization iterative process of the triangular prism plate

表 5 三棱柱平板结构的优化结果

Tab. 5 Optimization results of the triangular prism plate

类型	s	h	质量/kg	优化率/%
A(FP)	25	219	9 549	57.85
B(FP)	27	224	8 021	10.48
A(SP)	1	6	15 966	
B(SP)	1	7	8 475	

6 结论

本文提出一种适用于多自应力模态张拉整体结构的轻量化设计策略,通过算例对轻量化设计策略的有效性进行验证,得到结论如下:

1)通过对多自应力模态张拉整体结构找形过程中目标函数的合理设计,可保证结构的预应力在符合成形要求的前提下,既满足给定分组条件,又满足预设拉压条件。

2)预应力分布的改变会影响结构整体的受力情况。采用本算法进行轻量化设计时,随着结构质量的减轻,最大节点位移值会出现波动,且预应力分布的变化也会导致最大位移所在节点位置发生变化;在调整预应力水平后最大位移所在节点位置保持不变。

3)在多自应力模态张拉整体质量优化研究中,量

子牛须搜索算法因兼具了天牛须搜索算法与量子进化算法的特点,有较高的局部寻优能力和更强的全局搜索能力,算例结果表明其寻优效果最佳。

4)多自应力模态张拉整体存在许多预应力分布相似的结构,植入 STS 可以排除相似解,扩大搜索范围,能有效提升优化效果;植入 APL 可有效控制结构的最大位移,结合量子天牛须算法能有效找寻最佳的预应力分布,使多自应力模态张拉整体结构有更好的质量优化效果。此外,对于复杂的拼接张拉体,应用 STS 和 APL 后可以获得比拼接预应力更好的预应力分布。

目前,本研究对多自应力模态张拉整体结构的质量优化研究已经取得了一定成果,在下一阶段还需要对部分内容作更深入的拓展:

1)根据设计需求,将该方法推广至复杂的工作条件和材料失效模式;

2)在质量优化阶段,综合考虑力密度均匀性及结构最小应变能等目标,将算法从单目标优化拓展为多目标优化。

参考文献:

- [1] Micheletti A, Podio-Guidugli P. Seventy years of tensegrities (and counting) [J]. *Archive of Applied Mechanics*, 2022, 92(9): 2525–2548.
- [2] Feron J, Boucher L, Denoël V, et al. Optimization of footbridges composed of prismatic tensegrity modules [J]. *Journal of Bridge Engineering*, 2019, 24(12): 04019112.
- [3] Obara P, Solovei M, Tomasik J. Qualitative and quantitative analysis of tensegrity domes [J]. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 2023, 71(1): 144574.
- [4] Obara P, Solovei M, Tomasik J. Genetic algorithm as a tool for the determination of the self-stress states of tensegrity domes [J]. *Applied Sciences*, 2023, 13(9): 5267.
- [5] Dai Xiaolin, Liu Yixiang, Wang Wei, et al. Design and experimental validation of a worm-like tensegrity robot for in-pipe locomotion [J]. *Journal of Bionic Engineering*, 2023, 20(2): 515–529.
- [6] Kim K, Agogino A K, Agogino A M. Rolling locomotion of cable-driven soft spherical tensegrity robots [J]. *Soft Robotics*, 2020, 7(3): 346–361.
- [7] Kobayashi R, Nabae H, Suzumori K. Active-bending six-bar tensegrity modular robot driven by thin artificial muscles [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2023, 8(11): 7400–7407.
- [8] Chen Muhao, Goyal R, Majji M, et al. Design and analysis of a growable artificial gravity space habitat [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2020, 106: 106147.
- [9] Yuan Pengfei, He Baiyan, Zhang Lianhong, et al. Topology generation and optimization of boundary cable nets for

- the mesh reflector antenna[J].*Engineering Structures*,2021, 229:111630.
- [10] Al S A. Extreme mechanical properties of regular tensegrity unit cells in 3D lattice metamaterials[J]. *Materials*, 2020,13(21):4845.
- [11] Yin Xu, Gao Zhiying, Zhang Shuai, et al. Truncated regular octahedral tensegrity-based mechanical metamaterial with tunable and programmable poisson's ratio[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*,2020,167:105285.
- [12] Yin Xu, Zhang Shuai, Xu Guangkui, et al. Bandgap characteristics of a tensegrity metamaterial chain with defects[J]. *Extreme Mechanics Letters*,2020,36:100668.
- [13] Skelton R E, Fraternali F, Carpentieri G, et al. Minimum mass design of tensegrity bridges with parametric architecture and multiscale complexity[J]. *Mechanics Research Communications*,2014,58:124–132.
- [14] Skelton R E, Montuori R, Pecoraro V. Globally stable minimal mass compressive tensegrity structures[J]. *Composite Structures*,2016,141:346–354.
- [15] Nagase K, Yamashita T, Kawabata N. On a connectivity matrix formula for tensegrity prism plates[J]. *Mechanics Research Communications*,2016,77:29–43.
- [16] Fraddosio A, Pavone G, Piccioni M D. Minimal mass and self-stress analysis for innovative V-Expander tensegrity cells[J]. *Composite Structures*,2019,209:754–774.
- [17] Ma Shuo, Yuan Xingfei, Samy A. Shape optimization of a new tensegrity torus[J]. *Mechanics Research Communications*,2019,100:103396.
- [18] Goyal R, Skelton R E, Peraza Hernandez E A. Design of minimal mass load-bearing tensegrity lattices[J]. *Mechanics Research Communications*,2020,103:103477.
- [19] Chen Lianmeng, Dong Shilin, Yuan Xingfei, et al. Optimal design of cable-domes with multi-overall selfstress modes [J]. *Building Structure*,2008,38(2):35–38. [陈联盟,董石麟,袁行飞,等.多整体自应力模态索穹顶结构优化设计[J]. *建筑结构*,2008,38(2):35–38.]
- [20] Luo Ani, Zhang Qinghua, Liu Heping, et al. Minimum mass approach of cylindrical tensegrity structure[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*,2016,48(1):120–125. [罗阿妮,张庆华,刘贺平,等.圆柱形张拉整体结构质量最小化方法[J]. *哈尔滨工业大学学报*,2016,48(1):120–125.]
- [21] Rajwar K, Deep K, Das S. An exhaustive review of the metaheuristic algorithms for search and optimization: taxonomy, applications, and open challenges[J]. *Artificial Intelligence Review*,2023,56(9):13187–13257.
- [22] Zheng Qiangang, Xiang Dewei, Fang Juan, et al. Research on performance seeking control based on Beetle Antennae Search algorithm[J]. *Measurement and Control*,2020,53(7–8):1440–1445.
- [23] Talbi H, Draa A. A new real-coded quantum-inspired evolutionary algorithm for continuous optimization[J]. *Applied Soft Computing*,2017,61:765–791.
- [24] Khan A T, Cao Xinwei, Li Shuai, et al. Quantum beetle antennae search: a novel technique for the constrained portfolio optimization problem[J]. *Science China Information Sciences*,2021,64(5):152204.
- [25] Feng Xiaodong, Zhang Wanpeng, Luo Yaozhi, et al. Investigation on topological morphology of tensegrity structure based on scheme matrix strategy[J]. *China Civil Engineering Journal*,2021,54(8):75–86. [冯晓东,章万鹏,罗尧治,等.基于方案矩阵编制策略的张拉整体结构拓扑形态研究[J]. *土木工程学报*,2021,54(8):75–86.]
- [26] Zhang J Y, Ohsaki M. Stability conditions for tensegrity structures[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007,44(11–12):3875–3886.
- [27] Yuan Xingfei, Dong Shilin. Application of integrity feasible prestressing to tensegrity cable domes[J]. *China Civil Engineering Journal*,2001,34(2):33–37. [袁行飞,董石麟.索穹顶结构整体可行预应力概念及其应用[J]. *土木工程学报*,2001,34(2):33–37.]
- [28] Li Wenxiong. Simulation of full stress method for optimum design of truss[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*,2012,29(1):395–398. [李文雄.桁架结构优化设计的满应力法仿真研究[J]. *计算机仿真*,2012,29(1):395–398.]

Study on Mass Optimization of Multi Self-stress Modes Tensegrity Structure

FENG Xiaodong^{1,2}, LOU Xiaofeng¹, ZHENG Yiwen^{1*}, LV Hui³, LU Jinyu⁴

(1. School of Civil Engineering, Shaoxing University, Shaoxing 312000, China;

2. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China;

3. College of Civil Architecture, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330000, China;

4. School of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, China)

Abstract:

Objective Considering economic costs, structural applications, and convenient transportation, the lightweight design of tensegrities with multi-self-stress modes is increasingly popular. Existing approaches primarily concentrate on mass optimization of tensegrity structures with multi self-stress modes under specific loads, without addressing the initial forming conditions that ensure structural geometrical stability. Neglecting these

conditions can increase the risk of collapse once the structural stiffness diminishes due to unpredictable variations in external loads. In addition, in the case of complex tensegrities with multi-self-stress modes, the influence of prestress distribution on structural mass has been largely ignored, as current methods fail to establish the relationship between structural mass and self-stress modes. Therefore, conducting research on the mass optimization of tensegrity structures with multi-self-stress modes based on heuristic optimization algorithms is of great significance.

Methods A multi-stage mass optimization method was proposed to achieve lightweight design of complex tensegrity structures with multi-self-stress modes. In the first stage, based on the form-finding theory of tensegrities, the L2 norm was applied to characterize the geometric symmetry of the structures, and the integrity-feasible prestressing was obtained. In the second stage, the Similar Transforming Strategy (STS) was utilized to expand the population search range once the judgment on similar prestress distribution was completed. Then, the constrained optimization model of structural mass minimization was established by setting the objective function as the minimum structural mass under full stress, and the constraint conditions, such as cable yield, bar yield, and yield buckling of bars, were considered. The effects of the Quantum Beetle Search Algorithm (QBSA), Quantum Evolution Algorithm (QEA), and Beetle Antennae Search Algorithm (BASA) were compared concerning the search of the combination coefficient for optimal multi-self-stress modes, and therefore, the objective of lightweight design of the structural system was achieved. The maximum node displacement of all comparison objects was adjusted to the same value through the insertion of the Adjusting Prestress Level (APL) strategy to accurately compare the impact of various prestress distributions on optimal structural mass. The performance of three different heuristic optimization algorithms in the process of mass optimization of the spatial four-way tensegrity plate before and after the implementation of the APL strategy was compared. In addition, the optimal algorithm for subsequent research was selected. The influence of various geometric parameters on the lightweight design of the tensegrity torus structure was analyzed. Comparative studies were conducted using the following three schemes: Scheme 1 (simultaneously implementing APL and STS), Scheme 2 (implementing APL without executing STS), and Scheme 3 (implementing STS without executing APL).

Results and Discussions The effectiveness of this method was comprehensively examined through three illustrative examples, and the following noteworthy results were obtained: 1) For the four-way tensegrity plate without the APL strategy, the elite individuals of QBSA, QEA, and BASA were 35, 33, and 6, with structural masses of 4 534, 4 808, and 5 039 kg, and optimization rates of 8.05%, 5.85%, and 3.24%. With the implementation of the APL strategy, the number of elite individuals in QBSA, QEA, and BASA was 36, 30, and 5, with structural masses of 3 790, 4 280, and 4 889 kg, and optimization rates of 58.95%, 51.21%, and 48.73%. QBSA has the highest number of elite individuals, which results in the lightest optimized mass and the greatest optimization rate, demonstrating its superior optimization performance. In addition, implementing the APL strategy effectively ensures the consistency of the maximum nodal displacement, while the structures optimized by all three algorithms achieve lighter masses and better results. 2) Changes in prestress distribution affect the loading conditions of tensegrity structures. As the structural mass reduces, the maximum nodal displacement exhibits fluctuations, and changes in prestress distribution also influence the nodal position with maximum displacement, while it remains unchanged after adjusting the prestress level. 3) The analysis of the tensegrity torus shows that when k_n is determined, the optimized mass decreases with the increase of n_x at first, and then rises when n_x exceeds 4; when n_x is determined, the optimized mass improves with the increase of k_n . In addition, compared to Scheme 2 and Scheme 3, Scheme 1 achieves a lighter structural mass and a higher optimization rate. 4) The optimization results of the triangular prism tensegrity plate show that the variation of prestress distribution has a minor impact on structural mass optimization for plate B with Free Prestress (FP), while it has a significant impact on plate A with FP. In addition, the research results on plate A and plate B (with FP or Splicing Prestress (SP) applied) indicated that the connection bar plays an important role in structural lightweight design. In addition, the final optimized mass of plate A with FP and plate B is lower than the optimized mass corresponding to SP.

Conclusions: The establishment of multi-stage objective functions facilitates effective lightweight design while ensuring the integral feasible prestress of tensegrity structures. QBSA demonstrates superior local and global optimization capabilities, and by incorporating APL and STS strategies, the optimization outcomes are effectively enhanced. In addition, for complex assembled prestressed members, this method achieves a more favorable prestress distribution compared to that obtained through the conventional SP approach.

Keywords: tensegrity structures; lightweight design; multi-self-stress modes; prestress level; prestress distribution

(编辑 周璇)

引用格式: Feng Xiaodong, Lou Xiaofeng, Zheng Yiwen, et al. Study on mass optimization of multi self-stress modes tensegrity structure[J]. Advanced Engineering Sciences, 2025, 57(6): 152-162. [冯晓东, 娄晓峰, 郑亦汶, 等. 多自应力模态张拉整体结构质量优化研究[J]. 工程科学与技术, 2025, 57(6): 152-162.]