

一类非线性互联系统的分散输出反馈抗干扰控制

牛华伟^{1,2}, 汪学海^{1*}, 兰奇逊³

(1. 信阳师范大学 数学与统计学院, 河南 信阳 464000;

2. 平顶山职业技术学院 数学系, 河南 平顶山 467000;

3. 郑州轻工业大学 电气信息工程学院, 河南 郑州 450002)

摘要: 研究了一类受高阶时变扰动影响的不确定非线性互联系统的分散输出反馈抗干扰控制问题。首先, 为每个子系统设计广义比例积分观测器, 同时估计各个子系统所受的干扰和未测量状态。然后, 基于广义比例积分观测器的估计信息, 利用输出反馈控制占优方法, 构造出一种复合分散输出反馈抗干扰控制器。理论分析证明, 该控制器不仅可以处理系统中的不确定非线性互联项, 而且可以通过前馈补偿方式有效地消除干扰造成的影响。最后, 通过实例证明了所提控制方法的有效性。

关键词: 非线性互联系统; 分散控制; 抗干扰控制; 广义比例积分观测器

中图分类号: TP273

文献标志码: A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Decentralized robust output–feedback disturbance rejection control for a class of nonlinear interconnected systems

NIU Huawei^{1,2}, WANG Xuehai^{1*}, LAN Qixun³

(1. College of Mathematics and Statistics, Xinyang Normal University, Xinyang 464000, China;

2. School of Mathematics, Pingdingshan Vocational and Technical College, Pingdingshan 467000, China;

3. College of Electrical and Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: The decentralized output-feedback disturbance rejection control problem was investigated for a class of uncertain nonlinear interconnected systems subject to high order time varying disturbances. Firstly, the generalized-proportional integral observers (GPIOs) were designed for every subsystem such that the disturbances and unmeasured states can be recovered. Then, based on the estimation information of GPIOs and the output-feedback domination approach, a composite decentralized output-feedback disturbance rejection controller was constructed. The proposed decentralized control scheme can not only handle the uncertain nonlinear interconnected terms, but also remove the influences of the disturbances effectively via feedforward compensation manner. Finally, the effectiveness of the proposed control approach was demonstrated by practical examples.

Key words: nonlinear interconnected system; decentralized control; disturbance rejection control; generalized-proportional integral observer

0 引言

几乎所有实际工程系统都受干扰的影响, 如

电路系统^[1-3]、运动控制系统^[4-5]、航天器系统^[6]等。干扰的存在(尤其是强的干扰或不确定性^[7-8])可使系统的动态性能降低, 甚至导致系统不稳定。显

收稿日期: 2024-11-24; 修回日期: 2024-12-24; * 通信联系人, E-mail: xuehaiwang735@163.com

基金项目: 国家自然科学基金项目(61503122); 河南省自然科学基金项目(252300420390); 平顶山职业技术学院科研培育项目(202202001)

作者简介: 牛华伟(1979—), 女, 河南周口人, 副教授, 主要从事复杂系统的建模与控制研究; 汪学海(1981—), 男, 河南信阳人, 副教授, 博士, 主要从事系统辨识研究。

引用格式: 牛华伟, 汪学海, 兰奇逊. 一类非线性互联系统的分散输出反馈抗干扰控制[J]. 信阳师范大学学报(自然科学版), 2026, 39(1): 86-93.

NIU Huawei, WANG Xuehai, LAN Qixun. Decentralized robust output-feedback disturbance rejection control for a class of nonlinear interconnected systems[J]. Journal of Xinyang Normal University (Natural Science Edition), 2026, 39(1): 86-93.

然,干扰抑制问题成为控制领域的焦点问题^[9-10]。当干扰可测量时,处理干扰抑制控制问题的一个直观思路是,设计适当的观测器来估计干扰,然后采用相应的控制方法^[11],基于干扰的估计来消除干扰的影响。直观地,当系统受不确定性、建模误差和未建模动态影响时,该思想也可用于提高不确定系统的鲁棒性^[12]。这种思想已促进干扰控制方法的发展和应用,如基于干扰观测器的控制^[13]、基于扩张状态观测器的控制^[14]、基于广义扩张状态观测器的控制^[12]和基于有限时间干扰观测器的控制方法^[4]等。值得注意的是,除文献[3]外,上述几乎所有结果主要集中在单个系统的干扰抑制控制问题上。

互联系统也称为大规模系统,由低维子系统组成,广泛存在于电力系统^[15]、网络物理系统^[16]以及许多实际工程系统^[17]。由于互联系统需要在每个子系统之间交换信息,因此互联系统的集中控制效率低、成本高。依据子系统本身的状态信息为其设计分散控制器,是互联系统最为理想的控制策略。分散控制方法显著的优点在于设计简单、计算效率高,还有利于降低经济成本,极大地降低通信费用。因此,无论是从理论还是实践的角度考虑,都非常有必要为工业系统设计有效的控制方法。

最近,互联非线性系统的分散控制问题引起了工业和控制领域的广泛关注^[18-19]。文献[3]考虑了一类带有慢时变干扰的互联非线性系统的半全局分散抗干扰控制问题。据我们所知,研究带有高阶时变干扰不确定非线性互联系统全局分散控制问题的参考文献很少。显然,如何为受高阶时变扰动影响的不确定非线性互联系统设计全局分散输出反馈抗干扰控制器,是一个具有重要意义的问题。

本文针对一类受高阶时变扰动影响的不确定非线性互联系统的分散输出反馈抗干扰控制问题进行研究,主要贡献如下:1)基于输出反馈占优控制方法^[20],设计了全局分散输出反馈抗干扰控制器,要求非线性项连续且满足线性增长条件即可,因此本文所考虑的非线性系统可能是非Lipschitz连续的;2)根据子系统的标称部分,为各个子系统设计广义比例积分观测器,采用广义比例积分观测器(GPIO)^[2,6]的控制方法来设计扰动观测器,与基于扩张状态观测器(extended state observer,

ESO)^[14]的控制方法相比,本文给出的控制方法具有更好的抗干扰能力;3)严格的理论分析表明,所设计的分散输出反馈抗干扰控制器可以保证整个闭环系统的全局实用稳定性;4)所提出的分散抗干扰控制方法成功地解决了一种互联系统以及互联PWM的DC-DC转换器的输出反馈抗干扰控制问题,仿真结果表明所提方法的合理性和有效性。

1 问题的描述和预备知识

考虑带有干扰的不确定互联非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ij} = x_{i,j+1}(t) + f_{ij}(t, \mathbf{x}(t)), (j=1, \dots, n-1), \\ \dot{x}_{in} = u_i(t) + d_i(t) + f_{in}(t, \mathbf{x}(t)), \\ y_i = x_{i1}(t), (i=1, \dots, m), \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}_i(t) = (x_{i1}(t), \dots, x_{in}(t))^T$, $(i=1, \dots, m)$; $\mathbf{x}(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T \in \mathbf{R}^{mn}$; $u_i(t) \in \mathbf{R}$ 分别是系统的状态变量,控制输入和输出; $f_{ij}: \mathbf{R} \times \mathbf{R}^{mn} \rightarrow \mathbf{R}$ ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$) 是不确定的连续函数; $d_i(t) \in \mathbf{R}$ ($i=1, \dots, m$) 表示集总干扰,可能包括不确定内部动态和外部干扰。

假设干扰 $d_i(t) \in \mathbf{R}$ ($i=1, \dots, m$) 具有如下形式:

$$d_i(t) = a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^2 + \dots + a_{i,p-1}t^{p-1} + \gamma_i(t), \quad (2)$$

式中: a_{ik} ($k=0, 1, \dots, p-1$) 是未知常数, $\gamma_i(t)$ 代表一个未知残余项。

本文的目的是解决非线性互联系统(1)的全局分散输出反馈抗干扰控制问题。为此,做出如下假设。

假设1 存在常数 c , 满足

$$\begin{aligned} |f_{ij}(t, \mathbf{x}(t))| \leq & c(|x_{i1}(t)| + \dots + \\ & |x_{ij}(t)| + \dots + \\ & |x_{mi}(t)| + \dots + |x_{mj}(t)|). \end{aligned} \quad (3)$$

注1 系统在满足假设1的条件下,意味着系统中的非线性项可能不满足Lipschitz条件,如系统

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} + \theta_1 x_{11}^{\frac{1}{2}} \ln(1 + x_{21}^2), \\ \dot{x}_{12} = u_1(t) + d_1(t), \\ y_{11} = x_{11}, \\ \dot{x}_{21} = x_{22} + \theta_2 \sin(x_{11}) x_{21}^{\frac{3}{2}}, \\ \dot{x}_{22} = u_2(t) + d_2(t), \\ y_{21} = x_{21}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\theta_i = \theta_i(t) (i=1, 2)$ 有界, $f_{11}(t, x(t)) = x_{12}^{\frac{1}{2}} \ln(1 + x_{21}^2)$ 是非线性项, 显然既不连续可微的又不满足非 Lipschitz 条件, 即系统(1)是非 Lipschitz 连续的, 但是可以证明, 存在 $c_0, c_1 > 0$, 使

$$\begin{aligned} |f_{11}(t, x(t))| &\leq c_0(|x_{12}| + |x_{21}|), \\ |f_{21}(t, x(t))| &\leq |\sin(x_{11})x_{21}| \leq c_1(|x_{11}| + |x_{21}|), \end{aligned}$$

即假设 1 成立。因此系统(1)在假设 1 的条件下可以描述一大类互联非线性系统。

假设 2 扰动 $d_i(t) (i=1, \dots, m)$ 满足条件:

- (i) $d_i(t) \in C^{\rho-1}$, ρ 为正整数;
- (ii) 存在正常数 θ_i , 满足

$$|d_i^\rho(t)| = |\gamma_i^\rho(t)| \leq \theta_i.$$

2 全局鲁棒分散输出反馈控制器设计

下面将构建全局分散输出反馈抗干扰控制器。系统(1)可以被写成以下紧凑的形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \tilde{A}_i x_i(t) + \tilde{B}_i u_i(t) + \tilde{F}_i(t, x(t)), \\ y_i = \tilde{C}_i x_i(t), (i=1, \dots, m), \end{cases} \quad (5)$$

式中:

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} 0_{(n-1) \times 1} & I_{(n-1) \times (n-1)} \\ 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times (n-1)} \end{bmatrix},$$

$$\tilde{C}_i = [1 \quad 0_{1 \times (n-1)}],$$

$$\tilde{F}_i(t, x(t)) = [f_{i1}(\bullet), \dots, f_{in}(\bullet)]^T.$$

根据假设 2, 如果定义以下一系列辅助变量:

$$x_{i,n+1}(t) = d_i(t), x_{i,n+2}(t) = \dot{d}_i(t), \dots,$$

$$x_{i,n+p}(t) = d_i^{(\rho-1)}(t),$$

那么不确定非线性系统(1)可以扩展为:

$$\begin{cases} \dot{\chi}_i(t) = A_i \chi_i(t) + B_i u_i(t) + F_i(t, x(t), \gamma_i^{(\rho-1)}(t)), \\ y_i = C_i \chi_i(t), (i=1, \dots, m), \end{cases} \quad (6)$$

式中:

$$\chi_i(t) = [x_{i1}(t), \dots, x_{in}(t), \dots, x_{i,n+p}(t)]^T,$$

$$\tilde{A}_i = \begin{bmatrix} 0_{(n+p-1) \times 1} & I_{(n+p-1) \times (n+p-1)} \\ 0_{1 \times 1} & 0_{1 \times (n+p-1)} \end{bmatrix},$$

$$B_i = [\tilde{B}_i \quad 0_{p \times 1}]^T, C_i = [\tilde{C}_i \quad 0_{1 \times p}],$$

$$F_i(t, x(t), \gamma_i^{(\rho-1)}(\bullet)) = [\tilde{F}_i(t, x(t)), 0_{(p-1) \times 1}, \gamma_i^{(\rho-1)}(\bullet)]^T.$$

对于系统(6), 考虑以下坐标转换:

$$z_{i,k} = \frac{x_{i,k}}{L^{k-1}}, (k=1, \dots, n+p); v_i = \frac{u_i(t)}{L^n}, \quad (7)$$

式中: $L > 1$ 是需要确定的有界常数。

在坐标变换(7)下, 系统(6)变换为

$$\begin{cases} \dot{z}_i(t) = LA_i z_i(t) + LB_i v_i(t) + \varphi_i(t, z(t), \gamma_i^{(\rho-1)}(t)), \\ y_i = C_i z_i(t), (i=1, \dots, m), \end{cases} \quad (8)$$

式中:

$$\begin{aligned} z_i(t) &= [\tilde{z}_i(t), z_{i,n+1}(t), \dots, z_{i,n+p}(t)]^T = \\ & [z_{i1}(t), \dots, z_{in}(t), z_{i,n+1}(t), \dots, z_{i,n+p}(t)]^T = \\ & [\varphi_{i1}(\bullet), \dots, \varphi_{in}(\bullet), \varphi_{i,n+1}(\bullet), \dots, \varphi_{i,n+p}(\bullet)]^T, \\ \varphi_i(t, z(t), \gamma_i^{(\rho-1)}(t)) &= [\tilde{\varphi}_i(\bullet), \varphi_{i,n+1}(\bullet), \dots, \varphi_{i,n+p}(\bullet)]^T, \\ \varphi_{ik}(t) &= \frac{f_{ik}(\bullet)}{L^{k-1}}, (k=1, \dots, n+p). \end{aligned}$$

2.1 分散控制器设计

受文献[1-2]的启发, 对非线性系统(8)设计如下形式的广义比例积分观测器:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{z}}_i(t) &= LA_i \hat{z}_i(t) + LB_i v_i(t) + \\ & LH_i C_i (z_i - \hat{z}_i), \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $H_i = [h_{i1}, \dots, h_{i,n+p}]^T, h_i > 0 (i=1, \dots, n)$ 是 Hurwitz 多项式

$$p_{1i}(s) = s^{n+p} + h_{i,1}s^{n+p-1} + \dots + h_{i,n+p-1}s + h_{i,n+p}$$

的系数。

基于观测器(9), 可以将基于广义比例积分观测器的分散式输出反馈抗干扰控制器设计为:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= L^n v_i(t) = \\ & -L [\tilde{K}_i \hat{z}_{i,n}(t) + \hat{z}_{i,n+1}(t)], \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $K_i = [\tilde{K}_i, 1, 0, \dots, 0]^T = [k_{i1}, \dots, k_{in}, 1, 0, \dots, 0] \in \mathbf{R}^{n+p}, k_{il} > 0 (l=1, \dots, n)$ 是 Hurwitz 多项式

$$p_{2i}(s) = s^n + k_{i,1}s^{n-1} + \dots + h_{i,n-1}s + h_{i,n}$$

的系数。

2.2 稳定性分析

定义 $e_i(t) = z_i(t) - \hat{z}_i(t)$, 则联立式(8)和(9)可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i(t) &= L(A_i - H_i C_i) e_i(t) + \\ & \varphi_i(t, z_i(t), \gamma_i^{(\rho-1)}(t)). \end{aligned} \quad (11)$$

基于系统(8)的前 n 个方程构成的 n 阶子系统 和系统(9), 可得出

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_i(t) = L\tilde{A}_i \tilde{z}_i(t) + \\ \quad L\tilde{B}_i(v_i(t) + z_{i,n+1}(t)) + \tilde{\varphi}_i(\bullet), \\ \dot{e}_i(t) = L(A_i - H_i C_i) e_i(t) + \varphi_i(\bullet). \end{cases} \quad (12)$$

将式(10)代入系统(12), 得到相应的闭环系统:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_i(t) \\ \dot{e}_i(t) \end{bmatrix} = L \begin{bmatrix} \tilde{A}_i - \tilde{B}_i \tilde{K}_i & \tilde{B}_i \tilde{K}_i \\ 0 & A_i - H_i C_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{z}_i(t) \\ e_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_i(\bullet) \\ \varphi_i(\bullet) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由于 $\tilde{A}_i - \tilde{B}_i \tilde{K}_i$ 和 $A_i - H_i C_i$ 都是 Hurwitz 矩

阵,所以容易证明,矩阵

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_i - \tilde{B}_i \tilde{K}_i & \tilde{B}_i \tilde{K}_i \\ 0 & A_i - H_i C_i \end{bmatrix}$$

也是 Hurwitz 的。因此存在正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{(2n+\rho)(2n+\rho)}$ 满足 $A^T P + P A^T = -I$ 。

基于上述分析,所得结果可概括为定理1。

定理1 考虑不确定的互联非线性系统(1),若假设1和假设2成立,则在抗干扰控制器(10)下,整个闭环系统的状态(13)是全局有界的,并收敛到如下有界区域

$$B = \{ Z \mid \|Z\|^2 \leq \frac{\lambda_{\max}^2(P)\theta}{\lambda_{\min}(P)(L-(2c+1)\lambda_{\max}(P))} \}, \quad (14)$$

式中:

$$Z(t) = [Z_1^T(t), \dots, Z_m^T(t)]^T;$$

$$Z_i(t) = [\tilde{z}_i^T(t), e_i^T(t)]^T, (i=1, \dots, m);$$

λ_{\max} 和 λ_{\min} 分别表示正定矩阵 Z 的最大和最小特征值; $\theta = \max\{\theta_1^2, \dots, \theta_m^2\}$ 。

证明 对闭环系统(13)的第 i 个子系统,选取 Lyapunov 函数

$$V_i(Z_i) = Z_i^T(t) P Z_i(t), \quad (15)$$

然后沿着系统(13)第 i 个子系统的轨迹对 $V_i(Z_i)$ 求导,可得

$$\dot{V}_i(Z_i) = -L\|Z\|^2 + 2Z_i^T(t) P \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_i(\bullet) \\ \varphi_i(\bullet) \end{bmatrix}^T. \quad (16)$$

令

$$V(Z) = \sum_{k=1}^m V_k(Z_k),$$

则沿着系统(13)的轨迹对 $V(Z)$ 求导得到

$$\dot{V}(Z) = -L \sum_{k=1}^m \|Z\|^2 + 2 \sum_{k=1}^m Z_k^T(t) P \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_k(\bullet) \\ \varphi_k(\bullet) \end{bmatrix}^T. \quad (17)$$

基于 $L \geq 1$ 的事实,由假设1可得

$$\begin{aligned} |\varphi_{ik}(\bullet)| &= \frac{|f_{ik}(\bullet)|}{L^{k-1}} \leq \\ & \frac{c_1}{L^{k-1}} (|z_{11}(t)| + |z_{12}(t)| + \dots + \\ & |z_{ik}(t)| + \dots + |z_{m1}(t)| + \\ & |z_{m2}(t)| + \dots + |z_{mk}(t)|) \leq c_1 \|Z\|, \end{aligned} \quad (18)$$

$$|\varphi_{i,n+p}(\bullet)| = \frac{|\gamma_i^p|}{L^{n+p-1}} \leq \theta_i, \quad (19)$$

式中: $k=1, \dots, n; i=1, \dots, m$ 。

由不等式(18)和(19)可以证明,存在常数 $c > 0$,使得

$$\left\| 2 \sum_{k=1}^m Z_k^T(t) P \begin{bmatrix} \tilde{\varphi}_k(\bullet) \\ \varphi_k(\bullet) \end{bmatrix}^T \right\| \leq$$

$$2\lambda_{\max}(P)(c\|Z\|^2 + \theta\|Z\|),$$

联合式(17),可推导出:

$$\dot{V}(Z) \leq -[L-(2c+1)]\|Z\|^2 + \lambda_{\max}(P)\theta. \quad (20)$$

因为

$$\frac{V(Z)}{\lambda_{\max}(P)} \leq \|Z\| \leq \frac{V(Z)}{\lambda_{\min}(P)},$$

由式(20)可以得出

$$\begin{aligned} \dot{V}(Z) &\leq -\left(\frac{L}{\lambda_{\max}(P)} - (2c+1)\right)V(Z) + \\ &\lambda_{\max}(P)\theta. \end{aligned} \quad (21)$$

选取

$$L > \max\{(2c+1)\lambda_{\max}(P), 1\}, \quad (22)$$

由不等式(21)得

$$\begin{aligned} V(Z) &\leq \frac{\lambda_{\max}(P)\theta}{L-(2c+1)\lambda_{\max}(P)} e^{-\left(\frac{L}{\lambda_{\max}(P)} - (2c+1)\right)t} \times \\ &(V(0) - \frac{\lambda_{\max}^2(P)\theta}{L-(2c+1)\lambda_{\max}(P)}). \end{aligned} \quad (23)$$

由式(23)可以得出,闭环系统(13)的所有状态将全局稳定到有界区域 B 。从式(21)可以看出,如果 $t \rightarrow \infty, \theta \rightarrow 0$,那么在所提出的分散输出反馈控制器(10)下,不确定非线性互联系统的所有状态指数收敛到原点。证毕。

推论1 考虑不确定非线性互联系统(1),如果假设1和假设2成立,那么在复合抗干扰控制器(10)下,整个闭环系统(13)是全局指数稳定的。

注2 在系统(2)中,扰动 $d_i(\bullet)$ 是带有残差项的 $p-1$ 阶的泰勒多项式^[1]。该模型可用于描述广泛的干扰,例如常值干扰、谐波干扰和多项式干扰等。根据设计的广义比例积分观测器, p 越大,干扰估计精度越高。当 $p=1$ 时,广义比例积分观测器将退化成一个扩张状态观测器^[14],此时基于 GPIO 的控制器退化成基于 ESO 的控制器。

下文将基于 GPIO 的控制器简记为 GPIOBC,将基于 ESO 的控制器简记为 ESOBC。

3 应用实例

为了进一步证明所提出算法的有效性,分别选取注1中的互联系统和 DC-DC 转换器系统进行仿真实验。

3.1 实例 1

考虑注 1 中的非线性互联系统(4):

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} + \theta_1 x_{11}^{\frac{1}{3}} \ln(1 + x_{21}^2), \\ \dot{x}_{12} = u_1(t) + d_1(t), \\ y_{11} = x_{11}, \\ \dot{x}_{21} = x_{22} + \theta_2 \sin(x_{11}) x_{21}^{\frac{3}{2}}, \\ \dot{x}_{22} = u_2(t) + d_2(t), \\ y_{21} = x_{21}, \end{cases}$$

式中: $\theta_i = \theta_i(t) (i = 1, 2)$ 有界;

$$d_1 = 2\sin(\pi t) + 3\cos(0.5\pi t),$$

$$d_2 = 1.5\cos(0.5\pi - 3) + 2$$

是系统所受到的干扰。

基于定理 1, 构造如下分散输出反馈抗干扰控制器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{i1} = \hat{x}_{i2} + L a_{i1} (x_{i1} - \hat{x}_{i1}), \\ \dot{\hat{x}}_{i2} = u_i + \hat{x}_{i3} + L^2 a_{i2} (x_{i1} - \hat{x}_{i1}), \\ \dot{\hat{x}}_{i3} = \hat{x}_{i4} + L^3 a_{i3} (x_{i1} - \hat{x}_{i1}), \\ \dot{\hat{x}}_{i4} = L^4 a_{i4} (x_{i1} - \hat{x}_{i1}), \\ u = -L^2 k_{i1} \hat{x}_{i1} - L k_{i2} \hat{x}_{i2} - \hat{x}_{i3}. \end{cases} \quad (24)$$

在控制器(24)中, 选取控制器增益:

$$k_{11} = 5, k_{12} = 6, k_{21} = 3, k_{22} = 4,$$

观测器增益: $a_{i1} = 40, a_{i2} = 600, a_{i3} = 4000, a_{i4} = 1000 (i = 1, 2)$, 对系统进行仿真模拟, 仿真结果如图 1—图 4 所示。

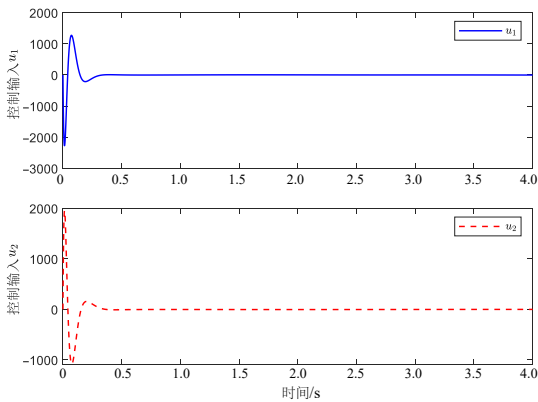


图 1 控制输入 u_1 和 u_2 的响应曲线

Fig. 1 Response curves of control inputs u_1 and u_2

图 1 是控制输入的响应曲线, 图 2 和图 3 给出了系统的状态与其估计的响应曲线。从图 2 和图 3 可以看出, GPIO 观测器可以将系统的状态有效地估计出来。图 4 给出了系统干扰及其估计的响应曲线, 从图 4 可以看出, 干扰估计响应曲线与干扰基本一致, 干扰得到了有效估计, 说明本文给出的

观测器设计合理。仿真结果显示控制效果较好, 达到了抗干扰的目的。

仿真结果表明: 在控制器(24)下, 系统能很好地调节精度且具有更强的抗干扰能力。

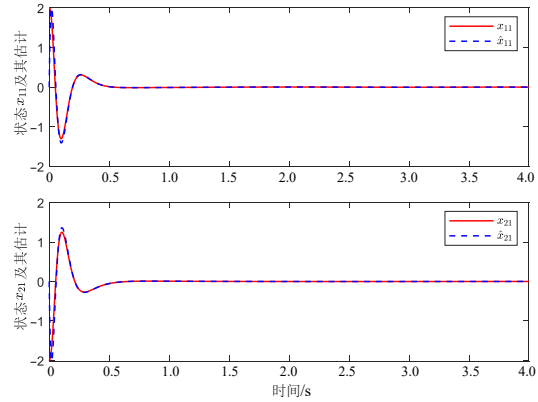


图 2 互联系统状态 x_{11}, x_{21} 及其估计的响应曲线

Fig. 2 Response curves of states x_{11}, x_{21} and their estimations of interconnected system

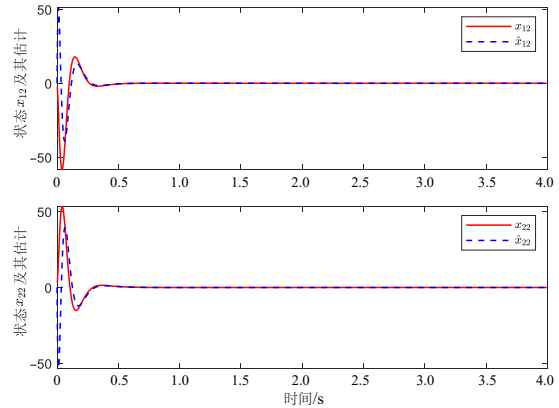


图 3 互联系统状态 x_{12}, x_{22} 及其估计的响应曲线

Fig. 3 Response curves of states x_{12}, x_{22} and their estimations of interconnected system

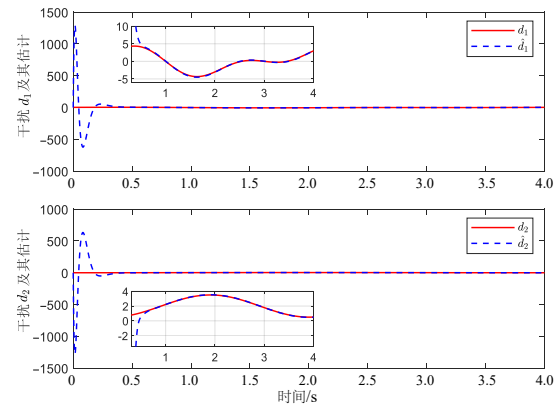


图 4 干扰 d_1, d_2 及其估计的响应曲线

Fig. 4 Response curves of disturbances d_1, d_2 and their estimations

3.2 实例2

互联PWM的DC-DC转换器^[3]可用如下系统描述:

$$\begin{cases} \dot{V}_{01} = \frac{1}{C_1} I_1 - \frac{1}{C_1 R} V_{01}, \\ I_1 = \frac{1}{L_1} (\mu_1 + \omega_1(t)) E_1 - \frac{1}{L_1} V_{01}, \\ \dot{V}_{02} = \frac{1}{C_2} I_2 - \frac{1}{C_2 R} V_{02}, \\ I_2 = \frac{1}{L_2} (\mu_2 + \omega_2(t)) E_2 - \frac{1}{L_2} V_{02}, \end{cases} \quad (25)$$

式中: $I_i, L_i, C_i, V_{0i}, E_i (i=1, 2)$ 分别是每个转换器正常电流、电感、电容、平均输出电容电压和输入电压; R 是电路的负载电阻; 每个占空比 $\mu_1, \mu_2 \in [0, 1]$ 表示控制信号; $\omega_1 = \omega_1(t)$ 和 $\omega_2 = \omega_2(t)$ 是系统所受到的干扰。

令 $y_{i1} = x_{i1} = V_{0i} - V_d, x_{i2} = \frac{1}{C_i} (I_i - \frac{1}{R} V_d)$, ($i=1, 2$), 其中 V_d 表示期望的输出电压。由系统(25)得出, 误差动力互联系统模型

$$\begin{cases} \dot{x}_{11}(t) = x_{12}(t), \\ \dot{x}_{12}(t) = u_1(t) + d_1(t) + f_{12}(t, x), \\ \dot{x}_{21}(t) = x_{22}(t), \\ \dot{x}_{22}(t) = u_2(t) + d_2(t) + f_{22}(t, x), \end{cases} \quad (26)$$

式中:

$$u_i = \frac{\mu_i E_i - V_d}{C_i L_i}, f_{i2} = -\frac{x_{i2}}{C_i R} - \frac{x_{i1}}{C_i L_i},$$

$$d_i = \frac{E_i \omega_i(t)}{C_i L_i}, (i=1, 2)。$$

为了比较学习, 将GPIOBC和ESOBC两种控制方法都用于该系统的控制问题。同时, 用时间与跟踪误差的绝对值乘积的积分 (integral of time multiplied absolute-value of error, ITAE)^[4] 作为两种控制方法的性能量化指标。

基于定理1, 为系统(26)构造如下分散输出反馈抗干扰控制器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{i1}(t) = \hat{x}_{i2}(t) + L a_{i1} (x_{i1}(t) - \hat{x}_{i1}(t)), \\ \hat{x}_{i2}(t) = u_i(t) + \hat{x}_{i3}(t) + L^2 a_{i2} (x_{i1}(t) - \hat{x}_{i1}(t)), \\ \dot{\hat{x}}_{i3}(t) = \hat{x}_{i4}(t) + L^3 a_{i3} (x_{i1}(t) - \hat{x}_{i1}(t)), \\ \dot{\hat{x}}_{i4}(t) = L^4 a_{i4} (x_{i1}(t) - \hat{x}_{i1}(t)), \\ u_i(t) = -L^2 k_{i1} \hat{x}_{i1}(t) - L k_{i2} \hat{x}_{i2}(t) - \hat{x}_{i3}(t), (i=1, 2)。 \end{cases} \quad (27)$$

互联转换器的初值选取为: $E_1=20 \text{ V}, E_2=20 \text{ V}, L_1=5 \text{ mH}, L_2=7 \text{ mH}, V_d=10 \text{ V}, C_1=1000 \mu\text{F},$

$C_2=1200 \mu\text{F}$ 。负载电阻 R 在 0.5 s 时从标称值 50Ω 变为 100Ω 。

情形1 系统受相同幅值的正余弦干扰

假设系统所受的干扰为

$$\omega_1(t) = 0.2 \sin(2\pi t),$$

$$\omega_2(t) = 0.2 \cos(2\pi t)。$$

公平起见, 为GPIOBC和ESOBC选取相同的控制器增益 $k_{i1} = 2, k_{i3} = 3 (i=1, 2)$; GPIO和ESO观测器的带宽均为2。GPIO观测器的增益为 $a_{i1} = 8, a_{i2} = 24, a_{i3} = 24, a_{i4} = 16$; ESO观测器增益为 $a_{i1} = 6, a_{i2} = 12, a_{i3} = 8, L = 260$, 仿真如图5和图6所示。

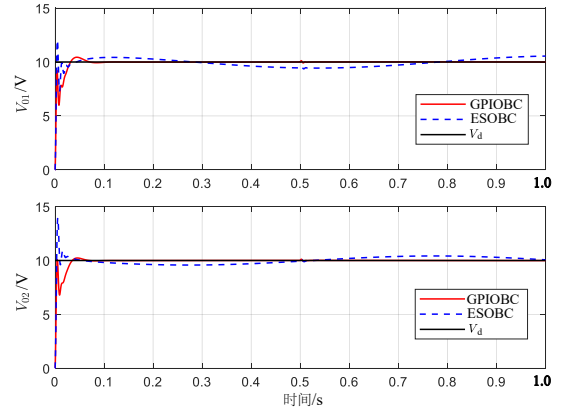


图5 相同幅值正余弦干扰下输出电压 V_{01} 和 V_{02} 的响应曲线
Fig. 5 Response curves of output voltages V_{01} and V_{02} under sine and cosine interference of the same amplitude

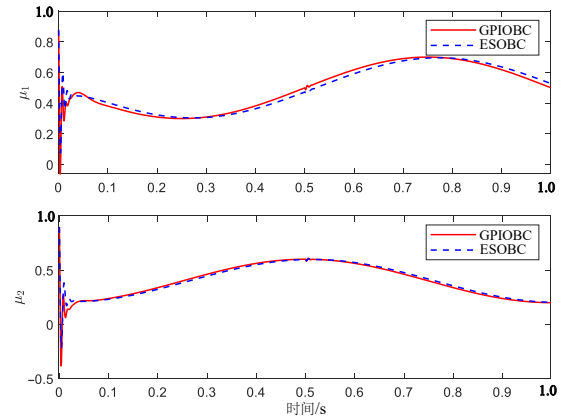


图6 相同幅值正余弦干扰下占空比 μ_1 和 μ_2 的响应曲线
Fig. 6 Response curves of duty ratio μ_1 and μ_2 under sine and cosine interference of the same amplitude

从图5中可以看出, 和基于ESOBC控制相比, 在GPIOBC控制器下输出电压 V_{01} 和 V_{02} 被调节到期望值的精度更高。此外, 通过计算可以得到GPIOBC的 $\text{ITAE}=0.0089$, ESOBC的 $\text{ITAE}=0.3105$ 。因此, 仿真结果和量化指标ITAE均表

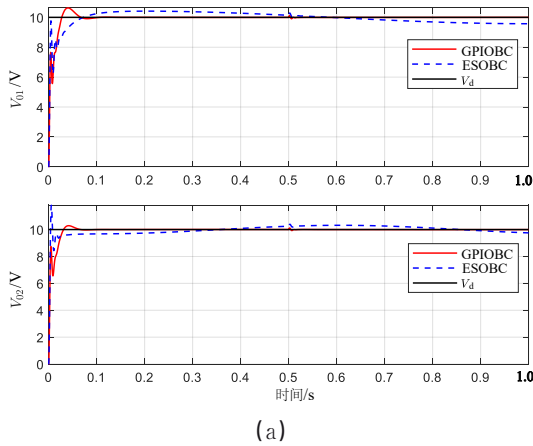
明:与 ESOBC 相比,GPIOBC 能够进一步提升系统的控制性能。占空比随时间变化的响应曲线如图 6 所示。

情形 2 系统受不同幅值的正余弦干扰
假设系统所受干扰为

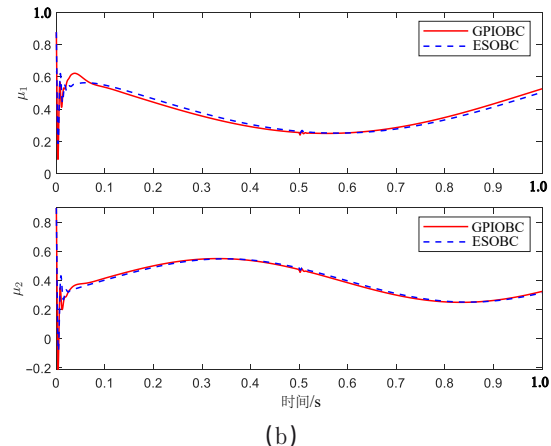
$$\omega_1(t) = 0.25 \sin(1.2\pi t - \frac{\pi}{6}),$$

$$\omega_2(t) = 0.15 \cos(2\pi t + \frac{\pi}{3}).$$

公平起见,为 GPIOBC 和 ESOBC 选取的控制



(a)



(b)

图 7 不同幅值正余弦干扰下输出电压(a)和占空比(b)的响应曲线

Fig. 7 Response curves of output voltages(a) and duty ratios(b) under different amplitudes of sine and cosine interference

4 结论

研究了一类受高阶时变干扰影响且可能含有非 Lipschitz 非线性项的互联系统的全局分散输出反馈抗干扰控制。基于广义比例积分观测器和输

出反馈控制方法,设计了一个复合分散抗干扰控制器,该控制器使得整个闭环系统具有良好的抗干扰能力和收敛性能。互联系统与 DC-DC 转换器的稳定性仿真实例,说明了所提出的控制策略的有效性。

参考文献:

- [1] SUN Hao, MADONSKI R, LI Shihua, et al. Composite control design for systems with uncertainties and noise using combined extended state observer and kalman filter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(4): 4119-4128.
- [2] SUN Jiankun, YANG Jun, ZHENG Weixing, et al. GPIO-based robust control of nonlinear uncertain systems under time-varying disturbance with application to DC-DC converter[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II : Express Briefs, 2016, 63(11): 1074-1078.
- [3] ZHANG Chuanlin, LI Hui. A generalized robust decentralized control methodology for a class of interconnected nonlinear systems subject to uncertainties and disturbances[J]. Nonlinear Analysis: Hybrid Systems, 2016, 22: 55-71.
- [4] WANG Junxiao, ZHAO Lei, YU Li. Adaptive terminal sliding mode control for magnetic levitation systems with enhanced disturbance compensation[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(1): 756-766.
- [5] 吴廷强,熊中刚,罗德莲. 基于参数自整定模糊 PID 算法的平地机行走速度优化控制系统设计[J]. 信阳师范学院学报(自然科学版), 2018, 31(1): 109-113.
WU Tingqiang, XIONG Zhonggang, LUO Delian. Design of walking speed optimization control system based on parameter self-tuning fuzzy PID algorithm[J]. Journal of Xinyang Normal University(Natural Science Edition), 2018, 31(1): 109-113.
- [6] WANG Huiming, ZHANG Yang, CHEN Xiaolei, et al. On the disturbance rejection control of flexible-joint robot: A

- GPIO-based approach[J]. *International Journal of Control Automation and Systems*, 2021, 19(8): 2910-2920.
- [7] LAN Qixun, LI Shihua, YANG Jun. Finite-time tracking control for a class of nonlinear systems with multiplemismatched disturbances[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2020, 30(10): 4095-4111.
- [8] NIU Huawei, LAN Qixun, LIU Yamei, et al. A continuous integral terminal sliding mode control approach for a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Measurement and Control*, 2019, 52(5/6): 720-728.
- [9] 李向阳, 高志强. 抗扰控制中的不变性原理[J]. *控制理论与应用*, 2020, 37(2): 236-244.
LI Xiangyang, GAO Zhiqiang. The invariance principle in disturbance rejection control [J]. *Control Theory & Applications*, 2020, 37(2): 236-244.
- [10] 李向阳, 高志强, 田森平, 等. 高阶不确定系统的线性串级自抗扰控制[J]. *控制理论与应用*, 2023, 40(5): 856-864.
LI Xiangyang, GAO Zhiqiang, TIAN Senping, et al. Linear cascade disturbance rejection control for higher order system with uncertainties[J]. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(5): 856-864.
- [11] 牛华伟, 兰奇逊, 徐华锋, 等. 一类非线性微分-代数系统的状态/输出反馈镇定[J]. *数学的实践与认识*, 2019, 49(19): 196-206.
NIU Huawei, LAN Qixun, XU Huafeng, et al. State-feedback/output-feedback stabilization of a class of nonlinear differential-algebraic systems[J]. *Mathematics in Practice and Theory*, 2019, 49(19): 196-206.
- [12] LI Shihua, YANG Jun, CHEN Wenhua, et al. Generalized extended state observer based control for systems with mismatched uncertainties[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(12): 4792-4802.
- [13] LI Shihua, YANG Jun, CHEN Wenhua, et al. *Disturbance observer based control: Methods and applications*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2014.
- [14] HAN Jingqing. From PID to active disturbance rejection control[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2009, 56(3): 900-906.
- [15] GUO Yi, HILL D J, WANG Youyi. Nonlinear decentralized control of large-scale power systems[J]. *Automatica*, 2000, 36(9): 1275-1289.
- [16] PENG Chen, HAN Qinglong, YUE Dong. Communication-delay-distribution-dependent decentralized control for large-scale systems with IP-based communication networks[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(3): 820-830.
- [17] 穆静静, 兰奇逊, 李亚杰, 等. 一类H型双驱龙门架系统的分散输出反馈抗干扰控制[J]. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 2023, 36(2): 226-232.
MU Jingjing, LAN Qixun, LI Yajie, et al. Decentralized output feedback disturbance rejection control for a class of double drive H-gantry systems[J]. *Journal of Xinyang Normal University(Natural Science Edition)*, 2023, 36(2): 226-232.
- [18] LAN Qixun, ZHANG Chuanlin, LI Shihua. Global decentralized stabilization for a class of uncertain large scale high-order upper-triangular nonlinear systems[J]. *International Journal of Systems Science*, 2017, 48(6): 1123-1135.
- [19] LAN Qixun, DING Shihong, LI Shihua, et al. Global decentralised stabilisation for a class of uncertain large-scale feedforward nonlinear systems[J]. *International Journal of Control*, 2014, 87(6): 1282-1296.
- [20] YE Xudong. Pseudo-decentralized adaptive stabilization of large-scale feedforward nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1232-1236.

责任编辑:郭红建 张伟博