

• 水工岩石力学 •

DOI:10.12454/j.jsuese.202500145



本刊网刊

考虑土体参数空间变异性的 3 维土质边坡可靠度分析

万愉快¹, 周玉麒¹, 邵琳岚^{2,3}, 王钰轲^{2,3*}, 张 飞⁴

(1. 宁夏大学 土木与水利学院, 宁夏 银川 750000; 2. 郑州大学 水利与交通学院, 河南 郑州 450001; 3. 隧道掘进机及智能运维国家重点实验室, 河南 郑州 450001; 4. 河海大学 岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210005)

摘要: 3 维土质边坡可靠度分析通常面临临界滑动面搜索效率低下的挑战。为此, 本文采用逐步协方差矩阵分解方法生成边坡土体参数 3 维对数正态随机场, 改进粒子群算法的迭代终止条件并与 3 维 Bishop 法结合搜索最小安全系数, 最后通过蒙特卡洛模拟得到 3 维土质边坡的失效概率。通过算例的对比分析验证了本文方法和程序的正确性, 针对不同滑动面形式(“圆柱”和“圆柱+椭球”组合)、多种相关长度和变异系数对失效概率的影响进行系统研究。结果表明: 改进粒子群算法在保证计算精度的同时可以显著提高其计算效率; 土体参数空间变异性是 3 维土质边坡稳定性高于 2 维边坡的主要因素之一, 空间变异性 and 3 维效应之间的耦合作用显著影响失效概率; 土体参数变异系数、相关系数及相关长度的改变, 均能导致失效概率的显著波动。研究成果为大规模随机场条件下的 3 维土质边坡可靠度分析提供了一种高效的方法。

关键词: 边坡; 失效概率; 协方差矩阵分解方法; 3 维效应; 空间变异性

中图分类号: TU43

文献标志码: A

文章编号: 2096-3246(2026)01-0080-10

边坡工程通常采用安全系数评估其稳定性, 但土体因地质历史和矿物成分差异呈现空间变异性^[1-3], 相同安全系数边坡的失效概率可能显著不同^[4], 单一安全系数难以全面反映边坡稳定状态。为此, 引入可靠度理论, 通过失效概率指标综合评估土体空间变异性对边坡稳定性的影响^[5-6]。

工程实践表明, 边坡破坏面具有显著的 3 维空间效应^[7], 而 2 维分析方法忽略了破坏面的实际宽度和边界条件, 通常得出偏于保守的分析结果^[8-9]。为此, 学者结合随机场理论提出了多种 3 维可靠度分析方法。Griffiths 等^[10]将随机场理论和 3 维有限单元法相结合, 使用 3 维随机有限单元法 (RFEM) 揭示了 2 维分析方法低估边坡失效概率的现象。Hicks 等^[11]采用 RFEM 分析了长边坡的稳定性, 发现了 2 维分析无法体现的 3 种 3 维失稳模式^[12]。Kasama 等^[13]将 RFEM 和随机响应面法相结合, 分析了地震诱发的 3 维滑坡的可靠度。与此同时, Varkey 等^[14]提出了一种改进的半解析方

法, 用于精确计算 3 维边坡的可靠度; Shu 等^[15]基于塑性极限分析上限解法分析了边坡不同失效模式的发生概率; Jiang 等^[16]采用随机物质点法攻克了 3 维边坡大变形概率特征描述难题。随机极限平衡法 (RLEM) 也拓展到 3 维土坡^[17]、3 维高聚物加固边坡^[18]、3 维加筋边坡^[19]的失效概率分析。在既有方法中, 3 维 RLEM 与 3 维 RFEM 应用最为广泛, 且两种方法在安全系数、滑动长度及滑动体积方面具有一致性^[20]。RLEM 计算效率高, 这一优势使得结合蒙特卡洛模拟 (MCS) 评估边坡失效概率成为可能, 拓宽了其应用范围^[17]。

较 2 维方法, 3 维方法虽能提供更精确的结果, 但计算效率的显著降低成为制约 3 维边坡失效概率分析的主要因素。Li 等^[21]提出了逐步协方差矩阵分解方法 (CMD), 可使用较小的计算机内存实现大规模 3 维随机场的快速模拟^[22]。然而, 除随机场生成效率外, 3 维 RLEM 中临界滑动面的搜索效率亦是影响计算效率的关键^[23]。传统试算法需遍历大量潜在滑动面以确定最

收稿日期: 2025-03-05 修回日期: 2025-04-28 网络出版日期: 2025-05-19

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52408373); 宁夏自然科学基金优秀青年项目 (2024AAC05036); 宁夏高等学校一流学科建设 (水利工程) 项目 (NXYLXK2021A03)

作者简介: 万愉快 (1990—), 男, 副教授, 博士。研究方向: 边坡稳定性和可靠度分析。E-mail: wanyukuai@163.com

* 通信作者: 王钰轲, 教授, E-mail: ykewang@163.com

小安全系数,导致效率与精度难以兼顾。为此,学者引入智能优化算法^[23-25],以高效搜索边坡最小安全系数,其中,粒子群优化(PSO)算法因其操作简便、高效稳定^[26],被广泛应用于均质土坡^[27]、加筋土坡^[28]、地震力作用土坡^[29]、岩质边坡^[30]、3维不对称边坡^[31]等各类边坡分析。Wan等^[23]改进了PSO算法,将其应用于2维边坡失效概率计算中的最小安全系数搜索,显著提升了计算精度与效率。但该方法目前主要适用于2维圆弧滑动面的搜索,其在3维滑动面下的适用性与有效性仍有待进一步验证。

因此,本研究提出一种改进的CMD方法,生成大规模3维相关对数正态随机场,以期在提升方法的计算效率;结合改进PSO算法与简化Bishop法求解最小安全系数,并采用MCS评估边坡失效概率,揭示3维效应及土体空间变异性对边坡稳定性的影响机制。

1 方法

1.1 随机场生成方法

对Li等^[21]提出的CMD方法进行改进,用于生成相关3维对数正态随机场。采用学者广泛使用的指数型相关函数描述土体的空间相关性 $\rho(\tau_x, \tau_y, \tau_z)$ ^[2,22]。

$$\rho(\tau_x, \tau_y, \tau_z) = \exp(-|\tau_x|/l_x - |\tau_y|/l_y - |\tau_z|/l_z) \quad (1)$$

式中, τ_x, τ_y, τ_z 分别为任意两点在 x, y, z 方向的距离, l_x, l_y, l_z 分别为 x, y, z 方向的相关长度。

CMD方法通过Cholesky分解将协方差矩阵 C 转化为下三角矩阵 L ,并结合独立随机变量 ζ 与 L 构造高斯随机场 H ^[22]:

$$H = L\zeta = (L_{xz} \otimes L_y)\zeta \quad (2)$$

式中, L_{xz} 为 xz 平面内自相关矩阵 C_{xz} 的下三角矩阵, L_y 为 y 方向1维自相关矩阵 C_y 的下三角矩阵, \otimes 表示矩阵的克罗内克积运算。

土体黏聚力 c 和内摩擦角 φ 之间存在着一定的内在关联,忽视 c 和 φ 之间的关联会导致分析结果的不准确。因此,本研究进行了两项改进:其一,在生成标准正态随机场前通过互相关变换嵌入 c 和 φ 之间的相关系数;其二,结合拉丁超立方抽样以减少抽样方差并提升蒙特卡洛模拟的收敛效率。改进CMD方法模拟3维相关对数正态随机场的流程如下。

1)将随机场离散成若干单元,结合式(1)生成 C_{xz} 和 C_y ,通过Cholesky分解生成 L_{xz} 和 L_y 。

2)采用拉丁超立方抽样生成独立随机样本,并构成一个 $n \times 2$ 维(n 为随机场单元数目)的矩阵 $\xi = [\xi_c, \xi_\varphi]$, $\xi_c = [\xi_{c1}, \xi_{c2}, \dots, \xi_{cn}]^T$, $\xi_\varphi = [\xi_{\varphi1}, \xi_{\varphi2}, \dots, \xi_{\varphi n}]^T$, $\xi_{ci}, \xi_{\varphi i}$ 为服从标准正态分布的随机数。

3)对 c 和 φ 的互相关系数矩阵 $\rho_{c,\varphi}$ 进行Cholesky分解得上三角矩阵 L_1 ,相关标准正态随机样本矩阵 $\xi^G = \zeta L_1 = [\xi_c^G, \xi_\varphi^G]$ 其中, $\xi_c^G = \xi_c$, $\xi_\varphi^G = \rho_{c,\varphi} \times \xi_c + (1 - \rho_{c,\varphi}^{0.5} \times \xi_\varphi)$,代入式(3)即可得到相关高斯随机场 H_R^G 。

$$H_R^G = (L_{xz} \otimes L_y)\xi_R^G, R \in \{c, \varphi\} \quad (3)$$

式中, R 包括黏聚力 c 和内摩擦角 φ 两个随机场。

4)将相关高斯随机场等概率变换为相关对数正态随机场 H_R 。

$$H_R = \exp(\mu_{\ln R} + \sigma_{\ln R} H_R^G), R \in \{c, \varphi\} \quad (4)$$

式中, $\mu_{\ln R}, \sigma_{\ln R}$ 分别为高斯随机场 $\ln R$ 的均值和方差。

以上步骤重复 N 次,可以得到 N 个3维相关对数正态随机场样本。

1.2 安全系数的计算方法

3维Bishop法在边坡稳定性分析中应用广泛,且与严格极限平衡法的计算结果十分接近^[32]。图1为3维简化Bishop法计算简图。

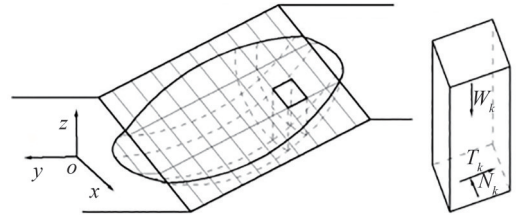


图1 3维简化Bishop法计算简图

Fig. 1 Schematic diagram of 3D simplified Bishop method calculation

Bishop法将滑体划分成若干条柱,不考虑条间作用力(图1),通过整体力矩平衡计算安全系数 F ,计算式如下:

$$F = \frac{\sum_{k=1}^K (c_k A_k + N_k \tan \varphi_k - u_k A_k \tan \varphi_k) \times (m_{zk} x_k - m_{xk} z_k)}{\sum_{k=1}^K (W_k x_k - N_k (n_{zk} x_k - n_{xk} z_k))} \quad (5)$$

$$N_k = \frac{W_k - (c_k - u_k \tan \varphi_k) A_k m_{zk} / F}{n_{zk} + \tan \varphi_k m_{zk} / F} \quad (6)$$

式(5)、(6)中, K 为条分数目, c_k, φ_k 分别为第 k 个随机场单元的土体的黏聚力和内摩擦角, A_k 为条柱底部面积, W_k 为条柱重力, u_k 为孔隙水压力, x_k, z_k 分别为条柱底部中点到圆心的水平和竖直距离, (n_{xk}, n_{yk}, n_{zk}) 、 (m_{xk}, m_{yk}, m_{zk}) 分别为条柱底部的法向作用力 N_k 和切向作用力 T_k 的方向余弦。

1.3 最小安全系数搜索方法

1.3.1 滑入滑出法

图2、3分别为滑动面形式示意图和3维潜在滑动面生成示意图。滑动面形状选取以下两种假定:1)滑动面为圆柱形状的一部分,且不考虑两端约束,简称“圆柱滑动面”(图2(a));2)滑动面为椭球的一部分

(两端)+圆柱形状的一部分(中间),简称“组合滑动面”(图2(b))。假定滑动面的宽度为 B ,高度为 H ,坡角为 β ,则组合滑动面通过滑入点 D 、滑出点 E 、水平向切线 l_1 和圆柱体宽度 b 确定(图3),图3(b)为图3(a)中的截面 $P-P$ 。将滑入点范围 L_1 等分成 n_1 份、滑出点范围 L_2 等分成 n_2 份、切线点范围 L_3 等分成 n_3 份、圆柱体宽度范围 L_4 等分成 n_4 份(图3),通过排列组合形成 $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4$ 个潜在滑动面。圆柱滑动面是2维滑动面在3维空间上的直接拓展,通常被认为是“假3维”,因此,无需对 L_4 进行等分,即 $n_4=1$ 。

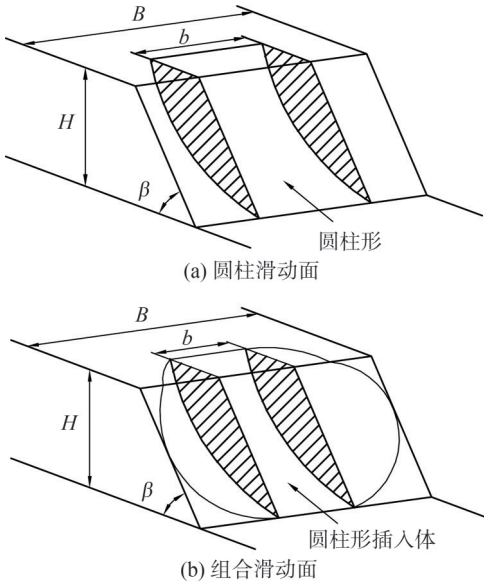


图2 滑动面形式示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the sliding surface form

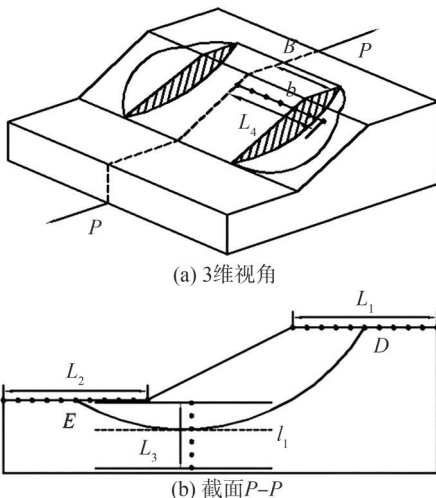


图3 3维潜在滑动面生成示意图

Fig. 3 Schematic diagram of 3D potential sliding surface generation

1.3.2 改进的粒子群优化算法

粒子群算法通过迭代计算搜索边坡的最小安全系数,每一次迭代需要根据个体和群体的经验更新粒子的位置和速度。粒子位置和速度的更新式如下:

$$v_{sj}(t+1) = c_1 r_1 (b_{sj}^P(t) - x_{sj}(t)) + c_2 r_2 (b_{sj}^G(t) - x_{sj}(t)) + \omega v_{sj}(t) \quad (7)$$

$$x_{sj}(t+1) = x_{sj}(t) + v_{sj}(t+1) \quad (8)$$

式(7)、(8)中: $v_{sj}(t+1)$ 、 $x_{sj}(t+1)$ 分别为粒子 s 第 j 个维度在第 $t+1$ 次迭代时的速度和位置; t 为迭代次数; c_1 、 c_2 为学习因子,取值为 $c_1=c_2=2.0$; ω 为惯性权重,取值为0.7; r_1 、 r_2 为[0,1]之间的随机数; $b_{sj}^P(t)$ 为第 t 次迭代时粒子 s 的历史最优位置; $b_{sj}^G(t)$ 为第 t 次迭代时第 j 个维度的全局最优位置。

使用安全系数 F 评价边坡的稳定性,当 $F < 1.0$ 时,边坡处于不稳定状态。边坡失效概率 P_f 计算式为 N_f/N ,其中, N_f 和 N 分别为蒙特卡洛模拟中 $F < 1.0$ 发生的次数和模拟总次数。因此,计算失效概率只需判定 F 和1.0的关系,并不需要 F 的精确值。基于此,对PSO算法迭代终止条件进行改进,以期提高计算效率。改进后的收敛条件为:1)若 $b_j^G(t) < 1.0$,结束迭代;2)若 $b_j^G(t) > 1.05$ 且 ≥ 5 ,结束迭代;3)若 $b_j^G(t) > 1.02$ 且 ≥ 10 ,结束迭代;4)若 $\geq T_{max}$ (T_{max} 为最大迭代次数),结束迭代。

2 算例分析

2.1 验证

Cho^[2]提出一个纯黏性土边坡用于分析考虑土体参数空间变异性边坡的可靠度,后被许多研究者^[5, 23, 33-34]用于验证所提边坡可靠度分析方法的合理性。本文将此算例拓展到3维,用于验证本文方法和程序的正确性。算例1的几何形状如图4所示,算例1、2的土体重度 γ 、黏聚力 c 的均值 u_c 及其变异系数 V_c 、内摩擦角 ϕ 的均值 u_ϕ 及其变异系数 V_ϕ 、 c 和 ϕ 的相关系数 $\rho_{c,\phi}$ 等如表1所示。

不考虑土体参数的空间变异性,对此算例进行确定性分析,使用3维 Bishop 法结合 PSO 算法计算

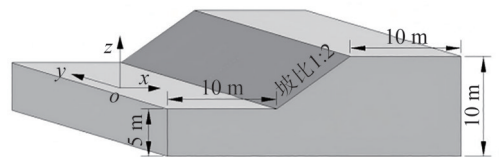


图4 算例1计算简图

Fig. 4 Calculation diagram of Example 1

表1 算例1和算例2土体的物理力学参数

Tab. 1 Physical and mechanical parameters of the soil in Examples 1 and 2

算例	$\gamma/(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$	u_c/kPa	V_c	$u_\phi/(\text{°})$	V_ϕ	$\rho_{c,\phi}$	l_x/m	l_y/m	l_z/m
算例1	20	23	0.3	0	—	—	20	20, +∞	2
算例2	20	10	0.3	8	0.2	-0.3	20	20, +∞	2

其安全系数。图 5 为安全系数 F 随破坏面宽度 B 的变化。

由图 5 可知,当滑动面为圆柱时,则该 3 维分析方法退化为 2 维,本文所得安全系数 $F=1.352 4$ 和 Wan 等^[23]

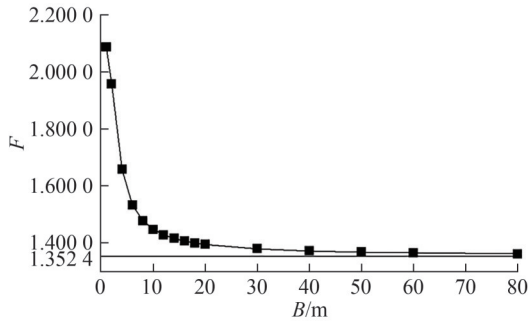
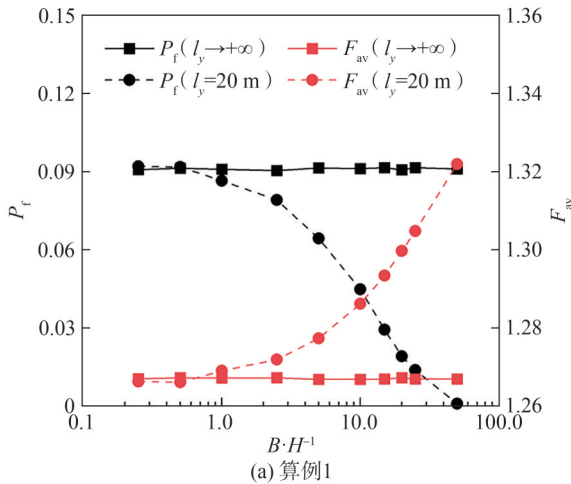
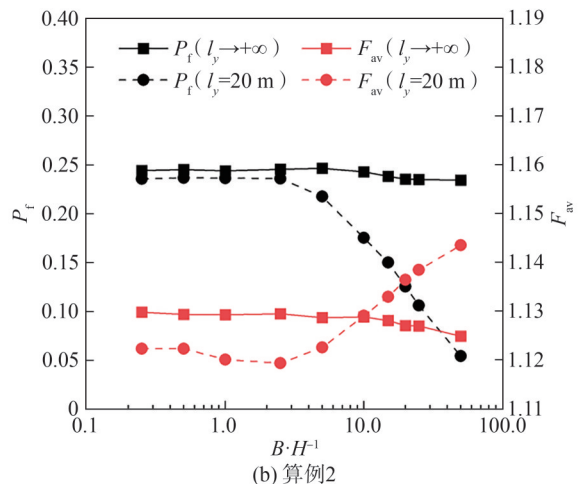


图 5 安全系数随破坏面宽度的变化

Fig. 5 Change of the safety factor with the width of the failure surface



(a) 算例 1



(b) 算例 2

图 6 圆柱滑动面的边坡失效概率和平均安全系数

Fig. 6 Failure probabilities and average safety factors of cylindrical sliding surface slopes

2.2 土体空间变异性和 3 维效应对失效概率的影响

本文在算例 1 的基础上进行拓展,算例 2 与算例 1 几何形状相同,考虑不同的土体参数及其变异性,以及 c 和 ϕ 的相关性(表 1)。将算例 1 由 2 维拓展到 3 维,水平方向增加一个参数 l_y 以表征横向扩展尺度。参考 3 维边坡可靠度研究成果^[5, 23, 33-34], l_y 取值为 20 m。特别地, l_y 趋近于无穷大时模型退化为 2 维平面应变状态,由此构建 3 维与 2 维分析的关联性对比,揭示土体空间变异性和 3 维效应对边坡失效概率的影响规律。使用本文所述方法计算算例 1 和算例 2 的失效概率。图 7 为不同 l_y 下组合滑动面边坡失效概率和平均安全系数。

从图 6 可以看出,当滑动面为圆柱形且 l_y 趋近于无穷大时,随破坏面宽度的增大,边坡的失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 基本保持不变。这是因为此种条件下,边坡的破坏面退化为 2 维且土体参数沿 y 轴分布均匀且恒

的结果 $F=1.352 5$ 非常接近。当滑动面为圆柱和椭球组合时, F 随破坏面宽度 B 的增大而减小,并逐渐趋近于 2 维分析结果。

考虑土体参数的空间变异性,使用改进的 CMD 方法生成随机场,结合 3 维 Bishop 法和改进粒子群算法搜索边坡的最小安全系数,通过 10 000 次蒙特卡洛模拟计算边坡的失效概率 P_f 。图 6 对比了不同 l_y 下圆柱滑动面边坡失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 。当 l_y 趋近于无穷大且滑动面为圆柱形时,则该 3 维分析退化为 2 维,不同宽高比 ($B/H=0.25, 0.50, 1.00, 2.50, 5.00, 10.00, 15.00, 20.00, 25.00, 50.00$) 下的 P_f 位于 $[0.090 5, 0.091 6]$ (图 6),平均 P_f 为 9.11%,与 Wan 等^[23] 计算结果平均 P_f (9.25%) 非常接近,相对误差约为 1.5%。安全系数和失效概率的对比分析结果证明了本文方法和程序的正确性。

定,使得边坡的稳定性分析降至 2 维范畴,安全系数的计算不再受破坏面宽度 B 的影响,进而 B 的变化对失效概率亦无影响。然而,当滑动面为圆柱形且 l_y 为 20 m 时,随 B 的增大, P_f 逐渐减小, F_{av} 逐渐增大。这是因为当 l_y 为 20 m 时,土体参数沿 y 轴存在变异性,随 B 的增大,任意一点的土体参数逐渐趋于平均值,相当于土体参数的空间变异性减小,因而 P_f 逐渐减小, F_{av} 逐渐增大。图 8 为截面土体黏聚力平均值随破坏面宽度的变化,随着 B 的增大,截面不同位置土体的黏聚力均值 c_u 更加趋近于 10 kPa。上述结果表明,土体参数的空间变异性是 3 维边坡稳定性高于 2 维分析的关键因素之一。众多研究明确指出,3 维边坡之所以展现出更高的安全系数,主要归因于 3 维效应的作用。本文研究成果进一步补充并完善了 3 维边坡稳定性优于 2 维分析结果的机理,为理解和评估边坡稳定性提供了更为全面的视角。

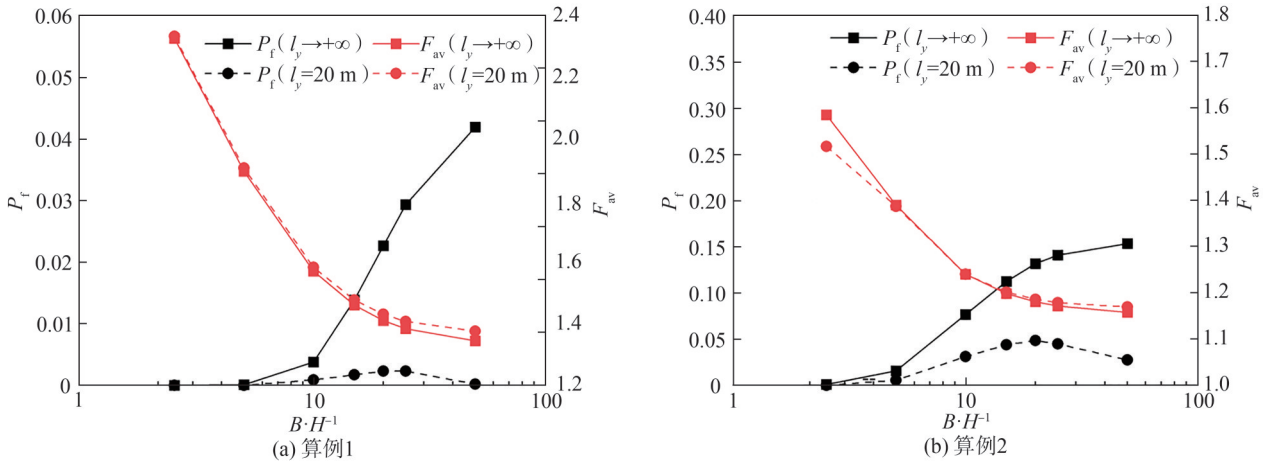


图7 组合滑动面失效概率和平均安全系数

Fig. 7 Failure probabilities and average safety factors of combined sliding surfaces

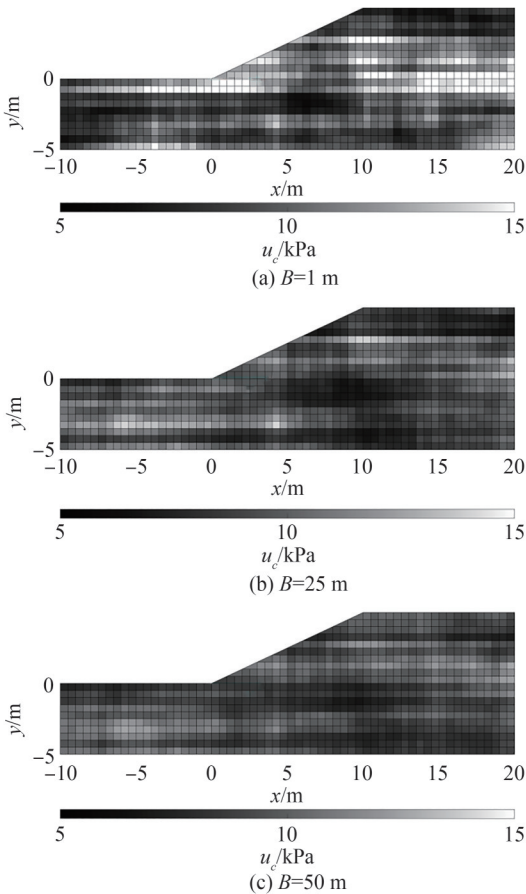


图8 截面土体黏聚力平均值的空间分布

Fig. 8 Spatial distribution of the mean cohesive force of cross-sectional soils

从图7中可以看出:当 l_y 趋近于无穷大时,随着 B 的增大, P_f 逐渐增大, F_{av} 逐渐减小,这说明 B 是影响3维边坡稳定性的重要因素; l_y 趋近于无穷大时的失效概率 P_f 均大于 l_y 为20 m时的 P_f ,这说明了土体空间变异性是影响边坡失效概率另一重要因素;此外, l_y 为20 m时,失效概率随着 B 的增大呈现先增大后减小的趋势。这说明 B 较小时,较空间变异性的影响,3维效

应的影响更加显著,随着 B 的增大,空间变异性对失效概率的影响逐渐增大。

2.3 变异系数对失效概率的影响

为研究参数变异性对边坡失效概率的影响,本小节分析 V_c 、 V_ϕ 及 $\rho_{c,\phi}$ 对失效概率的影响。参考已有研究成果^[3,6], V_c 的取值范围为[0.1,0.6], V_ϕ 的取值范围为[0.1,0.4], $\rho_{c,\phi}$ 的取值范围为[-0.5,0.5],算例2具体参数组合见表2。破坏面形式为组合滑动面,宽度设置为25 m。

表2 土体变异系数

Tab. 2 Coefficient of variation of soil

组合编号	V_c	V_ϕ	$\rho_{c,\phi}$
A1	[0.1,0.6]	0.2	0
A2	0.3	[0.1,0.4]	0
A3	0.3	0.2	[-0.5,0.5]

图9~11分别为黏聚力变异系数、内摩擦角变异系数、黏聚力和内摩擦角的相关系数对失效概率和平均安全系数的影响。从图9~11可以看出,失效概率 P_f

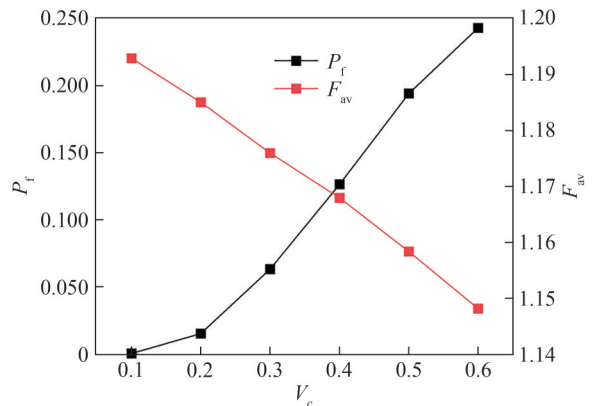


图9 黏聚力变异系数 V_c 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 9 Effects of coefficient of variation of cohesion on the failure probability and the average safety factor

随 V_c 、 V_φ 和 $\rho_{c,\varphi}$ 的增大而增大。 V_c 从 0.1 增大到 0.6 时,其 P_f 从 0 增大到了 0.250,增大了约 0.250。 V_φ 从 0.1 增大到 0.4 时,其 P_f 从 0.040 增大到了 0.140,增大了约 0.10。 $\rho_{c,\varphi}$ 从 -0.5 增大到 0.5 时,其 P_f 从 0.055 增大到了 0.070,增大了约 0.015。上述研究结果表明, V_c 、 V_φ 和 $\rho_{c,\varphi}$ 对失效概率均有显著影响。

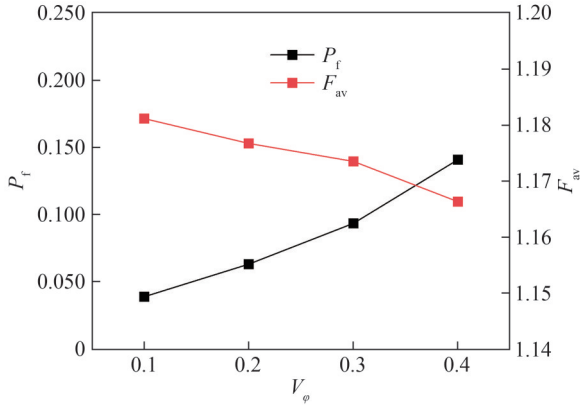


图 10 内摩擦角变异系数 V_φ 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 10 Effects of the coefficient of variation of the internal friction angle on the probability of failure and the average safety factor

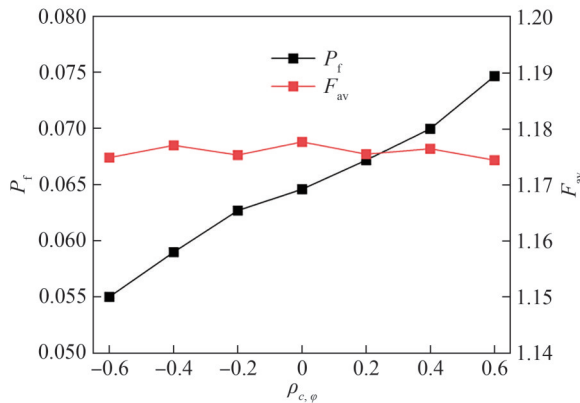


图 11 黏聚力和内摩擦角的相关系数 $\rho_{c,\varphi}$ 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 11 Effects of the correlation coefficient between cohesion and internal friction angle on the probability of failure and the average safety factor

2.4 相关长度对失效概率的影响

参考已有研究成果^[1,6],相关长度 l_x 、 l_y 、 l_z 设置范围分别为 [10, 40]、[10, 40]、[1, 4] m,算例 2 具体参数组合见表 3。破坏面形式为组合滑动面,宽度设置为 25 m。

表 3 土体相关长度

Tab. 3 Length of the soil

组合编号	l_x/m	l_y/m	l_z/m
B1	[10, 40]	20, 40	2
B2	20, 40	[10, 40]	2
B3	20, 40	20, 40	[1, 4]

图 12~14 分别为 x 、 y 、 z 方向相关长度分别对失效概率的影响。

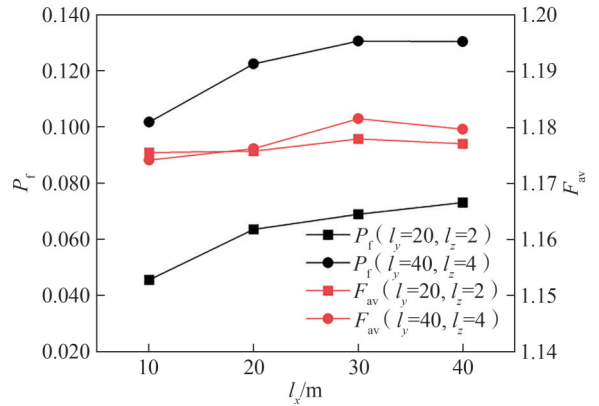


图 12 x 方向相关长度 l_x 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 12 Effects of x -direction correlation length on failure probability and the average safety factor

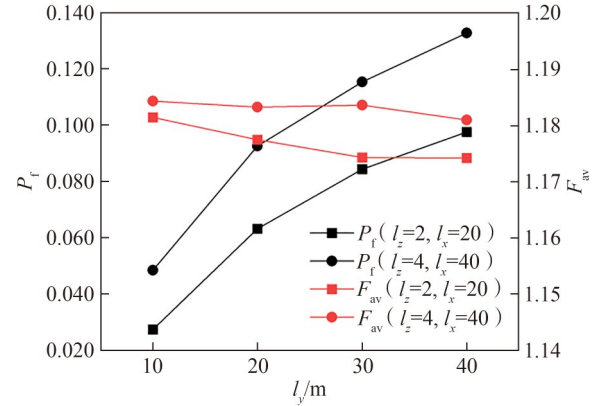


图 13 y 方向相关长度 l_y 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 13 Effects of y -direction correlation length on failure probability and the average safety factor

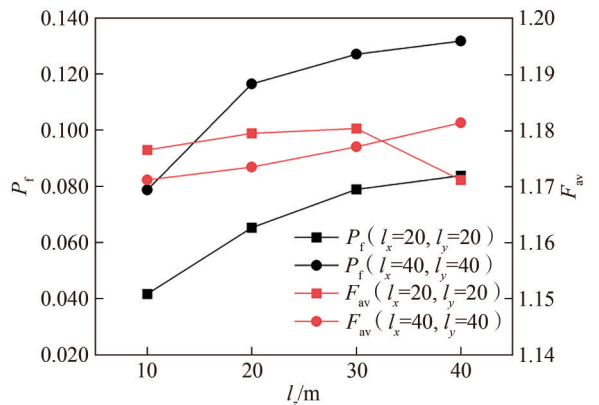


图 14 z 方向相关长度 l_z 对失效概率 P_f 和平均安全系数 F_{av} 的影响

Fig. 14 Effects of z -direction correlation length on failure probability and the average safety factor

由图 12~14 可知:失效概率 P_f 随着相关长度的增大而增大。 l_x 从 10 m 增大到 40 m 时, P_f 增大了约

0.030; l_y 从 10 m 增大到 40 m 时, P_f 增大了约 0.075; l_z 从 1 m 增大到 4 m 时, 其 P_f 增大了约 0.050。这一计算结果说明与 l_x 相比, l_y 对 P_f 的影响较大。

因本文使用改进 PSO 算法计算安全系数, 精度相对较差, 尤其是安全系数小于 1.0 的情况, 这会造成平均安全系数 F_{av} 计算结果的精度较差, 其随相关长度的变化规律也不明显。

3 讨论

3.1 粒子群的计算精度和计算效率

选择算例 1 中 l_y 为 20 m 的 3 个典型随机场, 采用组合滑动面假定, 使用滑入滑出法和 PSO 算法搜索其最小安全系数, 结果如表 4 所示。滑入滑出法设置 $n_1 \times n_2 \times n_3 \times n_4 = 41 \times 41 \times 21 \times 21 = 741\ 321$ 个滑动面。粒子群算法设置粒子个数 M 和迭代次数 T_{max} 的组合 (M, T_{max}) 为 $(20, 60)$ 、 $(30, 40)$ 、 $(40, 30)$ 、 $(20, 24)$ 、 $(60, 20)$, 潜在滑动面 $M \times T_{max} = 1\ 200$ 个。

表 4 PSO 法和滑入滑出法安全系数对比

Tab. 4 Comparison of safety factors between PSO method and slide-in and slide-out method

随机场	方法	B/m						
		2.5	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	50.0
1	滑入滑出法	2.200	1.731	1.433	1.341	1.317	1.282	1.160
	POS(20,60)	2.199	1.735	1.432	1.346	1.326	1.284	1.174
	POS(30,40)	2.191	1.745	1.428	1.338	1.316	1.281	1.166
	POS(40,30)	2.191	1.724	1.430	1.340	1.318	1.284	1.163
	POS(50,24)	2.191	1.734	1.429	1.341	1.317	1.284	1.165
	POS(60,20)	2.192	1.736	1.435	1.341	1.319	1.282	1.164
2	滑入滑出法	1.748	1.369	1.100	1.016	1.006	1.022	1.120
	POS(20,60)	1.757	1.364	1.100	1.014	1.009	1.026	1.126
	POS(30,40)	1.744	1.365	1.098	1.020	1.007	1.028	1.141
	POS(40,30)	1.737	1.367	1.102	1.014	1.005	1.030	1.132
	POS(50,24)	1.741	1.364	1.100	1.015	1.005	1.028	1.129
	POS(60,20)	1.741	1.365	1.100	1.017	1.008	1.028	1.128
3	滑入滑出法	1.550	1.247	1.000	0.934	0.912	0.900	0.935
	POS(20,60)	1.543	1.247	0.999	0.932	0.911	0.909	0.937
	POS(30,40)	1.548	1.243	1.001	0.934	0.918	0.901	0.938
	POS(40,30)	1.544	1.245	0.999	0.932	0.912	0.906	0.936
	POS(50,24)	1.545	1.248	1.000	0.933	0.915	0.902	0.938
	POS(60,20)	1.549	1.245	1.002	0.936	0.913	0.900	0.939

由表 4 可以看出, PSO 算法进行 1 200 个潜在滑动面分析所得结果和滑入滑出法进行 741 321 个滑动面分析所得结果十分接近, PSO 方法搜索滑动面的个数是滑入滑出法的 0.16%, 显著减少了计算量。结合 Wan 等^[23]的研究成果, 本文选择 $(M, T_{max}) = (40, 30)$ 可以兼顾

计算精度和计算效率。在此条件下, 改进 PSO 算法平均搜索约 250 个滑动面, 是粒子群算法的 20% 左右, 显著提高了 3 维边坡失效概率的计算效率。

3.2 改进粒子群算法的终止条件

图 15 为 PSO 算法搜索最小安全系数时的迭代过程。从图 15 中可以看出, 经过 5 次迭代与 100 次迭代安全系数的误差小于 0.05; 经过 10 次迭代和 100 次迭代的安全系数的误差在 0.02 以内。这一结果证明了本文改进迭代收敛条件的合理性。

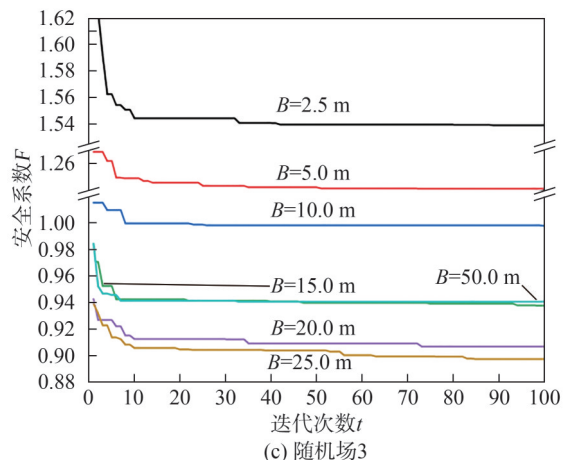
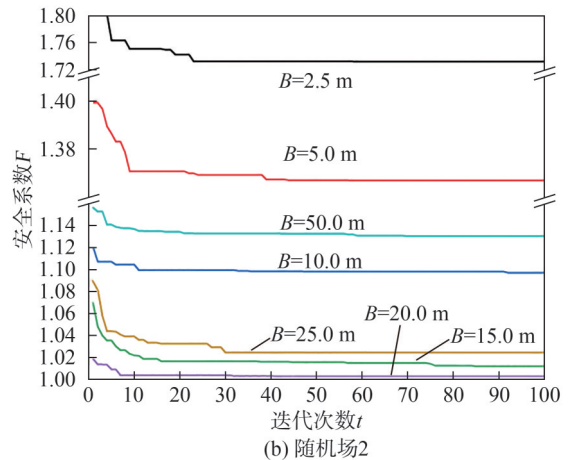
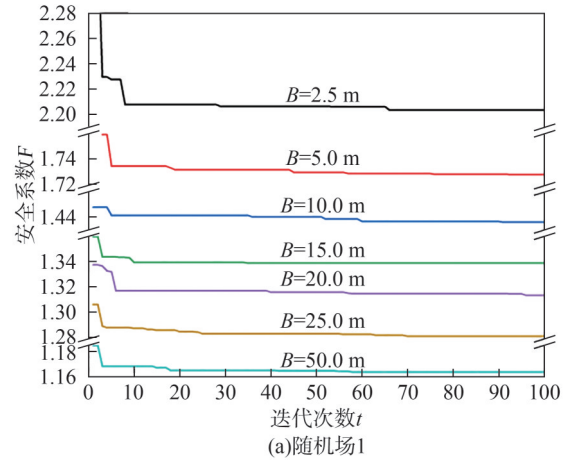


图 15 安全系数的迭代过程

Fig. 15 Iterative process of safety factors

4 结 论

本文使用改进的CMD方法生成大规模3维随机场,结合极限平衡法和改进粒子群算法搜索边坡的安全系数,采用蒙特卡洛模拟计算边坡的失效概率,分析了3维边坡的失效概率,得出以下结论:

1)改进粒子群算法可显著提高计算效率,为考虑土体参数空间变形边坡失效概率的计算提供了一个可靠高效的方法。

2)3维效应和空间变异性是影响3维边坡稳定性的两个主要因素。只考虑土体空间变异性时,失效概率随破坏面宽度的增大而减小;只考虑3维效应时,失效概率随破坏面宽度的增大而增大;两者同时考虑时,它们对失效概率的影响相互抵消,因而3维边坡的失效概率(最大为0.20%)远远低于2维边坡的失效概率(9.11%)。

3)考虑土体参数变异性和3维效应时,边坡的失效概率随破坏宽度的增大呈现先增大后减小的趋势,说明破坏面宽度较小时,3维效应起主要作用;破坏面宽度较大时,空间变异性起主要作用;3维效应和空间变异性对边坡稳定性的影响存在一个临界破坏面宽度。

参考文献:

[1] El-Ramly H, Morgenstern N R, Cruden D M. Probabilistic slope stability analysis for practice[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(3): 665-683.

[2] Cho S E. Probabilistic assessment of slope stability that considers the spatial variability of soil properties[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(7): 975-984.

[3] Wu Xingzheng, Jiang Liangwei, Luo Qiang, et al. Analysis of model uncertainty for stability reliability of embankment slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(Supp2): 665-672. [吴兴正, 蒋良淮, 罗强, 等. 路堤边坡稳定可靠度计算中的模型不确定性分析[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊2): 665-672.]

[4] Bai Tao, Huang Xiaoming, Li Chang. Slope stability analysis considering spatial variability of soil properties[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2013, 47(12): 2221-2226. [白桃, 黄晓明, 李昶. 考虑土体参数空间变异性的边坡稳定性研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2013, 47(12): 2221-2226.]

[5] Liu Leilei, Deng Zhiping, Zhang Shaohu, et al. Simplified framework for system reliability analysis of slopes in spatially variable soils[J]. Engineering Geology, 2018, 239: 330-343.

[6] Wang Yuke, Shao Linlan, Wan Yukuai, et al. Reliability analy-

sis of earth rock dam slope considering spatial variability of soil parameters based on K-L expansion method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2024, 55(12): 1417-1427. [王钰轲, 邵琳岚, 万愉快, 等. 基于K-L展开法考虑土体参数空间变异性的土石坝坝坡可靠度分析[J]. 水利学报, 2024, 55(12): 1417-1427.]

[7] Chen Zuyu, Mi Hongliang, Wang Xiaogang, et al. A three-dimensional limit equilibrium method for slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(5): 525-529. [陈祖煜, 弥宏亮, 汪小刚, 等. 边坡稳定三维分析的极限平衡方法[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(5): 525-529.]

[8] Zhang Liang, Gong Wenping, Li Xinxin, et al. A comparison study between 2D and 3D slope stability analyses considering spatial soil variability[J]. Journal of Zhejiang University: Science A, 2022, 23(3): 208-224.

[9] Wu Di, Wang Yuke, Chen Xin, et al. Limit analysis of 3d soil slopes considering the earthquake and nonlinear strength[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2024, 56(5): 1426-1438. [吴迪, 王钰轲, 陈欣, 等. 考虑地震作用和非线性强度的三维土坡极限分析[J]. 力学学报, 2024, 56(5): 1426-1438.]

[10] Griffiths D V, Huang Jinsong, Fenton G A. On the reliability of earth slopes in three dimensions[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2009, 465(2110): 3145-3164.

[11] Hicks M A, Spencer W A. Influence of heterogeneity on the reliability and failure of a long 3D slope[J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(7/8): 948-955.

[12] Hicks M A, Nuttall J D, Chen J. Influence of heterogeneity on 3D slope reliability and failure consequence[J]. Computers and Geotechnics, 2014, 61: 198-208.

[13] Kasama K, Furukawa Z, Hu Lihang. Practical reliability analysis for earthquake-induced 3D landslide using stochastic response surface method[J]. Computers and Geotechnics, 2021, 137: 104303.

[14] Varkey D, Hicks M A, Vardon P J. An improved semi-analytical method for 3D slope reliability assessments[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 111: 181-190.

[15] Shu Shuang, Ge Bin, Wu Yongxin, et al. Probabilistic assessment on 3D stability and failure mechanism of undrained slopes based on the kinematic approach of limit analysis[J]. International Journal of Geomechanics, 2023, 23: 06022037.

[16] Jiang Shuihua, Li Jianping, Ma Guotao, et al. Probabilistic assessment of 3D slope failures in spatially variable soils by cooperative stochastic material point method[J]. Computers and Geotechnics, 2024, 172: 106413.

[17] Hu Lihang, Takahashi A, Kasama K. Effect of spatial variability on stability and failure mechanisms of 3D slope us-

- ing random limit equilibrium method[J]. *Soils and Foundations*, 2022, 62(6): 101225.
- [18] Wang Yuke, Shao Linlan, Wan Yukuai, et al. Three-dimensional reliability stability analysis of earth-rock dam slopes reinforced with permeable polymer[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2023, 74: 103537.
- [19] Wang Yuke, Shao Linlan, Wan Yukuai, et al. Reliability analysis of three-dimensional reinforced slope considering the spatial variability in soil parameters[J]. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2024, 38(4): 1583–1596.
- [20] Lee S W, Ching J. Simplified risk assessment for a spatially variable undrained long slope[J]. *Computers and Geotechnics*, 2020, 117: 103228.
- [21] Li Dianqing, Xiao Te, Zhang Limin, et al. Stepwise covariance matrix decomposition for efficient simulation of multivariate large-scale three-dimensional random fields[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 68: 169–181.
- [22] Ng C W W, Qu Chuanxiang, Ni Junjun, et al. Three-dimensional reliability analysis of unsaturated soil slope considering permeability rotated anisotropy random fields[J]. *Computers and Geotechnics*, 2022, 151: 104944.
- [23] Wan Yukuai, Xu Renhao, Yang Rong, et al. Application of the improved particle swarm optimization method in slope probability analysis[J]. *Marine Georesources & Geotechnology*, 2024, 42(10): 1531–1541.
- [24] Zhou X P, Huang X C, Zhao X F. Optimization of the critical slip surface of three-dimensional slope by using an improved genetic algorithm[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2020, 20(8): 04020120.
- [25] Sun Cong, Zheng Hong, Li Chunguang, et al. Critical slip surface search by using rigorous maximum residual thrust method based on ant colony algorithm[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, 35(10): 3021–3026. [孙聪, 郑宏, 李春光, 等. 基于蚁群算法的严格最大剩余推力临界滑动面搜索[J]. *岩土力学*, 2014, 35(10): 3021–3026.]
- [26] Cheng Y M, Li L, Chi S C. Performance studies on six heuristic global optimization methods in the location of critical slip surface[J]. *Computers and Geotechnics*, 2007, 34(6): 462–484.
- [27] Kalatehjari R, Ali N, Hajihassani M, et al. The application of particle swarm optimization in slope stability analysis of homogeneous soil slopes[J]. *International Review on Modelling and Simulations*, 2012, 5(1): 458–465.
- [28] Shinoda M, Miyata Y. PSO-based stability analysis of unreinforced and reinforced soil slopes using non-circular slip surface[J]. *Acta Geotechnica*, 2019, 14(3): 907–919.
- [29] Himanshu N, Burman A. Determination of critical failure surface of slopes using particle swarm optimization technique considering seepage and seismic loading[J]. *Geotechnical and Geological Engineering*, 2019, 37(3): 1261–1281.
- [30] Kumar V, Burman A, Himanshu N, et al. Rock slope stability charts based on limit equilibrium method incorporating Generalized Hoek–Brown strength criterion for static and seismic conditions[J]. *Environmental Earth Sciences*, 2021, 80(6): 212.
- [31] Kalatehjari R, Arefnia A, A Rashid A S, et al. Determination of three-dimensional shape of failure in soil slopes[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2015, 52(9): 1283–1301.
- [32] Hungr O, Salgado F M, Byrne P M. Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1989, 26(4): 679–686.
- [33] Zhu Lei, Gao Xinyue, Wan Yukuai, et al. Effect of seismic force on slope reliability[J]. *Science Technology and Engineering*, 2023, 23(10): 4324–4330. [朱磊, 高欣悦, 万愉快, 等. 地震力对边坡可靠度的影响[J]. *科学技术与工程*, 2023, 23(10): 4324–4330.]
- [34] Wang Bin, Liu Leilei, Li Yuehua, et al. Reliability analysis of slopes considering spatial variability of soil properties based on efficiently identified representative slip surfaces[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2020, 12(3): 642–655.

Reliability Analysis of Three-dimensional Soil Slopes Considering Spatial Variability of Soil Parameters

WAN Yukuai¹, ZHOU Yuqi¹, SHAO Linlan^{2,3}, WANG Yuke^{2,3*}, ZHANG Fei⁴

(1. School of Civil and Hydraulic Engineering, Ningxia University, Yinchuan 750000, China;

2. School of Water Conservancy and Transportation, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;

3. National Key Laboratory of Tunnel Boring Machine and Intelligent Operation and Maintenance, Zhengzhou 450001, China;

4. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210005, China)

Abstract:

Objective Three-dimensional (3D) slope reliability analysis encounters two primary challenges: 1) the stochastic modeling of soil properties involves complex spatial variability, requiring extensive data processing and imposing substantial computational demands; and 2) brute-force trial-and-error methods for locating critical failure surfaces are computationally inefficient, hindering real-world implementation despite the need for precise stability evaluations in civil infrastructure. Therefore, this study employs the covariance matrix decomposition method to generate 3D log-normal random fields for soil parameters, enabling efficient modeling of spatial variability. The particle swarm optimization (PSO) algorithm is refined with enhanced termination criteria and integrated with the 3D Bishop method to search for the minimum factor of safety (F). This ap-

proach significantly improves the accuracy and computational efficiency of slope reliability analysis.

Methods The core of this framework lies in employing a stepwise covariance matrix decomposition method to generate 3D lognormal random fields for slope soil parameters. The stepwise covariance matrix decomposition efficiently partitions the problem into tractable components, drastically reducing computational demands while enabling high-resolution random field generation with limited resources by systematically decomposing the covariance matrix. This decomposition facilitated rapid simulation of spatially variable soil parameters without excessive overhead. An enhanced PSO algorithm was proposed for 3D slope stability analysis to complement the random field modeling. The algorithm integrated the 3D Bishop method, a well-established limit equilibrium technique, into PSO's global search mechanism, combining PSO's exploratory capacity with the Bishop method's precise stability calculations. This interaction enhanced the identification of critical slip surfaces. Refined iteration termination criteria were incorporated to expedite convergence toward the minimum factor of safety (F) and the corresponding critical surface, improving computational efficiency for reliability analysis. The failure probability of 3D slopes was assessed through Monte Carlo simulation, which accounted for inherent soil property uncertainties. The method's accuracy and effectiveness were validated through numerical examples that systematically analyzed diverse slip surface geometries (for example, cylindrical and cylindrical-ellipsoidal combinations).

Results and Discussions The proposed method was applied to analyze Example 1. Excluding spatial variability of soil parameters and assuming a cylindrical sliding surface, a deterministic analysis yielded an F of 1.352 4, which closely matched previous result of 1.352 5. For a sliding surface combining cylindrical and ellipsoidal shapes, F decreased as the failure surface width (B) increased, gradually approaching the two-dimensional analysis outcome. When spatial variability of soil parameters was incorporated, the calculated failure probability (P_f) range of 0.090 5–0.091 6 (average 9.11%) for Example 1 closely aligned with previous finding of 9.25%, with a relative error of approximately 1.5%. The comparative analysis of safety factors and failure probabilities confirmed the accuracy of the proposed method and the computational procedure. Systematic studies were conducted for various slip surface forms that encompassed combinations of cylindrical and cylindrical + ellipsoidal shapes, as well as different correlation lengths and coefficients of variation. When the sliding surface was cylindrical, and the characteristic length scale in the out-of-plane direction (l_y) was set to 20 m, P_f gradually decreased as B increased. This observation indicated that the spatial variability of soil parameters was one of the pivotal factors contributing to the enhanced stability assessment accuracy of 3D slope analysis compared to its two-dimensional counterparts. When l_y approaches infinity ($l_y \rightarrow +\infty$), as B increases, P_f gradually rises while the average safety factor (F_{av}) decreases. These findings indicated that B significantly influences the stability of 3D slopes. When the coefficient of variation for cohesion (V_c) increased from 0.1 to 0.6, P_f rose from 0.0 to 0.25, reflecting an approximate increment of 0.25. When the coefficient of variation for the internal friction angle (V_φ) increased from 0.1 to 0.4, P_f increased from 0.04 to 0.14, corresponding to an approximate increment of 0.10. When the correlation coefficient between cohesion and the internal friction angle ($\rho_{c,\varphi}$) increased from -0.5 to 0.5 , P_f rose from 0.055 to 0.070, indicating an approximate increment of 0.015. These findings demonstrated that V_c , V_φ and $\rho_{c,\varphi}$ all exert significant influences on the failure probability. When the characteristic length scale in the x -direction (l_x) increased from 10 m to 40 m, P_f increased by approximately 0.03. In contrast, when l_y increased from 10 to 40 m, P_f increased by approximately 0.075. This result indicated that l_y had a more pronounced impact on slope failure probability compared to l_x . In addition, when the characteristic length scale in the z -direction (l_z) increased from 1 to 4 m, P_f increased by approximately 0.05, indicating an influence on failure probability.

Conclusions The results demonstrate that the enhanced PSO algorithm, when integrated with the 3D Bishop method, markedly improves the computational efficiency of 3D slope reliability analysis without compromising accuracy. When only spatial variability is considered, the failure probability decreases as the width of the failure surface increases. In contrast, when only the 3D effect is considered, the failure probability increases with the width of the failure surface. When both factors are considered simultaneously, their effects on the failure probability tend to offset each other, resulting in a significantly lower failure probability for 3D slopes compared to 2D slopes. When accounting for the variability of soil parameters and 3D effects, the failure probability of slopes initially increases and then decreases with the widening of the failure surface. This pattern indicates that 3D effects dominate when the failure surface is narrow, because geometric constraints and stress redistribution play a critical role. In contrast, spatial variability of soil properties becomes the primary factor when the failure surface exceeds a critical width, because material heterogeneity governs the failure process. The analysis reveals a critical failure surface width that marks the transition from geometry-controlled to material-controlled failure mechanisms in slope stability assessment.

Key words: soil slope; failure probability; CMD; three-dimensional effect; spatial variability

(编辑 吴芝明)

引用格式: Wan Yukuai, Zhou Yuqi, Shao Linlan, et al. Reliability analysis of three-dimensional soil slopes considering spatial variability of soil parameters[J]. Advanced Engineering Sciences, 2026, 58(1): 80–89. [万愉快, 周玉麒, 邵琳岚, 等. 考虑土体参数空间变异性的3维土质边坡可靠度分析[J]. 工程科学与技术, 2026, 58(1): 80–89.]