

• 复杂艰险山区重大工程与环境 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202400015



本刊网刊

## 基于散索鞍转动位移的悬索桥主缆力长期监测

董 皓, 单德山\*, 于伟栋, 罗凌峰

(西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031)

**摘 要:**为解决已有测试设备和方法无法准确、有效测量主缆力的问题,对悬索桥主缆张力长期可靠监测方法展开研究。将悬索桥各结构部件简化为弹簧,组成一个串并联系统等效模型,将缆索刚度视为弹性拉伸刚度和线形变化刚度的串联组合,分别获得抛物线索和悬链线索的纵向刚度,利用能量法并考虑 2 阶效应的影响,推导桥塔对主缆的约束刚度。在此基础上,根据散索鞍处的平衡原理,结合悬索桥刚度等效简化模型,提出一种利用散索鞍位移确定主缆张力的方法。以某主跨 660 m 的悬索桥为例,通过有限元建模验证所提方法的准确性和有效性,并进一步用模型对该桥 181 d 的监测数据进行处理分析。研究表明:散索鞍位移和温度具有明显的线性相关性,温度归一化后的散索鞍位移数据服从正态分布;监测周期内主缆力波动 2 847 kN,仅为主缆力均值的 2.5%;主缆结构健康状况良好,具有足够的承载力,建立的 ARIMA (autoregressive integrated moving average) 模型能够准确预测主缆力的大小和变化趋势,可为结构的异常和性能退化提供可靠的判断依据。

**关键词:**桥梁工程;大跨悬索桥;主缆张力监测;数据处理分析;时间序列模型

中图分类号:U448.25

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2026)01-0233-12

主缆是悬索桥最主要的承重构件<sup>[1-3]</sup>,在桥梁使用过程中始终处于高应力状态<sup>[4]</sup>,且长期暴露于外界环境中,随着服役年限的增加,会不可避免地发生损伤。尽管在实际工程中悬索桥主缆并未出现断索事故,但是很多主缆都出现了性能退化问题<sup>[1]</sup>。因此,有必要对悬索桥主缆进行长期监测,获取其内力状况及变化规律,以确保桥梁的整体使用性能和安全运营。

主缆的位移和张力是悬索桥使用过程中应重点关注的两个监测指标<sup>[4-5]</sup>。桥梁健康监测系统中常用的结构位移测量方法主要有 GPS 法和连通管法,悬索桥跨径大,使用连通管测量时会使得铺设线路过长,且主缆的矢高和竖向变形较大,导致连通管管高度过大而不便于布设与读数<sup>[6]</sup>,同时硬件成本也会大幅提升。因此,大型桥梁多采用 GPS 监测结构位移<sup>[7]</sup>。然而,GPS 测量设备制造昂贵<sup>[1]</sup>,且容易受到卫星状况、天气状况、信号传输的影响,其测试稳定性和可靠性有待提升<sup>[7]</sup>。更重要的是,主缆线形监测结果不够直观,无法直接反映主缆的性能状态<sup>[8]</sup>。所以,在悬索桥运营期

间,多数学者更关注主缆的内力状况<sup>[9-11]</sup>。

目前,常用的主缆力测量方法可分为直接测量法和间接测量法两大类<sup>[12]</sup>。直接测量法通过设置在缆索端部的压力传感器直接获得索力大小,该方法几乎不受计算参数的影响<sup>[13]</sup>,测试结果精度高。然而,主缆截面尺寸和张力的值都非常大,现有设备无法对其进行整体测量,所以实际工程中将压力传感器安装在锚杆上进行分缆力的测试,由于分缆数量众多,受限于测试成本,仅能挑选少数索股进行测试<sup>[12]</sup>。此外,压力传感器安装后难以进行标定<sup>[13]</sup>,会导致测试误差不断偏移,长期监测的可靠性和稳定性不佳,所以多用于施工期间的短期测试<sup>[14]</sup>。

主缆力间接测量方法有振动频率法、磁弹性法等<sup>[12]</sup>。由于悬索桥主缆与多根吊索相连,经由桥塔转向后锚固于锚碇处,其边界条件非常复杂,部分研究在对外部因素和边界条件进行高度简化的基础上,建立了主缆力与自振频率的显式关系<sup>[15]</sup>,然而其计算精度不够理想,综合已有研究来看,振动频率法测量主缆力仍缺乏可靠完善的理论方法<sup>[16]</sup>。虽然可以通过测

收稿日期:2024-01-05 修回日期:2024-04-29 网络出版日期:2024-05-07

基金项目:国家自然科学基金项目(51978577)

作者简介:董 皓(1996—),男,博士。研究方向:桥梁结构健康监测与损伤识别;大跨度桥梁施工控制。E-mail:haodoc@126.com

\* 通信作者:单德山,教授,E-mail:dsshan@163.com

量锚跨索股力换算成主缆力<sup>[17]</sup>,但同样面临着测试成本高昂的问题。目前,磁弹性法在缆索力测量领域的应用案例较少,技术尚不成熟,长期监测性能未知。可见,将现有的缆索力测量方法直接应用于悬索桥主缆力的测量还存在着诸多难题。

为解决主缆力难以测试的问题,Wang等<sup>[15]</sup>对振动频率法进行了改进,假设主缆铰支在两个桥塔,将吊索视为可受拉压的杆与主梁进行串联组合,提出一种连续介质等效模型,建立了主缆水平力与振动频率的关系。曾森等<sup>[18]</sup>利用节点平衡法和比拟法分别给出了包含主缆轴力、主缆线形和吊索轴力的关系方程,利用可测数据综合确定了主缆张力,然而结果误差仅可控制在10%以内。史杰<sup>[19]</sup>根据塔顶处的力学平衡方程,推导出了主缆力和主塔截面应变之间的关系,通过测试特定塔柱截面的应变换算得到主缆张力值,但测试结果受应变测试精度的影响较大。

事实上,目前关于获取并长期监测运营中悬索桥主缆张力的案例少见报道。从相关研究<sup>[4,8]</sup>来看,建立悬索桥等效模型并结合有限元方法来获取结构参数和响应情况是一种可行的方案。Ma等<sup>[20]</sup>提出一种多弹簧等效模型来计算多跨悬索桥纵向刚度,相较于其他学者所提模型具有较高的计算精度。孙斌等<sup>[21]</sup>将非加载跨主缆和主塔等效为弹簧,推导出了加载跨主缆两端的总约束刚度方程,得到活载作用下主缆的变形情况,并结合有限元方法进行了验证。曹鸿猷等<sup>[22]</sup>基于单索理论建立了多塔悬索桥的等效简化模型,获得了多种工况下主缆内力和加劲梁位移的情况。

综上所述,由于现有传感器性能和测试成本的限制,如何长期有效、精确、低成本监测悬索桥主缆力是一个待解决的难题。因此,本文结合实际工程的监测需要,将悬索桥各结构部件简化为弹簧,组成一个串并联系统等效模型,根据散索鞍处的平衡原理,提出一种利用散索鞍位移计算主缆张力的可靠方法,通过有限元建模验证该方法的正确性和有效性,并将该方法应用于某悬索桥健康监测系统,处理分析主缆的长期监测数据。

## 1 散索鞍处主缆力平衡状态

主缆经过散索鞍平顺转向后分散为多根索股分别锚固在锚碇上,在风和汽车等外荷载作用下,主缆力会产生变化,这种不均匀内力会通过结构的协调变形重新分配,此时散索鞍会产生一定的位移,使得锚跨索股力和边跨主缆力在散索鞍处达到某种平衡。

散索鞍按照支撑边界形式可分为摆轴式散索鞍和滑动式散索鞍两种<sup>[23]</sup>,如图1所示。图1中, $\alpha_a$ 为锚

跨主缆中心线与水平方向的夹角, $\alpha_s$ 为边跨主缆中心线与水平方向的夹角, $\beta_a$ 为锚跨主缆中心线与散索鞍IP点支撑/滑移面的夹角, $\beta_s$ 为边跨主缆中心线与散索鞍IP点支撑/滑移面的夹角。不同结构形式的散索鞍具有不同的平衡条件。探讨散索鞍处的平衡问题时可以将其散索鞍视为隔离体,索力视为作用于相应的切点位置上的外力,若不考虑支撑边界的摩擦效应和散索鞍自重影响<sup>[23]</sup>,对于滑动式散索鞍(图1(a)),当悬索桥主缆力发生变化时,散索鞍通过鞍底滚轴沿斜面产生滑动,使结构重新处于平衡状态,其平衡条件为锚跨各索股切点处索力和边跨主缆切点处缆力沿滑动斜面上的分力相等<sup>[23]</sup>。对于摆轴式散索鞍(图1(b)),当悬索桥主缆力发生变化时,散索鞍以鞍底转轴为中心产生摆动,使结构重新达到平衡状态,其平衡条件为锚跨各索股切点处索力和边跨主缆切点处缆力对转轴中心的合力矩为0<sup>[23]</sup>。由图1可知,无论滑动式或摆轴式散索鞍都只能在其面内移动或转动,即沿主缆轴向运动<sup>[24]</sup>。

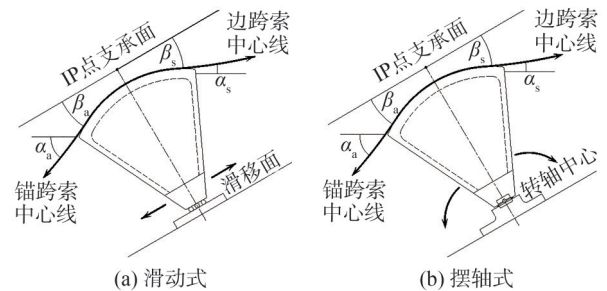


图1 散索鞍结构

Fig. 1 Cable saddle structure

在忽略散索鞍变位引起边跨主缆和锚跨索股在散索鞍切点位置变化时<sup>[25]</sup>,对于滑动式散索鞍,散索鞍沿滑动斜面方向位移 $\Delta S$ 与其IP点沿滑移面的索力增量 $\Delta T$ 之间的关系可表示为:

$$\Delta T = K \Delta S \quad (1)$$

式中, $K$ 为散索鞍IP点沿其滑移面的平动刚度。

对于摆轴式散索鞍,散索鞍转角增量 $\Delta \theta$ 与其IP点沿支撑面的索力增量 $\Delta T$ 之间的关系可表示为:

$$\Delta T = K_{\theta} \Delta \theta \quad (2)$$

式中, $K_{\theta}$ 为散索鞍绕其转轴中心的转动刚度。

实际散索鞍的转动位移相对较小,式(2)可表示为:

$$\Delta T = K r_0 \Delta \theta \quad (3)$$

式中, $r_0$ 为散索鞍IP点至转轴中心的距离。

注意:结构形式不同的散索鞍 $K$ 的含义不同,为便于统一表示,后文将其统称为散索鞍IP点沿其支撑/滑移面的平动刚度。

边跨主缆经过散索鞍后分散成多根索股被锚固到锚碇上,此时锚跨主缆往往是受力较大甚至是最大的位置<sup>[14]</sup>。依据图1,悬索桥受荷载作用后锚跨主缆合

力  $T_a$  可表示为:

$$T_a = T_{a0} + \frac{\Delta T}{\cos \beta_a} \quad (4)$$

式中,  $T_{a0}$  为成桥状态时锚跨主缆合力。

根据散索鞍的结构类型将式(1)或(3)代入式(4)即可获得散索鞍位移与锚跨主缆合力间的关系。

## 2 悬索桥刚度等效简化模型

假定双塔单跨悬索桥的中跨恒载沿桥跨均匀分布,边跨无梁段及锚跨主缆自重沿索曲线分布<sup>[26]</sup>,结构整体受力状态可简化如图2所示。图2中,  $q_m$  为中跨主缆、吊索和加劲梁自重的等效荷载,  $q_s$  为边跨主缆自重荷载集度,  $q_a$  为锚跨主缆自重荷载集度。大跨悬索桥加劲梁对结构竖向刚度的贡献较小<sup>[27]</sup>,其主要功能为将桥面荷载传递给主缆<sup>[22]</sup>,因此,计算中忽略加劲梁刚度的影响<sup>[26]</sup>。

大跨悬索桥可以看作各结构部分之间相互串并联的弹簧系统<sup>[25]</sup>,建立悬索桥刚度等效简化模型,如图3所示。图3中,  $k_a$ 、 $k_s$ 、 $k_m$  分别为锚跨、边跨、中跨主缆的弹簧刚度,  $k_t$  为桥塔对主缆的约束刚度。

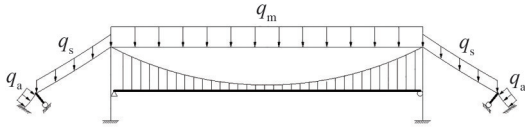


图2 悬索桥简化力学模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of simplified mechanical model of suspension bridge

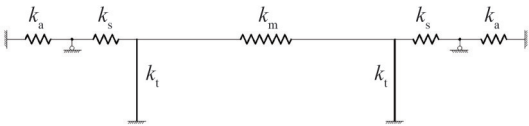


图3 悬索桥刚度等效简化模型示意图

Fig. 3 Schematic diagram of simplified equivalent stiffness model of suspension bridge

### 2.1 散索鞍 IP 点沿其支撑/滑移面的平动刚度

计算散索鞍 IP 点沿其支撑/滑移面的平动刚度  $K$  时,靠近该散索鞍的锚跨侧称为近端,另一侧称为远端。为简化符号,所有变量中下角标 1 代表近端结构,下角标 2 代表远端结构,上角标 h 代表结构刚度的水平分量,如  $k_{s1}^h$  代表近端边跨的水平弹簧刚度。

悬索桥刚度组合可划分如图4所示。图4中,  $K_{c2}$  为远端的锚跨主缆、边跨主缆和桥塔组合体系的水平刚度,  $K_c$  为远端结构与中跨主缆、近端桥塔、边跨主缆组合体系的水平刚度,  $K_A$  为近端锚跨主缆沿散索鞍 IP 点支撑/滑移面的刚度。

结构刚度组合关系如图5所示。  $K_{c2}$  可由式(5)表示,此时结构刚度组合关系可简化,如图5(a)所示。

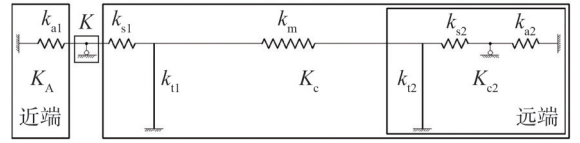
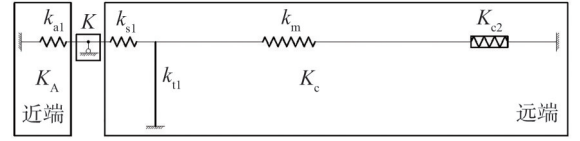
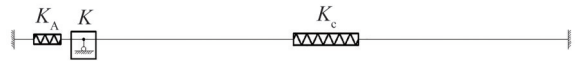


图4 悬索桥刚度组合划分

Fig. 4 Division diagram of suspension bridge stiffness combination



(a) 形式1



(b) 形式2

图5 结构刚度组合关系

Fig. 5 Structural stiffness combination relation

$$K_{c2} = \frac{k_{s2}^h k_{a2}^h}{k_{s2}^h + k_{a2}^h} + k_{t2} \quad (5)$$

式中,  $k_{s2}^h = k_{s2} \cos \alpha_{s2}$ ,  $k_{a2}^h = k_{a2} \cos \alpha_{a2}$ 。

进一步地,图5(a)中的  $K_c$  可由式(6)计算得到,结构刚度组合关系可简化,如图5(b)所示。

$$K_c = \frac{k_{s1}^h (k_m^h K_{c2} + (k_m^h + K_{c2}) k_{t1})}{k_m^h K_{c2} + (k_m^h + K_{c2}) (k_{t1} + k_{s1}^h)} \quad (6)$$

式中,  $k_{s1}^h = k_{s1} \cos \alpha_{s1}$ ,  $k_m^h = k_m \cos \alpha_m$ , 其中,  $\alpha_m$  为中跨主缆弦长与水平方向夹角。

$K_A$  可表示为<sup>[25]</sup>:

$$K_A = k_{a1} \cos \beta_{a1} \quad (7)$$

于是可得  $K$  为:

$$K = K_A + K_c \frac{\cos \beta_{s1}}{\cos \alpha_{s1}} \quad (8)$$

在现有讨论的基础上,结合式(1)、(4)、(8)可得滑动式散索鞍锚跨主缆合力与散索鞍滑动位移间的关系为:

$$T_a = T_{a0} + k_{a1} \Delta S + K_c \frac{\cos \beta_{s1}}{\cos \alpha_{s1} \cos \beta_{a1}} \Delta S \quad (9)$$

结合式(3)、(4)、(8)可得摆轴式散索鞍锚跨主缆合力与散索鞍转角间的关系为:

$$T_a = T_{a0} + k_{a1} r_0 \Delta \theta + K_c \frac{\cos \beta_{s1}}{\cos \alpha_{s1} \cos \beta_{a1}} r_0 \Delta \theta \quad (10)$$

式(9)和(10)表明,悬索桥锚跨主缆合力与散索鞍滑动和转角位移之间存在明确的数学关系,可以通过散索鞍滑动或转动位移的测试,实现主缆力的测试。

### 2.2 中跨主缆的弹簧刚度

在自重和外荷载作用下,主缆一端发生的位移可以看作是由索的弹性伸长量和索形变化引起的伸长量两个部分组成,此时中跨主缆的弹簧刚度可由缆索

的弹性拉伸刚度  $k_{em}$  和表征缆索线形变化的刚度  $k_{gm}$  串联组合而成<sup>[21]</sup>, 如式(11)所示。

$$k_m = \frac{k_{em} k_{gm}}{k_{em} + k_{gm}} \quad (11)$$

$k_{em}$  主要与缆索的材料和几何尺寸有关, 对于中跨主缆, 可表示为<sup>[21]</sup>:

$$k_{em} = \frac{EA}{L_m} \quad (12)$$

式中,  $E$  为主缆的弹性模量,  $A$  为主缆的横截面积,  $L_m$  为中跨主缆弦长。

中跨荷载可近似为沿桥跨均匀分布, 此时主缆的几何形状为抛物线<sup>[22]</sup>, 如图 6 所示。图 6 中,  $C_m$  为中跨主缆两端高差,  $T_{mi}$ 、 $H_{mi}$ 、 $V_{mi}$  分别为中跨主缆  $i$  端的拉力及其水平和竖直分量,  $T_{mj}$ 、 $H_{mj}$ 、 $V_{mj}$  分别为中跨主缆  $j$  端的拉力及其水平和竖直分量,  $l_m$  为中跨主缆水平投影长度。

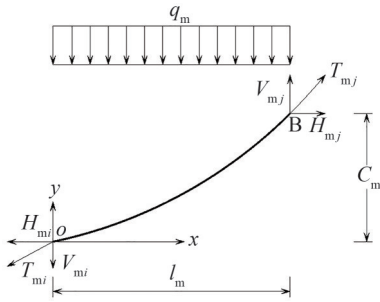


图 6 抛物线索计算示意图

Fig. 6 Schematic diagram of parabolic cable calculation

中跨主缆的形状长度  $S_m$  可表示为<sup>[27]</sup>:

$$S_m = \frac{H_m}{2q_m} \left( C_1 \sqrt{1+C_1^2} - C_2 \sqrt{1+C_2^2} + \ln \frac{C_1 + \sqrt{1+C_1^2}}{C_2 + \sqrt{1+C_2^2}} \right) \quad (13)$$

式中,  $C_1$ 、 $C_2$  为中间变量,  $C_1 = \frac{C_m}{l_m} + \frac{q_m l_m}{2H_m}$ ,  $C_2 = \frac{C_m}{l_m} - \frac{q_m l_m}{2H_m}$ 。

在一个微小水平荷载增量  $\Delta H$  作用下, 缆索将发生曲线形状变化, 导致索端产生水平位移响应  $\Delta l$ , 线形变化刚度计算示意图如图 7 所示。缆索线形变化的刚度  $k_g$  可表示为<sup>[21]</sup>:

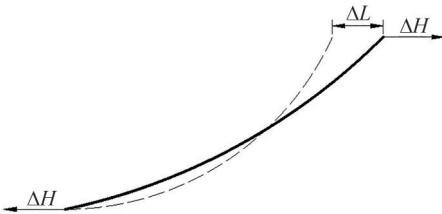


图 7 线形变化刚度计算示意图

Fig. 7 Schematic diagram of line change stiffness calculation

$$k_g = \frac{\Delta H}{\Delta l} \quad (14)$$

为确定  $\Delta H$  和  $\Delta l$  的关系, 仅考虑缆索线形变化的情况, 缆索形状长度增量  $\Delta S = 0$ , 已建成悬索桥各跨的  $q$ 、 $C$  可视为常数, 因此, 式(13)可视为一个仅关于  $H$ 、 $l$  的函数, 此时对于中跨有<sup>[21]</sup>:

$$\Delta S_m = \frac{\partial S_m}{\partial H_m} \Delta H_m + \frac{\partial S_m}{\partial l_m} \Delta l_m = 0 \quad (15)$$

式中,  $\Delta S_m$  为中跨主缆的形状长度增量,  $\Delta l_m$  为中跨主缆水平投影长度增量,  $\Delta H_m$  为中跨主缆拉力水平分量的增量。

对式(14)、(15)移项变换, 可得  $k_{gm}$  为:

$$k_{gm} = \frac{\Delta H_m}{\Delta l_m} = - \frac{\partial S_m / \partial l_m}{\partial S_m / \partial H_m} \quad (16)$$

将式(12)、(16)代入式(11)即可得到中跨主缆的弹簧刚度  $k_m$ 。

### 2.3 边跨主缆的弹簧刚度

边跨主缆的弹簧刚度计算原理与中跨主缆相同, 表征边跨主缆的弹性拉伸刚度  $k_{es}$  可表示为:

$$k_{es} = \frac{EA}{L_s} \quad (17)$$

式中,  $L_s$  为边跨主缆弦长。

当缆索仅承受自重作用时, 即自重沿索曲线分布, 缆索的几何形状为悬链线<sup>[26]</sup>, 如图 8 所示。图 8 中,  $C_s$  为边跨主缆两端高差,  $T_{si}$ 、 $H_{si}$ 、 $V_{si}$  分别为边跨主缆  $i$  端的拉力及其水平和竖直分量,  $T_{sj}$ 、 $H_{sj}$ 、 $V_{sj}$  分别为边跨主缆  $j$  端的拉力及其水平和竖直分量,  $l_s$  为边跨主缆水平投影长度。

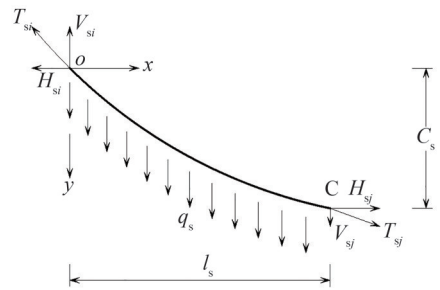


图 8 悬链线索计算示意图

Fig. 8 Schematic diagram of catenary cable calculation

边跨悬链线索长  $S_s$  可表示为<sup>[27]</sup>:

$$S_s = \frac{H_s}{q_s} \left( \sinh \left( \frac{q_s l_s}{H_s} - \alpha \right) + \sinh \alpha \right) \quad (18)$$

式中,  $\alpha$  为中间变量,  $\alpha = \sinh^{-1} \left( \frac{\beta C_s / l_s}{\sinh \beta} \right) + \beta$ , 其中,  $\beta =$

$$\frac{q_s l_s}{2H_s}$$

与中跨主缆相同, 式(18)同样为一个关于  $H$ 、 $l$  的函数, 由边跨主缆弹性伸长量  $\Delta S_s = 0$  可得:

$$\Delta S_s = \frac{\partial S_s}{\partial H_s} \Delta H_s + \frac{\partial S_s}{\partial l_s} \Delta l_s = 0 \quad (19)$$

同理,边跨主缆线形变化的刚度  $k_{gs}$  可表示为:

$$k_{gs} = \frac{\Delta H_s}{\Delta l_s} = - \frac{\partial S_s}{\partial l_s} / \frac{\partial S_s}{\partial H_s} \quad (20)$$

将  $k_{cs}$ 、 $k_{gs}$  按式(11)方式进行串联组合即可得到边跨主缆的弹簧刚度  $k_s$ 。

### 2.4 锚跨主缆沿其中心线的弹簧刚度

边跨主缆在散索鞍鞍槽内经过平弯和竖弯后,主缆截面便呈喇叭形扩散,分成多根索股锚固到锚锭上,各索股锚跨索弹性拉伸刚度  $k_{ca,i}$  为:

$$k_{ca,i} = \frac{E_{ai} A_{ai}}{L_{ai}} \quad (21)$$

式中,  $E_{ai}$  为第  $i$  根锚跨索的弹性模量,  $A_{ai}$  为锚跨索的横截面积,  $L_{ai}$  为锚跨索弦长。

在自身的重力作用下,锚跨索缆索的几何形状为悬链线,依据第 2.3 节方法可得表征锚跨索线形变化刚度  $k_{ga,i}$ :

$$k_{ga,i} = \frac{\Delta H_{ai}}{\Delta l_{ai}} = - \frac{\partial S_{ai}}{\partial l_{ai}} / \frac{\partial S_{ai}}{\partial H_{ai}} \quad (22)$$

式中,  $H_{ai}$ 、 $\Delta H_{ai}$  为微小水平荷载及其增量,  $l_{ai}$ 、 $\Delta l_{ai}$  为  $\Delta H_{ai}$  作用下第  $i$  根锚跨索产生的位移响应及其增量,  $S_{ai}$  为第  $i$  根锚跨索的形状长度。

将式(21)、(22)代入式(11)即可得到各股锚跨索弹簧刚度  $k_{ai}$ ,然后将  $k_{ai}$  向锚跨主缆中心线投影并进行求和,即得到锚跨主缆沿其中心线的平动刚度  $k_a$ :

$$k_a = \sum_{i=1}^n k_{ai} \cos \gamma_i \quad (23)$$

式中,  $\gamma_i$  为第  $i$  根索股与锚跨主缆中心线的夹角,  $n$  为锚跨索股根数。

### 2.5 桥塔对主缆的约束刚度

桥塔的纵向刚度较小,在风荷载及其他外荷载的作用下,桥塔将产生一定的顺桥向位移,此时桥塔自重及主缆所传递的巨大竖向荷载,导致结构内部产生附加内力,使桥塔的顺桥向位移进一步扩大,因此,在计算桥塔对主缆的约束刚度时需要考虑几何非线性效应。

采用能量法计算桥塔对主缆的约束刚度如图 9 所示。图 9 中,  $h$  为塔高,  $E_c$  为桥梁材料弹性模量,  $I$  为桥塔截面平均抗弯惯性矩,  $P$  为塔顶竖向力,  $F$  为水平力,  $y_h$  为塔顶水平位移,  $q_t$  为桥塔自重集度,  $\zeta$  为离塔底距离,  $\varphi$  为距离塔底  $\zeta$  处塔身的水平位移。

假设桥塔位移曲线方程为:

$$\eta = u \left( 1 - \cos \left( \frac{\pi \zeta}{2h} \right) \right) \quad (24)$$

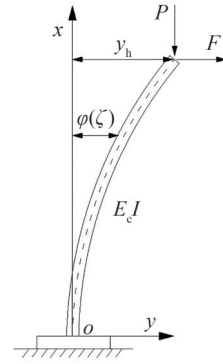


图 9 桥塔计算示意图

Fig. 9 Schematic diagram of bridge tower calculation

式中,  $u$  为桥塔最大水平位移。

依据能量法,结构的总势能  $\Pi$  可表示为:

$$\begin{aligned} \Pi = & \int_0^h \frac{E_c I \varphi''^2}{2} d\zeta - \int_0^h \frac{P \varphi'^2}{2} d\zeta - \\ & \int_0^h \frac{q_t (h - \zeta)}{2} \varphi'^2 d\zeta - F y_h \end{aligned} \quad (25)$$

式中,  $\varphi'$  和  $\varphi''$  为  $\varphi$  的 1 阶和 2 阶导数。

由最小势能原理  $\frac{\partial \Pi}{\partial u} = 0$ , 得:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = \frac{E_c I \pi^4}{32h^3} u - \frac{P \pi^2}{8h} u - \frac{q_t (\pi^2 - 4)}{16} u - F = 0 \quad (26)$$

因此,  $u$  可表示为:

$$u = \frac{F}{\frac{E_c I \pi^4}{32h^3} - \frac{P \pi^2}{8h} - \frac{(\pi^2 - 4)}{16} q_t} \quad (27)$$

则桥塔对主缆的纵向约束刚度为:

$$k_t = \frac{E_c I \pi^4}{32h^3} - \left( \frac{P \pi^2}{8h} + \frac{(\pi^2 - 4)}{16} q_t \right) \quad (28)$$

综上,建立悬索桥刚度等效简化模型并计算散索鞍 IP 点沿其支撑/滑移面的平动刚度  $K$ , 流程如图 10 所示。

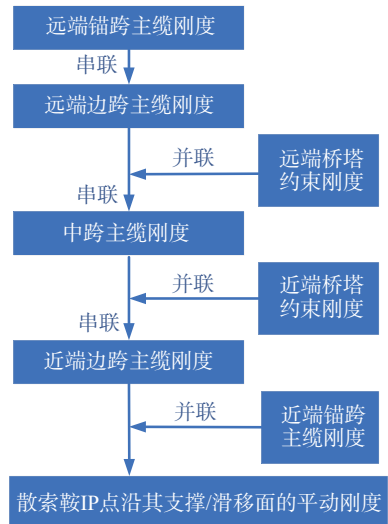


图 10 K 计算流程

Fig. 10 Calculation flow chart of K

### 3 算法验证及实测数据分析

#### 3.1 工程背景及相关参数

以跨径为 215 m+660 m+268 m 的大跨悬索桥为

算例,其结构如图 11 所示。东岸桥塔塔柱为非等高形式,上游侧塔柱高为 139.65 m,下游侧塔柱高为 129.65 m,西岸桥塔塔柱高为 190.65 m,结构采用摆轴式散索鞍。其他相关参数如表 1 所示。

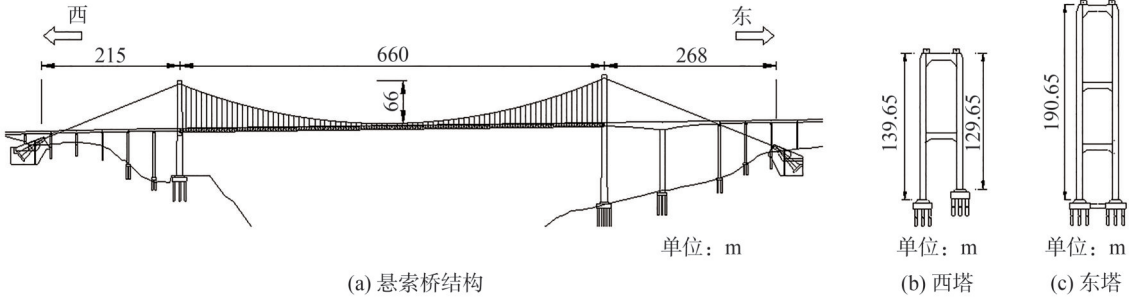


图 11 悬索桥结构

Fig. 11 Structure of suspension bridge

表 1 悬索桥基本参数

Tab. 1 Basic parameters of suspension bridge

参数	数值
东岸边跨主缆两端高差/m	107.629
中跨主缆两端高差/m	8.913
西岸边跨主缆两端高差/m	86.863
东岸 $\alpha_a/(\circ)$	45.13
东岸 $\alpha_s/(\circ)$	20.83
东岸 $\beta_a/(\circ)$	12.15
东岸 $\beta_s/(\circ)$	12.15
西岸 $\alpha_a/(\circ)$	38.95
西岸 $\alpha_s/(\circ)$	21.12
西岸 $\beta_a/(\circ)$	8.91
西岸 $\beta_s/(\circ)$	8.92

#### 3.2 主缆力长期监测方案

为计算主缆力,需要测得桥梁使用期间摆轴式散索鞍的转角增量  $\Delta\theta$ 。然而,直接测量散索鞍的转角增量存在着一定的困难。

拉绳位移计作为一款尺寸小、行程大、测试成本低、测量精度高的传感器,在各种结构的健康系统中得到了广泛应用<sup>[28]</sup>,其长期工作性能已得到证明,可用于对悬索桥主缆张力的长期监测。利用其测量散索鞍的转角增量时,可以在散索鞍附近搭设传感器定制支架,在支架上布置拉绳位移传感器,其监测布置如图 12 所示。通过测量散索鞍偏转产生的位移  $\Delta d$  换算获得散索鞍的转角增量  $\Delta\theta$ ,计算方法如式(29)所示:

$$\Delta\theta = \frac{1}{r} \Delta d \quad (29)$$

式中,  $r$  为拉绳位移传感器测点至摆轴中心的距离。

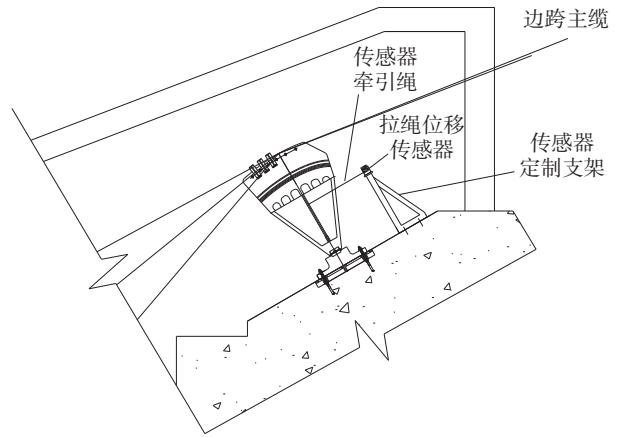


图 12 传感器监测布置

Fig. 12 Sensor monitoring layout

#### 3.3 算法验证

何森<sup>[29]</sup>采用 ANSYS 软件对该悬索桥进行有限元模拟,并根据实测数据对有限元模型进行修正,保证有限元模型能够准确反映结构响应,验证了本文方法的正确性。本文所提方法的刚度计算结果如表 2 所示。模型中采用悬链线单元对每根锚跨索股进行模拟,以考虑其空间分散性的影响,锚跨索股空间走向为锚点与 IP 点的连线,散索鞍采用刚性梁模拟,散索鞍转轴中心的边界条件为固定铰约束。

表 2 结构刚度计算结果

Tab. 2 Structural stiffness calculation results

参数	数值	kN/mm
西岸 $k_a$	1 899.8	
东岸 $k_a$	1 456.8	
西岸 $k_s$	161.3	
$k_m$	3.1	
东岸 $k_s$	127.7	
西岸上游侧 $k_t$	11.2	
西岸下游侧 $k_t$	12.1	
东岸 $k_t$	4.6	

在散索鞍 IP 点位置沿其摆动方向分别施加 2 000、4 000 和 8 000 kN 的力,根据力与散索鞍的位移关系计算刚度<sup>[26]</sup>,取 3 组数据计算结果的均值作为散索鞍 IP 点沿其支撑/滑移面的刚度,本文方法与有限元方法(ANSYS)的结果对比如表 3 所示。

表 3 不同位置 K 值计算结果对比

Tab. 3 Comparison of calculation results of K at different positions

位置	组合刚度/(kN·mm <sup>-1</sup> )		误差/%
	本文方法	ANSYS	
东岸上游侧	1 281.7	1 259.7	1.71
东岸下游侧	1 281.7	1 259.7	1.71
西岸上游侧	1 814.9	1 779.4	1.96
西岸下游侧	1 814.9	1 779.4	1.96

由表 3 可知,本文方法与 ANSYS 计算结果相一致,最大偏差仅为 1.96%,表明所提方法是准确可靠的,可以用于大跨悬索桥主缆张力的计算。

### 3.4 原始监测数据预处理

监测数据包含反应结构信息的真实数据和噪声数据,在实际应用场景中,传感器接收的信号信噪比一般较低,结构信息数据往往淹没在观测噪声中<sup>[30]</sup>,因而需要对原始数据进行预处理,以消除异常数据和噪声成分。实测信号预处理采用单德山等<sup>[30]</sup>所提方法,本节不再赘述。去除测试信号中的噪声成分和显著异常数据之后,得到了 2022 年 1 月至 6 月共 181 d 的监测数据。

### 3.5 散索鞍位移-温度相关性模型

温度效应对大型桥梁来说是一个不可忽视的因素,为探究散索鞍位移与温度之间的关系,绘制散索鞍位移与温度的散点图,如图 13 所示。

为消除温度对散索鞍位移的影响,需要建立二者

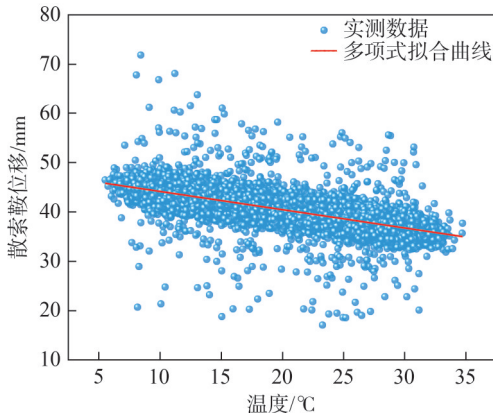


图 13 散索鞍位移与温度散点图

Fig. 13 Scatter plot of splay saddle displacement and temperature

相关性数学模型<sup>[28]</sup>:

$$D(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + \dots + a_\epsilon T^\epsilon \quad (30)$$

式中,  $D(T)$  为剔除噪声成分和异常数据后散索鞍的位移监测数据,  $T$  为环境温度,  $a_0 \sim a_\epsilon$  为多项式拟合系数,  $\epsilon$  为多项式阶数。

采用最小二乘法进行拟合,结果如式(31)所示,结合图 13 中拟合曲线可知,散索鞍位移与温度之间具有明显的线性相关性。

$$D(T) = 47.876 - 0.371T \quad (31)$$

### 3.6 监测数据特征分析

在进行监测数据时域特征分析之前,需要依据第 3.5 节所建立的相关性模型将环境温度对散索鞍位移的影响去除,得到温度归一化后的散索鞍位移值  $d$  为:

$$d = d_m - (d_t - d_0) \quad (32)$$

式中,  $d_m$  为实测位移值,  $d_t$  为实测温度下的模型计算位移值,  $d_0$  为基准温度下的模型计算位移值。

选取某日的监测数据,结合式(29)、(32)可得到排除温度干扰后的散索鞍位移监测结果,将其分别代入到 ANSYS 和式(10),获得主缆力的有限元计算结果和理论计算结果,绘制主缆力的日变化曲线如图 14 所示。

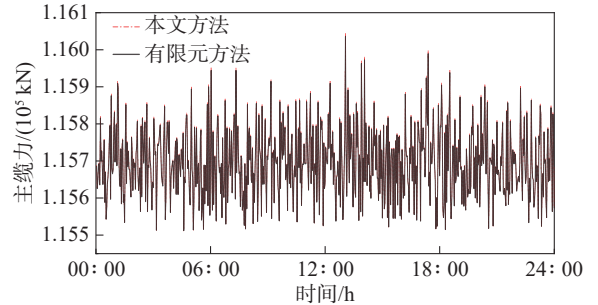


图 14 主缆力的日计算结果

Fig. 14 One-day calculation results of main cable force

由图 14 可知,主缆力在该日的最大值为 116 035 kN,此时主缆应力为规范限值的 67.6%,表明结构处于安全状态。主缆力的日内变化量小于 540 kN,有限元计算结果和本研究所提方法的计算结果一致,最大相差 8.8 kN,仅为主缆力日内变化量的 1.66%,证明了本方法的有效性和准确性。

悬索桥的主缆力等于恒载主缆力叠加可变荷载引起的主缆力变化,为消除短期可变作用引起的主缆力波动和偶然因素的影响,获得长期监测数据的概率分布特征,采用温度归一化后的散索鞍位移日平均值为代表值,分别绘制数据直方图和 Q-Q 图,如图 15、16 所示。图 15 中,红色曲线为根据数据均值和方差按正态分布绘制的概率密度函数。由图 15 可以看出,直方

图呈现中间高两边低,近似左右对称的钟形,且与拟合曲线的趋势和大小相同。由图 16 可以看出,大部分数据点位于 95% 置信区间内,呈中间密集、两边对称地分布在参考线附近。综合二者结果,判断监测数据服从正态分布。

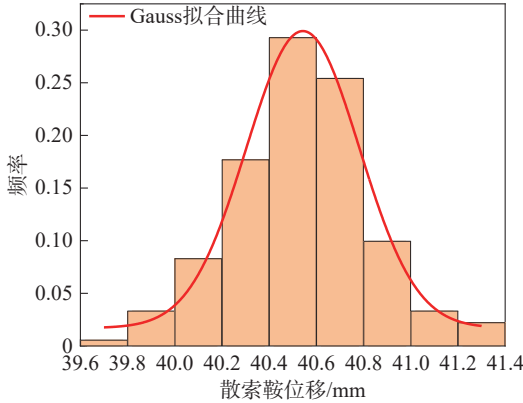


图 15 散索鞍位移直方图

Fig. 15 Histogram of splay saddle displacement

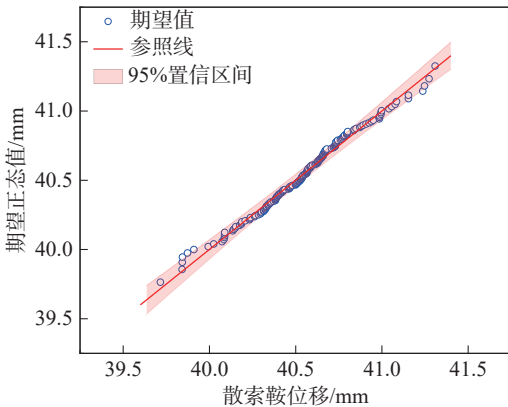


图 16 散索鞍位移 Q-Q 图

Fig. 16 Q-Q plot of splay saddle displacement

结合式 (10)、(29)、(32) 计算每日主缆力的平均值并绘制其变化曲线,可得到排除温度干扰后的主缆力长期监测结果,如图 17 所示。

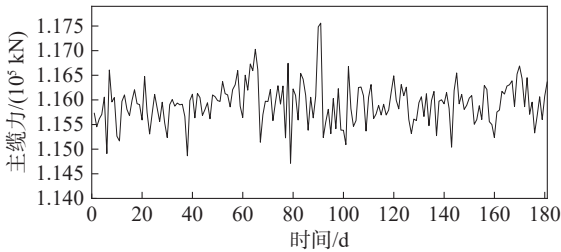


图 17 主缆力长期监测结果

Fig. 17 Long-term monitoring results of main cable force

由图 17 可知,在 6 个月的监测周期内,主缆力是随机变化的,不存在明显的变化规律和长期变化趋势。主缆力的最大值、最小值及均值分别为 117 559、114 712、115 919 kN,主缆的平均应力和最大应力仅为规范限值的 67.5% 和 68.5%,表明目前结构健康状态良

好,且具有足够的承载力。主缆力的极差为 2 847 kN,仅为缆力均值的 2.5%,该现象说明,主缆并未发生力学性能的退化或者损伤,且主缆力大部分来自永久荷载,如结构自重,而由汽车活载、风荷载等可变荷载引起的变化量很小,这与众多学者<sup>[17,19,21]</sup>对悬索桥结构力学特性的认知一致。

### 3.7 监测数据时间序列分析模型 ARIMA

悬索桥的变形机理复杂,主缆力的影响因素众多<sup>[5]</sup>,难以用确定的函数进行表达,但长期监测数据可看作以时间为特征的数据集<sup>[3]</sup>,因此,可以采用时间序列分析方法对主缆监测数据进行建模<sup>[31]</sup>,根据历史监测数据对结构的未来行为进行分析预测,并为桥梁结构的长期性能评估和异常判断提供数据支撑。

由于桥梁健康监测系统所采集的数据一般难以满足平稳性条件<sup>[31]</sup>,所以选用 ARIMA( $p, \eta, q$ ) ( $p$  为自回归项数,  $\eta$  为差分次数,  $q$  为移动平均项数) 模型对监测数据构成的时间序列进行估计,主要流程如下:

#### 1) 平稳性检验与处理

对监测数据进行 ADF (augmented dickey-fuller test) 检验,若数据是非平稳的,则对监测数据  $\{X_t, t = 1, 2, \dots, \mu\}$  ( $\mu$  为监测数据的数量) 进行  $\eta$  阶差分,得到宽平稳时间序列  $Y_t$ , 如式 (33) 所示。

$$Y_t = (1 - B)^\eta X_t \quad (33)$$

式中,  $B$  为后移算子,  $B^\eta X_t = X_{t-\eta}$ 。

#### 2) ARIMA 参数优化

模型的拟合精度和计算速度往往受模型阶数的影响,较小的阶数会使拟合效果变差,而较大的阶数会导致模型变得非常复杂<sup>[3]</sup>,不仅会降低计算速度,还会产生过拟合。可用 AIC (akaike information criterion) 准则来优化 ARIMA 模型阶数<sup>[31]</sup>,其准则函数为:

$$I_{AIC} = 2(p + q + 1) - 2\ln L \quad (34)$$

式中,  $I_{AIC}$  为 AIC 准则的计算值,  $L$  为模型的极大似然函数。

#### 3) 模型检验

若建立的 ARIMA 具有足够的信息提取能力,则拟合残差应该是没有规律性的白噪声序列,采用 Ljung-Box test 对残差序列自相关性进行检验<sup>[32]</sup>,若判定为白噪声,则证明拟合效果良好。

由图 17 可知,由于剔除温度影响后,主缆力监测数据不存在明显的周期性,但短时段内的数据却呈现一定变化趋势,需对监测数据进行 1 阶差分以消除其趋势性,然后进行 ADF 检验,显著性水平设为 0.05<sup>[31]</sup>,  $p$  值计算结果为  $1.0 \times 10^{-3}$ ,表明差分后的数据已转化为平稳序列,符合建模条件。

选取前 121 d 主缆力监测数据建立 ARIMA( $p, \eta, q$ ) 模型,模型中  $\eta=1$ , 设定  $p, q$  的最高阶次, 分别计算各阶模型的 AIC 值, 当  $p=1, q=0$  时, AIC 取值最小, 最终确定模型为 ARIMA(1,1,0)。

结合序列长度选取 3、5 阶滞后<sup>[32]</sup>对残差进行自相关进行检验, 判定残差属于噪声序列, 模型检验通过。主缆力监测数据 ARIMA 模型拟合结果如图 18 所示。由图 18 可知, 模型能够准确地反应数据的波动趋势和变化情况, 整体拟合效果良好。

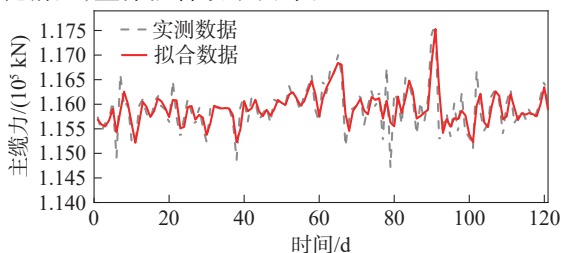


图 18 主缆力监测数据 ARIMA 模型拟合结果

Fig. 18 ARIMA model fitting results of main cable force monitoring data

为验证模型的预测性能, 利用所建立的 ARIMA 模型以 1 步长对后 60 d 数据进行预测, 主缆力数据预测结果如图 19 所示。由图 19 可知, 模型主缆力预测值与实测数据变化趋势一致, 预测值曲线相比实测数据曲线更为光滑, 二者之间存在一定的误差但误差值较小, 在曲线峰值点出现了 358 kN 的最大预测偏差, 占主缆力均值的 0.3%, 预测精度较高。可见, 模型能较好地预测主缆力的大小和变化趋势, 可为桥梁结构的长期性能评估和异常判断提供参考依据。

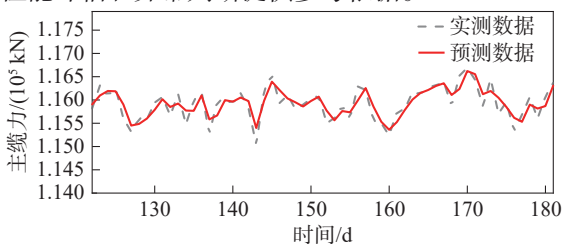


图 19 主缆力数据预测结果

Fig. 19 Prediction results of main cable force data

## 4 结 论

针对现有测试设备和方法无法对主缆力进行准确、有效测量的问题, 提出了一种悬索桥主缆力长期可靠监测方法, 并用该方法对 181 d 的健康监测数据进行处理分析, 结论如下:

1) 本文将悬索桥各结构部件简化为弹簧, 组成一个串并系统等效模型, 根据散索鞍处的平衡原理, 提出一种利用散索鞍位移确定主缆张力的方法。

2) 所提方法与有限元计算结果对比最大偏差仅

为 1.96%, 证明其具有较高的精度, 可用于大跨悬索桥的主缆张力进行计算监测。

3) 散索鞍位移和温度具有明显的线性相关性。监测期间主缆力波动较小, 说明主缆力大部分来自于永久荷载。

4) 181 d 的监测数据分析表明主缆健康状况良好, 所建立的 ARIMA 模型能够准确预测主缆力的大小和变化趋势, 为结构的异常和性能退化的判断提供可靠依据。

## 参考文献:

- [1] Sun Limin, Shang Zhiqiang, Xia Ye. Development and prospect of bridge structural health monitoring in the context of big data[J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, 32(11): 1-20. [孙利民, 尚志强, 夏焯. 大数据背景下的桥梁结构健康监测研究现状与展望[J]. 中国公路学报, 2019, 32(11): 1-20.]
- [2] Editorial Office of China Journal of Highway and Transport. Review on China's bridge engineering research: 2021 [J]. China Journal of Highway and Transport, 2021, 34(2): 1-97. [《中国公路学报》编辑部. 中国桥梁工程学术研究成果综述·2021[J]. 中国公路学报, 2021, 34(2): 1-97.]
- [3] Xu Shiqiao, Ma Rujin, Chen Airong. Long-term performance evaluation and rating of main cable of long-span suspension bridge[J]. Bridge Construction, 2021, 51(5): 53-60. [徐世桥, 马如进, 陈艾荣. 大跨悬索桥主缆长期性能评估与分级[J]. 桥梁建设, 2021, 51(5): 53-60.]
- [4] Wang Dagang, Ye Jihong, Wang Bo, et al. Review on the service safety assessment of main cable of long span multi-tower suspension bridge[J]. Applied Sciences, 2021, 11(13): 5920.
- [5] Zhang Qinghua, Zhang Ying, Cheng Zhenyu, et al. Static behavior and key influencing factors of double-cable suspension bridge[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2020, 55(2): 238-246. [张清华, 张莹, 程震宇, 等. 双缆悬索桥的静力特性及其关键影响因素[J]. 西南交通大学学报, 2020, 55(2): 238-246.]
- [6] Mei Xiudao, Tang Tianming, Shi Jing. Study of using communicating pipes to monitor main girder deflection of long-span cable-stayed bridge in construction period[J]. Bridge Construction, 2020, 50(S1): 14-19. [梅秀道, 汤天明, 史晶. 大跨斜拉桥施工期主梁挠度的连通管监测方法研究[J]. 桥梁建设, 2020, 50(S1): 14-19.]
- [7] Yu Jiayong, Shao Xudong, Yan Banfu, et al. Research and development on global navigation satellite system technology for bridge health monitoring[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, 29(4): 30-41. [余加勇, 邵旭东, 晏班夫, 等. 基于全球导航卫星系统的桥梁健康监测方法

- 研究进展[J].中国公路学报,2016,29(4):30-41.]
- [8] An Yonghui,Chatzi E,Sim S H,et al.Recent progress and future trends on damage identification methods for bridge structures[J].Structural Control and Health Monitoring,2019,26(10):e2416.
- [9] Ding Huaping,Shen Qinghong,Du Sidan.Autonomous main-cable vibration monitoring using wireless smart sensors for large-scale three-pylon suspension bridges:A case study[J].Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control,2020,39(3):604-615.
- [10] Xiao Xin,Guo Hui,Su Pengfei,et al.Static characteristic analysis of high-speed railway suspension bridge with kilometer span[J].Journal of Railway Science and Engineering,2023,20(9):3229-3241.[肖鑫,郭辉,苏鹏飞,等.千米级高速铁路悬索桥静力特性分析[J].铁道科学与工程学报,2023,20(9):3229-3241.]
- [11] Chai Shengbo,Wu Qian,Wang Xiulan.Deformation and force characteristics of double-cable suspension bridges [J].Structures,2023,54:1705-1716.
- [12] Wang Da,Li Yupeng,Liu Yang.Analysis of refinement control of anchor cable tension for long-span suspension bridge[J].China Journal of Highway and Transport,2014,27(1):51-56.[王达,李宇鹏,刘扬.大跨度悬索桥锚跨索股张力精细化控制分析[J].中国公路学报,2014,27(1):51-56.]
- [13] Zhang Zhuojie,Wang Ronghui,Zhen Xiaoxia,et al.Evaluation of measurement methods for tension of parallel steel strand stay cables[J].Bridge Construction,2016,46(2):42-47.[张卓杰,王荣辉,甄晓霞,等.平行钢绞线斜拉索索力测试方法评价[J].桥梁建设,2016,46(2):42-47.]
- [14] Liu Jiakui,Luo Hao,Du Bin.Adjusting method for anchor-span cable force of steel truss suspension bridge in the cabling phase[J].Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science),2020,39(2):50-54.[刘家奎,罗浩,杜斌.钢桁梁悬索桥成缆阶段锚跨索力调整方法[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2020,39(2):50-54.]
- [15] Wang Jun,Liu Weiqing,Wang Lu,et al.Estimation of main cable tension force of suspension bridges based on ambient vibration frequency measurements[J].Structural Engineering and Mechanics,2015,56(6):939-957.
- [16] Zhang Lixiao,Qiu Guoyang,Chen Zhishou.Structural health monitoring methods of cables in cable-stayed bridge:A review[J].Measurement,2021,168:108343.
- [17] Deng Yang,Liu Yang,Chen Suren.Long-term in-service monitoring and performance assessment of the main cables of long-span suspension bridges[J].Sensors,2017,17(6):1414.
- [18] Zeng Sen,Ma Xinwei,Chen Shaofeng.Computation methods of axial forces for main cables and short hangers of suspension bridges[J].Journal of Traffic and Transportation Engineering,2015,15(5):26-33.[曾森,马新伟,陈少峰.悬索桥主缆和短吊杆轴力计算方法[J].交通运输工程学报,2015,15(5):26-33.]
- [19] Shi Jie.A method for measuring main cable force increment in static load test of suspension bridge[J].Journal of Highway and Transportation Research and Development,2017,34(11):72-78.[史杰.悬索桥静载试验主缆索力增量测试方法[J].公路交通科技,2017,34(11):72-78.]
- [20] Ma Xiaowei,Nie Jianguo,Fan Jiansheng.Longitudinal stiffness of multispan suspension bridges[J].Journal of Bridge Engineering,2016,21(5):06015010.
- [21] Sun Bin,Hu Zhijian,Zhang Liwen,et al.Simplified analysis of live load responses in multi-tower suspension bridges [J].China Journal of Highway and Transport,2015,28(11):60-66.[孙斌,胡志坚,张力文,等.多塔悬索桥活载效应简化分析[J].中国公路学报,2015,28(11):60-66.]
- [22] Cao Hongjiu,Chen Zhijun,Wu Qiaoyun,et al.Simplified calculation model for multi-span suspension bridges based on single cable theory[J].China Journal of Highway and Transport,2016,29(4):77-84.[曹鸿猷,陈志军,吴巧云,等.基于单索理论的多塔悬索桥简化计算模型[J].中国公路学报,2016,29(4):77-84.]
- [23] Deng Xiaokang,Zhang Qi.Improved algorithm for pre-offsetting of saddles considering coupling effect of tower and splay saddles[J].Journal of the China Railway Society,2022,44(1):128-133.[邓小康,张其.考虑主、散索鞍耦合效应的索鞍预偏量改进算法[J].铁道学报,2022,44(1):128-133.]
- [24] Deng Xiaokang,Deng Hengyao.Improved algorithm for design position of composite circular curve splay saddle [J].Journal of Chongqing Jiaotong University(Natural Science),2021,40(11):101-105.[邓小康,邓恒耀.复合圆曲线散索鞍设计位置的改进算法[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2021,40(11):101-105.]
- [25] Shen Ruili,Wang Yuan,Wang Tao.Calculation method of adjustments of anchor span cable forces and saddle angle for long-span suspension bridge[J].China Journal of Highway and Transport,2017,30(5):81-88.[沈锐利,王渊,王涛.大跨度悬索桥锚跨索力及散索鞍偏角施工调整的计算方法[J].中国公路学报,2017,30(5):81-88.]
- [26] Chai Shengbo,Wang Xiulan,Xiao Rucheng.Study on longitudinal restraint stiffness of main cable in suspension bridge[J].China Journal of Highway and Transport,2015,28(8):59-66.[柴生波,王秀兰,肖汝诚.悬索桥主缆纵桥向约束刚度研究[J].中国公路学报,2015,28(8):59-66.]
- [27] 邵旭东,程翔云,李立峰.桥梁设计与计算[M].北京:人民交通出版社,2007.

- [28] Huang Guoping, Hu Jianhua, Cui Jianfeng, et al. Study on girder end displacement characteristics of steel truss suspension bridge based on measurement data[J]. Journal of Highway and Transportation Research and Development, 2022, 39(5): 65–73. [黄国平, 胡建华, 崔剑峰, 等. 基于监测数据的钢桁悬索桥梁端位移特性研究[J]. 公路交通科技, 2022, 39(5): 65–73.]
- [29] He Miao. Uncertainty finite element model updating of long span suspension bridge[D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2021. [何淼. 大跨度悬索桥有限元模型不确定性修正[D]. 成都: 西南交通大学, 2021.]
- [30] Shan Deshan, Li Qiao, Huang Zhen. Adaptive decomposition and reconstruction for bridge structural dynamic testing signals[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(3): 1–6. [单德山, 李乔, 黄珍. 桥梁动力测试信号的自适应分解与重构[J]. 振动与冲击, 2015, 34(3): 1–6.]
- [31] Chen Guoliang, Lin Xungen, Yue Qing, et al. Study on separation and forecast of long-term deflection based on time series analysis[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2016, 44(6): 962–968. [陈国良, 林训根, 岳青, 等. 基于时间序列分析的桥梁长期挠度分离与预测[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2016, 44(6): 962–968.]
- [32] Hassani H, Yeganegi M R. Selecting optimal lag order in Ljung–Box test[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2020, 541: 123700.

## Long-term Monitoring Method of Main Cable Force of Suspension Bridge Based on Rotation Displacement of Splay Saddle

DONG Hao, SHAN Deshan\*, YU Weidong, LUO Lingfeng

(School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

### Abstract:

**Objective** Long-term, effective, and accurate measurement of the main cable force in suspension bridges is essential for the timely detection of structural anomalies and the evaluation of structural health. At present, long-term monitoring of the main cable force faces two significant challenges: low testing accuracy and high testing cost. This study presents a long-term monitoring approach for the main cable force in suspension bridges based on splay saddle displacement.

**Methods** First, the equilibrium states of two different boundary forms, the sliding type and swing type, were discussed separately, and the calculation method for the resultant force of the anchor cable of the suspension bridge was derived. The long-span suspension bridge was regarded as a series and parallel spring system composed of various structural parts, and its structural members were simplified as springs to form an equivalent stiffness model of the series and parallel system. The cable stiffness in this model was considered a series combination of elastic tensile stiffness and linear stiffness. Based on different load forms of the cable, the longitudinal stiffness of the parabolic and catenary cables was calculated separately. The constraint stiffness of the bridge tower on the main cable was derived using the energy method and considering the influence of the second-order effect. Then, based on the balance principle at the splay saddle and the equivalent simplified stiffness model of the suspension bridge, a method for calculating the tension of the main cable using the splay saddle displacement was proposed. Taking a suspension bridge with a 660 m main span as an example, the accuracy and effectiveness of the proposed method were verified through finite element modeling analysis. A low-cost main cable force monitoring scheme was designed using a simple custom bracket and a splay saddle displacement sensor. The bridge's monitoring data for 181 days were preprocessed, and the correlation model between the splay saddle displacement and temperature was established through a polynomial fitting method. The temperature-normalized splay saddle displacement value was then obtained. The average daily displacement of the splay saddle was taken as the representative value, and both the histogram and Q–Q plot were drawn to analyze the statistical characteristics of the data. Finally, the ARIMA model was established by selecting the first 121 cable force monitoring data points to predict the trend of data variation during the last 60 days.

**Results and discussions** Based on the established equivalent stiffness model of the suspension bridge, the translational stiffness of the IP point of the cable saddle along its supporting surface was 1 281.7 and 1 814.9 kN/mm, respectively, which were 1.71% and 1.96% different from the 1 259.7 and 1 779.4 kN/mm calculated by ANSYS. This finding indicated that the calculation results of the proposed method were accurate and reliable. The least squares method was utilized to fit the correlation model of the saddle displacement and temperature, and the results showed an obvious linear correlation between the two. The analysis of single-day monitoring data revealed that the variation in the main cable force on that day was less than 540 kN, and the finite element calculation results were consistent with those obtained by the proposed method, with a maximum difference of 8.8 kN, accounting for only 1.66% of the daily variation in the main cable force. This finding confirmed that the method achieved high accuracy. The histogram of splay saddle displacement data presented a bell-shaped curve with a high center and low sides, approximately symmetrical, and the trend and magnitude of the probability density function curve fitted based on the normal distribution were consistent.

In the Q-Q plot, most of the data points were located within the 95% confidence interval, densely distributed in the middle, and symmetrically aligned near the reference line on both sides. It was concluded that the splay saddle displacement data followed a normal distribution. The analysis of 181 days of monitoring data showed that the main cable force changed randomly, with no evident pattern or long-term trend. The maximum, minimum, and average values of the main cable force were 117 559, 114 712, and 115 919 kN, respectively. The average and maximum stresses of the main cable reached only 67.5% and 68.5% of the standard limits, indicating that the structure is in good condition and has sufficient bearing capacity. The variation range of the main cable force was 2 847 kN, accounting for only 2.5% of the mean cable force, indicating that most of the main cable force originated from dead load, while the variation caused by live load was minimal. Compared to the measured data, the established ARIMA model provided a smoother predicted value curve for the last 60 days of the main cable force. The maximum prediction deviation was 358 kN, representing only 0.3% of the mean main cable force, indicating that the established ARIMA model achieved high prediction accuracy.

**Conclusions** The proposed method for calculating the main cable force of a suspension bridge based on splay saddle displacement is highly accurate and reliable. There is a clear linear correlation between splay saddle displacement and temperature. The data of splay saddle displacement after temperature normalization follow a normal distribution, and the fluctuation of the main cable force remains minimal during the monitoring period. Most of the main cable force is attributed to the dead load. The main cable structure of the bridge is in good condition and possesses sufficient bearing capacity. The established ARIMA model can accurately predict the magnitude and trend of changes in the main cable force, providing a reliable basis for assessing structural anomalies and performance degradation.

**Key words:** bridge engineering; long-span suspension bridge; main cable force monitoring; data processing and analysis; time series model

(编辑 周璇)

引用格式: Dong Hao, Shan Deshan, Yu Weidong, et al. Long-term monitoring method of main cable force of suspension bridge based on rotation displacement of splay saddle[J]. *Advanced Engineering Sciences*, 2026, 58(1): 233–244. [董皓, 单德山, 于伟栋, 等. 基于散索鞍转动位移的悬索桥主缆力长期监测[J]. *工程科学与技术*, 2026, 58(1): 233–244.]